

O MODELO DE BANDAS CAMBIAIS TRADICIONAL POR UMA ABORDAGEM DE OPÇÕES

Maurício Kehdi Molan

Mestrando em Economia na EAESP/FGV.

E-mail: limamol@node1.com.br

RESUMO

Os estudos recentes sobre a dinâmica das taxas de câmbio quando sujeitas a um regime de bandas cambiais, em sua maior parte, são baseados no modelo formulado por Krugman em 1991. A existência de limites torna o comportamento de um ativo semelhante ao de uma combinação de opções, sendo o objetivo deste artigo utilizar essa abordagem e comparar seus resultados aos obtidos no modelo clássico. Observamos que esses resultados se diferenciam em alguns pontos do modelo original e a ele se assemelham em outros, gerando elementos para melhor compreensão do problema.

ABSTRACT

Most of the recent research about the behavior of exchange rates in a target zone regime is based in 1991 Krugman's model. The presence of limits makes an asset to behave as a combined price of options, and the goal of this research is to use this approach and compare its results to those obtained by the classical model. These results are different in some aspects and similar in others, providing some insights to a better comprehension of the subject.

PALAVRAS-CHAVE: Bandas cambiais, taxas de câmbio, opções, derivativos.

KEY WORDS: Target zones, exchange rates, options, derivatives.

INTRODUÇÃO

Um sistema de bandas cambiais visa a proporcionar à economia as vantagens dos regimes fixo e flutuante minimizando seus efeitos negativos. Dessa forma, podemos obter estabilidade sem a rigidez que caracteriza um sistema de câmbio fixo, aliada a uma flexibilidade sem excesso de volatilidade, como ocorre no caso de regimes de taxas flutuantes.

Sob um regime de bandas puro, a moeda, sujeita a restrições máximas e mínimas, está confinada apenas às flutuações dentro dos limites impostos. Quando atinge o teto ou o piso, o Banco Central atua de forma a impedir que a taxa de câmbio ultrapasse os limites estabelecidos. Desse modo, a defesa do preço da moeda por parte das autoridades monetárias passa a ser um problema esporádico ao invés de constante, como em um regime de paridade fixa.

Muito já foi realizado em termos de modelagem teórica e evidências empíricas dos modelos propostos em relação a esse tema. Esses estudos têm como objetivo maior a determinação do comportamento da taxa de câmbio dentro dos limites da banda, isto é, como e se a presença de um teto e de um piso influencia as expectativas dos agentes, suas ações e, conseqüentemente, a dinâmica do preço do ativo. Em seu artigo clássico, Krugman (1991) propõe um modelo que tem servido de base para a maior parte dos estudos nesse campo, envolvendo testes empíricos, inclusão de variáveis e relaxamento de pressupostos.

O objetivo deste artigo é a formulação de um derivativo hipotético que represente um ativo sujeito a limites superiores e inferiores em seu preço e simule seu comportamento. Isso consiste na reprodução do modelo de Krugman fazendo uso de opções.

Uma das vantagens dessa abordagem está no fato de que ela permite uma melhor compreensão do processo de precificação de uma opção de moeda estrangeira, quando esta se encontra sujeita a um regime de bandas. Se for possível demonstrar que o próprio câmbio se comporta como um derivativo de um ativo (que será denominado “fundamental” ou “fundamento” mais adiante), torna-se fácil compreender que uma opção cambial é uma opção composta, devendo ser precificada como tal, e não como uma opção comum¹.

Um segundo benefício está relacionado à determinação das influências que variáveis como volatilidade e taxa de juros, por exemplo, exercem sobre o valor de um ativo confinado a limites. Outras vantagens, mais subjetivas, são o fato de uma nova versão de um mo-

delo já existente permitir maior facilidade em sua compreensão e as possibilidades que podem surgir na implementação de estratégias financeiras utilizando-se o ativo (que já é uma opção) em conjunto com outros derivativos.

Para Krugman, a existência de bandas influencia o componente de expectativas, tornando as relações entre câmbio e fundamento diferentes do que seriam no caso de um regime de câmbio flutuante.

O MODELO DE KRUGMAN

O modelo formulado por Krugman² supõe que a taxa de câmbio é função de seus fundamentos e de um componente de expectativa. O fundamento, por sua vez, é composto pela oferta de moeda e por um termo de velocidade (correspondente a um choque estocástico e exógeno ao Banco Central). Para manter o câmbio dentro da banda, a autoridade monetária intervém por meio da moeda. Dessa forma, temos:

$$(1) \quad s(t) = f(t) + \alpha E_t(ds/dt)$$

$$(2) \quad f(t) = m(t) + v(t)$$

em que s é o logaritmo natural da taxa de câmbio, f é o fundamento, α é a elasticidade da taxa de câmbio com relação à taxa instantânea esperada de variação da moeda, m é a oferta de moeda (também em logaritmo) e v é o componente estocástico (velocidade).

Para Krugman, a existência de bandas influencia o componente de expectativas, tornando as relações entre câmbio e fundamento diferentes do que seriam no caso de um regime de câmbio flutuante.

O modelo possui dois importantes pressupostos. O primeiro é o de que a banda é defendida apenas por intervenções marginais, isto é, somente quando o câmbio atinge o piso ou o teto é que a autoridade monetária entra no mercado aumentando ou diminuindo a oferta de moeda. O segundo pressuposto implica perfeita credibilidade da banda, ou seja, os agentes realmente acreditam que essas intervenções ocorrerão e que os limites da banda serão respeitados.

Krugman assume ainda que o componente estocástico do fundamento segue um processo de movimento browniano, isto é, o equivalente a um *random walk* em tempo contínuo, representado por:

$$(3) \quad dv = \sigma dz$$

sendo dz um processo de Wiener:

$$(4) \quad dz = \varepsilon \sqrt{dt}$$

em que ε é uma variável aleatória de distribuição normal padronizada.

Isso significa que tanto o fundamento quanto o próprio câmbio seguirão o mesmo processo estocástico, isto é, um movimento browniano com *drift*:

$$(5) \quad df = \mu dt + \sigma dz$$

A solução de *free-float*, aquela que prevaleceria se o câmbio fosse flutuante, para a equação diferencial (1), que também poderia ser considerada como um câmbio sombra, seria:

$$(6) \quad s(t) = f(t) + \alpha \mu$$

Por fim, o modelo pressupõe a existência de mercados com perfeita mobilidade de capitais, representada por:

$$(7) \quad r = r^* + E_t(ds/dt)$$

isto é, a taxa de juros doméstica é igual à taxa de juros externa mais a expectativa de desvalorização da moeda.

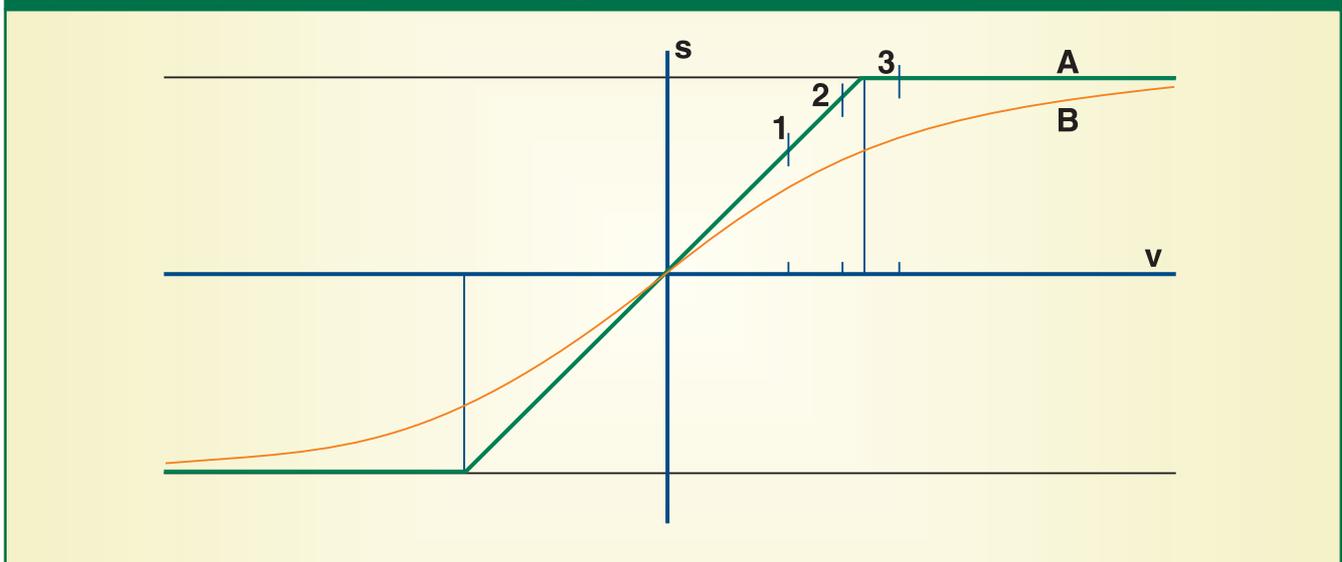
As principais conclusões do modelo podem ser mais bem visualizadas com o auxílio da Figura 1. Uma visão ingênua do problema poderia sugerir que a taxa de câmbio, dentro dos limites da banda, se comportaria como se o regime fosse de taxas flutuantes, tornando-se fixo ao atingir o teto ou o piso estabelecido. Perto do limite superior, no ponto 2, por exemplo, um choque positivo aumenta menos a taxa de câmbio do que um choque negativo da mesma magnitude. Isso pode ser observado pela curva A da figura. O conhecimento da atuação do Banco Central faz com que a curva B represente melhor o comportamento do ativo. Como v segue um *random walk*, isso implica uma expectativa de variação na taxa de câmbio negativa nesse ponto. Isso ocorre porque se sabe que a autoridade monetária atuará na oferta de moeda de forma a impedir um aumento maior da taxa de câmbio.

Os dois principais resultados dessa análise são os seguintes: em primeiro lugar, a inclinação da curva B é sempre menor do que 1, indicando o efeito estabilizador que o regime de bandas proporciona. Esse fato é caracterizado como *honeymoon effect*, em função da referência em Krugman (1987). Em segundo lugar, a curva obtida tende a possuir inclinação zero ao se aproximar dos limites da banda, quando o fundamento assume valores extremos. Esse resultado é conhecido como *smooth pasting*³.

O MODELO PROPOSTO

Para maior clareza de exposição, dividiremos a oferta de moeda e o termo de expectativas em duas partes. O primeiro componente da oferta de moeda poderia ser considerado a oferta de moeda “normal”, dada por

Figura 1 – Principais conclusões do modelo original



m_a , isto é, aquela que prevaleceria se o Banco Central não precisasse intervir para defender os limites da taxa de câmbio, enquanto a segunda seria a oferta de moeda dedicada exclusivamente à manutenção da banda, representada por m_b (oferta monetária de ajuste). Um procedimento semelhante será utilizado no caso das expectativas. O primeiro componente corresponde também às expectativas “normais”, isto é, de câmbio livre – $E_t^a(ds/dt)$ –, sendo o segundo um termo influenciado pela existência de bandas cambiais ou de qualquer outra limitação imposta pela autoridade monetária que seja de conhecimento dos agentes – $E_t^b(ds/dt)$. Será introduzida ainda a variável de controle u , que será igual a zero quando os agentes esperarem liberdade cambial e igual a 1 quando acreditarem plenamente que o Banco Central exercerá algum tipo de controle. Os casos em que u assume valores entre zero e 1 correspondem a incertezas e à falta de credibilidade plena nas políticas do Banco Central. Deixaremos essa situação para ser explorada em um estudo posterior.

Por fim, passaremos a considerar um novo fundamento – $f'(t)$ –, que englobará as expectativas que chamamos de “normais” – $E_t^a(ds/dt)$ –, de forma a fazer com que o câmbio sombra, ou de *free-float*, passe a ser o próprio fundamento.

Desse modo, temos as equações (1) e (2) modificadas para a forma geral:

$$(8) \quad s(t) = f(t) + m_b(t) + \alpha[E_t^a(ds/dt) + uE_t^b(ds/dt)]$$

$$(9) \quad f(t) = m_a(t) + v(t)$$

$$(10) \quad f'(t) = f(t) + \alpha[E_t^a(ds/dt)]$$

$$(11) \quad s(t) = f'(t) + m_b(t) + \alpha[uE_t^b(ds/dt)]$$

A atuação das autoridades monetárias definirá m_b :

$$(12a) \quad \text{se: } f'(t) < K_l, m_b = K_l - f'(t) > 0$$

$$(12b) \quad \text{se: } f'(t) > K_h, m_b = K_h - f'(t) < 0$$

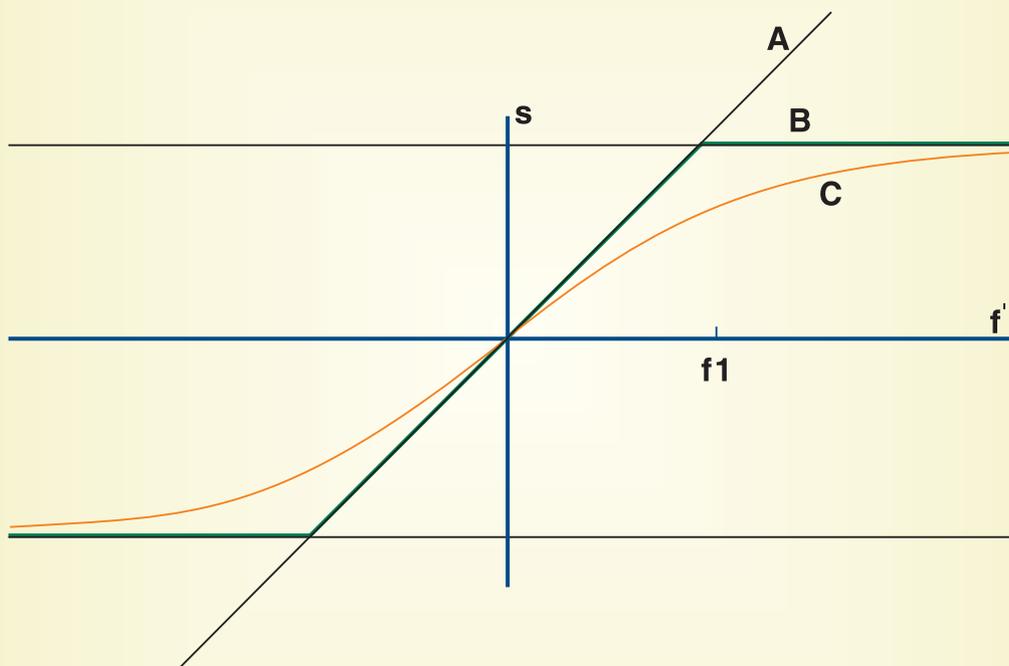
$$(12c) \quad \text{se: } K_l < f'(t) < K_h, m_b = 0$$

em que K_l é o limite inferior da banda (*low*) e K_h é o limite superior (*high*).

Podemos mostrar a relação entre as taxas de câmbio e o novo fundamento com a Figura 2. Os formatos das curvas B e C assemelham-se às possíveis combinações entre o preço de um derivativo (mais especificamente uma combinação de opções) e os valores do ativo-objeto.

A curva A representa os valores do câmbio no caso

Figura 2 – Relação entre taxa de câmbio em regime de bandas e fundamentos



de regimes de taxas flutuantes (m_b e u são sempre iguais a zero). A curva B representa o caso em que toda atuação das autoridades monetárias é inesperada ($u = 0$), correspondendo a uma utópica situação na qual as atuações do Banco Central não modificam as expectativas dos agentes, que continuam agindo como se estivessem sob um regime de câmbio fixo. A configuração dessa curva se assemelha à de um derivativo em sua data de vencimento. A curva C representa o valor do câmbio incorporando as expectativas dos agentes com relação aos limites, isto é, corresponde à taxa de câmbio em um regime de bandas ($u = 1$). Seu formato equivale ao preço de um derivativo antes de sua data de vencimento. Um regime de taxas fixas teria $K_h = K_l$, ou seja, uma curva horizontal (m_b seria quase sempre diferente de zero e u seria igual a 1).

Sumarizando:

$$(13) \text{ Curva A: } s(t) = f'(t)$$

$$(14) \text{ Curva B: } s(t) = f'(t) + m_b(t)$$

$$(15) \text{ Curva C: } s(t) = f'(t) + m_b(t) + \alpha[uE_t^b(ds/dt)]$$

Tornam-se mais claros, com essa abordagem, os motivos que diferenciam as configurações das curvas. Supondo-se que o valor do fundamento em um dado momento fosse igual a f_l , um investidor racional certamente teria uma preferência por possuir uma moeda estrangeira sob câmbio flutuante do que sob bandas. Isso ocorre porque as possibilidades de aumento de preço são bem maiores no primeiro regime do que no segundo. O mesmo raciocínio vale quando o preço da moeda tende a se aproximar do limite inferior, sendo mais atrativo estar comprado em um ativo cuja possibilidade de queda for limitada (no caso de bandas) do que no caso de este flutuar livremente. Portanto, para um dado fundamento, uma taxa de câmbio livre deve valer mais do que uma sujeita a limites, quando esta estiver acima do centro da banda, e menos do que ela, quando estiver abaixo.

Antes de iniciar a análise propriamente dita, cabe uma observação com relação à data de exercício. A utilização de opções nesta análise é apenas uma abstração teórica de forma a introduzir o papel das expectativas dos agentes na precificação de ativos sujeitos a limites. Assim, o exercício da opção propriamente dito não faz sentido, tornando relevante apenas a possibilidade de que este aconteça em um momento futuro. Não é conveniente, portanto, pensar nas opções como sendo americanas.

Para derivar a combinação de opções que deve reproduzir o comportamento de um ativo sob um regime de bandas, basta observar que o valor teórico do ativo, dado pela curva B, assemelha-se a uma posição comprada em uma *call* de um certo preço de exercício e vendida em outra com preço de exercício superior. O valor intrínseco dessa posição é $\max[0, \min(K_h - K_l, f' - K_l)]$, considerando-se K_l o menor preço de exercício, K_h o maior e f' o valor do ativo-objeto.

Como desejamos obter um valor intrínseco de $\max[K_l, \min(K_h, f')]$, que corresponde a uma situação de bandas cambiais de limite inferior K_l e superior K_h , basta somar ao portfólio de opções uma constante K_l .

Dessa forma, o câmbio sujeito a um regime de bandas será uma função do câmbio sombra, representado pela seguinte equação:

$$(16) s = K_l + c(f', K_l) - c(f', K_h)$$

em que $c(f, K)$ é uma opção de compra do ativo-objeto f a um preço de exercício K . Utilizando a fórmula de precificação de Black and Scholes⁴ para resolver a equação (16), temos:

$$(17) c(f', K_l) = f'N(d1) - K_l e^{-r(T-t)}N(d2)$$

$$(18) d1 = \frac{[\ln(f'/K_l) + (r + \sigma^2/2)(T-t)]}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

$$(19) d2 = d1 - \sigma\sqrt{(T-t)}$$

em que $N(d1)$ é uma função de distribuição de probabilidade acumulada padronizada, r é a taxa de juros livre de risco, $(T-t)$ é o tempo restante para o vencimento e σ é a volatilidade do ativo.

Calculando a *call* do limite superior:

$$(20) c(f', K_h) = f'N(d1) - K_h e^{-r(T-t)}N(d2)$$

$$(21) d1 = \frac{[\ln(f'/K_h) + (r + \sigma^2/2)(T-t)]}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

Substituindo em (16) as equações (17) e (20), o valor do ativo será dado por:

$$(22) s = K_l + f'N[d1(K_l)] - K_l e^{-r(T-t)}N[d2(K_l)] - f'N[d1(K_h)] + K_h e^{-r(T-t)}N[d2(K_h)]$$

$$(23) s = f' \{N[d1(K_l)] - N[d1(K_h)]\} + K_l \{1 - e^{-r(T-t)}N[d2(K_l)]\} + K_h e^{-r(T-t)}N[d2(K_h)]$$

que corresponde à solução para a equação (15).

RESULTADOS OBTIDOS

Com o objetivo de estabelecer uma comparação entre os resultados do modelo tradicional e os obtidos neste estudo, serão feitas uma simulação de valores e uma posterior análise gráfica comparativa. Para tal, serão utilizados dados hipotéticos relativos às variáveis que chamaremos de exógenas, como os parâmetros da banda, o prazo de vencimento, a taxa de juros e a volatilidade; a equação (23) relacionará em um gráfico o preço do ativo sob bandas para cada valor possível do fundamento.

Torna-se importante neste ponto transpor o racional implícito na influência que as variáveis exógenas exercem sobre as opções comuns, para o caso específico do câmbio. Os motivos que ligam os parâmetros utilizados a esses diferentes ativos nem sempre são os mesmos. Foi seguindo essa idéia que o modelo proposto deliberadamente ignorou as taxas de juros em moeda estrangeira. Por meio da abordagem tradicional de precificação de moedas, os primeiros termos das equações (17) e (20) deveriam ser descontados à taxa de juros externa. Isso ocorreria porque o detentor da opção, ao contrário do detentor do ativo, não se beneficia dos ganhos que a posse deste último proporciona. Não é o que acontece em nosso modelo, no qual as opções são utilizadas apenas para representar os limites, sendo

tanto o detentor do ativo-objeto (o câmbio sombra) quanto o do derivativo definido remunerados pela taxa de juros na moeda em questão.

As curvas da Figura 3 representam os resultados alcançados⁵.

A comparação do gráfico obtido com a ilustração do modelo tradicional leva a duas conclusões imedia-

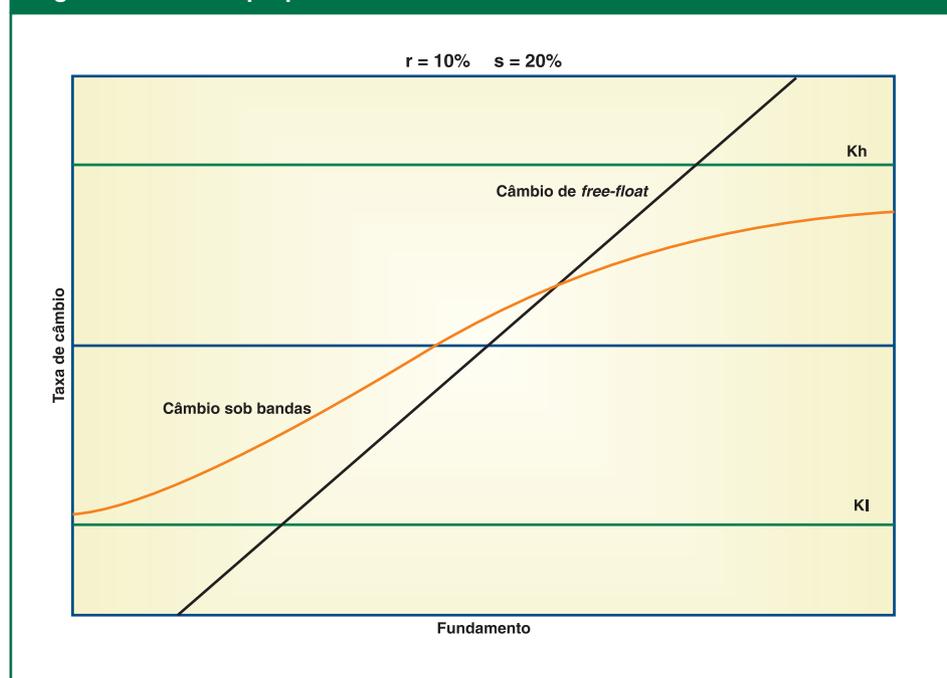
Portanto, para um dado fundamento, uma taxa de câmbio livre deve valer mais do que uma sujeita a limites, quando esta estiver acima do centro da banda, e menos do que ela, quando estiver abaixo.

tas. Em primeiro lugar, podemos observar que os dois resultados principais de Krugman ocorrem também no modelo de opções. O *smooth pasting* e o *honeymoon effect* podem ser facilmente verificados graficamente. Em segundo lugar, podemos notar que o novo modelo possui uma característica marcante que o diferencia do anterior: a existência de assimetria. Isso significa que o comportamento do câmbio acima do centro da

banda não é igual ao que ocorre quando o ativo está abaixo, diferentemente do modelo de Krugman. A volatilidade e a taxa de juros são as principais responsáveis por essa característica.

A Figura 4 ilustra as diferenças nos padrões que podem surgir pela ocorrência de volatilidades diversas⁶. Quando as volatilidades tenderem a zero, os preços tenderão a seus valores teóricos e a curva se assemelhará à obtida pela equação (14) – curva B da Figura 2. Para volatilidades diferentes de zero, a inclinação da curva é sempre menor do que um, tendendo a zero quando o desvio-padrão for a infinito. Dessa forma, verificamos que a volatilidade do ativo é a princi-

Figura 3 – Modelo proposto



pal responsável pelo que se chama *honeymoon effect*, sendo tanto maior o efeito estabilizador da banda quanto o for a variância do câmbio.

A assimetria gerada pela volatilidade vem do fato de que o modelo de precificação de opções entende não ser possível a ocorrência de valores negativos para o ativo. Desse modo, existe um limite inferior natural para o preço da moeda (zero) com ou sem intervenções das autoridades monetárias. Na Figura 5, que

pressupõe o limite inferior da banda como sendo igual a zero, podemos observar que o valor do câmbio, quando próximo a este, equivale à taxa de *free-float*⁷.

A presença das taxas de juros domésticas no modelo provoca dois efeitos de naturezas distintas, sendo o primeiro resultado semelhante ao descrito com relação à taxa de juros na moeda estrangeira. A posse de uma *call* proporciona ao investidor os ganhos com a alta do ativo sem os custos de carregamento

que uma posição comprada nele acarretaria. Dessa maneira, o benefício é tanto maior quanto o forem as taxas de juros, o que se reflete no preço da opção. Tal fato, entretanto, não pode ser transportado para o modelo de câmbio pelos motivos já descritos.

O segundo resultado refere-se ao surgimento de uma “sub-banda”, em razão de o modelo considerar como limite superior o teto nominal descontado pela taxa de juros. Considerando que a credibilidade da banda é total, realmente não faz sentido uma posição comprada no ativo quando o valor deste tende ao topo da banda, já que não haveria possibilidade de uma variação em seu preço que superasse o custo de carregamento dado pelos juros. Na Figura 6, podemos observar que, em um nível mais alto de taxa de juros, o câmbio tenderia a valer mais do que aquele sob uma taxa menor (resultado já questionado), até se aproximar assintoticamente da “sub-banda” superior, quando passa a valer menos⁸.

CONCLUSÕES

Verificamos que as principais conclusões do modelo de Krugman foram também observadas no presente estudo, contando com alguns avanços e dificuldades adicionais. Dentre as principais limitações do modelo de opções,

Figura 4 – O papel da volatilidade

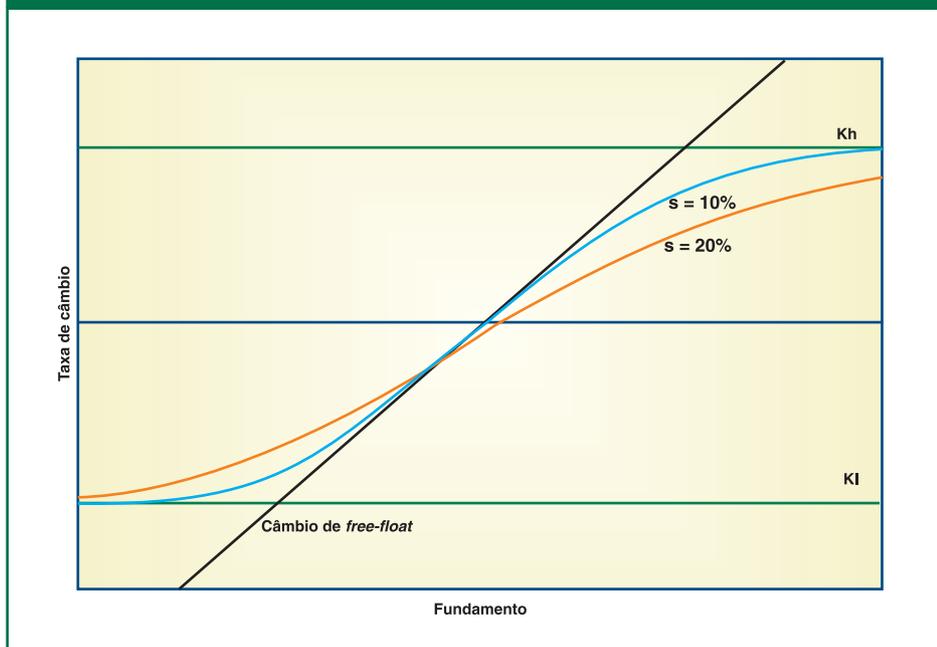
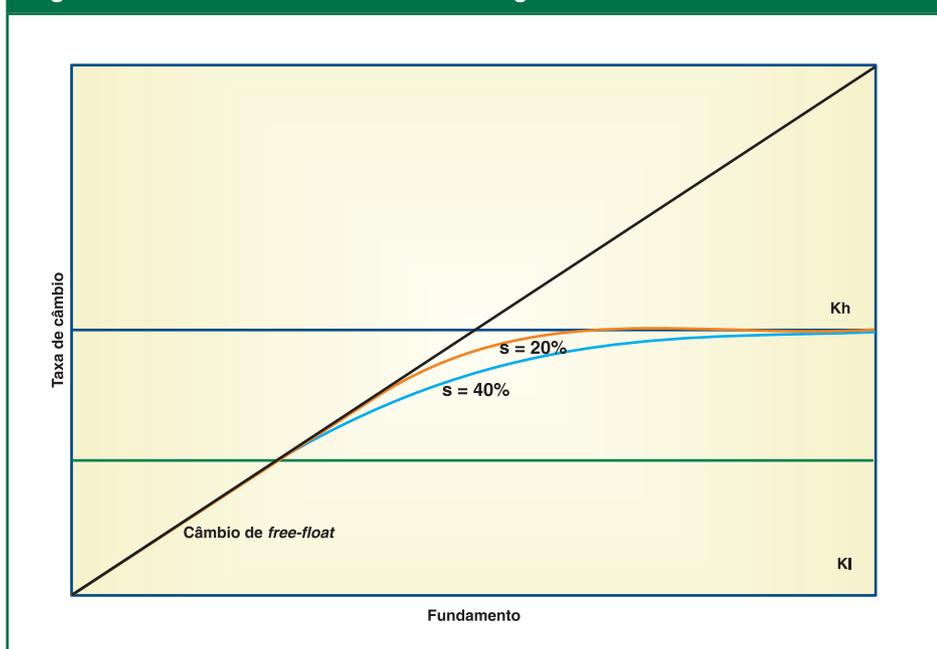


Figura 5 – O modelo com o limite inferior igual a zero



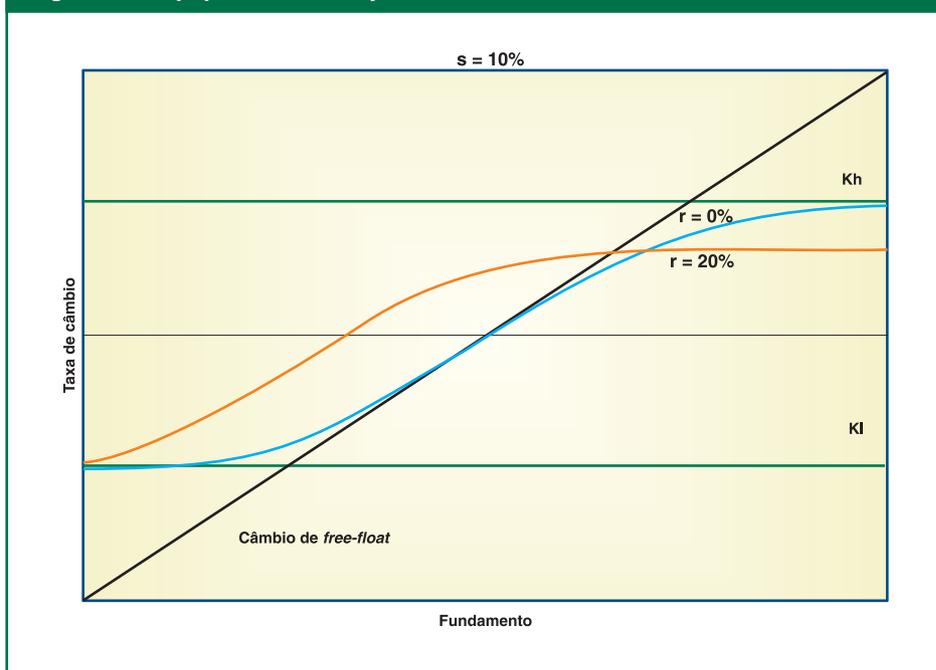
estão o já mencionado problema da taxa de juros e uma melhor compreensão do significado do prazo de vencimento dos derivativos formulados. Por outro lado, parece intuitiva a presença da assimetria e do “subteto”, muito embora tais características possam vir a ser consideradas estatisticamente insignificantes na prática.

Assim como a formulação de Krugman não se sustentou nos testes empíricos, é certo que as tentativas de comparar o modelo derivado neste estudo com a realidade serão redundantes. As premissas de intervenção marginal das autoridades monetárias e de perfeita credibilidade da banda impedem um melhor desempenho empírico do modelo. A introdução de um mecanismo de realinhamento⁹ no modelo de Krugman permitiu a presença de credibilidade imperfeita, e a possibilidade de intervenções intramarginais do Banco Central, admitida em trabalhos posteriores, tornou o modelo mais realista.

Dessa forma, acreditamos que os próximos passos necessários, além da superação das limitações já descritas, consistem na introdução de mecanismos que possibilitem o relaxamento dos pressupostos cruciais. Somente assim poderemos ter um modelo que produ-

za resultados compatíveis com as observações empíricas, que podem ser descritas do seguinte modo: “Bandas cambiais são mais bem descritas como sendo similares a flutuações administradas com intervenções intra-marginais e revertendo à média com intervenções marginais adicionais de defesa da banda nos raros casos em que a taxa de câmbio atinge os limites. O ‘honeymoon effect’ é provavelmente importante, enquanto o ‘smooth pasting’ e as não linearidades parecem empiricamente insignificantes” (Svensson, 1992, p. 136). ○

Figura 6 – O papel da taxa de juros



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

KRUGMAN, Paul. *Trigger strategies and price dynamics in equity and foreign exchange markets*. Cambridge : National Bureau of Economic Research, 1987. Working Paper 2459.
 KRUGMAN, Paul. Target zones and exchange rate dynamics. *Quarterly Journal of Economics*, v. 56, n. 3, p. 669-682, Aug. 1991.
 SVENSSON, Lars E. O. An interpretation of recent research on exchange rate target zones. *Journal of Economic Perspectives*, v. 6, n. 4, p. 119-144, Fall 1992.

NOTAS

1. Para precificação de opções de moeda estrangeira em bandas, ver: DUMAS, Bernard, JENNERGREN, L. Peter, NASLUND, Bertil. Realignment risk and currency option pricing in target zones. *European Economic Review*, v. 39, p. 1523-1544, 1995.
2. Sobre o modelo de Krugman, avanços e literatura disponível, ver Svensson (1992).
3. Para melhor compreensão sobre *smooth pasting*, ver: DIXIT, Avinash. Investment and hysteresis. *Journal of Economic Perspectives*, n. 6, p. 107-132, Winter 1992.
4. Com relação às estratégias financeiras utilizando opções e sobre o modelo de Black and Scholes, ver: HULL, John C. *Options futures and other derivative securities*. New Jersey : Prentice-Hall, 1989.
5. Utilizamos para esse gráfico os seguintes valores hipotéticos: $K_f = 80$, $K_h = 120$, $r = 10\%$ a.a., $s = 20\%$ a.a., $(T - t) = 1$ ano e f' variando de 60 a 140.
6. Nesse caso, $r = 0\%$ e $s = 10\%$ ou $s = 20\%$, sendo os outros valores iguais aos do gráfico anterior.
7. $K_h = 20$, $K_f = 0$, $r = 0\%$, $s = 20\%$ ou 40% , $(T - t) = 1$ ano e f' varia de 0 a 40.
8. $K_h = 120$, $K_f = 80$, $r = 0\%$ ou 20% , $s = 10\%$, $(T - t) = 1$ ano e f' varia de 60 a 140.
9. Significa admitir a possibilidade de mudança da banda. Tal mecanismo pode ser encontrado em DUMAS, Bernard, JENNERGREN, L. Peter, NASLUND, Bertil. Realignment risk and currency option pricing in target zones. *European Economic Review*, v. 39, p. 1523-1544, 1995 e SVENSSON, Lars E. O. The term structure of interest rate differentials in a target zone. *Journal of Monetary Economics*, v. 28, p. 87-116, 1991.