

Vídeo-análise de um experimento de baixo custo sobre atrito cinético e atrito de rolamento

(Video analysis of a low cost experiment on kinetic friction and rolling friction)

V.L.B. de Jesus¹, D.G.G. Sasaki²

¹Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro, Campus Nilópolis, Nilópolis, RJ, Brasil

²Centro Federal Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, Unidade Maracanã, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Recebido em 11/12/13; Aceito em 3/2/14; Publicado em 7/8/2014

Os laboratórios didáticos de física experimental, tanto no ensino médio quanto no ensino superior, não costumam abordar experimentos didáticos que contemplem a medida do coeficiente de atrito de rolamento. Aliás, o próprio conceito de atrito de rolamento é sistematicamente ignorado nas coleções de ensino médio e até mesmo naquelas de ensino superior. Neste artigo propomos um experimento de baixo custo usando apenas uma pilha média comum, uma câmera de *smartphone* e o *software* livre *Tracker* para vídeo-análise. Além disso, integramos em uma só experiência didática a medida de duas grandezas físicas distintas, a saber, o coeficiente de atrito cinético e o coeficiente de atrito de rolamento. De fato, a vídeo-análise do movimento completo da pilha, lançada manualmente sobre uma superfície horizontal plana, permite dividir o movimento em duas partes: rolamento com deslizamento seguido de rolamento sem deslizamento. O *software Tracker* provou ser uma ferramenta eficiente para a obtenção de medidas de posição do centro de massa e de tempo, nas duas fases do movimento. Com esses resultados foram calculados diversos parâmetros da teoria, em especial os dois coeficientes de atrito, com bastante acurácia e precisão.

Palavras-chave: ensino de física, vídeo-análise, atrito de rolamento, atrito cinético, tracker.

The teaching laboratories of experimental physics, both at high school and at undergraduate level, do not usually address didactic experiments that include the measurement of the rolling friction coefficient. Indeed, the concept of rolling friction is systematically ignored in the collections of high school and even those of university education. In this paper we propose a low cost experiment using just an ordinary cylindrical battery, a smartphone camera and the free software *Tracker* for video analysis. Moreover, integrated into one didactical experience, one can measure two distinct physical quantities, namely kinetic and rolling friction coefficients. In fact, the video-analysis of the complete cylindrical battery movement, launched manually on a flat horizontal surface, allows splitting the movement in two parts: rolling with slip followed by rolling without slipping. The *Tracker* software has proven to be an efficient tool for obtaining measurements of the center of mass position and time in both phases of the movement. The experimental results allow very accurate and precise calculations of various theoretical parameters, in particular the two friction coefficients.

Keywords: physics teaching, video analysis, rolling friction, kinetic friction, tracker.

1. Introdução

Em geral, os laboratórios didáticos de física experimental, tanto no ensino médio quanto no ensino superior, não costumam possuir no seu acervo experimentos destinados a medir os valores dos coeficientes de atrito estático e cinético entre duas superfícies. Acreditamos que essa negligência tenha a sua origem no “baixo apelo pedagógico” dessas experiências, em virtude de dois motivos: a grande imprecisão dos resultados, exceto se estiver a disposição um conjunto de sensores para otimizar a coleta de dados e o fato de não constituírem

medidas de constantes típicas da natureza, tais como a aceleração da gravidade na superfície terrestre, o calor específico de uma substância pura, a resistividade elétrica de um metal, dentre outras.

Um agravante é a ausência completa de experimentos didáticos que contemplem a medida do coeficiente de atrito de rolamento. Aliás, o próprio conceito de atrito de rolamento é sistematicamente ignorado nas coleções de ensino médio, mesmo aquelas mais atualizadas e indicadas pelo governo federal no Programa Nacional do Livro Didático (PLND) [1-3]. A situação não é muito melhor nos livros de ensino superior. Real-

¹E-mail: vitor.jesus@ifrj.edu.br.

mente, duas das coleções mais adotadas no país nem sequer mencionam esse conceito [4,5]. Em outra, o atrito de rolamento é apenas citado, pois o autor desconsidera esse efeito nos exercícios [6]. Somente em uma coleção, o atrito de rolamento é apresentado e explicado [7].

Curiosamente, os livros e professores destacam que o módulo da força de atrito estático máximo, em geral, é superior ao de atrito cinético, citando como exemplo a seguinte situação do cotidiano: quando empurrarmos um carro, é mais difícil tirá-lo do repouso do que mantê-lo em movimento. Contudo, tal explicação é contraditória quando aplicada ao caso do rolamento sem deslizamento, pois embora o veículo esteja em movimento, como as suas rodas giram sem deslizar, atua o atrito estático de rolamento ao invés do cinético. A diferença é que quando o carro está na iminência de movimento, o fator relevante é o coeficiente de atrito estático, mas depois que as rodas começam a girar passa ser o coeficiente de atrito de rolamento.

Esse quadro contribui para perpetuar as concepções espontâneas errôneas, tais como que a força de atrito, cinético ou estático, depende da área da superfície de contato, e que o atrito de rolamento é um terceiro tipo de atrito cujo valor numérico do coeficiente é inferior, devido à menor área de contato entre a superfície e o corpo que possui um formato esférico ou cilíndrico [8].

Uma constatação da enorme confusão conceitual disseminada tanto por docentes quanto por autores de livros envolvendo a força de atrito é o número de trabalhos sobre o tema, publicados em revistas de ensino de física nacionais [9-13]. Contudo, nesses trabalhos existe a predominância de uma abordagem teórica, pois em um espaço amostral de 13 artigos pesquisados, apenas em três deles há uma proposta de experimentos para a medida dos coeficientes de atrito estático e cinético [14-16]. Destaca-se o fato de que em todos os 5 artigos que tratam de atrito de rolamento [8,17-20], nenhum deles apresenta uma proposta experimental para medir o coeficiente de atrito de rolamento.

Diferentemente, neste trabalho propomos um experimento de baixo custo para o a medida do coeficiente de atrito de rolamento de um corpo, através da vídeo-análise. Além disso, integramos em uma só experiência a medida do coeficiente de atrito cinético e do coeficiente de atrito de rolamento. De fato, logo depois que o corpo é lançado, duas situações ocorrem: inicialmente, o corpo executa rolamento com deslizamento e, após um intervalo de tempo muito curto, o corpo atinge a condição de rolamento sem deslizamento (rolamento puro). A vídeo-análise do movimento completo permite a medida do coeficiente de atrito cinético na primeira parte e, na segunda, a medida do coeficiente de atrito de rolamento.

2. Modelo teórico

No movimento de rolamento, com ou sem deslizamento, de um corpo perfeitamente rígido tanto a força peso quanto a força de reação normal ao apoio (força normal) se encontram sobre a mesma linha, passando pelo centro de massa. Contudo, devido à deformação do corpo, que apenas idealmente é rígido, a linha de ação da força normal não passa pelo centro de massa do corpo, mas ao invés disso, o seu ponto de aplicação sofre um deslocamento no sentido do movimento de translação. Esse fenômeno é explicado pelo gradiente de pressão proveniente da deformação da região do corpo em contato com a superfície, conforme ilustra a figura extraída do artigo de Silveira [18] (Fig. 1)

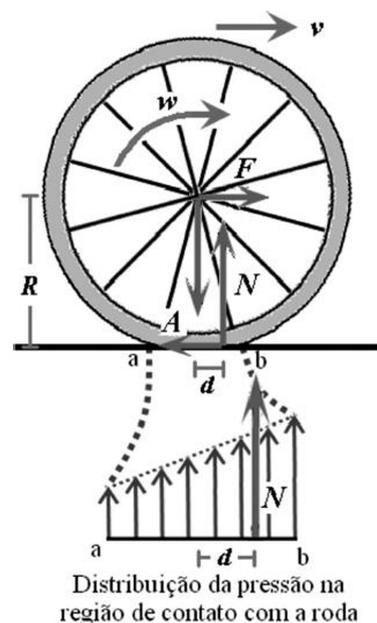


Figura 1 - Diagrama de forças que atuam sobre uma roda deformável em movimento. N representa a força Normal, F uma força externa aplicada e A é a força de atrito estático.

Em um artigo recente foi desenvolvido o modelo matemático que descreve o rolamento sem deslizamento de um corpo lançado sobre uma superfície plana e horizontal [20]. Nessas condições, um corpo perfeitamente rígido iria girar indefinidamente com a mesma velocidade angular e seu centro de massa iria se deslocar em Movimento Retilíneo Uniforme (MRU). A força de atrito estático seria nula, pois não poderia haver força resultante, pela lei da inércia. Entretanto, no mundo real o corpo perde energia cinética e diminui de velocidade até parar. Esse resultado aparentemente contraditório é justificado pela própria deformação do corpo que dissipa a energia mecânica na forma de energia interna, aumentando a sua temperatura [18].

A explicação desse fenômeno, em termos de diagrama de forças, advém do pequeno deslocamento, d , do ponto de aplicação da força normal em relação ao centro de massa do corpo que produz um torque ne-

gativo, retardando seu movimento. Além disso, em um corpo real (deformável), rolando sem deslizar, a força de atrito estático existe e exerce um torque positivo, porém não realiza trabalho. O torque resultante da normal e da força de atrito estático é negativo, acarretando na desaceleração do corpo.

O coeficiente de atrito de rolamento (ou coeficiente de resistência ao rolamento), μ_r , é definido pela razão entre o deslocamento d e o raio R , que equivale à razão entre os módulos das forças de atrito estático e normal [18]

$$\mu_r = \frac{d}{R} = \frac{F_{at}}{N}. \quad (1)$$

Quando o corpo é lançado ocorre primeiramente o rolamento com deslizamento. As equações horárias da velocidade do centro de massa (v_{CM}) e da velocidade angular (ω) são dadas por [20]

$$v_{CM}(t) = v_0 - \mu_c g t, \quad (2)$$

$$\omega(t) = \frac{R}{k^2} \mu_c g t, \quad (3)$$

sendo v_0 a velocidade inicial do corpo, μ_c o coeficiente de atrito cinético entre as superfícies, R o raio do corpo, g a aceleração da gravidade e k o raio de giração do corpo.

Essas duas equações são válidas até o instante de tempo, t_1 , em que o corpo atinge a condição de rolamento sem deslizamento ($v_{CM} = \omega R$). Esse tempo vale [20]

$$t_1 = \left(\frac{k^2}{k^2 + R^2} \right) \frac{v_0}{\mu_c g}. \quad (4)$$

Espera-se a velocidade do centro de massa em $t = t_1$ seja dada por [20]

$$v_{CM}(t_1) = \left(\frac{R^2}{k^2 + R^2} \right) v_0.$$

Quando o corpo atinge a condição de rolamento sem deslizamento, a velocidade do centro de massa é dada por [20]

$$v_{CM}(t) = \left(\frac{R^2}{k^2 + R^2} \right) v_0 - \left(\frac{R^2}{k^2 + R^2} \right) \mu_r g (t - t_1), \quad (5)$$

onde μ_r o coeficiente de atrito de rolamento. Note que foi incluída a continuidade temporal da transição entre as fases de rolamento com e sem deslizamento, pois a Eq. (5) só é válida para $t \geq t_1$.

As Eqs. (2) e (5) podem ser representadas em um único gráfico $v_{CM}(t)$ vs. t , como duas retas decrescentes com diferentes inclinações (Fig. 2).

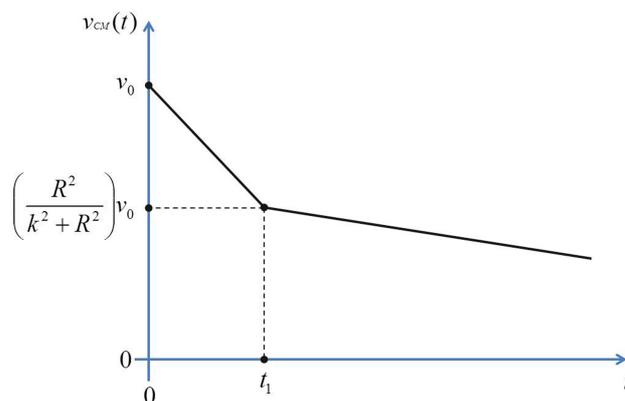


Figura 2 - Gráfico $v_{CM}(t)$ x t do rolamento do corpo de prova com deslizamento ($t < t_1$) e sem deslizamento ($t \geq t_1$).

3. Procedimento experimental

Como um dos objetivos deste trabalho é o emprego de material de baixo custo, escolhemos como corpo de prova uma pilha de lanterna de tamanho médio (cilindro – raio de giração dado por $k^2 = R^2/2$) amplamente encontrada no comércio. A pilha foi lançada manualmente, sem girar, em um movimento suave e rente ao solo, sobre uma superfície horizontal plana de revestimento laminado. Todo o rolamento foi filmado com um *smartphone* de resolução de 1280 x 720 *pixels* e 30 fps (quadros por segundo, do inglês *frames per second*).

Para realizar a vídeo-análise, foi utilizado o *software* livre *Tracker* [21,22] criado em parceria com o *Open Source Physics* (OSP). A OSP é uma comunidade de âmbito mundial que contribui com a oferta de recursos gratuitos para o ensino de física e de modelagem computacional. O *Tracker* decompõe o vídeo quadro a quadro permitindo o estudo de diversos tipos de movimento a partir de vídeos feitos com câmaras digitais ou webcams. Através do uso dessa tecnologia, professores e estudantes de física têm condições de desenvolver experimentos e atividades de laboratório de baixo custo, mas de alta qualidade acadêmica. O programa possui uma fácil curva de aprendizagem, o que torna relativamente simples o seu uso na obtenção de informações relevantes em experimentos de física. Uma versão em português do *Tracker* está disponível graças ao trabalho realizado pelo grupo da Universidade Tecnológica Federal do Paraná [23].

O *software* permite marcar e localizar, em cada quadro do vídeo, a posição e o tempo de qualquer parte do corpo, dando origem a uma tabela de dados. No nosso caso, adotamos o centro de massa da pilha como referência. A partir desses dados, é possível calcular o valor da velocidade do centro de massa por interpolação simples e construir o seu gráfico em função do tempo (Fig. 3).

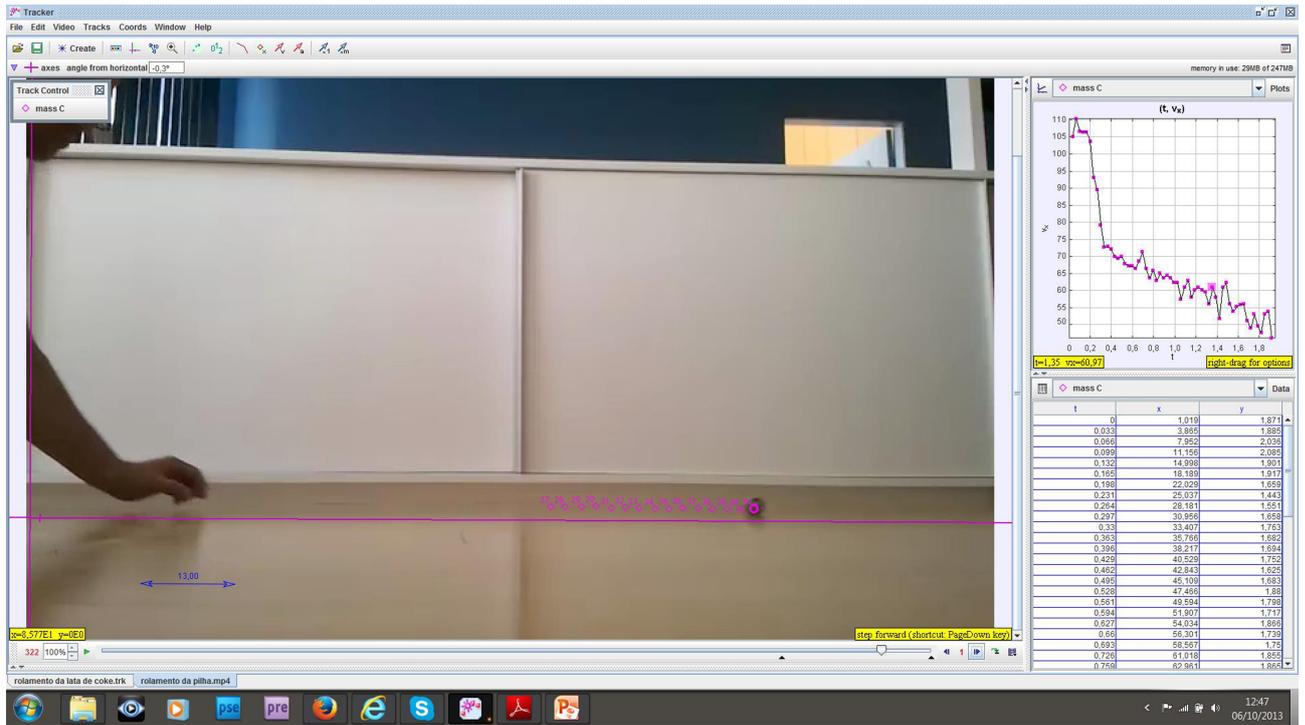


Figura 3 - Instantâneo da tela do programa Tracker. Ao centro, um quadro do vídeo do movimento da pilha. Do lado direito inferior, a tabela de dados da posição e do tempo do centro de massa da pilha. Do lado direito superior, o gráfico da velocidade do centro de massa em função do tempo.

4. Análise dos resultados

Embora o *Tracker* possua ferramentas necessárias para análise dos dados, os autores optaram por realizar a regressão linear dos resultados utilizando outro *software*. Na Fig. 4 é mostrado o gráfico da velocidade do centro de massa da pilha em função do tempo. A linha pontilhada em $t_0 = 0,174$ s mostra o instante em que o experimentador lança a pilha, iniciando o seu movimento de deslizamento, inicialmente sem rotação.

Observa-se claramente uma variação linear decrescente da velocidade do centro de massa da pilha na primeira fase do movimento. Isso se deve ao fato de a pilha rolar e deslizar simultaneamente, acarretando que parte da energia cinética inicial seja transformada em energia cinética de rotação, além de outra fração da energia ser consumida pelo trabalho da força de atrito cinético [18,20]. Ressaltamos que parte do trabalho da força de atrito cinético é utilizado para aumentar a energia interna do corpo [17]. Quando a condição de rolamento sem deslizamento é atingida, ou seja, a velocidade do centro de massa da pilha se iguala ao produto da velocidade angular pelo seu raio, a pilha começa a segunda fase do movimento e sua velocidade decresce lentamente devido ao atrito de rolamento.

Comparando-se o gráfico previsto pela teoria (Fig. 2) com o gráfico experimental (Fig. 4), verifica-se uma boa correspondência qualitativa entre os resultados da experiência e o modelo teórico desenvolvido no

artigo de Andrade-Neto [20]. Então, assumindo como premissa que os gráficos são equivalentes, podemos extrair os valores dos parâmetros do modelo teórico, a partir dos coeficientes lineares e angulares obtidos dos ajustes dos dados experimentais nas duas fases do movimento.

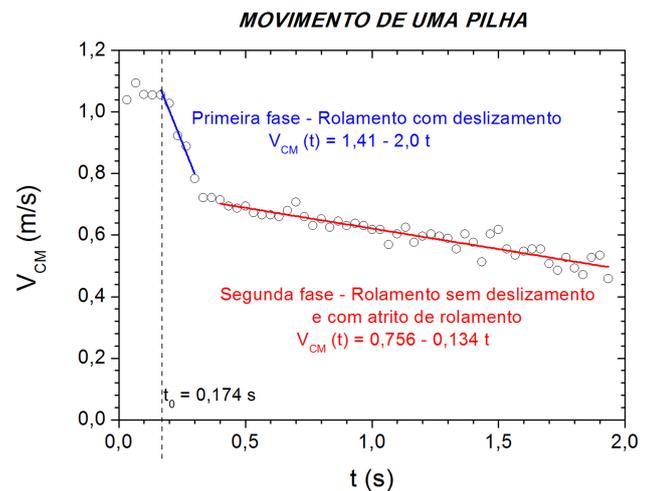


Figura 4 - O gráfico mostra a variação da velocidade do centro de massa de uma pilha durante seu lançamento em uma superfície plana. Depois de 0,174 s de início da filmagem, o experimentador lança a pilha, sem rolar, com uma velocidade inicial de, aproximadamente, 1,06 m/s.

Na Tabela 1, arrolamos os valores das grandezas físicas (parâmetros) relevantes do movimento e as suas

respectivas incertezas. Os coeficientes de atrito cinético e de atrito de rolamento entre a pilha e o piso são obtidos através dos coeficientes angulares das retas para a primeira fase e para segunda fase, respectivamente. Seus valores diferem entre si por uma ordem de grandeza e são compatíveis com os valores de referência encontrados na literatura [7], endossando a qualidade dos resultados.

As velocidades iniciais do centro de massa da pilha nos rolamentos com e sem deslizamento são obtidas através dos coeficientes lineares das retas acima citadas. Destacamos que a velocidade após o tempo t_1 , quando o corpo começa a rodar sem deslizar, é prevista pela teoria como sendo $2/3$ da velocidade inicial. Os dados experimentais obtidos corroboram tal previsão, dentro de

uma margem de erro de apenas 0,02 m/s. Situação similar ocorre com o próprio tempo t_1 , cuja previsão pelo modelo teórico coincide exatamente com o valor experimental extraído do ponto de intersecção dos ajustes lineares, com uma incerteza de somente 0,05 segundos. Isso comprova que é possível extrair desse experimento resultados com excelente acurácia e precisão, a despeito do uso de materiais de baixo custo e uma câmera simples de celular para a filmagem e aquisição de dados.

Um ponto interessante é que deslocamento da força normal em relação ao eixo vertical que passa pelo centro de massa, responsável pelo o efeito de torque negativo que desacelera a pilha, é de apenas $d = \mu_r R = 0,021 \times 12 \text{ mm} = 0,25 \text{ mm!}$ (O diâmetro da pilha é de 24 mm).

Tabela 1 - Grandezas físicas obtidas a partir da vídeo-análise.

Grandezas físicas	Medidas	Unidade
Velocidade inicial, v_0	$1,06 \pm 0,02$	m/s
Velocidade em $t = t_1$	$0,70 \pm 0,02$	m/s
Coef. de atrito cinético, μ_c	$0,20 \pm 0,02$	adimensional
Coef. de atrito de rolamento, μ_r	$0,021 \pm 0,001$	adimensional
Deslocamento do ponto de aplicação da força de reação normal de apoio, d	$0,25 \pm 0,01$	mm
t_1 obtido a partir do gráfico – ponto de encontro entre os ajustes	$0,18 \pm 0,05$	s
t_1 , a partir da Eq. (4) $t_1 = \frac{1}{3} \frac{v_0}{\mu_c g}$	$0,18 \pm 0,02$	s

* t_1 - tempo em que ocorre a transição de rolamento com deslizamento para rolamento puro, ou seja, sem deslizamento.

5. Conclusões

A escolha de materiais de baixo custo, tais como uma pilha média comum e uma câmera de celular, revelou-se suficiente para a realização de um experimento de boa qualidade para o estudo de rolamentos sobre uma superfície horizontal. Mesmo em escolas onde não exista laboratório de física, o professor pode reproduzir o experimento na própria sala de aula, sem a necessidade de equipamentos ou sensores sofisticados.

O *software Tracker* provou ser uma ferramenta eficiente para a obtenção de medidas de posição do centro de massa e de tempo, no caso do rolamento de um corpo com e sem deslizamento. Com esses resultados foram calculados diversos parâmetros da teoria, em especial o coeficiente de atrito cinético e o coeficiente de atrito de rolamento, com bastante acurácia e precisão.

A contribuição original deste trabalho ao ensino de física reside em dois aspectos: o primeiro é apresentar um experimento simples e barato para o estudo do atrito de rolamento e através de vídeo-análise obter os valores de vários parâmetros previstos nessa teoria. O segundo foi integrar em uma única experiência duas fases do rolamento de uma pilha, com e sem deslizamento, permitindo a obtenção de duas grandezas físicas distintas.

Agradecimentos

Os autores agradecem a José Vitor Mendes de Jesus pela filmagem e edição dos vídeos do rolamento da pilha. O autor V.L.B. de Jesus é Bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID, da CAPES – Brasil.

Referências

- [1] B. Alvarenga e A. Máximo, *Curso de Física, Vol.1* (Scipione, São Paulo, 2011).
- [2] A. Gaspar. *Física, Vol. 1* (Editora Ática, São Paulo, 2011).
- [3] M. Pietrocola, A. Pogibin, R. de Andrade e T.L. Romero, *Física em Contextos* (Editora FTD, São Paulo, 2010), v. 1.
- [4] D. Halliday, R. Resnick e J. Walker, *Fundamentos de Física, Vol. 1* (Editora LTC, Rio de Janeiro, 2009).
- [5] P.A.Tipler e G. Mosca, *Física para Cientistas e Engenheiros, Vol. 1* (Editora LTC, Rio de Janeiro, 2009).
- [6] M. Nussenzveig, *Curso de Física Básica, Vol. 1* (Editora Edgard Blucher, São Paulo, 2002).
- [7] H.D. Young and R.A. Freedman, *Sears and Zemansky's University Physics, Vol.1* (Editora Pearson Addison-Wesley, San Francisco, 2008).

- [8] H. Caldas e M.E. Magalhães, *Cad. Cat. Ens. Fís.* **17**, 257 (2000).
- [9] H. Caldas e E. Saltiel, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **21**, 359 (1999).
- [10] H. Caldas e E. Saltiel, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **21**, 542 (1999).
- [11] A.L. Cunha e H. Caldas, *Cad. Cat. Ens. Fís.* **17**, 7 (2000).
- [12] W.P. da Silva, C.M.D.P.S. e Silva, J.W. Precker, D.D.P.S. e Silva, I.B. Soares e C.D.P.S e Silva, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **25**, 378 (2003).
- [13] E.V. Costa e C.A. Faria Leite, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **32**, 4301 (2010).
- [14] V.L.F. Mossmann, K.B.M.F. Catelli, H. Libardi e I.S. Damo, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **24**, 146 (2002).
- [15] C.Y. Matuo e J.R. Marinelli, *Cad. Cat. Ens. Fís.* **24**, 132 (2007).
- [16] M.A.A. Monteiro, I.C.C. Monteiro e A. Gaspar, *Cad. Cat. Ens. Fís.* **29**, 1121 (2012).
- [17] O.R. Nelson e R.C. Filho, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **33**, 2308 (2011).
- [18] F.L. da Silveira, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **33**, 1304 (2011).
- [19] O.R. Nelson, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **34**, 3502(2012).
- [20] A.V. Andrade-Neto, J.A. Cruz, M.S.R. Miltão e E.S. Ferreira, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **35**, 3704 (2013).
- [21] <http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/>, acessado em 25/11/2013.
- [22] D. Brown and A.J. Cox, *The Physics Teacher* **47**, 145 (2009).
- [23] A.G. Bezerra Júnior, J.A. Lenz, L.P. Oliveira e N. SAVEDRA, *Manual para Usuários Iniciantes no Software Tracker* (Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2011).