

Artigos

Modelos regionais de relação hipsométrica avaliados para plantio clonal de eucalipto em área de Cerrado

Regional hypsometric relationship models assessed for clonal eucalyptus planting in a Cerrado area

Valdir Carlos Lima de Andrade^I , Thaís Schmitt^I ,
Samuel de Pádua Chaves e Carvalho^{II} ,
Daniel Henrique Breda Binotti^{III} , Natalino Calegario^{IV} 

^IUniversidade Federal do Tocantins, Gurupi, TO, Brasil

^{II}Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, MT, Brasil

^{III}Eldorado Brasil Celulose SA, Três Lagoas, MS, Brasil

^{IV}Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG, Brasil

RESUMO

Uma alternativa para reduzir o tempo despendido com a medição da altura das árvores é o emprego de equações, geralmente, geradas a partir do ajuste de modelos hipsométricos locais, os quais exigem o ajuste de equações conforme o número de unidades amostrais e, ou, estratos que caracterizam a população inventariada. Por isso, este trabalho tem o objetivo de avaliar modelos hipsométricos regionais ajustados aos dados de eucalipto clonal. Foram avaliados um total de 26 modelos regionais de efeito fixo (EF), adotando-se os seguintes critérios estatísticos: inexistência de multicolinearidade, significância na estimativa dos coeficientes de regressão, atendimento às pressuposições de regressão, análise gráfica de resíduos e teste validação com dados independentes, adotando-se a média dos quadrados dos resíduos de predição, a soma dos quadrados dos resíduos de predição relativos, o intervalo interquartil entre o 1º e 3º quartil e correlação linear múltipla. Após identificar o modelo de EF que mais se sobressaiu dentre os demais, procedeu-se o seu ajuste na forma de modelo de efeito misto (EM), ao incluir o efeito aleatório da unidade amostral. Neste caso, para comparar com o respectivo modelo de EF, além dos critérios anteriores, adotaram-se: critério de informação de Akaike, critério de informação Bayesiano e teste da razão da máxima verossimilhança. Concluiu-se a necessidade inexorável de considerar o ajuste de modelos com EM, por este se destacar sobremaneira ao respectivo modelo com EF.

Palavras-chave: Testes estatísticos; Análise de regressão; Modelos mistos; Biometria florestal



ABSTRACT

An alternative to reduce the time taken for height measurements of trees is the use of equations, usually obtained from the fitting of local hypsometric models, which require the fit of equations for each stratum that characterize the forest. Therefore, this work was developed with the objective of evaluating regional hypsometric models adjusted to clonal eucalyptus data. A total of 26 regional fixed-effect (FE) models were evaluated, adopting the following statistical criteria: lack of multicollinearity, significance in the estimation of regression coefficients, compliance with regression assumptions, graphical residual analysis and validation test with independent data adopting the mean squared of the prediction residuals, the sum of squares of the relative prediction residuals, the interquartile range between the 1st and 3rd quartiles and multiple linear correlation. After identifying the FE model that most stood out among the others, it was adjusted in the form of a mixed effect (ME) model, by including the random effect of the sampling unit. In this case, to compare with the respective FE model, in addition to the previous criteria, the following were adopted: Akaike information criterion, Bayesian information criterion and maximum likelihood ratio test. It was concluded that there is an inexorable need to consider the adjustment of models with ME, because it stands out above the respective model with FE.

Keywords: Statistical tests; Regression analysis; Mixed models; Forest biometrics

1 INTRODUÇÃO

A medição da altura de árvores constitui um processo oneroso que pode inviabilizar um inventário florestal quando se pretende medi-la em todas as árvores que compõem as unidades amostrais. Por isso, nos inventários de plantios florestais, se faz a medição da altura e diâmetro em apenas algumas árvores, permanecendo o restante com medição apenas do seu diâmetro.

Com fins de predição da altura das árvores em que se mediu somente o seu diâmetro, é empregada uma equação hipsométrica gerada com os dados de altura e diâmetro obtidos em parte das árvores que constituem um inventário florestal. Essa equação é disponibilizada a partir de técnicas de análise de regressão empregadas em modelos estatísticos, ditos: modelos hipsométricos.

Muitos modelos, intensivamente avaliados em plantios florestais brasileiros, mostram-se adequados para estimar de forma confiável a altura média das árvores, como se observa nos estudos feitos por Araújo, Pelissari, David, Scolforo, Péllico Neto e Morais (2012), Miranda, David, Ebling, Môra, Fiorentin e Soares (2014), Cerqueira,



Arce, França, Amorim, Silva e Lisboa (2019), Santos e Andrade (2019), Acosta, Garrett, Lanssanova, Dias, Tambarussi, Figueiredo Filho, Guimarães e Cabral (2020), Andrade e Duarte (2020). Assim, dado às diferentes conformações destes modelos avaliados, se compreende a necessidade em classificar os modelos hipsométricos em locais e regionais, da mesma forma que se classificam os modelos volumétricos.

Enquanto os modelos locais se caracterizam pelo relacionamento da altura das árvores (h) somente com uma variável independente, geralmente o diâmetro medido a 1,3 m do solo (d), os modelos regionais se caracterizam pelo relacionamento de h com d e outras variáveis que expressam diferentes efeitos na relação hipsométrica (RH), tais como: altura dominante (hd), idade (ld), diâmetro médio quadrático (dq), área basal (G), *site* (S) e número de árvores por hectare (Ft).

Neste íterim, o uso de hd implica em melhor performance da equação regional porque inclui os efeitos do local na caracterização da RH. Tal performance se destaca com a inclusão de variáveis que caracterizam os efeitos do tempo (ld) e da densidade na altura das árvores (dq , G , e ou F). Como resultado, há uma expressiva representatividade na caracterização da RH, como destacado nos trabalhos de Ribeiro, Ferraz, Mello, Ferreira, Lisboa e Scolforo (2010), Araújo, Pelissari, David, Scolforo, Péllico Neto e Morais (2012), Andrade, Kroetz, Nicola, Souza, Nohama, Leite, Binoti e Binoti (2015), Alves, Calegario, Rosado, Silva, Possato e Melo (2017) e Santos e Andrade (2019). Portanto, há ganhos em superioridade dos modelos regionais frente aos locais.

Alves, Calegario, Rosado, Silva, Possato e Melo (2017) verificaram uma melhoria em cerca de 23% na precisão da equação gerada com a inclusão de hd , dando maior potencial de acerto na predição da altura das árvores de mesmo D em diferentes locais ao longo do tempo. Essa melhoria também foi obtida por Ribeiro, Ferraz, Mello, Ferreira, Lisboa e Scolforo (2010) e Miranda, David, Ebling, Môra, Fiorentin e Soares (2014) que, além de D , relacionaram h com hd e ld . Há, também, destaque para o modelo, conforme a equação I , que é muito utilizado para incluir o efeito do local na RH com resultados favoráveis ao seu emprego, como obtidos por Acosta, Garrett, Lanssanova, Dias, Tambarussi, Figueiredo Filho, Guimarães e Cabral (2020).



Além de melhor confiabilidade dos modelos regionais, em comparação aos locais, deve-se considerar a vantagem do reduzido número de equações estimadas para diferentes situações de inventário. Como exemplo, nos estudos de Ribeiro, Ferraz, Mello, Ferreira, Lisboa e Scolforo (2010) e Andrade, Kroetz, Nicola, Souza, Nohama, Leite, Binoti e Binoti (2015), houve destaque dos modelos locais somente com emprego por unidade amostral de inventário exigindo gerar equações de acordo com a quantidade de unidades amostrais do inventário. Já, no caso de modelos regionais, pode ser estimada uma única equação aplicando-se toda a base de dados obtida.

Diante deste contexto, utilizando-se dados coletados em um plantio de eucalipto em área de cerrado, este trabalho teve como objetivo avaliar modelos hipsométricos regionais de efeito fixo e, também, avaliar o emprego da teoria de modelos mistos ao modelo selecionado, ambas avaliações baseando-se em uma detalhada análise de regressão.

2 MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Caracterização dos dados e equações hipsométricas avaliadas

A área florestal inventariada se refere a um plantio com 75,6 ha feito no espaçamento de 6,0 m x 1,5 m com o clone 1277 (híbrido de *Eucalyptus camaldulensis* e *Eucalyptus* spp). Esse plantio, com cerca de 3 anos de idade, está localizado na região centro-sul do Tocantins, com altitude de 225 m, clima predominante do tipo C2w2A´a` da classificação de Thornthwaite-Mather, temperatura de 26°C/mês e precipitação em torno de 1.500 mm/ano, entre outubro a maio (SEPLAN, 2012).

Os dados de RH foram coletados em 11 unidades amostrais retangulares com 348 m² cada, sendo consideradas as oito primeiras árvores com medição de h e d. Também foram mensuradas a altura das quatro árvores com maior d para obter hd média por unidade amostral. Em seguida, utilizando-se essas variáveis aleatórias, incluindo-se dq e Ft, foram estimadas as seguintes equações hipsométricas regionais:



$$h = \beta_0 + \beta_1(d) + \beta_2(d^2) + \beta_3(d/hd) \quad (1)$$

$$h = \beta_0 + \beta_1(d) + \beta_2(d^2) + \beta_3(hd) + \beta_4(Ft) \quad (2)$$

$$h = \beta_0 + \beta_1(d) + \beta_2(d^2) + \beta_3(hd) \quad (3)$$

$$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1\left(\frac{1}{d}\right) + \beta_2(hd) + \beta_3\left(\frac{Ft}{d}\right) \quad (4)$$

$$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1\ln(hd) + \beta_2\left(\frac{1}{d}\right) + \beta_3\ln\left(\frac{dq}{d}\right) + \beta_4\ln\left(\frac{dq}{hd}\right) \quad (5)$$

$$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1\ln(hd) + \beta_2\ln\left(\frac{dq}{d}\right) + \beta_3\left(\frac{1}{d}\right) + \beta_4\ln(d) \quad (6)$$

$$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1\left(\frac{dq}{d}\right) + \beta_2\ln(hd) + \beta_3\left(\frac{d}{Ft}\right) + \beta_4\left[\ln\left(\frac{1}{d}\right)\right] \quad (7)$$

$$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1\left(\frac{1}{d}\right) + \beta_2\ln(hd) + \beta_3\left[\left(\frac{1}{d}\right) - \left(\frac{1}{dq}\right)\right] + \beta_4\left[\ln\left(\frac{Ft}{d}\right)\right] \quad (8)$$

$$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1\ln(hd) + \beta_2\left(\frac{1}{dq}\right) + \beta_3\ln\left(\frac{Ft}{d}\right) + \beta_4\left(\frac{1}{d}\right) \quad (9)$$

$$(h) = hd [\beta_0 + \beta_1(d) + \beta_2(d^2) + \beta_3(d/hd)] \quad (10)$$

$$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1\left(\frac{1}{d}\right) + \beta_2\ln(hd) \quad (11)$$

$$h = [\beta_0 + \beta_1(hd) + \beta_2(dq)]e^{-\beta_3(\sqrt{d})} \quad (12)$$

$$h = [\beta_0 + \beta_1(hd) + \beta_2(Ft)]\{1 - e^{-\beta_3(d)}\} \quad (13)$$

$$h = \beta_1(hd) \left\{ 1 - e^{\left[-\beta_2\left(\frac{d}{dq}\right)^{\beta_3}\right]} \right\} \quad (14)$$

$$h = (hd)\{1 + \beta_0 e^{\beta_1(hd)}\} \left\{ 1 - e^{\left[-\beta_2\left(\frac{d}{hd}\right)\right]} \right\} \quad (15)$$

onde: h é a altura total(m); d é o diâmetro medido a 1,3 m do solo, DAP (cm); β_0, \dots, β_4 são os coeficientes de regressão estimados; ln é o logaritmo neperiano; e é a base neperiana; ϵ é o erro do modelo; hd é a altura dominante; dq é o diâmetro médio quadrático; Ft é o número de indivíduos por hectare.



Ressalta-se que as equações (1), (7), (12) e (13) foram desenvolvidas neste trabalho, em que a equação 1 foi adaptada do modelo quadrático com inclusão da variável d/hd e as equações (12) e (13) são adaptações do ajuste biomatemático monomolecular, o que ocorreu também com a Equação (7) empregando-se o procedimento *stepwise*.

As equações (2), (3), (4), (5), (6), (8), (9), (10) e (11) constam avaliadas nos trabalhos feitos por Ribeiro, Ferraz, Mello, Ferreira, Lisboa, Scolforo (2010), Araújo, Pelissari, David, Scolforo, Péllico Neto e Moraes (2012), Miranda, David, Ebling, Môra, Fiorentin e Soares (2014), Andrade, Kroetz, Nicola, Souza, Nohama, Leite, Binoti e Binoti (2015), Cerqueira, Arce, França, Amorim, Silva, Lisboa (2019), Santos e Andrade (2019), Acosta, Garrett, Lanssanova, Dias, Tambarussi, Figueiredo Filho, Guimarães e Cabral (2020), Andrade e Duarte (2020). Por fim, a equação 14 se refere à adaptação que foi utilizada por Knowe, Foster, Rousseau e Nance (1998) e a equação 15 é de Tomé, Ribeiro e Faias (2007).

2.2 Avaliação dos modelos hipsométricos

Em uma etapa inicial, avaliaram-se as 15 equações hipsométricas, utilizando todos os dados obtidos nas 11 unidades amostrais, com um total de 88 observações. Nessa oportunidade, preliminarmente, verificou-se a inexistência de multicolinearidade (IM) e a significância da estimativa dos coeficientes de regressão dos modelos (SEC). Por isso, considerou-se um valor de inflação de variância (VIF) menor que 10 para IM e o teste *t* de *student* para avaliar SEC ao nível de 10% (ANDRADE; DUARTE, 2020).

As equações que atenderam a IM e SEC, além da análise gráfica da distribuição de resíduos (AGR), foram avaliadas por meio do coeficiente de determinação ajustado (CDA) e erro padrão residual (EPR), conforme procedimentos utilizados por Araújo, Pelissari, David, Scolforo, Péllico Neto e Moraes (2012), Miranda, David, Ebling, Môra, Fiorentin e Soares (2014), Cerqueira, Arce, França, Amorim, Silva e Lisboa (2019) e Acosta, Garrett, Lanssanova, Dias, Tambarussi, Figueiredo Filho, Guimarães e Cabral (2020).



Além de CDA e EPR, foi incluída nesta segunda etapa de avaliação a análise das pressuposições de regressão sobre homocedasticidade (Hm), normalidade (Nr) e independência de resíduos (IR) aplicando-se, ao nível de 5%, os testes estatísticos: Bresch-Pagan (BP) para Hm, Kolmogorov-Smirnov (KS) para Nr e Durbin-Watson (DW) para IR (ANDRADE; DUARTE, 2020).

As equações que se sobressaíram na análise anterior foram avaliadas em um teste de validação empregando-se dados independentes, em que se utilizou as cinco primeiras árvores por unidade amostral na estimativa das equações selecionadas ($n=55$ árvores), e as três árvores restantes ($n=33$ árvores) foram utilizadas nas previsões aplicando-se as equações regionais geradas. Nesta oportunidade, conforme Tomé, Ribeiro e Fias (2007) e Andrade, Kroetz, Nicola, Souza, Nohama, Leite, Binoti e Binoti (2015), os seguintes critérios estatísticos foram utilizados:

$$MQRp = \frac{\sum_{i=1}^n \text{■} (resp_i)^2}{n}$$

$$SQRpR = \sum_{i=1}^n \text{■} \left(\frac{resp_i}{hp_i} \right)^2$$

$$IQ = Q_3 - Q_1$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n \text{■} (h_i) (hp_i) - \frac{(\sum_{i=1}^n \text{■} h_i)(\sum_{i=1}^n \text{■} hp_i)}{n}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \text{■} (h_i - \underline{h})^2 \sum_{i=1}^n \text{■} (hp_i - \underline{h})^2}}$$

$$resp_i = h_i - hp_i$$

onde: MQRp é a média dos quadrados dos resíduos de predição; SQRpR é a soma dos quadrados dos resíduos de predição relativos; IQ= intervalo interquartil entre o primeiro quartil (Q_1) e o terceiro quartil (Q_3) de resp; r é a correlação linear múltipla; resp_i é o resíduo de predição entre altura real e altura predita da i-ésima árvore; hp_i é a altura predita da i-ésima árvore pela aplicação da equação hipsométrica gerada com dados independentes dos dados de sua estimativa; n é o número total de árvores, demais já foram definidos.



Na validação com dados independentes, adotada para identificar a equação hipsométrica regional que mais se sobressaiu dentre as demais selecionadas na etapa anterior, os resultados dos critérios estatísticos adotados foram englobados em um único valor obtido pela soma das notas atribuídas de acordo com a classe em que cada um se classificou. Por exemplo, utilizando-se o critério MQRp, aplicou-se a Equação (16):

$$Ac = \frac{(máx - mín)}{k} \quad (16)$$

onde: Ac é a amplitude da classe de MQRp; máx e min são valores máximo e mínimo de MQRp; k é o número de equações avaliadas.

O valor Ac, acrescentado a partir do valor mínimo de MQRp até o valor k, resultou nos intervalos de classes de MQRp. Ao analisar o valor de MQRp, obtido por uma determinada equação, sua nota foi atribuída de acordo com a classe de MQRp em que esse valor se classificou. Por exemplo, se o MQRp se classificou na primeira classe de MQRp, sua nota foi atribuída ao valor 1, se houve classificação na segunda classe de MQRp, a nota atribuída foi 2 e, sucessivamente, até a última classe de MQRp.

O procedimento acima foi realizado para os demais critérios estatísticos considerando-se cada uma das equações avaliadas na validação. Em seguida, obteve-se a soma das notas atribuídas de MQRp, SQRpR, IQ e r resultando na nota total (Nt) que classificou cada equação, sendo melhor conforme for menor o valor de Nt.

A Equação (17) hipsométrica regional, que se sobressaiu na validação com dados independentes, foi ajustada considerando a teoria de modelos mistos com inclusão do efeito aleatório unidade amostral a partir da seguinte relação hipsométrica:

$$h_i = f(d; hd; \beta_p; \beta_p + \gamma_{pj}) \quad (17)$$

onde: γ_{pj} = p-ésimo coeficiente de regressão referente ao efeito aleatório da j-ésima unidade amostral; Demais já foram definidos anteriormente.



Assim, na comparação da Equação 17 de efeito misto com a respectiva equação de efeito fixo, além dos critérios já relatados, adotaram-se: critério de informação de Akaike (CIA), critério de informação Bayesiano (CIB) e teste estatístico da razão da máxima verossimilhança (RMV). Detalhes desses critérios, bem como a sua metodologia de análise, podem ser vistos em Alves, Calegario, Rosado, Silva, Possato e Melo (2017).

Ressalta-se que, no ajuste e avaliação dos modelos hipsométricos, foram utilizadas rotinas desenvolvidas a partir dos comandos `lm` e `nls` do programa R for Windows (R CORE TEAM, 2015).

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Análise preliminar

Após a estimativa da Equação (1), obteve-se $VIF > 10$ para d e d^2 com β_0 não significativo. Como o VIF foi maior para a variável d^2 ($VIF=263,1$), excluiu-se essa variável realizando uma nova estimativa, utilizando d e d/hd como variáveis independentes. Como resultado, obteve-se significância na estimativa de todos os coeficientes de regressão e $VIF=2,039$ para ambas variáveis d e d/hd , o que levou à substituição da Equação (1) por uma outra relação hipsométrica regional, tendo a seguinte conformação, conforme a Equação (1a):

$$h = \beta_0 + \beta_1(d) + \beta_2(d/hd) \quad (1a)$$

Quanto à Equação (2), houve um $VIF > 10$ para d ($VIF=276,5$) e, também, estimativa não significativa do coeficiente da variável Ft (β_4^{ns}) levando à exclusão de d e Ft . Assim, em uma nova relação hipsométrica de h com as variáveis independentes d^2 e hd , as estimativas foram significativas para todos os coeficientes de regressão e $VIF=1,256$ para ambas variáveis d e hd . Esse resultado levou a substituição da Equação (2a) por uma nova relação hipsométrica regional tendo a conformação:

$$h = \beta_0 + \beta_1(d^2) + \beta_2(hd) \quad (2a)$$



As considerações feitas nas equações (1) e (2) foram repetidas nas demais, excetuando-se as equações (11) e (14). Neste cenário de resultados, as equações (6) e (9) resultaram numa relação igual à Equação (11), e as demais, (3) a (5), (7), (8), (10), (12), (13) e (15), foram substituídas pelas seguintes novas equações hipsométricas regionais:

$$h = \beta_0 + \beta_1(d) + \beta_2(hd) \quad (3a)$$

$$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1(1/d) + \beta_2(hd) \quad (4a)$$

$$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1(1/d) + \beta_2 \ln(dq/d) + \beta_3 \ln(dq/hd) \quad (5a)$$

$$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{dq}{d} \right) + \beta_2 \ln(hd) + (\varepsilon) \quad (7a)$$

$$\ln(h) = \beta_0 + \ln(hd) + \beta_2 \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{dq} \right) \quad (8a)$$

$$(h) = hd \left[\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{d}{hd} \right) \right] \quad (10a)$$

$$h = [\beta_0 + \beta_1(hd)] e^{-\beta_2(\sqrt{d})} \quad (12a)$$

$$h = [\beta_0 + \beta_1(hd)] \{1 - e^{-\beta_2(d)}\} \quad (13a)$$

$$h = \beta_1(hd) \left\{ 1 - e^{-\beta_2 \left(\frac{d}{hd} \right)} \right\} \quad (15a)$$

Na avaliação das equações (1a) a (15a), (11) e (14), foi observada uma distribuição de resíduos similar e de forma bastante homogênea e equilibrada em todas equações. Também, considerando-se $CDA \geq 0,600$ e $EPR \leq 5,50\%$, apenas a Equação (14) não atendeu a essa condição (Tabela 1). Tais valores comparados aos resultados de 0,771 a 0,977 (CDA) e de 3,10% a 14,3% (EPR), encontrados em alguns trabalhos com equações hipsométricas regionais (RIBEIRO; FERRAZ; MELLO; FERREIRA; LISBOA; SCOLFORO, 2010; ARAÚJO; PELISSARI; DAVID; SCOLFORO; PÉLLICO NETO; MORAIS, 2012; MIRANDA; EBLING; MÔRA; FIORENTIN; SOARES, 2014; ANDRADE; DUARTE, 2020), podem ser considerados ruins para CDA e excelentes para EPR.



Em sequência às análises, procedeu-se a avaliação das pressuposições de regressão quanto a Nr, Hm e IR (Tabela 1) que, devido ao resultado significativo, as equações (2a) e (3a) não atenderam a Hm pelo teste de BP e as equações (3a), (4a), e (11) não atenderam a condição de Nr pelo teste KS. Já, quanto a IR, obteve-se significância para todas equações pelo teste DW, podendo-se utilizar o seu maior valor calculado como critério de decisão.

Tabela 1 – Resultados das equações hipsométricas regionais que mais se destacaram na estimativa para um plantio de eucalipto E1277 (n=88 árvores)

Eq.	β_0	β_1	β_2	β_3	CDA	EPR	BP	KS	DW
(1a)	9,08086	1,30941	-11,47924		0,626	5,28	ns	ns	1,152*
(2a)	3,83239	0,02687	0,52878		0,621	5,31	*	ns	1,129*
(3a)	0,93695	0,58452	0,51332		0,630	5,25	*	*	1,125*
(4a)	2,58857	-4,41234	0,03499		0,634	5,22	ns	*	1,092*
(5a)	3,40007	-9,43598	0,48396	-0,54561	0,641	5,17	ns	ns	1,098*
(7a)	1,15233	-0,43330	0,72324		0,626	5,28	ns	ns	1,061*
(8a)	0,72667	0,72057	-4,53389		0,628	5,26	ns	ns	1,060*
(10a)	0,55401	0,61301			0,632	5,24	ns	ns	1,144*
(11)	1,70119	-4,41356	0,52242		0,639	5,19	ns	*	1,102*
(12a)	3,08409	0,24089	-0,24366		0,627	5,27	ns	ns	1,123*
(13a)	8,78591	0,64419	0,15468		0,638	5,20	ns	ns	1,116*
(14)		1,03127	2,64365	1,84874	0,577	5,61	ns	ns	0,918*
(15a)		1,20846	2,40154		0,636	5,21	ns	ns	1,122*

Fonte: Autores (2021)

Em que: Eq. é o número da equação; β_0, \dots, β_4 são os coeficientes estimados de regressão; CDA é o coeficiente de determinação ajustado; EPR é o erro padrão residual; BP, KS e DW são os testes de Bresch-Pagan, Kolmogorov-Smirnov e Durbin-Watson, respectivamente; ns e *: não significativo e significativo ao nível de 5% de probabilidade, respectivamente.

Com o cenário de resultados obtidos (Tabela 1), excluiu-se a Equação (2a) por não atender a Hm e a Equação (3a) por não atender a Hm e nem Nr, além das equações (4a) e (11) serem excluídas por não atenderem a condição de Nr e por resultarem em baixo valor de DW, que também condicionou a exclusão das equações (5a), (7a) e (8a).

Na Equação (14), além de baixo CDA e alto EPR, obteve-se o menor valor de DW, sendo também excluída. Portanto, além de CDA e EPR, ao se considerar os critérios de



IM, SEC, AGR e pressuposições de regressão, pôde-se inferir sobre as cinco equações hipsométricas regionais (1a), (10a), (12a), (13a) e (15a) se sobressaírem em qualidade de suas estimativas para o clone 1277.

Nas cinco equações selecionadas, além de d , observa-se que incluem apenas a variável hd que representa o efeito do local na altura das árvores. A inexistência das variáveis dq e Ft , que representam o efeito da competição entre as árvores na relação hipsométrica, provavelmente, deu-se pelo fato de o plantio estar na idade jovem de 3 anos, ocasionando um espaço entre as árvores no espaçamento de 6,0 m x 1,5 m que ainda não causou efeitos significativos na relação hipsométrica pela competição entre as árvores por luz, água e nutrientes.

Diante das análises feitas, observa-se que considerar apenas CDA e EPR na avaliação de equações hipsométrica regionais, pode levar à decisão por equações inadequadas. Por exemplo, as equações (5a) e (11) resultaram nos melhores valores de CDA e EPR, condição que as indicaria para a fase de validação. Como a análise se baseou em mais critérios, essas equações foram excluídas por não atenderem às pressuposições de regressão. Além do que, a equação 5a foi adaptada a partir da Equação (5) que não atendeu à IM e SEC.

Por outro lado, se fosse considerado apenas os sete melhores resultados de CDA e EPR, estariam classificadas as equações (3a), (4a), (5a), (10a), (11), (13a) e (15a). Esse resultado inclui equações inadequadas (3a), (4a), (5a) e (11) por não atenderem à Nr , Hm e IR , além de serem adaptações das equações (3), (4) e (5) por não atenderem à IM e SEC, à exceção da Equação (11). Também, excluíram-se as equações adequadas (1a) e (12a) que, por atenderem a todos os critérios estatísticos adotados para se qualificarem à validação, são superiores às equações (3a), (4a), (5a) e (11).

Diante disso, pode-se inferir que, se basear a avaliação da estimativa de equações hipsométricas apenas nos critérios CDA e EPR, há o risco inerente em selecionar equações inadequadas estatisticamente, ou, de excluir equações altamente potenciais à caracterização da relação hipsométrica.



3.2 Validação

Na análise das cinco equações selecionadas ((1a), 10a), (12a), (13a) e (15a)), foi realizado um teste de validação com dados independentes utilizando-se os dados de cinco primeiras árvores por unidade amostral na estimativa das equações (n=55), e as três árvores restantes (n=33) foram utilizadas na predição. Como resultado, a melhor classificação foi para a Equação (15a), com Nt=5 pontos e a segunda colocação para a Equação (10a), com Nt=10 pontos (Tabela 2).

Tabela 2 – Resultados dos critérios estatísticos adotados na validação com dados independentes de cinco equações hipsométricas regionais

Eq.	Critério Estatístico (CE)				
	MQRp	SQRpR	IQ	1-r	r
(1a)	0,9213	0,1441	1,1959	0,2507	0,7493
(10a)	0,8495	0,1266	1,2047	0,2274	0,7726
(12a)	0,9188	0,1442	1,1793	0,2496	0,7504
(13a)	0,8787	0,1391	1,1148	0,2351	0,7649
(15a)	0,8227	0,1232	1,1381	0,2203	0,7797
minCE	0,8227	0,1232	1,1148	0,2203	

CCE	Limite Superior de Classe de CE			
	MQRp	SQRpR	IQ	1-r
C1	0,8424	0,1274	1,1327	0,2263
C2	0,8621	0,1316	1,1507	0,2324
C3	0,8819	0,1358	1,1687	0,2385
C4	0,9016	0,1400	1,1867	0,2446
C5	0,9213	0,1442	1,2047	0,2507

Eq.	Notas dos Critério Estatístico (CE)				
	MQRp	SQRpR	IQ	1-r	Nt
(1a)	5	5	5	5	20
(10a)	2	1	5	2	10
(12a)	5	5	4	5	19
(13a)	3	4	1	3	11
(15a)	1	1	2	1	5

Fonte: Autores (2021)

Em que: Eq: número da equação avaliada; MQRp: média dos quadrados dos resíduos de predição; SQRpR: soma dos quadrados dos resíduos de predição relativos; IQ: intervalo interquartil entre o primeiro quartil (Q_1) e o terceiro quartil (Q_3) dos resíduos de predição; r: correlação linear múltipla; minCE: valor mínimo de CE; CCE: classe de CE; Nt: total das notas.



De acordo com os resultados obtidos (Tabelas 1 e 2), observou-se que, dentre as equações selecionadas ((1a), (10a), (12a), (13a) e)15a)), a Equação (13a) se destaca por ter o maior CDA (0,638) e o menor EPR (5,20%), mas ficou em terceiro lugar na validação com dados independentes com nota Nt=11 pontos. Isso mostra a importância em realizar uma validação com dados independentes das equações previamente selecionadas por apresentar melhor nível de ajuste aos dados de relação hipsométrica.

Diante disso, pode-se inferir que, mesmo incluindo os critérios de IM, SEC, Nr, Hm e IR, há o risco inerente em se equivocar na seleção de equações hipsométricas sem validar as equações previamente selecionadas pelo seu melhor potencial resultante na estimativa.

Considerando-se que a Equação (15a), além de possuir a melhor classificação na validação, é não linear com formulação de característica biomatemática, que a condiciona em superioridade à equação linear (10a). Portanto, dentre as equações de efeito fixo (EF) avaliadas neste trabalho, a Equação (15a) mostrou-se ter melhor potencial para caracterizar a relação hipsométrica do clone 1277, a qual é a seguinte:

$$\hat{h} = \hat{\beta}_1(hd) \left\{ 1 - e^{-\hat{\beta}_2 \left(\frac{d}{h\bar{a}} \right)} \right\} \quad (15a.EF)$$

Visando obter melhorias na estimativa da Equação (15a.EF), procedeu-se à inclusão dos efeitos aleatórios empregando-se a teoria de modelo misto com o efeito aleatório sendo a unidade amostral, sendo gerada a seguinte equação hipsométrica regional de efeito misto (EM):

$$\hat{h} = (\hat{\beta}_1 + \hat{\gamma}_{1j})(hd) \left\{ 1 - e^{-\hat{\beta}_2 \left(\frac{d}{h\bar{a}} \right)} \right\} \quad (15a.EM)$$

onde: $\hat{\gamma}_{1j}$ é o coeficiente estimado de regressão referente ao efeito aleatório da j-ésima unidade amostral; Demais já foram definidos anteriormente.



As equações (15a.EF) e (15a.EM) são diferentes, como mostra o resultado do teste MRV com valor altamente significativo ao nível de 5% (Tabela 3). Pode-se observar que a equação 15a.EM é bem superior à Equação (15a.EF), pois os valores de CIA e BIC a favorecem, com valores melhores em cerca de 7,17% e 5,32%, respectivamente, dos valores obtidos para 15a.EF. Também, houve superioridade de 38% no EPR (Tabela 4), demonstrando a expressiva melhoria na estimativa de equações hipsométricas ao se incluir os efeitos aleatórios, que neste caso, considerou o efeito da unidade amostral.

Tabela 3 – Comparação entre as equações (15a.EM) e (15a.EF)

Equação	GL	CIA	BIC	ln(mv)	TRMV	Valor-p
md15a.EM	4	116,50	124,53	-54,252		
md15a.EF	3	125,46	131,48	-59,729	10,954*	0,0009

Fonte: Autores (2021)

Em que: GL é o grau de liberdade; CIA é o critério de Informação de Akaike; CIB é o critério de informação Bayesiano; ln(mv) é o logaritmo neperiano da máxima verossimilhança; TRMV é o teste da razão da máxima verossimilhança; *: significativo ao nível de 5%; Valor-p: valor da probabilidade acima do valor do qui-quadrado calculado.

Tabela 4 – Resultados obtidos na estimativa das equações (15a.EF) e (15a.EM) utilizando dados de cinco árvores por unidade amostral (n=55) e obtidos na validação com dados independentes utilizando-se três árvores por unidade amostral (n=33)

Eq.	b1	b2	CDA	EPR	KS	BP	DW
Estimativa: n=55 árvores							
(15a.EF)	1,36032	1,85238	0,637	4,83	ns	ns	1,58*
(15a.EM)	1,25914	2,17962	0,810	3,50	ns	ns	2,12 ^{ns}
CE de Validação#: n=33 árvores							
Eq.	MQRp	SQRpR	IQ	r			
(15a.EM)	0,5835	0,0930	1,0545	0,8592			

Fonte: Autores (2021)

Em que: Eq. é a equação hipsométrica avaliada; * e ^{ns}: significativo e não significativo ao nível de 5%; CE é o critério estatístico; #: sobre a Equação (15a.EF) ver na Tabela 2 (15a); MQRp é a média dos quadrados dos resíduos de predição; SQRpR é a soma dos quadrados dos resíduos de predição relativos; IQ é o intervalo interquartil entre o primeiro quartil (Q₁) e o terceiro quartil (Q₃) dos resíduos de predição; r é a correlação linear múltipla.

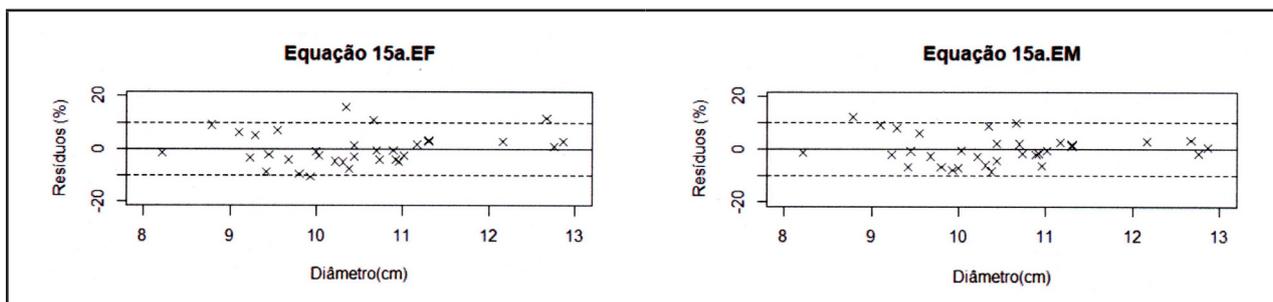


A Equação (15a.EM) tem expressiva superioridade nos critérios CDA e EPR, com resultados de 0,810 e 3,50% frente a Equação (15a.EF) com 0,637 e 4,83%, respectivamente (Tabela 4). Essa superioridade se verifica também na análise das pressuposições de regressão onde, apesar de ambas equações atenderem à Nr e Hm, somente na Equação (15a.EM) o teste DW resultou em não significância atendendo à condição IR (DW^{ns}). Também, na validação das equações (15a.EF) e (15a.EM) ($n=33$), houve resultados expressivamente favoráveis à Equação (15a.EM) com reduções de 29,07%, 24,51% e 7,35% nos critérios MQRp, SQRpR e IQ, respectivamente, e aumento de 9,25% no critério r.

O teste DW^{ns} implica em superioridade da Equação (15a.EM) por não haver autocorrelação dos resíduos comparado ao DW^* para a Equação (15a.EF), o qual evidencia dependência dos resíduos que é uma condição inapropriada comprometendo a confiabilidade de sua estimativa. Portanto, considerando-se a expressiva superioridade da qualidade na estimativa da Equação (15a.EM) (Tabelas 3 e 4), é necessário considerar o emprego da teoria de modelos mistos na estimação de equações hipsométricas regionais para o clone 1277, do que considerar apenas os efeitos fixos.

Na Figura 1, observa-se uma distribuição mais homogênea e equilibrada da Equação (15a.EM) em comparação com a Equação (15a.EF), principalmente entre $\pm 10\%$ (linha pontilhada). Com a Figura 1 e os resultados das Tabelas 2 e 3, pode-se destacar a importância em se considerar efeitos aleatórios e fixos no ajuste de modelos hipsométricos regionais, ao invés de apenas considerar os efeitos fixos como se faz tradicionalmente no Brasil.

Figura 1 – Distribuição de resíduos percentuais de predição em relação do diâmetro obtido em um teste de validação com 33 árvores

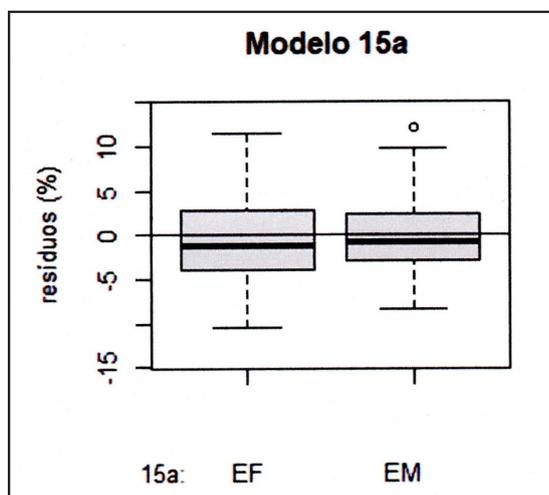


Fonte: Autores (2021)



Ainda, na Figura 2, os resíduos de predição têm menor amplitude de variação no emprego de modelos mistos (-8,4% a 12,1% = 20,56% *versus* -10,6% a 15,6% = 26,2%). Também, há menor IQ para a Equação (15a.EM), com 50% dos resíduos de predição variando entre -2,8% a 2,4% (IQ=5,2%) contra -4,1% a 2,9% da Equação (15a.EF) (IQ=7,0%). Visualiza-se menor amplitude de variação no emprego da Equação (15a.EM) tanto na amplitude total quanto no IQ.

Figura 2 – Esquema dos cinco números (mínimo, 1º quartil, mediana, 3º quartil e máximo) obtidos pelos resíduos percentuais das equações (15a.EF) e (15a.EM)



Fonte: Autores (2021)

4 CONCLUSÕES

Diante das análises feitas na avaliação de modelos hipsométricos regionais, ajustados para o clone 1277 em plantios comerciais no Sul do Tocantins, conclui-se que:

- Houve superioridade de um modelo de efeito fixo de ajuste não linear;
- Obteve-se expressiva superioridade no ajuste considerando efeito misto ao invés de somente efeito fixo;
- Não se deve basear a análise estatística de equações hipsométricas somente nos critérios CDA e EPR para avaliar tanto equações de efeito fixo quanto de efeito misto;
- Um teste de validação com dados independentes deve ser utilizado sempre que possível para complementar a decisão sobre as equações hipsométricas.



AGRADECIMENTOS

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de pesquisa.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, E. J. G. de; PELISSARI, A. L.; DAVID, H.C.; SCOLFORO, J. R. S.; PÉLLICO NETO, S.; MORAIS, V. A. Relação hipsométrica para candeia (*Eremanthus erythropappus*) com diferentes espaçamentos de plantio em Minas Gerais, Brasil. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, v. 32, n. 71, p. 257-268, 2012. DOI:10.4336/2012.pfb.32.71.257.

ACOSTA, H. A. B.; GARRETT, A.T.A.; LANSSANOVA, L.R.; DIAS, A.N.; TAMBARUSSI, E.V.; FIGUEIREDO FILHO, A.; GUIMARÃES, F.A.R.; CABRAL, O.M.V. Identidade de modelos hipsométricos para clones de eucalipto na região oriental do Paraguai. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 48, n.125, e3206, 2020. DOI: 10.18671/scifor.v48n125.16

ALVES, J.A.; CALEGARIO, N.; ROSADO, S.C.S.; SILVA, G.A.; POSSATO, E.L.; MELO, E.A. Equações hipsométricas para *Toona ciliata* com inclusão de covariantes. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v.27, n.2, p.581-595, 2017.

ANDRADE, V.C.L.; DUARTE, V.B.R. Equações hipsométricas para o híbrido *Eucalyptus urophylla* x *Eucalyptus camaldulensis* no cerrado tocantinense. **Revista de Ciências Agroambientais**, Alta Floresta, v.18, n.2, p.111-117, 2020.

ANDRADE, V. C. L.; KROETZ, E.A.; NICOLA, A.; SOUZA, P.B.; NOHAMA, F.K.; LEITE, H.G.; BINOTI, D.H.B.; BINOTI, M.L.M.S. Amostragem e agrupamento de dados de relação hipsométrica em inventários florestais de Cerrado Tocantinense. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, v.35, n.83, p.228-238, 2015.

CERQUEIRA, C. L.; ARCE, J.E.; FRANÇA, L.C. de J.; AMORIM, F.S.; SILVA, S. A. da; LISBOA, G. dos S. Influência da posição sociológica na relação hipsométrica de *Vochysia pyramidalis* Mart. **Advances in Forestry Science**, Cuiabá, v.6, n.1, p.501-506, 2019. DOI: 10.34062/afs.v6i1.6309.

KNOWE, S. A.; FOSTER, G. S.; ROUSSEAU, R. J.; NANCE, W. L. Height-age and Height-diameter relationships for monocultures and mixtures of eastern cottonwood clones. **Forest Ecology and Management**, v. 106, p. 115-123, 1998.

MIRANDA, R. O. V.; DAVID, H.C.; EBLING, A.A.; MÔRA, R.; FIORENTIN, D.; SOARES, I.D. Estratificação hipsométrica em classes de sítio e de altura total em plantios clonais de eucaliptos. **Advances in Forestry Science**, Cuiabá, v.1, n.4, p.113-119, 2014.



R Development Core Team (2015). R: A language and environment for statistical computing. **R Foundation for Statistical Computing**, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org/>.

RIBEIRO, A.; FERRAZ, A.C.; MELLO, J.M.; FERREIRA, M.Z.; LISBOA, P.M.M.; SCOLFORO, J.R.S. Estratégias e metodologias de ajuste de modelos hipsométricos em plantios de *Eucalyptus sp. Cerne*, Lavras, v. 16, n. 1, p. 22-31, 2010. DOI: 10.1590/S0104-77602010000100003.

SANTOS, M. J. F.; ANDRADE, V. C. L. Modelos de relação hipsométrica para um fragmento de cerrado sensu stricto no sul do estado do Tocantins. **Magistra**, Cruz das Almas, v. 30, p. 225 - 236, 2019.

SEPLAN. **Secretaria do Planejamento e Meio Ambiente**. Atlas Do Tocantins: subsídios ao planejamento à gestão territorial. 6. ed. rev. atu. Palmas: Secretaria do Planejamento e Meio Ambiente, 2012. 18-21p.

TOMÉ, M.; RIBEIRO, F.; FAIAS, S. Relação hipsométrica geral para *Eucalyptus globulus* Labill. em Portugal. **Silva Lusitana**, v. 15, n. 1, p. 41-55, 2007.

Contribuição de Autoria

1 Valdir Carlos Lima de Andrade

Engenheiro Florestal, Dr., Professor

<https://orcid.org/0000-0002-5559-9124> • vclandradeuft@gmail.com

Contribuição: Conceitualização; Curadoria de dados; Análise de dados; Pesquisa; Metodologia; Supervisão; Validação de dados e experimentos; Redação do manuscrito original; Escrita – revisão e edição

2 Thaís Schmitt

Engenheira Florestal, Ma.

<https://orcid.org/0000-0001-8996-1876> • thais.schmitt93@gmail.com

Contribuição: Conceitualização; Curadoria de dados; Análise de dados; Metodologia

3 Samuel de Pádua Chaves e Carvalho

Engenheiro Florestal, Dr., Professor

<https://orcid.org/0000-0002-5590-9049> • sam.padua@gmail.com

Contribuição: Conceitualização; Metodologia; Redação do manuscrito original; Design da apresentação de dados



4 Daniel Henrique Breda Binotti

Engenheiro Florestal, Dr.

<https://orcid.org/0000-0002-1493-8492> • danielhbbinoti@gmail.com

Contribuição: Conceitualização; Metodologia; Redação do manuscrito original; Design da apresentação de dados

5 Natalino Calegario

Engenheiro Florestal, PhD.

<https://orcid.org/0000-0001-8323-1223> • calegari@dcf.ufla.br

Contribuição: Conceitualização; Metodologia; Redação do manuscrito original; Design da apresentação de dados

Como citar este artigo

ANDRADE, V. C. L.; SCHMITT, T.; CARVALHO, S. P. C.; BINOTTI, D. H. B.; CALEGARIO, N. Modelos regionais de relação hipsométrica avaliados para plantio clonal de eucalipto em área de Cerrado. *Ciência Florestal*, Santa Maria, v. 33, n. 2, e67995, p. 1-20, 2023. DOI 10.5902/1980509867995. Disponível em: <https://doi.org/10.5902/1980509867995>.