

Fórum Perspectivas Práticas

O problema das matrículas escolares: uma discussão sobre a melhoria das regras utilizadas em São Paulo

Gustavo Andrey de Almeida Lopes Fernandes¹

¹ Fundação Getúlio Vargas / Escola de Administração de Empresas de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Administração Pública e Governo, São Paulo / SP — Brasil

A adoção de mecanismos de escolha escolar é pouco estudada no Brasil, apesar do seu crescente uso em outros países, sobretudo, nos EUA. Neste artigo, com o uso de instrumental teoria dos jogos, o sistema de matrículas escolares do município de São Paulo é analisado. Por não usar as preferências dos alunos, verifica-se que o sistema não atende a nenhum dos conceitos desejados de um mecanismo de alocação: estabilidade, não manipulação e eficiência. Alternativamente, é proposta adoção do mecanismo de Gale-Shapley. Simulações são realizadas para corroborar os resultados teóricos, indicando enorme potencial de ganhos com a mudança do sistema existente.

Palavras-chave: educação; governos subnacionais; matrícula escolar; teoria dos jogos.

El problema de las reglas de matrícula escolar: una discusión sobre los cambios en la mayor ciudad de Brasil

La adopción de mecanismos de elección escolar es poco estudiada en Brasil. En este artículo, con el uso de la teoría de los juegos, el sistema de matrices escolares del municipio de São Paulo es analizado. Por no usar las preferencias de los alumnos, verificase que el sistema de São Paulo no atiende las principales cualidades de un mecanismo de asignación: estabilidad, no manipulación y eficiencia. Alternativamente, se propone utilizar el mecanismo de Gale-Shapley. Simulaciones son realizadas para corroborar los resultados históricos, exigiendo enormes potencialidades de ganancias con el cambio del sistema existente.

Palabras clave: educación; gobiernos subnacionales; registro escolar; teoría de los juegos.

The problem of school enrollment rules: what can be changed in the largest city in Brazil

School choice is an issue little studied in Brazil, despite its huge importance, especially in the USA. In this paper, using game theory, how students are allocated in municipality of São Paulo is analyzed. As students' preferences are not taken into account, the São Paulo system does not meet the main qualities of an allocation mechanism: stability, non-manipulation and efficiency. Alternatively, the use of the Gale-Shapley mechanism is proposed. Simulations are performed confirming theoretical results and also indicating a huge potential for improvement in the system.

Keywords: education; subnational governments; school choice; game theory.



DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/0034-7612163466>

Artigo recebido em 4 maio 2016 e aceito em 27 abr. 2018.



1. INTRODUÇÃO

A democratização do acesso ao ensino tem sido um processo lento no Brasil. Apesar dos contínuos esforços, a existência de opção de escolha pelos alunos em sistemas de matrícula escolar é um fenômeno relativamente novo, tendo sido introduzido pioneiramente nos EUA em meados dos anos 1990. A falta de homogeneidade da rede escolar cria preferências por parte dos alunos sobre cada uma das escolas. Fatores como qualidade do corpo docente e infraestrutura são importantes indutores de atratividade. No entanto, em boa parte dos sistemas de matrícula escolar no Brasil, a única informação utilizada é o local de residência do aluno. Neles, aonde se irá estudar acaba sendo condicionado ao nível de renda do estudante, que é decisivo na decisão sobre moradia. Dessa forma, ao se levar em conta a preferência dos alunos no processo de admissão na rede de ensino público, amplia-se a democratização do acesso à escola, pois é possível minorar o papel da residência e, com isso, da renda.

A introdução da escolha no processo de matrículas, entretanto, não ocorre sem obstáculos. A enorme dimensão da rede pública de ensino cria a necessidade do desenvolvimento de mecanismos sofisticados, capazes de incorporar simultaneamente os critérios de prioridades estabelecidos pelo poder público para alocação dos estudantes, bem como a preferência dos alunos sobre as escolas. Ademais, como demonstrado por Roth (2002) e Roth e Sotomayor (1990), existe um inevitável *trade-off*: o melhor resultado para os alunos, em termos de satisfação de suas preferências, é o pior no tocante à observância das regras de prioridades do poder público e vice-versa. Assim, é fundamental o uso apropriado de instrumentos de teoria dos jogos para um maior entendimento do processo alocativo inerente ao sistema de matrículas escolares, levando ao desenvolvimento de procedimentos superiores. Em linhas gerais, buscam-se regras à prova de manipulação, eficientes e sem situações de injustiça. Isso já ocorreu com relativo sucesso em importantes cidades dos Estados Unidos como Boston e Nova York (Ergin e Sönmez, 2006; Abdulkadiroğlu et al., 2005).

É importante destacar que o processo de escolha escolar também envolve outras questões fundamentais. Inequivocamente, escolas com melhor qualidade são necessárias. Além disso, outros fenômenos como *cream-skimming* por parte das instituições, assimetria de informação e capacidade desigual de vocalização são também importantes (Corcoran e Cordes, 2017; Hoxby, 2003). De todo modo, ainda que tais problemas não sejam resolvidos apenas pela melhoria das regras das matrículas escolares, são inegáveis os ganhos com a adoção de procedimentos melhores, sobretudo, ao se evitar que a segregação urbana se torne segregação escolar, além de ampliar consideravelmente a democracia do sistema.

No Brasil, a introdução da escolha no âmbito da rede pública é recente, sendo a literatura de administração pública sobre o tema praticamente inexistente. Desse modo, o objetivo principal deste artigo é avaliar o processo de matrículas na Rede Pública de Ensino de São Paulo introduzindo-se uma importante área de pesquisa, com potencial de aplicação em milhares de municípios no país. Após essa breve introdução, buscar-se-á modelar o problema da escolha escolar, introduzindo os conceitos desejáveis em um mecanismo de alocação: estabilidade, não manipulação e eficiência. Na terceira seção, o sistema de matrículas antecipadas de São Paulo é apresentado, discutindo-se detalhadamente os principais problemas existentes. Em seguida, alternativas são propostas, com especial ênfase para o algoritmo de Gale Shapley, avaliado em seguida, por meio de simulações.

2. SISTEMAS DE MATRÍCULAS ESCOLARES

Um dos maiores desafios enfrentados na literatura de políticas públicas é o desenho de mecanismos adequados para a provisão de serviços públicos (Roth e Sotomayor, 1990; Roth e Peranson, 1999; Roth, 2002). No caso de problemas de escolha escolar, a intervenção mais famosa na literatura é a de Boston, nos Estados Unidos.¹ Em 2005, o governo local implantou profundas mudanças no sistema de matrículas, adotando um mecanismo estável ótimo para os estudantes, inspirado no algoritmo de “Deferred Acceptance” de Gale e Shapley (1962). Um mecanismo consiste na regra utilizada para alocação de alunos em escolas. Esse novo modelo suplementou o chamado mecanismo de Boston, cuja utilização determinava severas dificuldades para pais e alunos.

A experiência da cidade mostra que a adoção de um procedimento centralizado exige cuidados. Uma qualidade desejável de um mecanismo de alocação de alunos é não ser manipulável. A dinâmica induzida por um procedimento manipulável abre espaço para diferenciação entre bons e maus jogadores, pois revelar a verdadeira preferência sobre as escolas não é sempre a melhor opção. Isso torna o processo de matrículas escolar complexo, pois demanda adoção de uma estratégia não óbvia pelos pais.

Espera-se também de qualquer mecanismo a seleção de um *matching*, ou seja, uma alocação de alunos em escolas, em que não exista a possibilidade de melhorias unilaterais, sem ônus para terceiros. Em outras palavras, supõe-se que o procedimento produza alocações Pareto Eficientes. Finalmente, outro critério é a eliminação da inveja justificada, ou seja, quando um aluno, que tem maior prioridade em uma escola, é preterido em favor de outro estudante, e acaba sendo matriculado numa unidade de ensino considerada, por ele, inferior. Um pareamento entre escolas e alunos é estável quando não há situação de inveja justificada (Abdulkadiroğlu e Sönmez, 2003).

A importância da estabilidade para a durabilidade de mecanismos centralizados em diversos mercados foi investigada por Roth (2002). No caso brasileiro, o bloqueio de um *matching* instável é feito pelo discente, pois, ao aluno com inveja justificada, é permitido recorrer à justiça a fim de reclamar a violação de seus direitos. Em virtude disso, como forma de garantia de estabilidade jurídica do mecanismo de alocação é desejável que ele seja um mecanismo estável.

3. O SISTEMA DE ENSINO PÚBLICO DE SÃO PAULO

O Sistema de Ensino Público de São Paulo é dividido em três grandes ciclos: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, sendo mantido conjuntamente pelo governo municipal e estadual. Basicamente, a oferta de Ensino Infantil é disponibilizada pelo município, enquanto a Educação Média é oferecida pela rede estadual. Já no Ensino Fundamental coexistem as redes estaduais e municipais.

Em termos numéricos, o processo de matrículas da Rede Pública de Ensino de São Paulo é um dos maiores problemas de alocação existentes no mundo com 1.589.069 alunos matriculados em 2015. Nova York, por exemplo, possui aproximadamente um milhão de alunos (Abdulkadiroğlu et al., 2005). A capital paulista é dividida em 13 microrregiões, cuja administração é compartilhada pelo estado e pela prefeitura. O mecanismo é definido anualmente por meio de resoluções, por exemplo,

¹ Exemplos da vasta literatura sobre o mercado escolar de Boston podem ser encontrados em Abdulkadiroğlu e colaboradores (2005, 2003), Chen e Sönmez (2006), Ergin e Sönmez (2006), entre outros.

para 2018, pelas Resoluções SE 33, Resolução SE 34, ambas de julho de 2017 da Secretaria Estadual de Ensino de São Paulo. A supervisão da rede pública é de encargo das Delegacias de Ensino, enquanto a Rede Municipal é submetida às Coordenadorias de Ensino, ligadas ao poder municipal.

Em decorrência da organização distrital, cada estudante somente pode pleitear uma vaga em uma instituição pertencente à microrregião em que reside. Dessa forma, dentro de cada distrito, o sistema de matrículas antecipadas, ou simplesmente, o mecanismo de São Paulo funciona em quatro etapas:

Programação da oferta de vagas;
Cadastramento dos alunos;
Compatibilização de demanda e oferta e
Efetivação da matrícula.

Etapa 1: Cada instituição informa a sua Delegacia de Ensino sobre a quantidade de vagas disponíveis, identificando-se: o conjunto de escolas $I = \{i_1, \dots, i_n\}$ e o vetor de capacidades $Q = \{q_{S_1}, \dots, q_{S_j}\}$.

Etapa 2: Os alunos se inscrevem nas instituições ou em postos de inscrição, fornecendo: nome, sexo, data de nascimento, endereço, raça e o nome dos pais ou responsável. Os estudantes do último ano do Ensino Fundamental sugerem três instituições em ordem de preferência. Já os alunos do último ano do Ensino Infantil apenas informam dados cadastrais.

Por sua vez, a matrícula no Ensino Fundamental ocorre em três fases, a saber:

Fase 1: cadastramento dos alunos da rede pública de ensino infantil.

Fase 2: cadastramento das crianças fora da rede pública de educação infantil, mas com seis anos no período.

Fase 3: cadastramento das demais crianças, a partir de oito anos, para demais séries.

Etapa 3: (Compatibilização da Demanda)

3.1 Para os alunos do Ensino Infantil, o *matching* é determinado conforme a proximidade geográfica da residência. A alocação é feita simultaneamente pelas Delegacias de Ensino e Coordenadorias de Ensino. O procedimento empregado é o seguinte: os q_{S_j} alunos com residência mais próxima da instituição S_j são alocados. Aqueles que permanecem sem vagas são alocados para a escola na sua microrregião mais próxima e que ainda possua vagas.

3.2 Os alunos do Ensino Fundamental, candidatos a vagas no Ensino Médio, são divididos conforme suas três opções. Caso o estudante não explicitar nenhuma, é assumida a instituição mais próxima de sua residência. Alunos mais velhos têm preferência. Os q_S primeiros alunos são alocados na escola S . Demais passam para sua segunda opção ou, caso não a revelaram, a segunda mais próxima. O mecanismo termina quando todos os alunos são alocados.

Etapa 4: Para a efetivação das matrículas, a alocação final dos alunos é inserida no sistema informatizado do governo estadual. O resultado é anunciado.

3.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ATUAL MECANISMO DE SÃO PAULO

Procedimentos que não levam em conta as preferências de uma das partes do mercado tendem a gerar grandes ineficiências. A despeito da eliminação do problema das filas e duplicidade das matrículas, o Sistema de Matrículas Antecipadas de São Paulo do Ensino Fundamental acaba gerando situações onde melhorias de Pareto são possíveis. Por exemplo, considere o seguinte problema escolar, com

oito alunos $I = \{i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6, i_7, i_8\}$ e cinco escolas $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$. Seja o perfil de preferências, de prioridades e o vetor de capacidades:

$$\begin{aligned}
 P(i_1) &= (s_1, s_5, s_2, s_3, s_4) & P(i_5) &= (s_2, s_4, s_5, s_3, s_1) & P(s_1) &= (i_1, i_2, i_7, i_3, i_4, i_8, i_5, i_6) \\
 P(i_2) &= (s_5, s_4, s_3, s_2, s_1) & P(i_6) &= (s_3, s_2, s_5, s_1, s_4) & P(s_2) &= (i_8, i_6, i_4, i_3, i_5, i_2, i_7, i_1) \\
 P(i_3) &= (s_1, s_4, s_2, s_5, s_3) & P(i_7) &= (s_1, s_3, s_4, s_5, s_2) & P(s_3) &= (i_5, i_6, i_4, i_8, i_3, i_2, i_7, i_1) \\
 P(i_4) &= (s_3, s_2, s_4, s_1, s_5) & P(i_8) &= (s_2, s_3, s_4, s_1, s_5) & P(s_4) &= (i_2, i_4, i_5, i_3, i_7, i_1, i_8, i_6) \\
 Q &= \{q_{s_1} = 2, q_{s_2} = 2, q_{s_3} = 2, q_{s_4} = 2, q_{s_5} = 1\} & & & P(s_5) &= (i_7, i_3, i_2, i_1, i_4, i_5, i_8, i_6)
 \end{aligned}$$

Em que o perfil de preferências $P(i)$ retrata a ordem das escolas de acordo com a preferência do aluno i , $P(s)$ revela a ordem de prioridades dos alunos na escola s e, por sua vez, o vetor de capacidades $Q(\cdot)$ indica a quantidade de vagas na escola. Além disto, considere a seguinte ordenação das escolas, em distância crescente da residência do indivíduo i :

$$\begin{aligned}
 i_1 &\Rightarrow s_1, s_5, s_4, s_2, s_3 & i_5 &\Rightarrow s_3, s_2, s_4, s_5, s_1 \\
 i_2 &\Rightarrow s_4, s_5, s_1, s_2, s_3 & i_6 &\Rightarrow s_2, s_3, s_4, s_1, s_5 \\
 i_3 &\Rightarrow s_2, s_1, s_4, s_3, s_5 & i_7 &\Rightarrow s_5, s_1, s_4, s_3, s_2 \\
 i_4 &\Rightarrow s_3, s_2, s_4, s_1, s_5 & i_8 &\Rightarrow s_2, s_3, s_4, s_1, s_5
 \end{aligned}$$

Usando o sistema de São Paulo, o *matching* resultante é:

$$\gamma(s_1) = \{i_1, i_2\}, \gamma(s_2) = \{i_8, i_6\}, \gamma(s_3) = \{i_5, i_4\}, \gamma(s_4) = \{i_2, s_4\}, \gamma(s_5) = \{i_7\}$$

Em que γ indica o conjunto de alunos alocados na escola, ou seja, $\gamma(s_1) = \{i_1, s_1\}$ indica que o aluno i_1 foi alocado na escola, não tendo sido ocupada uma vaga — se tivesse, outro aluno apareceria no lugar de s_1 . Repare que caso i_6 em S_2 e i_5 em S_3 trocassem suas respectivas vagas, estariam melhor, sem piorar a situação de ninguém. Além disto, S_4 acaba não alocando uma de suas duas vagas, embora i_5 a prefira à escola que recebeu S_3 , gerando uma situação de inveja justificada. Em outras palavras, o sistema de matrículas de São Paulo tanto para o ingresso no Ensino Médio como no Fundamental não é um mecanismo estável, além de não ser eficiente.

Com efeito, no caso específico das matrículas do Ensino Médio, é interessante observar que o algoritmo se assemelha ao de Gale-Shapley (Gale e Shapley, 1962), truncado na terceira opção da lista de preferências dos estudantes; no entanto, a partir desse ponto, os alunos são alocados conforme sua prioridade, valendo o exemplo discutido.

A extensão das consequências do truncamento das preferências na terceira opção é diretamente ligada à estrutura das preferências dos alunos.

Para ilustrar esse fato, considere o seguinte problema escolar, com 10 alunos $I = \{i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6, i_7, i_8, i_9, i_{10}\}$ e cinco escolas $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$. Sem nenhuma perda de gene-

ralidade, as listas neste exemplo simplificado são truncadas na segunda opção. O perfil de prioridades e o vetor de capacidades são:

$$\begin{aligned}
 P(s_1) &= (i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6, i_7, i_8, i_9, i_{10}) \\
 P(s_2) &= (i_2, i_4, i_{10}, i_1, i_9, i_3, i_6, i_8, i_7, i_5) \\
 P(s_3) &= (i_3, i_2, i_{10}, i_4, i_9, i_7, i_8, i_6, i_1, i_5) \quad Q = \{q_{s_1} = 1, q_{s_2} = 1, q_{s_3} = 2, q_{s_4} = 3, q_{s_5} = 3\} \\
 P(s_4) &= (i_{10}, i_9, i_2, i_7, i_4, i_3, i_8, i_1, i_5, i_6) \\
 P(s_5) &= (i_4, i_3, i_6, i_7, i_2, i_9, i_5, i_8, i_{10}, i_1)
 \end{aligned}$$

Suponha que os perfis de preferência descrevem uma unanimidade por parte dos estudantes em torno das instituições S_1 e S_2 . Ou seja, a preferência dos alunos pela escola não corresponde à distância geográfica de sua residência à escola, que é informação fundamental no critério do poder público. Com isso, as alocações selecionadas por ambos os mecanismos diferem, sendo o resultado obtido pelo mecanismo de Matrícula Antecipada pior para os alunos do que o resultado do algoritmo de Gale e Shapley, que será descrito a seguir. O primeiro está grafado com dois pontos, enquanto o segundo está assinalado nas preferências com um quadrado:

$$\begin{aligned}
 P(i_1) &= \left(\overset{\bullet\bullet}{\square} S_1, s_2, s_4, s_3, s_5 \right) & P(i_6) &= \left(s_1, s_2, \square S_4, \overset{\bullet\bullet}{s_5}, s_3 \right) \\
 P(i_2) &= \left(s_1, \overset{\bullet\bullet}{\square} S_2, s_5, s_4, s_3 \right) & P(i_7) &= \left(s_1, s_2, \overset{\bullet\bullet}{\square} S_4, s_5, s_3 \right) \\
 P(i_3) &= \left(s_1, s_2, \square S_5, \overset{\bullet\bullet}{s_3}, s_4 \right) & P(i_8) &= \left(s_1, s_2, \square S_3, \overset{\bullet\bullet}{s_4}, s_5 \right) \\
 P(i_4) &= \left(s_1, s_2, \square S_3, s_5, \overset{\bullet\bullet}{s_4} \right) & P(i_9) &= \left(s_1, s_2, \square S_5, s_3, \overset{\bullet\bullet}{s_4} \right) \\
 P(i_5) &= \left(s_1, s_2, \square S_4, \overset{\bullet\bullet}{s_5}, s_3 \right) & P(i_{10}) &= \left(s_1, s_2, \square S_5, s_4, \overset{\bullet\bullet}{s_3} \right)
 \end{aligned}$$

Ademais, outra característica marcante do processo de matrículas antecipadas de São Paulo é que o algoritmo produz o melhor resultado possível para as instituições, uma vez que apenas suas prioridades são observadas.

4. UMA PROPOSTA ALTERNATIVA: GALE E SHAPLEY

Uma alternativa é o mecanismo que usa o algoritmo de *deferred acceptance*, de Gale e Shapley (1962), com os estudantes fazendo as ofertas, utilizado em Boston e Nova York. As prioridades das escolas são consideradas preferências. O mecanismo consiste em n etapas, a saber:

- *Etapa 1*: Cada estudante se candidata para sua primeira escolha. Cada escola tenta assinalar suas vagas para seus proponentes, um por vez, respeitando sua ordem de prioridade. Demais candidatos são rejeitados.

Em geral, na n -ésima etapa:

- *Etapa n* : Cada estudante rejeitado na etapa anterior se candidata para sua n -ésima escolha. Cada escola tenta assinalar suas vagas entre seus proponentes e os que já estavam previamente assinalados, um por vez, respeitando sua ordem de prioridade. Demais candidatos são rejeitados.

O algoritmo termina quando nenhuma proposta dos alunos é rejeitada e cada estudante é alocado em sua última tentativa. Para exemplificar seu funcionamento, considere o seguinte problema escolar, com três alunos $I = \{i_1, i_2, i_3\}$ e três escolas $S = \{s_1, s_2, s_3\}$. O perfil de preferências, de prioridades e o vetor de capacidades são::

$$P(i_1) = (s_2, s_1, s_3)$$

$$P(s_1) = (i_2, i_1, i_3)$$

$$P(i_2) = (s_2, s_3, s_1)$$

$$P(s_2) = (i_3, i_2, i_1)$$

$$P(i_3) = (s_1, s_2, s_3)$$

$$P(s_3) = (i_2, i_3, i_1)$$

$$Q = \{q_{s_1} = 1, q_{s_2} = 1, q_{s_3} = 1\}$$

O resultado produzido é justamente o único *matching* estável do problema:

$$\mu(s_1) = \{i_1\}, \mu(s_2) = \{i_3\}, \mu(s_3) = \{i_2\}$$

Além disso, o mecanismo de Gale e Shapley sempre produz um *matching* sem inveja justificada, o que é ótimo para os alunos. No entanto, o mecanismo não é eficiente de Pareto, pois ainda não explora todas as melhorias possíveis (Gale e Shapley, 1962). Outro mecanismo é denominado Ciclo de Negócios Prioritários ou Top Trading Cycles proposto por Abdulkadiroğlu e Sönmez (2003). O ponto de partida do mecanismo é considerar as prioridades das escolas como oportunidades, ao invés de preferências. Assim, caso lhes seja conveniente, ambos podem entrar em acordo e trocar suas respectivas prioridades. Contudo, tendo em vista a evidente incompatibilidade legal de tratar vagas como bens a serem trocados (Abdulkadiroğlu e Sönmez, 2003), esse mecanismo será utilizado apenas para comparações nas simulações, sem ser apresentado.²

5. SIMULAÇÃO DOS RESULTADOS

A implementação de um novo mecanismo para o Sistema de Matrículas de São Paulo implica uma grande transformação para alunos e para a própria rede de ensino. Antes da reformulação do atual procedimento, é desejável a realização de experimentos que permitam avaliar a extensão das mudanças propostas.

² Decisões nesse sentido podem ser vistas nos Acórdãos: 00572789, 00455050, 00441818, que podem ser consultados no Tribunal de Justiça de São Paulo.

Com esse objetivo, adotou-se o seguinte procedimento:

- a) Para facilitar a obtenção dos *matchings*, todas as escolas das Redes Estadual e Municipal foram agrupadas segundo a Delegacia de Ensino de sua jurisdição. Dada a divisão distrital da Rede de Ensino, escolheu-se arbitrariamente a Delegacia de Ensino Leste 2 para a simulação, por ser uma região extremamente populosa de São Paulo;
- b) Dentro da Delegacia Leste 2, foram listadas todas as escolas de Ensino Fundamental, com suas respectivas capacidades, normalizadas pela quantidade de vagas da maior. A normalização foi empregada para que as proporções dos estabelecimentos de ensino criados replicassem a realidade. Para a maior instituição atribuiu-se um coeficiente unitário;
- c) Para cada uma das unidades de ensino da Delegacia Leste 2 atribuiu-se um número aleatório gerado de uma Distribuição Uniforme (0,1). As escolas foram ordenadas de acordo com esse número, sendo escolhidas as primeiras 20%. Mais precisamente de um total de 94, 20 estabelecimentos foram sorteados. Esse procedimento visou reduzir o número de escolas da simulação, garantindo sua operacionalidade;
- d) A capacidade normalizada das escolas foi multiplicada por 10, com o número de vagas definido como o maior inteiro associado, criando um total de 96 posições;
- e) Para a simulação das prioridades dos alunos, gerou-se uma lista de indivíduos ordenada pelo menor índice: $\hat{l}_1, \dots, \hat{l}_{96}$. A cada estudante associou-se um número aleatório gerado de uma Distribuição Uniforme (0,1). O aluno associado ao maior número assumiu a primeira posição na lista de prioridades enquanto o indivíduo com o segundo maior número, a segunda posição, e assim sucessivamente. Para cada uma das 20 escolas repetiu-se o procedimento;
- f) Em caso de empate na ordem de prioridades, assumiu-se como critério de desempate o menor índice da escola. Ou seja, se o aluno i possui prioridade tanto na escola S_k e S_l , com $k < l$, ele possuirá maior prioridade em S_k .

Na simulação, as preferências dos alunos foram geradas de maneira aleatória. Para isso, gerou-se uma lista de escolas ordenadas pelo menor índice: S_1, \dots, S_{20} .³ A cada estabelecimento, associou-se um número aleatório gerado de uma Distribuição Uniforme (0,1). A escola associada ao maior número assumiu a primeira posição na lista de preferência, enquanto a com o segundo maior número, a segunda posição, e assim sucessivamente. Para cada um dos 96 alunos repetiu-se o procedimento.

Conforme observado no quadro 1, das 20 escolas simuladas, levando em conta a escola de maior preferência dos alunos, 12 possuem oferta acima de sua capacidade, uma atende perfeitamente, enquanto as sete unidades de ensino restantes registraram uma demanda por vagas maior que sua capacidade.

³ Alternativamente, foram simuladas preferências seguindo um viés de concentração geográfica, ou seja, uma menor distância significa melhor posicionamento na lista de preferências. Não obstante, ainda assim, os resultados se mantiveram idênticos qualitativamente. Ou seja, a despeito de o perfil de preferências para os alunos favorecer o atual sistema, o algoritmo alternativo proposto se mostrou melhor.

QUADRO 1 SIMULAÇÃO — ESCOLAS, PREFERÊNCIAS E CAPACIDADE

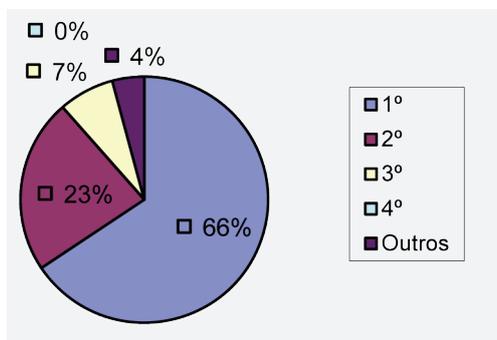
	1ª opção	Capacidade		1ª opção	Capacidade
S1	4	6	S11	5	7
S2	3	6	S12	5	7
S3	10	6	S13	7	5
S4	3	5	S14	3	5
S5	5	5	S15	4	5
S6	2	5	S16	5	5
S7	3	4	S17	7	4
S8	1	3	S18	9	4
S9	9	3	S19	3	4
S10	5	3	S20	3	4

Fonte: Elaborado pelo autor.

A comparação entre os procedimentos utilizados em São Paulo e os mecanismos de Gale e Shapley estável ótimo para os estudantes e de Ciclos de Troca Prioritários revela grandes disparidades. A maior diferença está entre o *matching* obtido pelo Sistema de Matrículas Antecipadas para o Ensino Fundamental. Nesse caso, aproximadamente 88% dos alunos acabam recebendo uma vaga em uma instituição fora do grupo das suas quatro mais desejadas. Esse percentual é drasticamente superior aos obtidos pelos demais mecanismos: 27% dos alunos no algoritmo de Gale e Shapley, 23% na regra usada pelo sistema de matrículas antecipadas para o Ensino Médio e apenas 19% para o TTC, conforme é possível visualizar nas figuras 1, 2, 3 e 4.

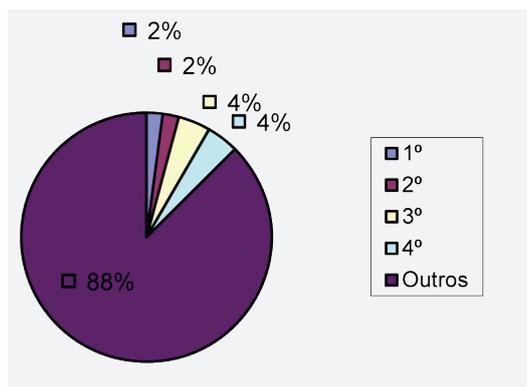
Por sua vez, analisando a taxa de alunos que recebem a primeira escolha, verifica-se que o procedimento utilizado para a alocação no Ensino Fundamental também possui pior desempenho. Apenas 2% dos alunos receberam sua instituição preferida, contra 40% do algoritmo de Gale e Shapley, 66% do procedimento de alocação no Ensino Médio e 69% no mecanismo de Ciclos de Troca Prioritário. Esse baixo desempenho do Sistema de Matrículas Antecipadas para o Ensino Fundamental já era esperado, uma vez que o procedimento ignora as preferências dos estudantes, considerando apenas as prioridades das escolas.

FIGURA 1 ENSINO MÉDIO — ALOCAÇÃO POR PREFERÊNCIAS



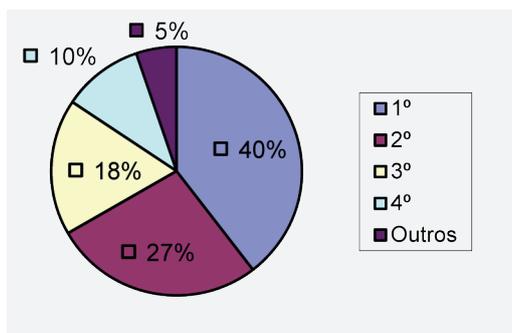
Fonte: Elaborada pelo autor.

FIGURA 2 ENSINO MÉDIO — ALOCAÇÃO POR PREFERÊNCIAS



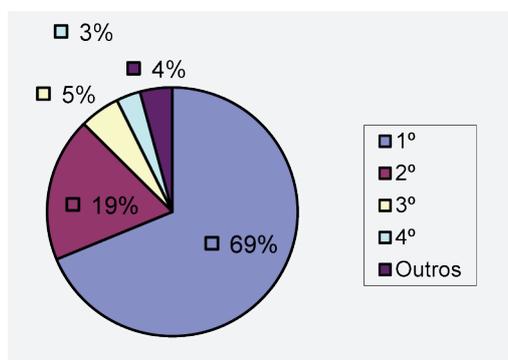
Fonte: Elaborada pelo autor.

FIGURA 3 GALE-SHAPLEY — ALOCAÇÃO POR PREFERÊNCIAS



Fonte: Elaborada pelo autor.

FIGURA 4 TTC — ALOCAÇÃO POR PREFERÊNCIAS



Fonte: Elaborada pelo autor.

O desempenho do atual mecanismo de alocação para o Ensino Médio é superior, corroborando os resultados teóricos, dado que o algoritmo utilizado se trata de uma combinação do mecanismo de Gale-Shapley e do procedimento utilizado para o Ensino Fundamental. Ainda assim, observou-se que alunos, cuja baixa prioridade não permitiu serem alocados até sua terceira escola mais preferida, acabaram recebendo vagas em instituições pouco desejadas, consoante o quadro 2.

QUADRO 2 COMPARAÇÃO DE DIVERSOS MECANISMOS

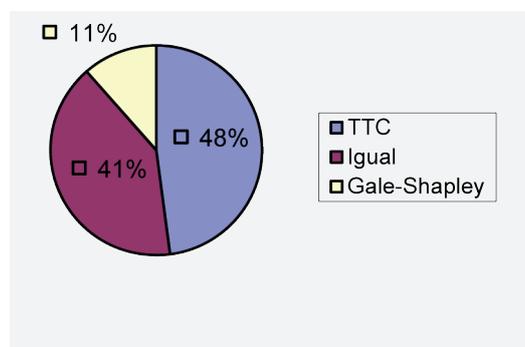
	TTC	GS	E. Fundamental	E. Médio
1º	66	38	2	63
2º	18	26	2	22
3º	5	17	4	7
4º	3	10	4	0
Outros	4	5	84	4
Pior Alocação ¹	15º	8º	20º	16º

Fonte: Elaborado pelo autor.

¹ Posição da escola na lista de preferências do aluno que recebeu relativamente a pior escola.

Finalmente, a simulação também permite uma comparação entre os mecanismos de Gale e Shapley estável ótimo para os estudantes e o de Ciclos de Trocas Prioritários. Como demonstrado na literatura, o TTC é um procedimento ótimo de Pareto (Abdulkadiroğlu e Sönmez, 2003). Entretanto, o *matching* obtido por esse mecanismo não é melhor para todos os alunos do que o *matching* obtido pelo mecanismo de Gale e Shapley. Dos 96 alunos, 46 estudantes recebem uma vaga em uma instituição de maior preferência no mecanismo de TTC, ao passo que 11 indivíduos têm sua melhor alocação no *matching* obtido por Gale e Shapley.

FIGURA 5 GALE-SHAPLEY VERSUS TTC



Fonte: Elaborada pelo autor.

Por outro lado, o custo dessa maior eficiência do mecanismo de TTC aparece justamente na existência de inveja justificada. De fato, existem 64 casos de inveja justificada no *matching* simulado, envolvendo 26 alunos e 18 escolas.⁴ Ou seja, aproximadamente, 27% do corpo discente. Portanto, a maior eficiência alcançada pelo TTC implica ônus em termos de justiça, o que pode ter consequências jurídicas importantes, reduzindo as possibilidades de sucesso do mecanismo.

6. CONCLUSÃO

A introdução de mecanismos de alocação que levem em conta os perfis de preferências dos discentes é fundamental para uma maior democratização do acesso ao ensino público. O atual sistema de matrículas antecipada de São Paulo não é capaz de eliminar injustiça justificada, além de esgotar todas as possibilidades de melhoria sem prejudicar qualquer aluno, o que foi confirmado com base na comparação com mecanismos alternativos, especialmente de Gale-Shapley. Tais achados indicam um potencial enorme de ganhos com o redesenho do sistema, introduzindo-se procedimentos que levem em conta a opinião dos alunos e de suas famílias.

⁴ Resultados não exibidos em virtude de limitação de espaço.

REFERÊNCIAS

- ABDULKADIROĞLU, Atila; PATHAK, Parag A.; ROTH, Alvin E. Strategy-proofness versus efficiency in matching with indifferences: redesigning the NYC high school match. *American Economic Review*, v. 99, n. 5, p. 1954-1978, 2009.
- ABDULKADIROĞLU, Atila; PATHAK, Parag A.; ROTH, Alvin E. The New York City high school match. *American Economic Review*, v. 95, n. 2, p. 364-367, 2005.
- ABDULKADIROĞLU, Atila; SÖNMEZ, Tayfun. School choice: a mechanism design approach. *American Economic Review*, v. 93, n. 3, p. 729-747, 2003.
- ABDULKADIROĞLU, Atila et al. The Boston public school match. *American Economic Review*, v. 95, n. 2, p. 368-371, 2005.
- BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. *Diário Oficial da União*, Brasília, DF: Poder Executivo, 23 dez. 1996.
- CHEN, Yan; SÖNMEZ, Tayfun. School choice: an experimental study. *Journal of Economic theory*, v. 127, n. 1, p. 202-231, 2006.
- CORCORAN, Sean P.; CORDES, Sarah A. The economics of school choice. In: FOX, Robert A.; BUCHANAN, Nina K. (Ed.). *The Wiley handbook of school choice*. Nova Jersey: Wiley-Blackwell, 2017. p. 69-80.
- ERGIN, Haluk; SÖNMEZ, Tayfun. Games of school choice under the Boston mechanism. *Journal of Public Economics*, v. 90, n. 1-2, p. 215-237, 2006.
- GALE, David; SHAPLEY, Lloyd S. College admissions and the stability of marriage. *The American Mathematical Monthly*, v. 69, n. 1, p. 9-15, 1962.
- HOXBY, Caroline Minter. *The economics of school choice*. Chicago: University of Chicago Press, 2003. p. 287-342.
- ROTH, Alvin E. The economist as engineer: game theory, experimentation, and computation as tools for design economics. *Econometrica*, v. 70, n. 4, p. 1341-1378, 2002.
- ROTH, Alvin E.; PERANSON, Elliott. The redesign of the matching market for American physicians: some engineering aspects of economic design. *American Economic Review*, v. 89, n. 4, p. 748-780, 1999.
- ROTH, Alvin E.; SOTOMAYOR, Marilda. The college admissions problem revisited. *Econometrica*, v. 57, p. 559-570, 1989.
- ROTH, Alvin E.; SOTOMAYOR, Marilda A. O. *Two sided matching: a study in game theoretic modeling and analysis*. Londres: Cambridge University Press, 1990.

Gustavo Andrey de Almeida Lopes Fernandes

Escola de Administração de Empresas de São Paulo (FGV EAESP). Programa de Pós-Graduação em Administração Pública e Governo, São Paulo / SP — Brasil. E-mail: gustavo.fernandes@fgv.br.