

## MODELOS ANALÍTICOS PARA AVALIAÇÃO DE SISTEMAS FLEXÍVEIS DE MANUFATURA

**Carlos Alberto dos Santos Passos**

Chefe do Departamento de Automação da Manufatura  
Fundação Centro Tecnológico para Informática - CTI/IA  
CP 6162 - FONE: (0192)40-1011 - FAX: (0192)40-2029  
13081-970 - Campinas/SP

**Oscar Salviano Silva Filho**

Chefe da Divisão de Modelos Matemáticos  
Fundação Centro Tecnológico para Informática - CTI/IA  
CP 6162 - FONE: (0192)40-1011 - FAX: (0192)40-2029  
13081-970 - Campinas/SP

*Nas últimas décadas, a indústria de manufatura tem sido marcada profundamente pela introdução de novas tecnologias, as quais têm modificado os conceitos de produção. Aumento dos índices de produtividade, acompanhado por alta qualidade, são fatores que mostram a importância destas tecnologias na indústria atual. Os sistemas flexíveis da manufatura - FMS - são exemplos destas novas tecnologias. A complexidade destes sistemas cria a necessidade de se ter ferramentas que permitam a avaliação do seu desempenho. Neste artigo são discutidos aspectos relacionados a medidas de desempenho de sistemas FMS, para ajudar a tomada de decisão. Atenção especial é dada à utilização de modelos analíticos, na forma de redes de filas fechadas. Aspectos da implementação de um modelo simples de um FMS, usando modelos de redes de fila, são apresentados e os resultados das medidas de avaliação são discutidos.*

**Palavras-Chaves:** *sistemas flexíveis de manufatura, sistemas dinâmicos a eventos discretos, modelos de fila, medidas de desempenho, redes de filas fechadas.*

### 1. Introdução

Sistemas automatizados de manufatura são sistemas que executam as mais diversas operações, como por exemplo: operações com máquinas ferramentas (corte, fresamento, torneamento, etc.), soldagem, inspeção e montagem, em indústrias dos mais diferentes portes. Estes sistemas são compostos de tecnologias sofisticadas, que compreendem: máquinas controladas e/ou supervisionadas por computador, sistemas para manipulação de peças em fabricação (por exemplo, os robôs), veículos automatizados de transporte, etc. Em geral, estes sistemas são totalmente integrados, com funções e atividades controladas e supervisionadas por um computador central (SINGHAL et al., 1987; VOLLMAN et al., 1988).

A enorme flexibilidade, devida à automatização destes sistemas, tem como direção a busca de uma competitividade maior, a partir da melhoria da qualidade e da produtividade do processo produtivo. Sob este pretexto, novas tecnologias têm sido criadas, procurando um compromisso entre a eficiência dos sistemas repetitivos e a flexibilidade dos sistemas do tipo *job-shop*. Dentre estas novas tecnologias podem ser destacados os Sistemas Flexíveis de Manufatura - FMS, os quais são projetados para processar uma família de peças, em áreas de produção dedicada, com o objetivo de obter os seguintes melhoramentos: redução dos níveis de estoque (produtos acabados e em processo); redução dos tempos de preparação (trocas de ferramentas mais rápidas); redução dos custos de transporte e manipulação das peças em processo de fabricação; redução de desperdícios/retrabalho das peças produzidas; eficiência no cumprimento dos prazos de entrega do produto ao cliente; qualidade do produto; simplificação da estratégia de planejamento e controle da produção; etc.

Entretanto, como consequência direta da introdução destas novas tecnologias nos ambientes de manufatura, uma crescente variedade de problemas tem surgido, com respeito à questão de como melhor projetar, implementar e operar tais sistemas. Tais problemas ensejam muitas oportunidades de pesquisa em técnicas que, mesmo não indicando ao analista-projetista soluções ótimas, possam fornecer-lhe avaliações do desempenho do sistema, permitindo identificar e corrigir falhas de projeto ou de operação (SILVA Fo. et al., 1991).

A principal dificuldade encontrada para analisar sistemas desta natureza está na sua enorme complexidade, que pode ser atribuída a diversos fatores, dentre os quais podem ser destacados: em primeiro lugar, a dimensão do sistema, caracterizada pelo grande número de eventos ocorrendo paralela e/ou concorrentemente. Em segundo lugar, o comportamento estocástico em geral, caracterizado por: falha de máquinas, tempos de processamento aleatórios, possível escassez de matéria-prima, variabilidade de produtos, etc. Além disto, técnicas convencionais de controle e programação matemática são inadequadas neste caso, em razão da impossibilidade de modelagem de tais sistemas mediante equações integro-diferenciais uma vez que eles evoluem segundo eventos que ocorrem discretamente no tempo (SURI & WHITNEY, 1984). Basicamente por este motivo, os métodos analíticos (baseados na teoria de filas) e de simulação a eventos discretos vêm sendo largamente empregados na avaliação de desempenho destes sistemas (KALKUNTE et al., 1986; MAMALIS et al., 1987).

Este artigo introduz uma breve discussão sob os aspectos relacionados à avaliação de desempenho de FMS, por meio de modelos quantitativos. Neste caso, dá-se ênfase a uma classe particular de modelagem, baseada em redes de filas, e suas respectivas medidas de desempenho.

É importante salientar que o propósito do trabalho é, principalmente, promover a importância dos modelos analíticos como uma alternativa viável para que analistas, i.e., engenheiros, gerentes ou demais responsáveis por atividades relacionadas com o projeto e operação de FMS, possam obter com rapidez informações preliminares sobre o desempenho do sistema produtivo, a um baixo custo computacional. Para tornar este propósito mais claro, propõe-se como exemplo o estudo de um FMS que, apesar de ser de pequena dimensão, contém características reais de muitos FMS efetivamente

instalados no meio industrial. A análise do FMS proposto é feita utilizando o modelo de redes de fila do tipo fechada, a partir do qual se extrai uma série de medidas que permitem avaliar o seu desempenho.

## **2. Medidas de Avaliação de Desempenho de Sistemas FMS**

Um FMS é basicamente uma coleção de máquinas ferramentas, com alta capacidade de processamento, controladas numericamente e que estão conectadas a sistemas automatizados de transporte, estações de carga e descarga, locais de armazenagem e outras facilidades, todas integradas sob o controle de um computador. Estes sistemas são capazes de processar simultaneamente vários tipos de peças de modo aleatório e com diferentes volumes (KALKUNTE et al., 1986).

Com base na definição acima, pode-se perceber a complexidade que é estabelecer políticas de decisão para estes sistemas em todas as fases de seu ciclo de vida, i.e., desde a fase de projeto/implementação até as fases de operação e possíveis expansões. É importante ressaltar que não existem regras pré-definidas que permitam aos analistas estabelecerem essas decisões. Na verdade, a estes analistas cabe utilizar mecanismos de medição de desempenho que, aliados à sua experiência, permitam fornecer políticas de decisão apropriadas. A tabela 1, apresenta decisões típicas para FMS e algumas medidas de desempenho, que servem para auxiliar o projetista. Note que algumas destas medidas podem ser empregadas em mais de uma decisão. Conclui-se assim que o desempenho de um FMS pode ser avaliado por meio de algumas medidas quantitativas. Whitney (WHITNEY, 1984) classifica dois grandes conjuntos de medidas, a saber: um relacionado às peças e outro às máquinas. No primeiro conjunto destacam-se medidas de desempenho tais como: a taxa de produção e o tempo médio que uma peça gasta no sistema. A avaliação da taxa de produção do sistema permite prever o número adequado de paletes a serem empregados na produção.

O segundo conjunto avalia o desempenho das máquinas no sistema, incluindo também os sistemas de transporte, inspeção e o de carga e descarga. A avaliação de "gargalos" na produção é medida pelo número de peças em cada grupo de máquinas. A taxa de utilização é outra importante medida de desempenho.

Tabela 1: Relação entre decisão e medida de desempenho

DECISÕES	MEDIDAS DE DESEMPENHO
1. número e tipo de máquinas	utilização dos recursos
2. número de estações de carga e descarga	taxas de produção
3. tipos de peças	"work in process"
4. rota das peças	tempo do fluxo de peças
5. número de paletes	taxas de produção
6. número de transportadores	período de retorno
7. layout do sistema	retorno do investimento

### 3. Modelos de Avaliação de Desempenho para FMS

Para analisar sistemas de grande complexidade, como os FMS, é importante desenvolver modelos considerando as características mais significativas do seu comportamento. Neste sentido, é comum distinguirem-se duas classes de modelos, a saber: *os quantitativos*, que permitem calcular medidas de desempenho, a partir de valores fixados para os parâmetros do sistema e *os qualitativos*, que ajudam a treinar a intuição do projetista a respeito do sistema. Exemplos de modelos quantitativos são os analíticos e os de simulação.

Os modelos de simulação procuram, basicamente, imitar o comportamento do sistema quando em operação. Para isto, um procedimento computacional é implementado, buscando reproduzir passo a passo os eventos que ocorrem no processo real. O realismo do modelo dependerá da experiência do projetista. Quanto mais detalhado for o modelo, maior será o aumento do esforço computacional, dificultando, por conseguinte, o emprego desta técnica. Nos últimos anos, entretanto, a utilização de simulação vem sendo incrementada, principalmente, devido aos inúmeros pacotes que vêm sendo colocados comercialmente. Estes ambientes de simulação - cita-se por exemplo, o SLAM II, SIMAN/CINEMA, GPSS, dentre outros (ABED *et al.*, 1985) - apresentam a vantagem de terem linguagens orientadas as atividades de modelagem, permitindo menor esforço do projetista tanto na modelagem quanto na análise dos resultados (CARVALHO *et al.*, 1990).

Os métodos analíticos, aqui representados por modelos de redes de filas, conseguem de uma forma agregada integrar características essenciais de um sistema, tais como: a dinâmica de operação, as interações e as incertezas; sendo, por esta razão, adequados para a modelagem de uma grande variedade de sistemas, dentre os quais podem ser destacados os FMS (BUZACOTT & YAO, 1986). Estes modelos são utilizados para obter medidas de desempenho em estado de regime do sistema. Apesar de não se levar em conta o estado transitório do sistema, razoáveis estimativas sobre o desempenho podem ser calculadas. Do ponto de vista de sistemas de manufatura, medidas de desempenho em estado de regime podem incluir: a taxa média de produção por máquina, a taxa de utilização de cada máquina e do sistema como um todo e ainda

as taxas de congestão dos equipamentos de manipulação de material. Uma vez que a implementação desta técnica de modelagem, em computador, requer pouco armazenamento de dados e que o tempo de execução é não significativo, as informações resultantes (medidas de desempenho) serão apresentadas ao analista de forma quase imediata. É importante ainda destacar que, quando a rede de fila tem solução na forma de produto, eficientes técnicas computacionais podem ser derivadas. Como, por exemplo: "Operational Analysis" (DENNING & BUZEN, 1978) e "Mean Value Analysis" (MVA) (SURI & HILDEBRANT, 1984). Para esta última, inclusive, já existem pacotes interativos, disponíveis comercialmente, que são orientados para analisar sistemas de manufatura; como é o caso do MPX ("NDI MPX Academic Package").

Independentemente das posições favoráveis ou desfavoráveis que possam ser levantadas a respeito das duas técnicas acima referidas ( modelo de filas e simulação), o que realmente conta é que ambas vêm sendo aplicadas na prática e geralmente de forma integrada. De fato, tem-se observado um grande interesse em utilizar as técnicas de redes de fila ( abertas, fechadas, ou modelos aproximados) para uma avaliação preliminar do sistema, em que os parâmetros do modelo se encontram agregados e, em seguida, complementar o estudo a partir de uma modelagem mais detalhada do sistema mediante o emprego de simulação. Neste cenário, as redes de fila fornecem informações importantes sobre a operação do sistema em regime estacionário; enquanto a simulação possibilita uma visão do estado transitório (SINGHAL *et al.*, 1987; MAMALIS *et al.*, 1987; CHENG, 1985; HENNET *et al.*, 1991 e SILVA Fo, 1992).

#### **4. Modelos Analíticos para Avaliação de FMS**

De uma maneira geral, define-se um modelo analítico como sendo aquele no qual os parâmetros de desempenho desejados para a análise do sistema estão definidos mediante equações matemáticas que modelam a dinâmica do sistema. Quando essas equações são baseadas em conceitos da teoria de fila (KLEINROCK, 1975) pode-se dizer que as interações dos diferentes componentes do sistema estão representadas por uma rede de fila.

Uma rede de fila é uma rede de estações, na qual cada estação tem um centro de serviço, com um ou mais servidores, e estes têm associados espaços de armazenamento nos quais se formam as filas. Nessa rede circulam clientes em busca de serviço. Se todos os clientes forem do mesmo tipo tem-se uma rede monoclasse; caso contrário, diz-se que a rede é multiclasse. Além disso, pode-se caracterizar um modelo de rede de fila pelo caminho (ou rota) percorrido por cada cliente ao longo da rede, permitindo-se a seguinte classificação:

Modelos de redes abertas: em que os clientes entram no sistema seguindo um processo estocástico (p.ex. de Poisson), trafegam pela rede e deixam o sistema. Portanto, o número de clientes circulando é aleatório. Exemplo típico são as redes seriais; e

Modelos de redes fechadas: nelas clientes não entram nem saem do sistema. Existe um número constante indefinidamente na rede. Um exemplo são as redes cíclicas.

Na modelagem de um sistema tipo FMS por meio de redes de fila deve-se inicialmente procurar definir duas entidades básicas para o modelo, que são as estações e os clientes. As estações da rede podem representar: a) os centros de trabalho, contendo uma ou mais máquinas, com armazenagem local ou central e b) o sistema de transporte e manuseio de materiais. Dependendo do número de máquinas em um centro de serviço é possível caracterizar uma estação como de mono ou multi-serviço.

Há duas maneiras de se definir a entidade cliente em um FMS. A primeira considera as peças e a segunda considera os paletes como clientes da rede. Para o primeiro caso, os paletes são vistos como recurso ilimitado e assim pode-se modelar o sistema como uma rede do tipo aberto. Por outro lado, no segundo caso, os paletes são recursos limitados (existem em número fixo, pré-definido) o que permite modelar o sistema por uma rede fechada.

É importante salientar que os modelos de redes fechadas são mais apropriados para modelagem de FMS, devido ao fato de que neste tipo de sistema de manufatura, o número de paletes para cada tipo de peça é limitado (SURI, (1984)). Como conseqüência, para o restante do trabalho, serão considerados somente os aspectos teóricos relativos à modelagem por redes fechadas. Entretanto, é interessante salientar que para o caso de redes abertas o tratamento é, em geral, mais simples (GRAHAM, 1978).

Para a obtenção das equações relacionadas com as medidas de desempenho de um modelo de rede fechada, existem dois tipos de abordagem: a estocástica e a operacional. O primeiro tipo está relacionado com a teoria clássica de filas (KLEINROCK, 1975), que é inteiramente baseada no processo estocástico markoviano. Esta abordagem foi originalmente estabelecida por Jackson (JACKSON, 1957). Já a abordagem operacional permite estudar o comportamento da rede de fila sobre um horizonte finito de tempo e estende o campo de estudo aos modelos determinísticos.

## **5. Modelagem de um FMS por Redes de Fila Fechada**

Nesta seção será empregada a abordagem estocástica para a obtenção de um conjunto de medidas de desempenho para FMS, relacionadas a uma rede de fila do tipo fechado. Sem perda de generalidade considera-se que o sistema apresenta uma única classe de clientes circulando na rede, que será denominada de peça (note que isso não significa que as peças são necessariamente iguais, mas que pertencem a uma mesma família, o que é bastante usual na prática) e cada estação da rede conterà um único servidor, denominado de máquina. A extensão dos resultados para o caso multiclasse, multi-estação é praticamente direta (DUBOIS & CAVAILLE, 1982).

### **5.1 Hipóteses Básicas**

Em um ambiente automatizado de manufatura as operações ocorrem da seguinte maneira: as peças são processadas por diferentes máquinas. Quando uma máquina está ocupada, as peças que chegam esperam em fila, num determinado espaço de armazenamento. Assim sendo, pode-se concluir que as se peças deslocam ao longo de uma rede de fila durante todo o processamento.

Para poder relacionar as características físicas deste sistema com o modelo de redes de fila fechada é necessário estabelecer algumas hipóteses básicas, que delimitam a abrangência da análise. As hipóteses dadas a seguir foram estabelecidas por (GORDON & NEWELL, 1967) para modelos de redes fechadas monoclasse, monoservidor convenientemente ajustadas para aplicações em FMS por (SURI & HILDEBRANT, 1984):

*Hipóteses:*

- a) existe um número fixo de peças circulando no sistema;
- b) cada máquina tem um espaço de armazenamento suficientemente grande para acomodar as peças que requisitam trabalho;
- c) as peças a serem processadas esperam em fila, seguindo uma disciplina do tipo FIFO (i.e., primeira a chegar primeira a sair) e o tempo de processamento das peças nas máquinas independe do tipo de peça; e
- d) as peças trafegam na rede seguindo uma orientação probabilística.

*Comentários:* É importante neste ponto justificar brevemente a validade destas hipóteses:

- a) em um FMS, o número de paletes delimita a capacidade do sistema. Este número é finito e conseqüentemente define um número fixo de peças circulando no sistema. É considerado neste estudo que a relação entre paletes e peças é de um para um. Significando dizer que cada paleta contém apenas uma única peça. Desde que o número de paletes é constante, isto já justifica o emprego de redes fechadas.
- b) na prática, um dos maiores problemas é a limitação física dos sistemas, principalmente no que diz respeito a capacidade limitada de armazenamento. A hipótese de recursos ilimitados não é realista, entretanto Suri em (SURI, (1983)) mostra por meio de simulação que os resultados obtidos, no caso de estimativas de desempenho, são confiáveis.
- c) os tempos de serviço em estações de trabalho de um FMS são na prática determinísticos, ou seja, há pouca variabilidade no processamento individual das peças. Apesar disto, SURI (1983) apresenta uma justificativa teórica bastante rigorosa sobre a validade do emprego da função de distribuição exponencial para representar os tempos de serviço;
- d) a flexibilidade de um FMS permite que as peças circulem pelo sistema utilizando diferentes rotas, o que justifica plenamente a utilização de uma lei probabilística para o tráfego das peças pelas diferentes máquinas.

## 5.2 Solução na Forma de Produto para Rede de Fila Fechada

Sob o domínio destas hipóteses básicas, pode-se mostrar que existe uma solução estacionária (i.e. na forma de produto) para uma rede de fila fechada (GORDON & NEWELL, 1967), o que, em outras palavras, quer dizer que a modelagem do sistema real é feita considerando o sistema operando regularmente sem interrupções e em estado de regime, isto é, tempos gastos na preparação de máquinas, tempos de manutenção e outros eventos não previsíveis que possam ocorrer na produção, estão todos incluídos nos tempos probabilísticos de processamento.

Seja então uma rede de filas fechadas composta de  $M$  máquinas, que deverão operar o total de  $N$  peças. O estado da rede é descrito por um vetor de  $M$  posições,  $\vec{n} = (n_1 n_2 \dots n_M)^T$  onde os  $n_i$  indicam o número de peças, em um dado instante, na máquina  $i$ . A taxa de serviço na máquina  $i$  é dada por  $\mu_i$  e deste modo o tempo de serviço na  $i$ -ésima máquina tem uma distribuição exponencial com média  $1/\mu_i$ . A probabilidade de uma dada peça ir da máquina  $i$  (após ser processada) para máquina  $j$  é denotada por  $P_{ij}$ , para  $j \in [1, M]$ . A probabilidade conjunta, em estado de regime estacionário da rede estar no estado  $\vec{n}$ , isto é, a probabilidade de encontrar  $n_1$  peças na estação 1, ...,  $n_{M-1}$  peças na estação  $M-1$ ,  $n_M$  peças na estação  $M$ , tem a seguinte forma:

$$P(\vec{n}) = \frac{1}{G(N)} \prod_{i=1}^M (X_i)^{n_i} \quad (1)$$

onde:

$G(N)$  é uma constante de normalização, escolhida de tal modo que a soma de todas as probabilidades, em estado de equilíbrio, seja igual a 1; e

$X_i$  são números que relacionam a taxa média de visita de uma peça numa dada estação  $i$  com a taxa de serviço,  $\mu_i$ , nessa mesma estação. Estes números são determinados como solução direta do seguinte sistema de equações:

$$\mu_j X_j = \sum_{i=1}^M \mu_i X_i P_{ij}, j = 1, \dots, M \quad (2)$$

Os resultados (1) e (2) são válidos para o caso de as peças serem de um único tipo, ou seja, monoclasse. A extensão dos resultados para o caso multiclasse é dada em (BASKETT *et al.*, 1975).

A partir das equações na forma de produto (1) e (2) pode-se calcular a probabilidade conjunta para todos os estados da rede e, como consequência, determinar medidas de desempenho para o sistema. Infelizmente, para sistemas de grande dimensão, o número de estados existentes na rede é muito elevado e o cálculo direto por estas equações se torna impraticável. Assim, deve-se recorrer a algoritmos que permitam calcular os parâmetros de desempenho de uma forma mais rápida, como por exemplo os algoritmos de convolução e MVA ("Mean Value Analysis").

Conhecida a equação de equilíbrio, é possível calcular uma variedade de medidas de desempenho, as quais dependem diretamente de  $G(N)$ . A tabela 2, na seção 5.4, exhibe as expressões matemáticas para algumas dessas medidas de desempenho.

### 5.3 Algoritmo para Cálculo das Medidas de Desempenho

Basicamente, existem dois tipos de algoritmos que exploram a forma de produtos apresentada em (1) para o cálculo de medidas de desempenho, são eles:

- a) Algoritmo de Buzen (ou de convolução) (BUZEN, 1973): que é baseado no cálculo da constante de normalização  $G(N)$ ; e
- b) Algoritmo de Reiser (REISER et al., 1980): que é baseado no cálculo do primeiro momento estatístico (i.e., na média) dos parâmetros de desempenho do problema. Neste algoritmo, as medidas de desempenho são obtidas diretamente sem o cálculo da constante de normalização  $G(N)$ . Estes algoritmos são conhecidos na literatura como MVA (SURI & HILDEBRANT, 1984).

Neste estudo será utilizado o algoritmo de Buzen para a determinação das medidas de desempenho.

#### Algoritmo de Buzen

Quando a rede que modela o sistema encontra-se em estado de equilíbrio estatístico, a equação (1) torna-se igual a 1, para todos os estados do sistema restritos

a:  $\dot{n} \quad S(n)$  onde  $S(n) = \{ \dot{n} = (n_1, \dots, n_M) \mid \sum_{i=1}^M n_i = N \}$  é o espaço de estado do sistema. Sob esta condição, a equação (1), pode ser reescrita como segue:

$$G(N) = \sum_{\dot{n} \in S(N)} \prod_{i=1}^M (X_i)^{n_i} \quad (3)$$

onde os  $X_i$  são obtidos a partir de (2). O cálculo computacional de  $G(N)$ , empregando (3) é a grande dificuldade. Isto decorre do fato de ser necessário considerar nos cálculos todos os  $L = \binom{M+N-1}{N}$  possíveis estados do sistema. Isto significa um somatório de  $L$  termos, com cada termo envolvendo o produto de  $M$  fatores, os quais estão elevados a um determinado expoente na faixa  $[0, N]$ .

Buzen (BUZEN, 1973), desenvolveu um algoritmo eficiente para calcular  $G(N)$ . Esse algoritmo, que envolve cerca de  $2NM$  operações aritméticas, é derivado a partir das seguintes manipulações da equação (4), dadas abaixo:

$$G(N) = \sum_{\dot{n} \in S(N)} X_1^{n_1} \cdot X_2^{n_2} \cdot \dots \cdot X_M^{n_M} = \sum_{\substack{\dot{n} \in S(N) \\ c/n_M=0}} X_1^{n_1} \dots X_{M-1}^{n_{M-1}} + X_M \sum_{\substack{\dot{n} \in S(N) \\ c/n_M>0}} X_1^{n_1} \dots X_M^{n_M-1} \quad (4)$$

A partir de (4) obtém-se a seguinte recorrência :  $G(N) = G(N) + X.M.G(N-1)$ . Particularmente, se  $M = 1$  tem-se que  $G(n) = X_1^n$ , para  $n = 0, 1, 2, \dots, N$  e se  $N = 0$  têm-se  $G(N) = 1$ , para todo  $M$ .

O algoritmo para calcular  $G(N)$  é então formalizado da seguinte maneira: Conhecidos os valores para os  $X_j$ , adotam-se os seguintes três passos para calcular  $G$ .

- (Passo 1) Faça  $G(0)=1$  e  $G(i)=1$ ,  
 para  $i = 2,3,\dots,N$ ;  
 (Passo 2) Para  $k = 1,N$   
 Calcule:  $G(k)=X_1 * G(k-1)$ ;  
 (Passo 3) Para  $j = 2,M$  &  $k = 1,N$   
 Calcule:  $G(k)=G(k)+X_j * G(k-1)$ .

### 5.4 Medidas de Desempenho para FMS

Conhecidas as constantes  $G(1), G(2), \dots, G(N)$  pode-se escrever, a partir delas, as fórmulas analíticas que definem as medidas de desempenho para redes. A tabela 2 apresenta as medidas mais empregadas para o processo de avaliação de desempenho.

Tabela 2.: Medidas de desempenho para uma dada máquina  $i$

Medidas de desempenho	Fórmula
Taxa de utilização	$\rho_i = X_i G(N-1) / G(N)$
Proporção de vezes em que $n = k$	$P(n=k) = (X_i)^k [G(N-k) - X_i G(N-k-1)] / G(N)$
Número médio de peças na fila	$E(n_i) = \sum_{k=1}^N (X_i)^k \frac{G(N-k)}{G(N)}$
Taxa de saída do sistema	$TS = \frac{G(N-1)}{G(N)}$
Tempo de permanência na fila	$TP_i = \frac{E(n_i)}{\rho_i}$

A taxa de utilização ( $\rho_i$ ) pode ser interpretada como o número esperado de peças processadas em uma unidade de tempo, em outras palavras, denota a fração de tempo durante a qual uma estação de trabalho está ocupada. A probabilidade  $P(n_i=k)$  determina qual é a chance de existirem  $k$  peças na máquina  $i$ . Para  $k=1$  têm-se as chances de a máquina  $i$  estar ocupada.

O número esperado de peças na máquina  $i$  denota o comprimento médio da fila na máquina  $i$  (incluindo a peça em processamento). A taxa de saída do sistema é o número médio de peças processadas no sistema por unidade de tempo (*throughput*) e, por fim,  $TP_i$  denota o tempo médio gasto por uma peça na máquina  $i$ , incluindo o tempo de espera e o tempo de serviço. Esta última medida de desempenho é uma consequência imediata da lei de Little (LITTLE, 1961).

### 6. Exemplo de Aplicação.

Seja um sistema FMS, que obedece às hipóteses básicas do modelo de redes de fila, descrito na seção 5, e que tem as seguintes características: (1) os equipamentos disponíveis são: dois centros de usinagem (CU), uma retífica (RET), uma furadeira

vertical (FUR), um sistema de transporte e manuseio de peças (SMT); um armazém para os paletes; e estações de carga e descarga de paletes, como ilustrado na Figura 1; (2) as peças a serem processadas nesse sistema, todas pertencentes a uma mesma família, possuem duas ou três operações: a primeira operação pode ser realizada em qualquer um dos Centros de Usinagem; 40% das peças têm a segunda operação na retífica e a terceira operação na furadeira; e 60% das peças têm a segunda operação na furadeira; (3) o armazém de paletes tem capacidade para armazenar os paletes de peças de todas as máquinas. Cada uma das máquinas possui um sistema de troca automática de paletes e capacidade para armazenamento local de um paleta. Desta forma, é possível desprezar o tempo de transporte de paletes entre máquinas e entre a máquina e a armazenagem, já que uma vez terminado o processamento de uma peça, a próxima peça pode ser iniciada imediatamente.

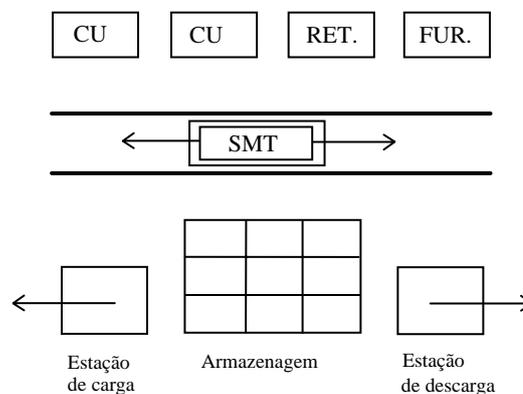


Figura 1: Representação esquemática do Sistema Flexível de Manufatura

O sistema proposto para estudo, embora de pequena dimensão, serve perfeitamente para a compreensão e validação dos algoritmos utilizados. Deve-se considerar que o número total de peças presentes no sistema depende do número de paletes disponíveis, este fato tem implicações diretas nas medidas de desempenho, conforme será mostrado.

A Figura 2 mostra o modelo de redes de filas fechadas do sistema em estudo, cujos valores para o roteamento foram escolhidos arbitrariamente. As filas 1, 2, 3 e 4 representam, respectivamente, os dois centros de usinagem, a retífica e a furadeira. Supõe-se que, a primeira operação de todas as peças são distribuídas proporcionalmente (50%) entre os centros de usinagem.

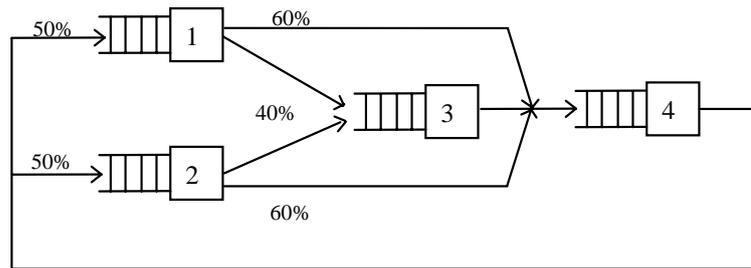


Figura 2: Modelo de filas para o FMS do exemplo

A tabela 3 fornece os dados empregados no exemplo. Deve-se notar que  $\mu_j$  representa a taxa de serviço de cada uma das máquinas. A matriz de roteamento é definida por  $P_{ij}$ , com seus elementos não-nulos indicando a probabilidade da peça ir do ponto  $i$  para o destino  $j$ .

As equações e os algoritmos necessários para a análise, conforme discutido nas seções 4 e 5 deste artigo, foram implementados em um microcomputador do tipo PC. Este ambiente é composto de uma interface homem-máquina que permite ao usuário configurar um sistema FMS. Todas as medidas de desempenho são fornecidas ao usuário, que pode, por meio destas, montar facilmente gráficos comparativos para a análise do sistema.

Tabela 3: Dados do exemplo

$u_j = [1/12 \quad 1/12 \quad 1/10 \quad 1/6] \text{ [u.t.] }^{-1}; \quad P_{ij} =$		0	0.4	0.6
		0	0.4	0.6
		0	0	1
		0.5	0.5	0

Os resultados obtidos para o exemplo, utilizando o ambiente acima, são apresentados nas figuras 3 e 4, que mostram, respectivamente, a taxa de utilização de cada máquina e os comprimentos médios das filas, conforme apresentado na tabela 2, ambos em função do número de paletes do sistema. Nestas figuras, as máquinas são identificadas pelos sub-índices 1, 2, 3 e 4 de acordo com a Figura 2. Analisando estes resultados, observa-se que a furadeira utiliza algo próximo de 80% de sua capacidade para  $N = 5$  e neste ritmo se aproxima bastante da saturação para  $N = 18$ . Neste caso esta máquina limita a utilização das outras. Observa-se que para  $N > 20$ , a taxa de utilização das demais máquinas fica constante. Observando agora a Figura 3, podemos comprovar que a furadeira é o elemento limitador da produção neste sistema, isto é, o comprimento médio de fila cresce numa taxa proporcional ao número de paletes no sistema. Por outro lado, o comprimento médio de fila das demais máquinas fica praticamente constante para  $N > 20$ .

As demais medidas de desempenho indicadas na tabela 2 podem ser extraídas diretamente das curvas apresentadas nas figuras 3 e 4. Como exemplo, podemos extrair os seguintes resultados: tempo de permanência em fila na furadeira para  $N=20$  é igual a  $13 \text{ [peças]} / 1 \text{ [[peça]/[u.t]]} = 13 \text{ [u.t.]}$  e a taxa de utilização do sistema é igual à taxa de saída da furadeira.

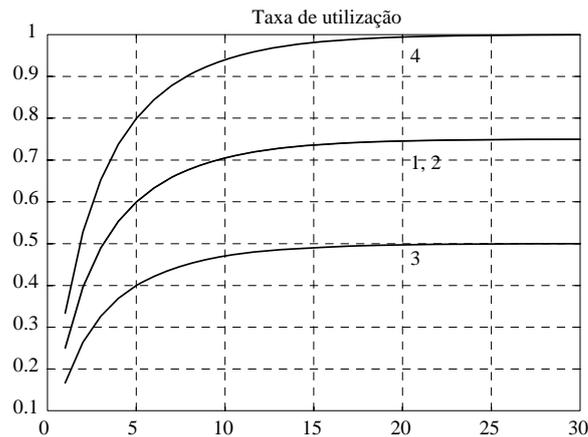


Figura 3: Taxa de utilização das máquinas versus número de paletes

A furadeira constitui o que se chama na prática de "gargalo" do sistema. Relacionando as taxas de utilização das máquinas, pode-se ter uma medida do quanto uma dada máquina está limitando as demais (LIPSKY & CHUCH, (1977)). Assim sendo, relacionando os centros de usinagem 1 e 2 e a retífica à furadeira, calculando-se para tanto:  $1/4$ ,  $2/4$  e  $3/4$ , conclui-se que estes limites são de aproximadamente 75% nos dois primeiros e 50% na retífica, para todo  $N$ . De posse de tais informações, o analista pode tomar decisões ou definir cenários que permitam melhorar o desempenho do sistema, por exemplo, prevendo a aquisição de uma nova furadeira, de modo a aumentar a capacidade de processamento, eliminando com isso o gargalo detectado.

Deste exemplo, pode-se concluir que, por meio da análise dos resultados é possível verificar, de forma não exaustiva, os seguintes pontos: (1) possíveis gargalos do sistema; (2) dimensionamento da área de armazenagem, em função do número de paletes; (3) quantidade de paletes necessária para uma determinada taxa de saída do sistema; e (4) tempo de permanência no sistema, utilizando a lei de Little, que relaciona a taxa de chegada com o número médio de paletes. A partir destes pontos, pode-se atuar no sistema de formas distintas, a saber: a) projetando o FMS: identificar gargalos para melhorar a performance do sistema, criando mais recursos de capacidade, por exemplo: dimensionar a área de armazenagem dos paletes; b) operando o FMS: dimensionar a quantidade de paletes para melhorar a produtividade; e c) Em ambos os casos: determinar o tempo de permanência média no sistema.

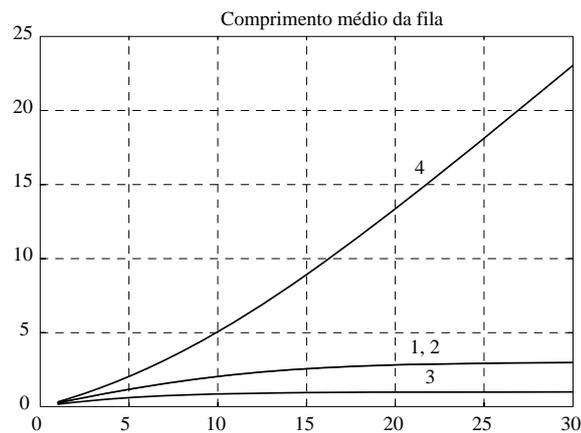


Figura 4 : Tamanho da fila nas máquinas versus número de paletes

## 7. Conclusão

A introdução de novas tecnologias nas indústrias de manufatura, é em geral muito cara e sua implantação e operação requer o emprego de ferramentas computacionais de apoio à decisão que permitam avaliá-las. A natureza complexa destas tecnologias traz uma série de dificuldades, devida principalmente a características como: incertezas, grande dimensão e a evolução a eventos-discretos de sua dinâmica. Como conseqüência, o emprego de técnicas de modelagem da teoria de controle e otimização fica com aplicação limitada a casos muito particulares. Por outro lado, técnicas avaliativas, como simulação e redes de filas, capazes de incorporar de forma integrada muitas destas características-chaves de operação destes sistemas, constituem uma opção bastante interessante a ser considerada.

Neste trabalho foi utilizado o esquema clássico de redes de filas fechadas, proposto por JACKSON (1957), que considera o sistema em estado de regime, obtendo-se então uma formulação analítica para as medidas de desempenho. A utilização de um número finito de paletes em FMS permite que se modele o sistema por redes de filas fechadas e conseqüentemente que se possa obter resultados sobre o desempenho do sistema de forma avaliativa.

Suri em (SURI, 1983) mostra que as hipóteses utilizadas quando se empregam redes de filas na forma de produtos (solução exata), como por exemplo as hipóteses: tempo de serviço com distribuição exponencial, filas de peças infinitas nos centros de trabalho, embora não coincidam com as características encontradas nos FMSs, fornecem resultados bastante próximos à realidade. Portanto, a simplicidade da utilização de tais modelos justifica plenamente o emprego desta técnica.

É importante ainda observar que alguns algoritmos de redes de fila, propostos recentemente na literatura para tratar sistemas tipo FMS, têm procurado desconsiderar as hipóteses acima, abrindo mão da simplicidade e da rapidez das soluções, mas ganhando em capacidade de representação do sistema, estabelecendo-se assim um compromisso entre simplicidade e rapidez versus complexidade e menor rapidez. Nesta evolução encontram-se os algoritmos aproximados que levam em conta o

fenômeno de bloqueamento de peças nos centros de serviços (ZHUANG & KHALIL, 1991).

### **Referências Bibliográficas:**

- ABED, S.Y.; BARTA, A.T.; MCROBERTS, K.L.: "A Quantitative Comparison of Three Simulation Languages: SLAM, GPSS, SIMSCRIPT", **Computers & Industrial Engineering**, Vol. 9, No. 1, p. 45-66, 1985.
- BASKETT, F.; CHANDY, K.M.; MUNTZ, R.R.; PALACIOS, F.G.: "Open Closed and Mixed Networks of Queues with Different Classes of Customers". **J. ACM**, 22, 248-260. 1975.
- BUZACOTT, J.A. & YAO, D.D.: "Flexible Manufacturing Systems: A Review of Analytical Models". **Management Science**, Vol. 32, No. 7, p. 890-905, 1986.
- BUZEN, J.P.: "Computational Algorithms for Closed Queueing Network with Exponential Servers". **J. ACM**, Vol. 16, No. 9, p. 527-531, 1973.
- CARVALHO, M.F.; FERNANDES, C.A.; SILVA FILHO., O.S.; FONTANINI, W.: "Simulação a Eventos Discretos". **Minicurso 80. CBA**, Belém, 1990.
- CHENG, T.C.E.: "Simulation of Flexible Manufacturing System". **Simulation**, Vol. 45, p. 299-302, 1985.
- DENNING, J.P. & BUZEN, J.P.: "The Operational Analysis of Queuing Network Models". **ACM - Computing Surveys**, Vol. 10, No. 3, p. 225-261, 1978.
- DUBOIS, D. & CAVAILLE, J.B.: "Théorie des Réseaux de Files d'Attente et Algorithmes pour l'Evaluation de Performance d'un Atelier de Production". **Rapport CERT/DERA**, No. 2-1/7278, 1982.
- GORDON, W.J. & NEWELL, G.F.: "Closed Queueing Systems with Exponential Servers". **Operations Research**, Vol. 15, No. 2, p. 254-265, 1967.
- GRAHAM, G.S.: "Queuing Network Models of Computer System Performance". **ACM Computing Surveys**, Vol. 10, No. 3, p. 219-224, 1978.
- HENNET J.C., PASSOS, C.A.S.; SMAILI, K.: "Optimal Routing of Products in Queueing Network Representing FMS". **European Control Conference**, ECC 91, Grenoble, France, 1991.
- JACKSON, J.R.: "Network of Waiting Lines". **Operations Research**, No. 5, p. 518-521, 1957.
- KALKUNTE, M.V.; SARIN, S.C.; WILHELM, W.E.: **Flexible Manufacturing System: A Review of Modeling Approach for Design, Justification and Operation**. Elsevier, Science Publisher, North Holland, p. 3-25, 1986.
- KLEINROCK, L.: **Queueing Systems I**. John Wiley, New York, 1975.
- LIPSKY, L & CHUCH, J.D.: " Applications of a Queueing Network for a Computer System". **Comp. Surveys**, Vol. 9, 1977.
- LITTLE, J.C.: "A Proof of the Queueing Formula  $L = W$ ". **Operations Research**, No. 9, p. 383-387, 1961.

- MAMALIS, A.G.; BILALIS, N.G.; KONSTANTINIDIS, M.J.: "On Simulation Modeling for FMS". **Simulation**, Vol. 48, p. 19-23, 1987.
- REISER, M. & LAVENBERG, S.: "Mean Value Analysis of Closed Multichain Queuing Networks". **J. ACM**, 27, p. 313-322, 1980.
- SILVA Fo., S.; CARVALHO, M.F.; FERNANDES, C.A.; FONTANINI, W.: "Management Decision Support System: Multidisciplinary Approach". **TIMS XXX**, Rio de Janeiro, 1991.
- SILVA Fo., S.; CARVALHO, M.F.; PASSOS, C.A.S.; FERNANDES, C.A.O.: "A Computational Environment to Evaluate FMS Based on Analytical and Simulation Models". **IFAC, Workshop on CIM in Process and Manufacturing Industries**, ESPOO, Finlândia, 1992.
- SINGHAL, K.; FINE, C.H.; MEREDIT, J.R.; SURI, R.: "Research and Models for Automated Manufacturing". **Interfaces**, Vol.17, p. 5-14, 1987.
- SURI, R.: "Robustness of Queueing Network Formulas". **ACM**, Vol. 30, No. 3, p. 565-594, 1983.
- SURI, R. & HILDEBRANT, R.: "Modeling Flexible Manufacturing Systems Using Mean Value Analysis". **Journal of Manufacturing Systems**, V. 3, p. 27-38, 1984.
- SURI, R. & TREVILLE, S.: "Full Speed Ahead". **OR/MS Today's**, p. 34-42, 1991.
- SURI, R. & WHITNEY, C.K.: "Decision Support Requirements in Flexible Manufacturing". **Journal of Manufacturing Systems**, Vol.3, p. 61-69, 1984.
- VOLLMAN, T.E.; BERRY, W.; WHYBARK, D.C.: **Manufacturing Planning and Control Systems**. Ed. Dow Jones, Homewood, 1988.
- WHITNEY, K.: "Control Principles in Flexible Manufacturing". **Journal of Manufacturing Systems**, Vol. 4, No. 2, 157-167, 1984.

**Agradecimento:** Os autores agradecem a valorosa colaboração dada pelos *referees* mediante comentários e sugestões a este trabalho.

### ***ANALYTICAL MODELS TO EVALUATION OF FLEXIBLE MANUFACTURING SYSTEMS***

*ABSTRACT - In the last decades, the manufacturing industry has been a deep transformation due the introduction of new technologies into the production system. Better improvement in the productivity and quality aspect show the importance of these technologies in modern industry. The FMS is a good example of this. The complexity of these systems creates the necessity for tools that permit to evaluate their performance. In this paper, aspects concerned to performance of the FMS systems to help a decision-maker are discussed. Special attention is given to queuing network model to evaluate design and operation of FMS. Aspects concerned to implementation of a simple model of FMS system are discussed and some results of the evaluation performance of the system using a queuing network are presented.*

**Key-words:** *FMS, discrete event dynamic systems, queuing network model, performance measure, closed queuing network.*