



Espalhamento de luz e o Efeito Tyndall: um laboratório instrucional a nível de graduação

Undergraduate instructional laboratory about light scattering and the Tyndall Effect

L.A.A. Pereira¹, R.C. Garcia¹, S.L. Gómez^{*1}, R.F. Turchiello²

¹Universidade Estadual de Ponta Grossa, Departamento de Física, Ponta Grossa, PR, Brasil.

²Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Departamento de Física, Ponta Grossa, PR, Brasil.

Recebido em 21 de setembro de 2022. Revisado em 19 de outubro de 2022. Aceito em 24 de outubro de 2022.

O espalhamento da luz pelos componentes fundamentais da matéria é o processo básico que torna visíveis os objetos. Dependendo da densidade dos elementos espalhadores, pode existir um cancelamento ou não da luz espalhada. Uma das manifestações do espalhamento é o denominado Efeito Tyndall, o qual consiste no espalhamento de luz por partículas em escala nanométrica dispersas num meio líquido. Este trabalho propõe explorar as características do espalhamento de luz através da análise do Efeito Tyndall produzido por nanopartículas de prata dispersas em água.

Palavras-chave: Efeito Tyndall, espalhamento de luz, nanofluido, nanopartícula de prata.

Light scattering is the physical phenomenon responsible among other things, of the blue color of the sky, the glow when fog is illuminated by a headlight, and basically the motive why we see every illuminated object. The density of the scatterers determines if the scattered light is canceled out or not. The Tyndall Effect is the scattering by objects with sizes smaller than the wavelength of light dispersed in a fluid. In this work we explore the properties of the scattered light through the Tyndall Effect observed with silver nanoparticles dispersed in water.

Keywords: Tyndal Effect, light scattering, nanofluid, silver nanoparticle.

1. Introdução

Mais de uma vez o aluno deve ter ouvido ou visto num texto a pergunta “por que o céu é azul?” e a seguir a explicação de que a cor era devida ao espalhamento da luz do sol que acontece na atmosfera. Embora a menção ao espalhamento esteja relacionada com a cor característica do céu, não é a sua única manifestação. Uma evidência não menos espetacular do espalhamento pode ser verificada, observando um feixe de luz entrando pela janela num quarto escuro com poeira em suspensão, ou no ofuscamento produzido pelo nevoeiro, uma suspensão de gotículas de água no ar próximo à superfície do solo, quando iluminado pelos faróis de um carro. O espalhamento é também responsável pela aparência branca do sal refinado comercial ou do açúcar que usamos na cozinha, bem como pela cor azul que vemos em algumas íris e nas asas de certos tipos de borboletas [1]. A interação da luz com a matéria dá-se em decorrência da ação do campo elétrico da luz com as cargas elementares que a compõem (elétrons e prótons), sendo que o efeito observacional dependerá de diversas características em relação à luz, como comprimento de onda λ e polarização, e dos objetos espalhadores como tamanho e concentração no meio [2]. Quando o

tamanho do objeto espalhador é $\leq \lambda/10$, o espalhamento é denominado de tipo Rayleigh, caso contrário, é denominado de espalhamento tipo Mie. Em particular, o espalhamento da luz por objetos dispersos num fluido é denominado Efeito Tyndall, em homenagem a John Tyndall (1820–1893) que foi o primeiro a explicar corretamente esse fenômeno. O Efeito Tyndall já foi empregado para determinar visualmente a presença de íons de mercúrio [3]. Não obstante a evidente relevância do conceito de espalhamento de luz, poucos trabalhos na área de ensino de física foram publicados sobre o seu estudo, seja qualitativo [4–7], ou quantitativo [8–11].

Nesta comunicação, propomos um arranjo experimental simples e de baixo custo para estudar alguns aspectos básicos da radiação dipolar e do Efeito Tyndall, utilizando para isso nanopartículas de prata, cujos tamanhos são da ordem de um décimo do comprimento de onda da luz, dispersas em água. Todos os elementos utilizados neste trabalho podem ser adquiridos facilmente e instruções sobre a construção do suporte podem ser solicitadas aos autores.

2. Fundamentação Teórica

A interação da luz com a matéria dá-se diretamente com as partículas componentes desta. Assim, para obtermos um modelo do espalhamento devemos inicialmente

* Endereço de correspondência: sgomez@uepg.br

definir um modelo da matéria. Numa aproximação clássica do espalhamento elástico, aquele no qual a luz espalhada tem a mesma frequência que a luz incidente, tratamos a matéria e a radiação de forma clássica. Assim, podemos considerar o átomo como sendo compostos por cargas positivas (núcleo) e negativas (elétrons) ligados por molas, os quais são acionados por forças decorrentes da interação com a onda eletromagnética, a qual é composta tanto por campos elétricos quanto magnéticos. Devido ao fato da intensidade da interação das cargas com o campo elétrico da onda ser muitas ordens maior do que com o campo magnético [12], consideraremos somente o campo elétrico como sendo o representante da onda eletromagnética. Suponhamos representado o campo elétrico da luz da forma

$$\mathbf{E} = E_0 e^{i(kz - \omega t)} \mathbf{i} \quad (1)$$

onde $E_0 \mathbf{i}$ é o vetor amplitude do campo elétrico o qual é, em geral, complexo, $k = 2\pi/\lambda$ é o número de onda e ω é a frequência angular. Na expressão anterior supomos a direção de propagação sendo $+z$ e a direção de polarização a do eixo x . Sendo o comprimento de onda da luz (380–700 nm) mais de uma ordem de grandeza maior que o tamanho médio de uma nanopartícula (~ 10 nm), podemos supor com boa aproximação que o campo elétrico é homogêneo na região da nanopartícula e, portanto, todas as cargas são acionadas com a mesma intensidade. O campo elétrico da luz agirá sobre as cargas com uma força dada por $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$. É importante salientar que quando a frequência da luz coincide ou é próxima da frequência natural de oscilação, condição denominada de ressonância, existe máxima transferência da energia da luz para o meio. Nessa condição a absorção de luz é máxima, levando principalmente à geração de calor no meio e a uma baixa quantidade de luz sendo espalhada. No caso das nanopartículas metálicas, as cargas elétricas possuem uma frequência de oscilação, um modo coletivo denominado de plasmon localizado de superfície (LSP) [13], cujo valor está dentro da faixa correspondente ao da luz visível. A frequência correspondente ao LSP depende do tamanho da nanopartícula, aumentando em valor quando o tamanho da nanopartícula diminui. Assim, quanto menor a nanopartícula, menor o comprimento de onda da luz necessária para excitar o LSP. Portanto, para visualizar o espalhamento de luz, é necessário utilizar uma luz cujo comprimento de onda não esteja próximo ao valor correspondente do LSP da nanopartícula. Nestas condições, o átomo comporta-se como um oscilador harmônico forçado. Sendo o núcleo atômico de massa muito maior que os elétrons, podemos pensar no átomo como um conjunto no qual o núcleo permanece imóvel, enquanto a nuvem eletrônica é deslocada da posição de equilíbrio uma distância $x(t)$. Sob a influência do campo elétrico da luz, a equação de movimento da nuvem eletrônica é dada por [14]

$$m\ddot{x} + \sigma\dot{x} + kx = qE(t) \quad (2)$$

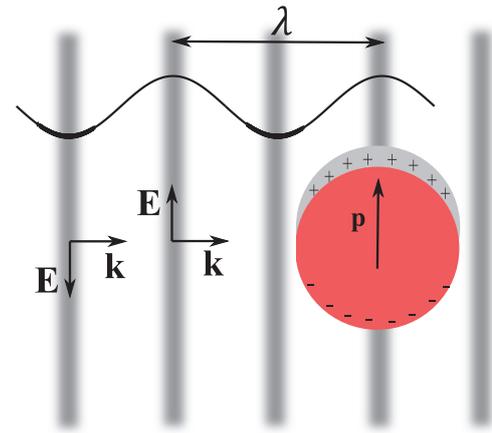


Figura 1: Figura esquemática do dipolo induzido \mathbf{p} numa nanopartícula por uma onda eletromagnética plana cujo comprimento de onda λ é mais de uma ordem de grandeza maior.

onde σ é uma constante dissipativa. A solução estacionária da equação de movimento é dada por $x(t) = x_0 e^{-i\omega t}$, ou seja, a carga oscilará com a frequência da luz. O deslocamento x da carga elétrica leva ao surgimento de um momento de dipolo elétrico (veja Fig. 1).

$$\mathbf{p} = -qx\mathbf{i} \quad (3)$$

$$= \mathbf{p}_0 e^{-i\omega t}. \quad (4)$$

Este dipolo oscilante produzirá por sua vez um campo elétrico e um campo magnético que se propagarão em todas as direções. Um cálculo rigoroso mostra que se as seguintes condições são satisfeitas: *i*) distâncias grandes em comparação com o comprimento de onda da luz incidente ($r \gg \lambda$), conhecido como zona de radiação; *ii*) comprimentos de onda da luz maiores que o tamanho do dipolo ($\lambda \gg d$), o dipolo elétrico induzido produzirá um campo elétrico e um campo magnético dados por [15, 16]:

$$\tilde{\mathbf{E}}(r, \theta) = \frac{\omega^2 \mu_0}{4\pi} \frac{e^{i(kr - \omega t)}}{r} \hat{r} \times (\mathbf{p}_0 \times \hat{r}) \quad (5)$$

$$= -\frac{\omega^2 \mu_0 \mathbf{p}_0}{4\pi} \frac{e^{i(kr - \omega t)}}{r} \sin \theta \hat{\theta} \quad (6)$$

e

$$\tilde{\mathbf{B}}(r, \theta) = \frac{\omega^2 \mu_0}{4\pi c} \frac{e^{i(kr - \omega t)}}{r} \hat{r} \times \mathbf{p}_0 \quad (7)$$

$$= \frac{\omega^2 \mu_0 \mathbf{p}_0}{4\pi c} \frac{e^{i(kr - \omega t)}}{r} \sin \theta \hat{\varphi}, \quad (8)$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo, μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo, e $\hat{\theta}$ e $\hat{\varphi}$ são vetores unitários num sistema de coordenadas esféricas com origem no centro do dipolo (veja Fig. 2). As equações mostram que os campos afastam-se do dipolo como ondas progressivas, tendo simetria axial em relação à direção do dipolo, ou seja, não depende do ângulo φ . Da

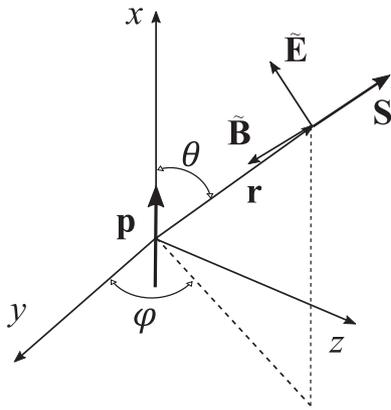


Figura 2: Campo eletromagnético produzido pelo dipolo na região de radiação.

Eq. 6, pode-se ver que para $\theta = 90^\circ$, ou seja, numa direção perpendicular ao dipolo, a direção do campo elétrico é paralela a do dipolo. Devido à distribuição desordenada dos centros espalhadores, as ondas emitidas pelos centros espalhadores em todas as direções, exceto na direção de propagação do feixe, terão destruído qualquer grau de coerência. Assim, a intensidade emitida por N centros espalhadores será $NI(r, \theta)$, onde $I(r, \theta)$ é a intensidade emitida por um único centro espalhador. A intensidade espalhada a uma distância r e segundo uma direção dada pelo ângulo θ em relação à direção inicial de propagação do feixe é dada pela média temporal do vetor de Poynting (\mathbf{S}) [2]. Das Eqs. 6 e 8 obtemos a seguinte expressão para a intensidade espalhada:

$$I(r, \theta) = \langle \mathbf{S} \rangle \tag{9}$$

$$= \frac{1}{\mu_0} \langle \tilde{\mathbf{E}} \times \tilde{\mathbf{B}} \rangle \tag{10}$$

$$= \frac{\omega^4 \mu_0 p_0^2}{32\pi^2 c} \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \hat{r}. \tag{11}$$

A Eq. 11 mostra que a intensidade espalhada na direção do dipolo é nula e é máxima numa direção a 90° com a do dipolo, tendo simetria axial (direção do dipolo). Na mesma Eq. 11 observamos a dependência da intensidade espalhada com a quarta potência da frequência, o qual diz que em termos das cores do espectro visível do vermelho ao azul, o espalhamento aumenta.

No caso do feixe de luz ser linearmente polarizado, as nanopartículas atingidas pelo feixe terão os dipolos induzidos alinhados ao longo da mesma direção e portanto terão o mesmo perfil de espalhamento. No caso do feixe ser não-polarizado, ele pode ser considerado como sendo composto de partes iguais de dois feixes de luz linearmente polarizada mas em direções ortogonais (Fig. 3) [10]. Assim, a intensidade medida numa dada posição será a soma das intensidades emitidas por cada tipo de dipolo, ou seja, $I = I_{\parallel} + I_{\perp}$.

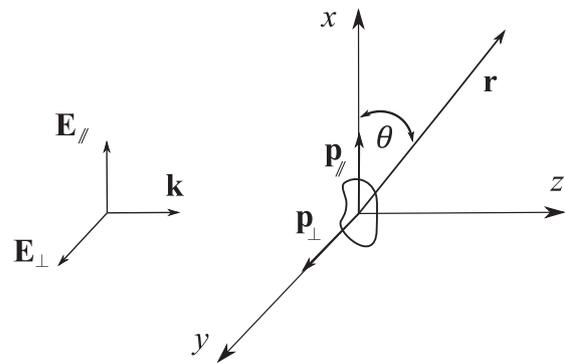


Figura 3: Um feixe de luz não polarizado, ou seja, contendo partes iguais de duas polarizações ortogonais, e se propagando ao longo da direção de \mathbf{k} , induz num meio dois dipolos também ortogonais entre si.

3. Montagem experimental

O arranjo experimental para a observação do Efeito Tyndall utiliza os seguintes elementos:

1. caneta laser de luz verde linearmente polarizada
2. caneta laser de luz verde não polarizada
3. caneta laser de luz vermelha linearmente polarizada
4. caneta laser de luz azul linearmente polarizada
5. placa Arduino
6. sensor de luminosidade TSL2561
7. computador
8. cubeta
9. prata coloidal
10. água destilada
11. pipeta pasteur
12. diversos tubos de ensaio com tampa
13. película polarizadora
14. suporte para laser, cubeta e detetor

Para este trabalho foi preparada uma solução estável de nanopartículas de prata dispersas em água utilizando uma síntese baseada no processo denominado de fototoredução [17], na qual íons de prata que provêm de um sal de prata, em solução aquosa junto com citrato de sódio têm a carga elétrica neutralizada (redução química) devido à incidência de luz UV, levando à agregação dos átomos de prata e consequente formação de nanopartículas. Coloides estáveis de nanopartículas de prata podem também ser adquiridos comercialmente em farmácias especializadas. A Fig. 4 mostra uma imagem de microscopia eletrônica de transmissão (TEM) de nanopartículas de prata preparadas no nosso grupo e que compõem o coloide utilizado na experiência. As partículas são aproximadamente esféricas, cujos tamanhos seguem uma distribuição do tipo lognormal. O tamanho mais representativo (moda) é da ordem de 20 nm. As partículas encontram-se suspensas em água,

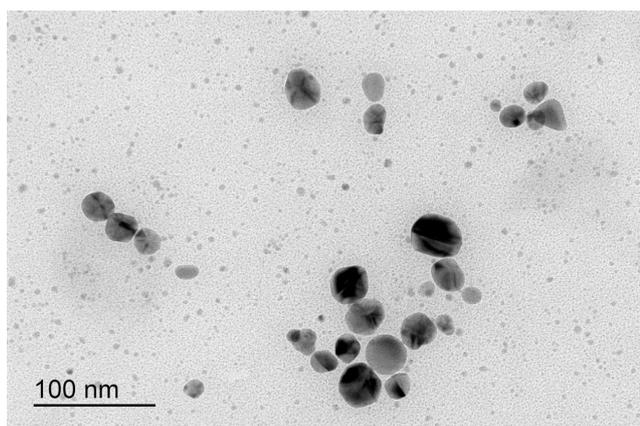


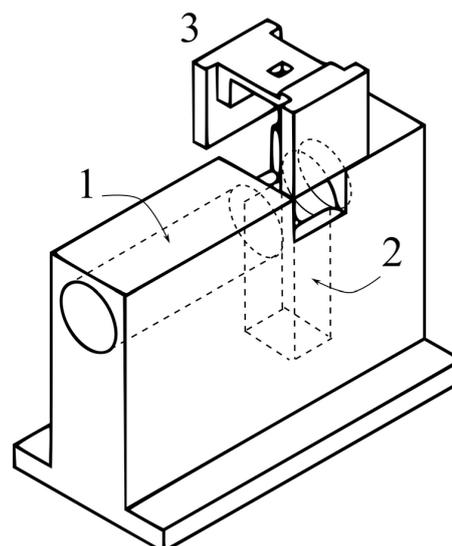
Figura 4: Imagem TEM de nanopartículas de prata.

constituindo um coloide estável devido ao tratamento superficial, o qual carrega eletricamente as partículas. Para as medidas foram preparadas 5 amostras com concentrações diferentes, partindo de uma amostra inicial com concentração de aproximadamente 10^{15} mL^{-1} , sendo que as diluições foram feitas utilizando água destilada. A Fig. 5 mostra o arranjo experimental utilizado, o qual será descrito em detalhe a seguir: A caneta laser comercial utilizada emite luz linearmente polarizada. No caso da luz da caneta não ser polarizada, pode ser transformada em linearmente polarizada colocando na saída do feixe da caneta um filme polarizador. Nessa configuração a intensidade do laser deve ser reduzida a aproximadamente metade do valor nominal.

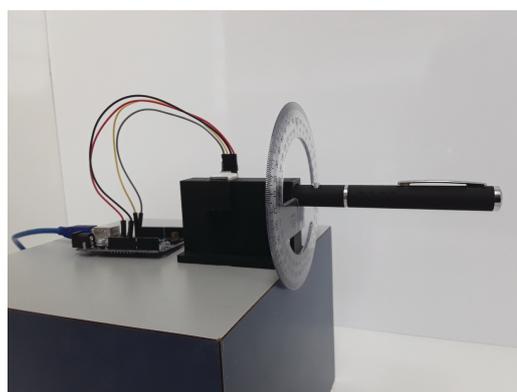
O material espalhador utilizado por nós no experimento foi prata coloidal produzida no nosso grupo mas pode ser utilizada prata coloidal disponível comercialmente. A prata coloidal tem alta absorção de luz na região do azul (absorção devida à ressonância do plasmon localizado de superfície da nanopartícula metálica), sendo um pouco menor no verde e baixa na região do vermelho. Um outro sistema disponível comercialmente é ouro coloidal que absorve na região do verde (também devido à ressonância de plasmon localizado de superfície da nanopartícula), assim, com ouro coloidal seria possível usar o laser que emite luz vermelha e o que emite na cor azul.

O suporte da cubeta e do laser foi impresso utilizando-se uma impressora 3D e foi projetado de maneira a medir a intensidade do feixe espalhado pelo meio numa direção perpendicular (90°) à direção de propagação do laser. O suporte também garante que a luz ambiente não seja detectada, sendo possível fazer a experiência com luz ambiente normal, além de que a posição do feixe laser que atravessa a cubeta não seja alterada de uma medida para outra.

Informações sobre o sensor TSL2561 referentes aos pinos para as conexões e sobre o programa para o controle pelo Arduino podem ser obtidas livremente na internet [18, 19].



(a)



(b)

Figura 5: a) Esquema do suporte desenvolvido para a experiência: 1) cavidade para instalação da caneta laser; 2) compartimento para alocar a cubeta; 3) tampa removível que comporta o sensor de luz na parte inferior e com abertura superior para a saída dos fios de conexão da placa Arduino. b) Imagem do suporte desenvolvido junto com a placa Arduino, a caneta laser e o transferidor na frente do suporte para medidas do ângulo θ .

4. Procedimento Experimental

A seguir são listados os procedimentos experimentais que foram realizados e que podem ser reproduzidos num laboratório sobre espalhamento de luz num curso de física básica.

1. Inicialmente, verificamos a observação do Efeito Tyndall, comparando o comportamento da luz laser atravessando a cubeta preenchida com água e na sequência com a prata coloidal. O laser utilizado pode ou não ser polarizado. Quando preenchida com água pura, não deve ser observado o feixe de luz no meio por conta da ausência de partículas no meio. Por outro lado, com a cubeta preenchida com

- a prata coloidal, deve ser observada a passagem do feixe de luz através do meio.
- No segundo procedimento experimental, utilizamos um laser linearmente polarizado. Girando o laser em torno do eixo longitudinal, registramos os valores de intensidade de luz coletada pelo sensor para cada ângulo. No caso do sensor utilizado no experimento, o valor da intensidade de luz é dado em lux (lx). O que observamos é que a intensidade medida passa por mínimos e máximos. Marcando as posições de mínimo e de máximo, deve-se comprovar que entre mínimos ou máximos consecutivos o giro foi de 180° , e que entre um máximo e um mínimo consecutivos o giro foi de 90° . Numa posição de máximo, a direção de polarização da luz espalhada é paralela à direção de polarização do laser. Isso pode ser comprovado observando o feixe através de um polarizador linear. Rotacionando o polarizador ao longo do eixo de visão do feixe, deve-se comprovar uma mudança na intensidade do feixe de luz laser.
 - A seguir, com o laser linearmente polarizado e numa posição fixa (θ fixo), procedemos à medição da intensidade espalhada em função da concentração de nanopartículas.
 - Finalmente, utilizamos um feixe de luz laser não polarizado. Girando a caneta laser, foi observado que a intensidade medida pelo detetor permaneceu inalterada. Entretanto, com a ajuda de um polarizador linear, pode-se comprovar que a luz espalhada é completamente polarizada, com a sua direção de polarização perpendicular à direção de propagação do feixe de luz laser.

5. Resultados

A Fig. 6 mostra uma imagem de um feixe de luz laser da cor verde passando por um tubo de ensaio contendo água

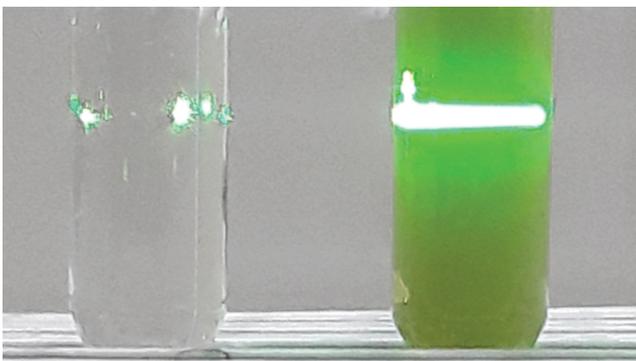


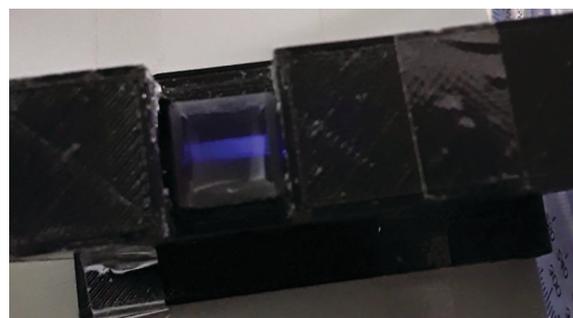
Figura 6: Imagem da passagem do feixe de luz laser verde através de água (recipiente esquerdo) e de prata coloidal (recipiente direita). Somente no último é visível o feixe no interior do fluido (Efeito Tyndall).

ultra pura e de um segundo tubo de ensaio contendo prata coloidal. Na imagem é possível comprovar que o feixe não tem a sua trajetória visível no recipiente com água ultra pura. Se for usada água da torneira, é muito provável ser visível a trajetória do feixe, dependendo da qualidade da água disponível. Em geral, água da torneira contém grande quantidade de partículas em suspensão, produzindo também um Efeito Tyndall.

Os lasers utilizados que supostamente eram polarizados, na verdade são parcialmente polarizados, ou seja, o feixe de luz contém uma pequena porcentagem de luz com uma polarização ortogonal à polarização nominal. Esse fato pode ser comprovado pela utilização de um filme polarizador e também observando a luz emitida na direção perpendicular à direção de propagação do feixe, como ilustrado na Fig. 7, a qual mostra dois momentos da luz de um laser azul espalhada pela prata coloidal. Na Fig. 7a) a caneta laser é rotacionada até observar o caminho do feixe com a maior intensidade. Nessa posição do laser, a polarização nominal (previamente determinada com um filme polarizador) está no plano da figura. Por outro lado, na Fig. 7b) a caneta laser foi rotacionada até observar a menor intensidade possível, a qual não é nula. Nessa posição, a polarização do feixe tem a direção perpendicular ao plano da figura. A luminosidade residual observada pode ter duas fontes: a primeira é o fato do laser não ser 100% polarizado, e a



(a)



(b)

Figura 7: Imagens da luz do laser azul espalhada a 90° em relação à direção de propagação. a) com a direção de polarização no plano da imagem. b) com a direção de polarização da luz perpendicular ao plano da imagem.

segunda o fato da existência de espalhamento múltiplo. A luz espalhada por mais de uma partícula em sequência, em geral terá uma direção de polarização diferente da determinada no primeiro espalhamento.

A Fig. 8 mostra um gráfico da intensidade da luz do laser vermelho espalhada, medida a 90° em relação à direção de propagação do feixe, em função do ângulo θ entre a direção de polarização e a direção de observação, medida a cada 5° . A Fig. 8 também mostra um ajuste dos dados experimentais com a função dada na Eq. 11. O fato da intensidade não ir a zero para um ângulo $\theta = 0^\circ$ é devido ao espalhamento múltiplo. Um detalhe importante a ser observado é que a utilização do laser

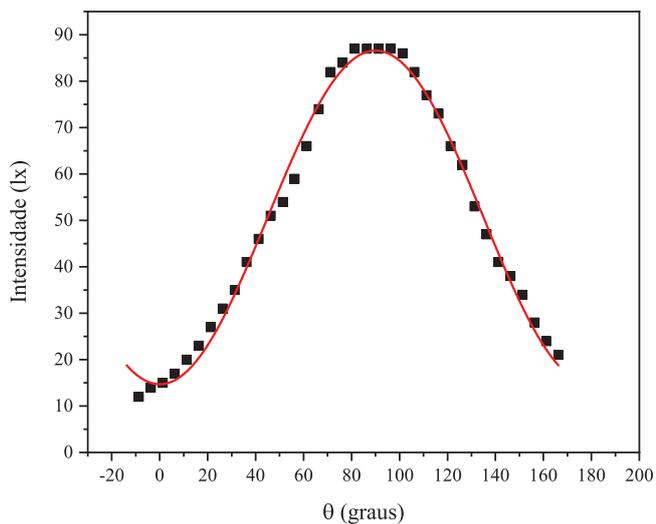


Figura 8: Gráfico da intensidade da luz do laser vermelho espalhado a 90° em função do ângulo θ . A linha contínua na cor vermelha é um ajuste à função teórica.

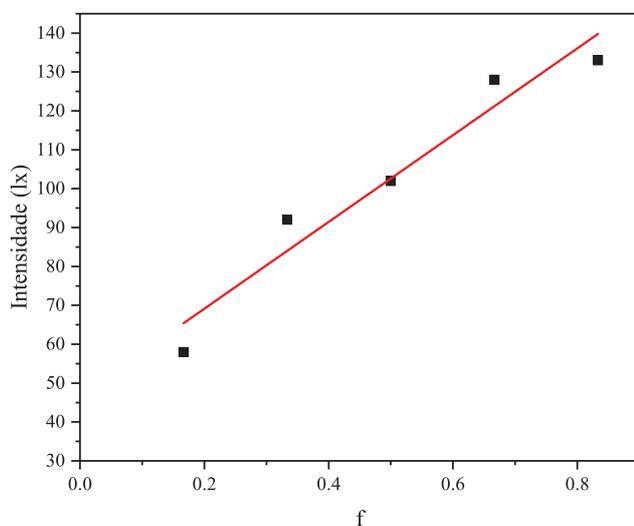
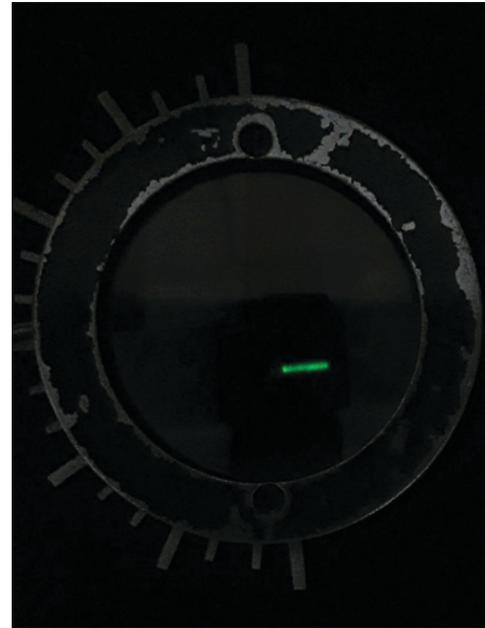


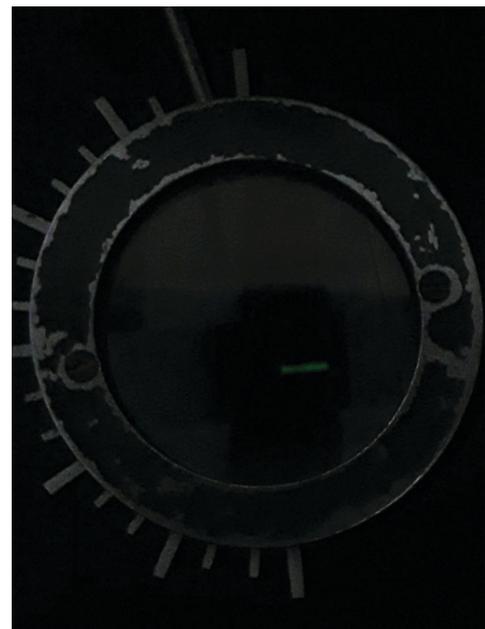
Figura 9: Gráfico da intensidade da luz do laser vermelho espalhado a 90° , medida em função da fração f da concentração inicial. A curva contínua na cor vermelha representa um ajuste linear.

vermelho é devido ao fato que a absorção é menor do que nas outras cores (verde e azul). Se a absorção é alta, ela produz efeitos hidrodinâmicos devido ao aquecimento do fluido, gerando leituras de intensidade com alta flutuação.

A Fig. 9 mostra um gráfico da intensidade da luz do laser vermelho medida para um ângulo fixo entre a



(a)



(b)

Figura 10: Imagens obtidas, através de um polarizador linear, da luz do laser verde não polarizado espalhada a 90° em relação à direção de propagação. a) Polarizador paralelo à direção de polarização da luz; b) Polarizador perpendicular à direção de polarização da luz.

direção da polarização e a direção de observação, para as cinco amostras obtidas variando a concentração de nanopartículas. Estas amostras foram obtidas mediante sucessivas diluições da amostra inicial com água ultra pura. Como pode ser visto na figura, a intensidade espalhada diminui linearmente com a concentração de nanopartículas.

Finalmente, comprovamos que a luz de um laser não polarizado espalhada a 90° pelo coloide é linearmente polarizada. A Fig. 10 mostra a imagem, vista através de um polarizador linear, da luz espalhada a 90° de um laser verde não polarizado. Na Fig. 10a), a direção do polarizador é paralela à da polarização da luz espalhada e na Fig. 10b) ela é perpendicular. O laser não polarizado tem duas componentes de luz com polarizações ortogonais, uma paralela ao plano da figura e outra perpendicular. A primeira produzirá a emissão de luz a 90° por parte das nanopartículas com uma polarização também paralela ao plano da figura, e a segunda levará a uma emissão nula na direção perpendicular ao plano da figura. Em relação à Fig. 10b), a emissão residual também pode ser atribuída ao espalhamento múltiplo.

6. Conclusões

Nesta comunicação desenvolvemos uma experiência simples, facilmente reproduzível num laboratório de física básica e geral, que ilustra os principais aspectos relacionados ao espalhamento de luz, um assunto de fundamental importância na formação em ciências em geral e física em particular.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro das agências CNPq, CAPES e Fundação Araucária e do Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia em Fluidos Complexos (INCT-FCx).

Referências

- [1] G.S. Smith, *Am. J. Phys.* **77**, 1010 (2009).
- [2] E. Hecht, *Óptica* (Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2002), 2 ed.
- [3] J. Huang, X. Mo, H. Fu, Y. Sun, Q. Gao, X. Chen, J. Zou, Y. Yuan, J. Nie e Y. Zhang, *Sensor. Actuat B-Chem.* **344**, 130218 (2021).
- [4] M.N. Rocha, T.G. Fujimoto, R.S. Azevedo e M. Muramatsu, *Rev. Bras. Ens. Fís* **32**, 3501 (2010).
- [5] B.G. Eaton e J.B. Johnston, *Am. J. Phys.* **53**, 184 (1985).
- [6] S. Krapas, *Cad. Bras. Ens. Fís.* **19**, 341 (2002).
- [7] R.M. Price e K.M. Parrish, *Am. J. Phys.* **50**, 473 (1982).
- [8] N.L. Sharma, E.R. Behringer e R.C. Crombez, *Am. J. Phys.* **71**, 1294 (2003).
- [9] D.E. Shaw, F.J. Wunderlich e M.J. Hones, *Am. J. Phys.* **45**, 638 (1977).

- [10] D.E. Shaw, M.J. Hones e F.J. Wunderlich, *Am. J. Phys.* **41**, 1229 (1973).
- [11] M. Bender, *J. Chem. Educ.* **29**, 15 (1952).
- [12] S.C. Zilio, *Óptica Moderna: Teoria e Aplicações* (Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009).
- [13] J.F.L. Santos, M.J.L. Santos, A. Thesing, F. Tavares, J. Griep e M.R.F. Rodrigues, *Quim. Nova* **39**, 1098 (2016).
- [14] K.R. Symon, *Mechanics* (Addison-Wesley, Reading, 1960), 2 ed.
- [15] D.J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics* (Prentice Hall, New Jersey, 1999), 3 ed.
- [16] J. Vanderlinde, *Classical Electromagnetic Theory* (Kluwer Academic, Dordrecht, 2004), 2 ed.
- [17] S.K. Lin e W.T. Cheng, *Mater. Lett.* **261**, 127077 (2020).
- [18] <https://electropeak.com/learn/interfacing-tsl2561-luminosity-sensor-with-arduino/>
- [19] <https://www.dobitaobyte.com.br/sensor-de-luminosidade-tsl2561/>