

Artigos Gerais

Compreendendo a oscilação dos neutrinos (Understanding neutrino oscillations)

Gustavo do A. Valdivieso¹ e Marcelo M. Guzzo

Instituto de Física Gleb Wataghin, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil

Recebido em 2/2/2005; Aceito em 27/4/2005

Este trabalho é uma introdução ao modelo da *oscilação de neutrinos* para estudantes de física. Apresentamos o modelo de mistura de neutrinos baseado no conceito de superposição de estados. Em particular, consideraremos o caso onde os neutrinos se propagam exclusivamente no vácuo. A hipótese de mistura entre os sabores de neutrinos leva à *oscilação de sabor induzida por diferença de massa*, ou simplesmente *oscilação de sabor*. Neste processo o neutrino é convertido sucessivamente entre os três sabores possíveis durante o trajeto entre sua fonte e o detector. Pretende-se que este fenômeno seja capaz de solucionar o aparente desaparecimento dos neutrinos provenientes do Sol, conhecido como o *problema do neutrino solar*. Por motivos didáticos, consideramos apenas o caso de mistura entre dois sabores (um deles é uma mistura de outros dois) e derivamos assim a probabilidade de um neutrino do tipo eletrônico “sobreviver” em seu trajeto até a Terra. Uma simples verificação nos revela que o modelo não é capaz de explicar os dados do experimento Super-Kamiokande (um dos principais relacionado aos neutrinos solares) mas que por outro lado é capaz de explicar o desaparecimento de neutrinos provenientes dos reatores nucleares localizados no Japão e observados pelo experimento de KamLAND. Como a diferença entre os dois casos é a existência da densa matéria solar, no primeiro caso, segue-se que um modelo satisfatório deve levar em consideração a interação do neutrino com a matéria para uma proposta completa de solução ao problema do neutrino solar.

Palavras-chave: neutrino, mistura de sabores, oscilações do vácuo.

This work is an introduction to *neutrino oscillation* model for physics students. We present the neutrino mixing model based on the concept of state superposition. In particular, we consider the case where neutrinos propagate in the vacuum. The flavor mixing hypothesis leads to the so-called *flavor oscillations induced by mass difference*, or simply *flavor oscillations*. In this process the neutrino is converted between the three possible flavors during its way from source to detection. One intent that this phenomenon might be able to solve the apparent solar neutrinos disappearance, known as *the solar neutrino problem*. For didactic reasons, we consider only the case of two flavor mixing (one of them is a mixing of the other two) and so derive the probability of an electron-neutrino to ‘survive’ in its way to Earth. One simple verification reveals us that this model can not explain the Super-Kamiokande experimental data (one of the most important related to solar neutrinos) while the same model, by the other way, is able to explain the disappearance of reactors neutrinos located in Japan and observed by the KamLAND experiment. Since the difference between these two cases is the existence of the dense solar matter, in the first case, it follows that a satisfactory model must take the neutrino interactions with matter in account in order to provide a complete solution to the solar neutrino problem.

Keywords: neutrino, flavor mixing, vacuum oscillations.

1. Introdução

Desde a época em que foi proposto por Pauli para garantir a conservação de energia no decaimento beta [1], o neutrino tem sido a mais intrigante das partículas. Capaz de atravessar toda a Terra sem interagir com ela, os neutrinos permeiam o espaço a nossa volta vindo de diferentes fontes: o Sol, a atmosfera, as rochas e até nós mesmos emitimos neutrinos. Aproximadamente 60 bilhões deles atravessam cada centímetro quadrado da

sua pela a cada segundo, e mesmo assim não podemos “vê-los ou senti-los”, pois eles praticamente não interagem com as partículas que formam nosso organismo. Mas então porque se interessar por uma partícula aparentemente insignificante? A resposta com certeza está nos problemas que cercam o neutrino.

Atualmente, conhecemos algumas fontes de neutrinos: os solares, produzidos nas reações nucleares que dão vida à nossa estrela; os atmosféricos, produzidos por raios-cósmicos que são barrados pela

¹E-mail: gamaral@ifc.unicamp.br.

atmosfera terrestre; os geo-neutrinos, produzidos pelos decaimentos radioativos naturais que ocorrem nas rochas terrestres; e os neutrinos-de-reatores, produzidos como consequência das reações nucleares ocorridas nos núcleos dos nossos reatores. Destes vários tipos, os neutrinos solares e os de reatores serão o alvo de nossa discussão.

O que mais sabemos sobre os neutrinos? Bem, até agora sabemos com certeza que existem apenas três neutrinos leves (com a massa menor ou igual a metade da massa da partícula Z^0). Na verdade, e isso você pode confirmar em qualquer livro texto sobre partículas elementares, não há evidências de que o neutrino tenha alguma massa. Até agora, toda a física que envolve o neutrino pode ser detalhadamente prevista com um modelo de neutrino com massa nula (assim como o fóton). Mas, como veremos mais adiante, talvez uma nova física de neutrinos exija que ele seja massivo, mesmo que o valor de sua massa seja muito pequeno. Tentativas de se medir a massa de qualquer um dos três tipos de neutrino sempre indicam um valor menor do que a sensibilidade do experimento. Para encerrar nosso resumo do neutrino, voltamos aos três tipos. Eles são nomeados de acordo com o lépton que o acompanha na interação fraca, ou seja, neutrino do elétron (ou neutrino eletrônico), neutrino do múon (ou muônico) e neutrino do tau (ou tauônico).

2. O problema: Neutrinos desaparecidos

Sem entrar em maiores detalhes agora, vamos apresentar o nosso maior problema em linhas gerais. O Sol é uma fonte de neutrinos do elétron. Ao estudar o fluxo de neutrinos provenientes do Sol, nota-se uma redução no valor esperado. Temos o *modelo solar padrão* (MSP) que nos permite prever qual o fluxo de neutrinos solares sobre a Terra. Porém, o valor previsto e o valor experimental não conferem. Ainda mais: o MSP prevê também o *espectro* dos neutrinos solares e novamente este não confere com o espectro dos neutrinos que chegam na Terra. Este panorama nos leva à uma conclusão muito simples. Temos três possibilidades: o MSP está equivocado, prevendo assim um fluxo maior do que o verdadeiro; os experimentos estão equivocados, medindo valores que não são reais; por fim, os neutrinos estão realmente desaparecendo no trajeto Sol-Terra (repare que desaparecer não significa deixar de existir, mas sim ser indetectável).

3. A fonte: Modelo solar padrão

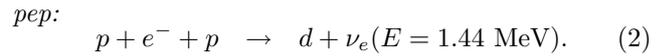
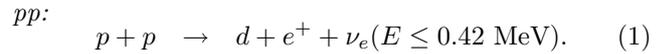
Como já dissemos, estamos interessados nos neutrinos solares e por isso vale a pena dar uma olhada rápida

²Este limite é necessário para evitar que se confunda a detecção de um neutrino solar com a detecção de outras partículas, principalmente as provenientes da radiação das rochas que cercam o experimento.

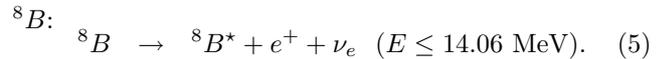
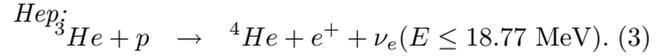
³Prêmio Nobel de Física em 2002.

⁴O que levou John Bahcall a propor em 1969 uma *unidade de neutrinos solares* (solar neutrino unit - SNU), com o valor de 10^{-36} capturas por átomo de cloro por segundo.

no que o MSP tem a nos dizer. No Sol, os neutrinos são produzidos em algumas seqüências de reações, as quais podem ser divididas em duas grandes seqüências. Uma delas, a *CNO*, é responsável por menos de 1.5% do fluxo que atinge a Terra e por isso não vamos entrar em detalhes sobre esta. A outra grande seqüência pode ser dividida em três grupos menores. Destas reações, apenas algumas produzem neutrinos. Tais reações são chamadas de *pp*, *pep*, *Hep*, ${}^7\text{Be}$ -Berílio e ${}^8\text{B}$ -Boro. Estes são os elementos iniciais de cada uma das reações, que estão mostradas abaixo:



Estas duas dão conta de 87% do fluxo que chega na Terra (86% + 1% respectivamente). As indicações de E em cada reação são os valores máximos de energia (ou exatos no caso da reação pep) com a qual os neutrinos podem ser emitidos. As outras três que produzem neutrinos são:



Esta última é de extrema importância. Apesar de contribuir com uma fração mínima do fluxo, o experimento de Super-Kamiokande possui um limiar mínimo de energia próximo de 8 MeV². Repare que este corte exclui as reações *pp*, *pep* e ${}^7\text{Be}$. Desta forma, o fluxo que pode ser visto por Super-Kamiokande é composto apenas dos neutrinos provenientes das reações *Hep* e *Boro*.

4. Experimentos

Graças aos resultados obtidos no final de 2002, pelo experimento SNO [9] no Canadá, obtivemos as primeiras conclusões sobre a natureza do fenômeno conhecido como *o problema do neutrino solar*. Desde 1966 o experimento de *Homestake*, idealizado e realizado por Ray Davis³, mostrou que o fluxo de neutrinos do Sol que atinge a Terra é menor que o esperado. O experimento de Homestake [1] se baseia no processo onde um neutrino eletrônico interage com um átomo de cloro (${}^{37}\text{Cl}$) produzindo um elétron e um átomo de argônio (${}^{37}\text{Ar}$). Entre 1970 e 2002, a taxa de capturas de neutrino por átomos de cloro-37 no tanque foi de $(2.56 \pm 0.23) \times 10^{-36}$ por segundo⁴, ou $(2.56 \pm 0.23) \text{ SNU}$, quando o previsto

pelo *modelo solar padrão* [10] seria $(7.6 \pm 1.3)SNU$. Isto significa uma fração de $(34 \pm 7)\%$ do fluxo esperado.

Outros experimentos observaram um déficit nos neutrinos solares [1]. O *SAGE* (Soviet-American Gallium Experiment) e o *Gallex* - atualmente chamado de *GNO* - utilizam como meio de detecção o processo onde um neutrino interage com um átomo de gálio (^{71}Ga) resultando num elétron e num átomo de germânio (^{71}Ga). Até o ano 2002, estes experimentos mediram uma contagem de $(71_{-6}^{+7})SNU$ para o SAGE e $(71 \pm 6)SNU$ para o GNO, quando o previsto pelo MSP seria $(128_{-9}^{+8})SNU$. Esta diferença corresponde a $(55 \pm 6)\%$ do fluxo esperado.

Esta discrepância provocou um sério debate sobre a origem deste aparente *desaparecimento* dos neutrinos solares. Estaria o modelo solar errado, superestimando o fluxo de neutrinos, ou os experimentos estariam obtendo resultados pouco confiáveis?

O experimento de *Super-Kamiokande* [7], uma ampliação do experimento Kamiokande, faz parte da primeira geração a utilizar o espalhamento de elétrons por neutrinos como princípio para detecção. Os neutrinos são detectados por meio de sua interação com os elétrons existentes nas moléculas de água, contidas num gigantesco tanque subterrâneo. A vantagem deste tipo de detecção é que pode-se medir o fluxo para cada faixa de energia e em cada direção do espaço, obtendo-se assim o *espectro* dos neutrinos que chegam ao detector. Veremos os resultados de Super-Kamiokande com mais detalhes na seção 7.4. Por hora, basta sabermos que ele também detectou, até o ano 2002, um déficit médio de $(48 \pm 2)\%$.

Mais de trinta anos após Homestake, o experimento *SNO* - Sudbury Neutrino Observatory - foi capaz de medir não somente o fluxo de neutrinos do elétron, os quais esperava-se serem os únicos provenientes do Sol, mas também o fluxo total de neutrinos, incluindo os outros dois sabores conhecidos: o neutrino do múon e o neutrino do tau. Este experimento utiliza o espalhamento de neutrinos em água pesada (onde os átomos de hidrogênio são trocados por átomos de deutério). Cada molécula de água pesada contém dois neutrônios a mais do que a de água comum. Isto propicia as interações de *corrente neutra* (sem troca de cargas elétricas), que afetam igualmente os três sabores de neutrinos. Os experimentos realizados até então eram praticamente cegos à estes outros dois tipos de neutrinos. Os resultados revelaram que, apesar de ser observado um déficit nos neutrinos eletrônicos, $(35 \pm 2)\%$, o fluxo total de neutrinos que chegam à Terra vindos do Sol é equivalente ao previsto pelo modelo solar padrão. A porcentagem do fluxo observado com relação ao pre-

visto foi de $(101 \pm 12)\%$ [10].

A resposta ao problema do neutrino solar se revela ao fenômeno da *oscilação de neutrinos*, onde os neutrinos do elétron produzidos no Sol se convertem nos outros dois tipos durante seu trajeto. Vários modelos surgiram para explicar o fenômeno, porém apenas a *oscilação no vácuo* em conjunto com o *efeito MSW* sobreviveram aos dados não só dos neutrinos solares como também aos experimentos com anti-neutrinos de reatores nucleares.

Porém existem várias idéias sobre como induzir a oscilação de neutrinos [3]. A única capaz de reproduzir o comportamento de todos os dados experimentais disponíveis foi a *oscilação de sabor induzida por diferença de massa*⁵ [12]. Isso mesmo, massa! Até há poucos anos atrás acreditava-se que o neutrino era desprovido de massa. Basta abrir qualquer livro sobre partículas elementares que você encontrará esta informação. Mas agora sabemos que os neutrinos oscilam e que para isso eles têm que ter massa.

Este trabalho é uma introdução ao modelo das oscilações no vácuo, mostrando em detalhes as origens do modelo e as hipóteses utilizadas. Mostraremos também, de maneira qualitativa, que este modelo não pode explicar os resultados de um dos mais importantes experimentos, o Super-Kamiokande, devido à sua simplicidade. Uma solução satisfatória para o *problema do neutrino solar* deve levar em conta o efeito que a matéria solar tem sobre o feixe de neutrinos. Mas mesmo assim é possível comprovar o modelo de oscilação no vácuo observando os dados sobre os neutrinos de reatores terrestres, como veremos a na seção 7.5.

Num próximo trabalho [20], veremos que a interação dos neutrinos com a matéria não é tão tênue assim e trataremos dos efeitos que a matéria exerce sobre ele, conhecido como *efeito MSW* [16, 17]. Então veremos a mais promissora solução para o problema dos neutrinos solares.

5. Oscilação de probabilidade em estados quânticos

Na mecânica quântica temos vários exemplos de oscilação. Talvez o mais conhecido, embora não muito lembrado, seja o que ocorre com os sistemas de acoplamento de spin⁶. Tanto neste como em outros casos, a “oscilação” é o nome que se da à dependência periódica das soluções no tempo ou no espaço. Em linguagem técnica, este tipo de solução é obtida quando medimos um observável que não é diagonal na base dos auto-estados da Hamiltoniana. Tentando vencer a barreira da linguagem técnica, podemos dizer que algumas grandezas físicas não podem ser determinadas simul-

⁵Ou simplesmente *oscilação de sabor*.

⁶Este tipo de oscilação é descrita em diversos livros de graduação por ser um exemplo simples e completo onde pode-se estudar tanto as ferramentas matemáticas (de maneira introdutória por se tratar de um sistema de apenas dois níveis) quanto os conceitos físicos sobre observáveis que não comutam. Para maiores detalhes ver a referência [11].

taneamente. Nestes casos, cada vez que se mede o valor de uma grandeza perde-se completamente a informação que se tinha sobre as outras.

6. Um novo ponto de vista sobre o neutrino

Para que possamos “ver” um neutrino, devemos colocar um alvo em seu caminho, que interaja com ele durante seu vôo. Por ser desprovido de carga elétrica e de *carga de cor* (a carga da interação forte) a única forma de um neutrino interagir é via interação fraca⁷. Esta última é mediada por três mensageiros, os bósons W^+ , W^- e Z^0 , que são massivos e por isso limitam muito o alcance da interação. A interação fraca, ou melhor os bósons mediadores, são nossos “olhos” para ver os neutrinos e ao mesmo tempo, são as “mãos” que criam os neutrinos na natureza, uma vez que as partículas elementares só podem ser criadas ou aniquiladas pelas interações que as afetam. Mas, e se a interação fraca não interagir *exatamente* com o neutrino? Em outras palavras, e se a partícula que chamamos de neutrino não for exatamente uma entidade física bem definida?

O que é proposto [14] é que existam três partículas, chamadas *neutrinos físicos*, as quais denominamos $\nu_i = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)$. Cada uma destas partículas possui massa m_1 , m_2 e m_3 , respectivamente. Elas não possuem carga elétrica e tão pouco carga de cor, mas interagem fracamente, pelo menos de certa forma. Propõe-se também que, por alguma razão ainda totalmente desconhecida, os mediadores da interação fraca não *acoplam*⁸ com estas partículas diretamente. Ao invés disso, a interação fraca apenas cria e aniquila estados *mistos* de neutrinos físicos. O sentido de estado misto que exploramos aqui é o de *superposição de estados quânticos*. Ou seja, o que “vemos” e identificamos como o neutrino ν_e nada mais é do que uma superposição dos neutrinos físicos.

Por exemplo, o que chamamos de neutrino do elétron é um estado do tipo:

$$\nu_e = U_{e1} \nu_1 + U_{e2} \nu_2 + U_{e3} \nu_3, \quad (6)$$

onde U_{e1} , U_{e2} e U_{e3} são coeficientes de mistura, ou seja, eles determinam “o quanto” de cada neutrino físico compõe o neutrino do elétron ν_e . O mesmo deve ocorrer para os outros dois sabores ν_μ e ν_τ . Assim, de uma forma mais completa podemos definir os estados de sabor em função dos neutrinos físicos como:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

ou de forma simplificada

$$\nu^{(s)} = U \nu^{(m)}, \quad (8)$$

onde U é chamada *matriz de mistura*. Ela deve ser *unitária* por definição ($UU^\dagger = \mathbb{1}$) para garantir que não teremos problemas futuros ao tratarmos de probabilidades⁹.

Temos que ampliar nosso conceito de partícula para que possamos ter em mente que o estado de superposição também é uma partícula, assim como o estado físico. Devemos dizer que o neutrino ν_e é “tão neutrino” quanto ν_1 . São apenas partículas com propriedades diferentes, a saber: podemos interagir com os neutrinos ν_e , ν_μ e ν_τ mas não temos informação sobre suas massas, por outro lado não podemos interagir diretamente com ν_1 , ν_2 e ν_3 mas estes têm massas bem definidas.

Com base nas hipóteses anteriores, podemos colocar o problema desta forma: não se pode determinar o sabor do neutrino e a sua massa, simultaneamente. Isto nos retorna à discussão feita na seção 5.. O sabor (ou seja, o tipo) e a massa são as grandezas físicas que não podem ser determinadas simultaneamente, levando assim ao fenômeno da oscilação.

Em uma linguagem mais técnica dizemos que os neutrinos ν_i são *auto-estados de interação* (ou estados de sabor), enquanto os neutrinos ν_i são *auto-estados propagação* (ou estados de massa).

Conhecemos os auto-estados (auto-vetores) de interação e de massa, por definição. Conhecemos também, por definição, a matriz de mistura, a qual relaciona os dois conjuntos. Dizemos então que o primeiro conjunto, o dos auto-estados de interação, forma a *base de interação* ou *base de sabor*. Por outro lado, o segundo conjunto de vetores, o dos auto-estados físicos ou de massa, formam a *base de massa*. Esta descrição completa nossa compreensão do neutrino pois ambas as bases são *equivalentes* em todos os sentidos¹⁰. A equivalência entre as bases é, em termos técnicos, a mesma afirmação feita em um parágrafo anterior onde expressamos com palavras mais simples que *o neutrino ν_e é “tão neutrino” quanto ν_1* .

⁷Podemos desprezar a interação gravitacional por esta ser muito mais sutil que a interação fraca.

⁸Usamos o termo acoplar ao nos referirmos à possibilidade de interação entre duas partículas.

⁹Garantimos assim preservarmos a ortonormalidade dos estados físicos, o que entre algumas conseqüências nos garante que se os estados físicos estão normalizados, então os estados de sabor também estão.

¹⁰Esta equivalência se deve ao fato delas estarem relacionadas por uma transformação unitária.

¹¹Mesmo no caso dos neutrinos atmosféricos (não estudados neste texto) somente a oscilação entre ν_μ e ν_τ é relevante, de forma que por motivos didáticos pode-se usar duas famílias sem perda de resultados práticos.

7. Oscilando entre dois sabores

7.1. Definições

Vamos utilizar uma descrição simplificada em termos de dois sabores ν_e e ν_α . Isto não trará nenhum prejuízo aos resultados pois como veremos no caso do neutrino solar apenas a oscilação entre ν_e e ν_μ é relevante¹¹. Podemos reescrever a relação 7 com apenas dois sabores:

$$|\nu_e\rangle = \cos\theta |\nu_1\rangle + \sin\theta |\nu_2\rangle, \quad (9)$$

$$|\nu_\alpha\rangle = -\sin\theta |\nu_1\rangle + \cos\theta |\nu_2\rangle, \quad (10)$$

e a sua relação inversa;

$$|\nu_1\rangle = \cos\theta |\nu_e\rangle - \sin\theta |\nu_\alpha\rangle, \quad (11)$$

$$|\nu_2\rangle = \sin\theta |\nu_e\rangle + \cos\theta |\nu_\alpha\rangle, \quad (12)$$

onde utilizamos a notação de vetores de estado *bras* e *kets*.

Porém, uma notação muito prática para qualquer problema quântico de dois níveis são os vetores de duas componentes. Sua principal característica é a possibilidade de utilizar as matrizes de Pauli σ_i para descrever os operadores. Sendo assim, definimos o vetor:

$$\nu^{(s)} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}_s, \text{ onde } |\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2 = 1. \quad (13)$$

O índice s indica que o vetor em questão está escrito na base dos auto-estados de sabor. A base do espaço de vetores se relaciona com a base do espaço de estados, formando a “ponte” entre o formalismo de vetores e o formalismo de bras e kets, de forma que:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_s \equiv |\nu_e\rangle \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_s \equiv |\nu_\alpha\rangle. \quad (14)$$

Da mesma forma, temos os vetores escritos na base dos auto-estados de massa:

$$\nu^{(m)} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}_m, \text{ onde } |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 = 1, \quad (15)$$

sendo que as bases relacionam os vetores aos estados ket:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_m \equiv |\nu_1\rangle \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_m \equiv |\nu_2\rangle. \quad (16)$$

Com esta notação e utilizando a expressão (8), escrevemos:

$$\nu^{(s)} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \nu^{(m)}, \quad (17)$$

onde a matriz de mistura U é definida como função de θ , sendo este chamado *ângulo de mistura*. Lembramos que esta definição de U é a matriz 2×2 mais simples que satisfaz a condição $UU^\dagger = \mathbb{1}$.

¹²Neste sistema, $c = 1$ e $\hbar = 1$. Desta forma, massa, energia e momento ficam em pé de igualdade, e no caso da física de partículas elementares, escolhemos o eV (*eletron-volt*) como unidade de massa-energia-momento.

¹³É mais comum encontrar na literatura σ_x , σ_y e σ_z . Porém aqui usaremos a notação mais usada nos textos que envolvem Relatividade Especial, a saber: σ_1 , σ_2 e σ_3 respectivamente.

7.2. Formalizando o problema

Sendo $\nu^{(m)}$ o vetor dos estados das partículas físicas, ou seja, aquelas que possuem massa bem definida e se propagam no vácuo, então estes estados são aqueles que devem satisfazer a equação de Schrödinger (no sistema natural de unidades¹²):

$$i \frac{d}{dt} \nu^{(m)} = H \nu^{(m)}, \quad (18)$$

onde H é a *Hamiltoniana* do sistema, e é representada matricialmente por:

$$H = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix}, \quad (19)$$

onde as energias E_1 e E_2 são, respectivamente, as energias dos neutrinos físicos ν_1 e ν_2 .

Uma vez que não interagimos diretamente com os neutrinos físicos, não é de nosso interesse prático escrever a solução em função dos estados ν_1 e ν_2 . Será necessário escrever a equação (18) utilizando os estados de sabor $\nu^{(s)}$ ao invés dos estados de massa $\nu^{(m)}$. Para isso escrevemos os estados físicos em função dos estados de sabor:

$$\nu^{(m)} = U^\dagger \nu^{(s)}. \quad (20)$$

Substituindo (20) em (18) e partindo da hipótese de que o ângulo de mistura é constante no vácuo, temos:

$$iU^\dagger \frac{d}{dt} \nu^{(s)} = H U^\dagger \nu^{(s)}, \quad (21)$$

multiplicando pela esquerda por U e usando a propriedade de ortogonalidade, temos:

$$i \frac{d}{dt} \nu^{(s)} = U H U^\dagger \nu^{(s)}. \quad (22)$$

Definimos H_s como:

$$H_s \equiv U H U^\dagger = \begin{pmatrix} E_1 \cos^2 \theta + E_2 \sin^2 \theta & (E_2 - E_1) \cos \theta \sin \theta \\ (E_2 - E_1) \cos \theta \sin \theta & E_1 \sin^2 \theta + E_2 \cos^2 \theta \end{pmatrix}, \quad (23)$$

a qual poder ser escrita como uma combinação das matrizes de Pauli (aqui σ_1 , σ_2 e σ_3)¹³ e da identidade 2×2 (aqui representada por $\mathbb{1}$):

$$H_s = \frac{(E_1 + E_2)}{2} \mathbb{1} + \frac{(E_2 - E_1)}{2} (\sigma_1 \sin 2\theta - \sigma_3 \cos 2\theta). \quad (24)$$

Devemos observar que, ao contrário de H na definição (19), H_s não é diagonal. A forma diagonal de H na equação de Schrödinger (18) significa que a *probabilidade de haver transições entre os estados ν_1 e ν_2 é nula*. Porém vemos que exatamente o oposto pode ser dito a respeito da Eq. (23). Os termos não diagonais no operador hamiltoniano H_s indicam que a solução da equação trará probabilidades *não nulas* de que em estados puramente compostos de ν_e por exemplo, encontremos ocorrência ν_α (e vice-versa).

Voltando à resolução da equação de Schrödinger, de posse de H_s a expressão (22) fica:

$$i \frac{d}{dt} \nu^{(s)} = H_s \nu^{(s)}, \quad (25)$$

a qual possui soluções do tipo:

$$\nu^{(s)}(t) = e^{-i H_s t} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}_s, \quad (26)$$

onde φ_1, φ_2 são constantes e dependem das condições iniciais. Estas condições podem ser interpretadas como sendo a proporção inicial dos neutrinos ν_e com relação aos ν_α . Como todas as operações realizadas até aqui envolveram apenas a matriz U (que é ortonormal), então basta garantir que $\varphi_1^2 + \varphi_2^2 = 1$ para que $\nu^{(s)}(t)$ seja normalizado.

A solução geral é obtida substituindo a expressão (24) na solução proposta (26), obtendo assim¹⁴:

$$\nu^{(s)}(t) = e^{-i \frac{E_1 + E_2}{2} t} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} \times \left[\mathbb{1} \cos \left(\frac{\Delta E}{2} t \right) - i (\sigma_1 \sin 2\theta - \sigma_3 \cos 2\theta) \sin \left(\frac{\Delta E}{2} t \right) \right], \quad (27)$$

onde $\Delta E = E_2 - E_1$. Esta solução pode ser particularizada imediatamente para o caso dos neutrinos solares, onde o estado inicial é composto puramente de neutrinos do elétron ν_e , utilizando a condição inicial $\nu^{(s)}(0) = |\nu_e\rangle$, ou seja, $\varphi_1 = 1$ e $\varphi_2 = 0$.

Então teremos que aplicar σ_1 e σ_3 no estado inicial, de forma que:

$$\sigma_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_s = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_s = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_s = |\nu_\alpha\rangle \quad (28)$$

¹⁴ Usando a expressão $e^{-i\alpha(\sigma_1 \sin \beta - \sigma_3 \cos \beta)} = \mathbb{1} \cos \alpha - i(\sigma_1 \sin \beta - \sigma_3 \cos \beta) \sin \alpha$.

¹⁵ Chamamos a solução $\nu^{(s)}(t)$ de $|\nu_e(t)\rangle$, para resaltar que não estamos mais lidando com a notação de duas componentes, mas sim com vetores de estado.

$$e \quad \sigma_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_s = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_s = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_s = |\nu_e\rangle. \quad (29)$$

Fazendo assim a associação entre a notação vetorial e a notação de vetores de estado.

Com isso, obtemos a solução particular¹⁵:

$$|\nu_e(t)\rangle = e^{-i \frac{E_1 + E_2}{2} t} \times \left\{ \left[\cos \left(\frac{\Delta E}{2} t \right) + i \cos 2\theta \sin \left(\frac{\Delta E}{2} t \right) \right] |\nu_e\rangle - i \sin 2\theta \sin \left(\frac{\Delta E}{2} t \right) |\nu_\alpha\rangle \right\}. \quad (30)$$

A solução possui uma parte que representa a propagação do estado inicial $|\nu_e\rangle$ e outra que representa $|\nu_\alpha\rangle$. Notamos aqui os efeitos da mistura, que leva o estado inicialmente puro (contendo apenas ν_e) a evoluir como uma composição de estados.

7.3. Probabilidades de conversão e sobrevivência

Finalmente podemos obter a probabilidade de *conversão* $P_{e\alpha}$, ou seja, a probabilidade de um neutrino produzido como ν_e ser detectado como ν_α após um certo tempo t . Esta é dada por:

$$P_{e\alpha}(t) = |\langle \nu_\alpha | \nu_e(t) \rangle|^2 = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta E}{2} t \right). \quad (31)$$

Como as probabilidades estão normalizadas, podemos obter a probabilidade de *sobrevivência* $P_{ee} = 1 - P_{e\alpha}$ dada por:

$$P_{ee}(t) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta E}{2} t \right). \quad (32)$$

Esta é portanto a solução final, resultado do modelo de oscilações no vácuo. Porém para torná-lo prático na aplicação da fenomenologia dos neutrinos ainda são necessárias algumas alterações e aproximações na expressão acima.

Sabemos que os neutrinos viajam do Sol à Terra em um certo tempo, mas a solução que obtivemos é derivada de um formalismo de ondas planas que está implícito na resolução da Eq. (25). Neste tipo de formalismo, a variável t é apenas um parâmetro de evolução. Vamos reinterpretar o parâmetro t para obtermos não só resultados práticos como também de interpretação coerente. Com efeito, sabemos que os

neutrinos são partículas extremamente relativísticas, devido à sua massa ser muito pequena¹⁶. Portanto não é uma aproximação grosseira dizer que sua velocidade é aproximadamente aquela da luz, ou seja:

$$v_{\text{neutrino}} \approx c. \quad (33)$$

Sendo assim podemos relacionar t com um parâmetro¹⁷ x sendo que $x = v_{\text{neutrino}} t \approx ct$, onde x deve ser interpretado como a distância entre a fonte e o detector. Lembrando que no sistema de unidades adotado $c = 1$, temos $x \approx t$. Isto significa que o que fizemos foi simplesmente uma reinterpretação do parâmetro t , agora chamado de x para lembrar que a probabilidade (32) depende de uma distância característica entre a fonte e o detector. Assim, deste ponto em diante, escreveremos as equações e as respectivas soluções em função de x e não t sem perda de generalidade. A probabilidade de sobrevivência fica então escrita como:

$$P_{ee}(x) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta E}{2} x \right). \quad (34)$$

Na tarefa de tornar nossa solução prática e aplicável, ainda nos resta analisar as energias E_1 e E_2 envolvidas. A expressão (34) depende de ΔE que é a diferença entre as energias dos estados ν_1 e ν_2 . Mas isto supõe diretamente que há uma diferença de energia entre os estados. A pergunta é qual o tipo de energia à que estamos nos referindo?

As energias E_1 e E_2 que introduzimos na hamiltoniana (19) são energias *relativísticas*, pois em geral a física das partículas elementares lida com velocidades muito próximas à da luz. Neste caso, a expressão para a energia é dada por:

$$E_i^2 = p^2 + m_i^2, \quad (35)$$

onde $p \equiv |\vec{p}|$ é o módulo do momento linear do estado ν_i , com $i = 1, 2$ (ou 3). Estamos assumindo que o momento dos estados físicos numa superposição é o mesmo¹⁸. O módulo quadrado do momento linear está relacionado com a parte cinética da energia, enquanto m_i está relacionado com a energia na forma de massa (lembre-se de que estamos no sistema natural de unidades: m é na verdade mc^2). Assim os auto-valores da hamiltoniana contém informações sobre a energia cinética dos neutrinos e sobre sua massa.

O modelo solar padrão prevê que a energia dos neutrinos solares está na escala de MeV (milhões de elétron-volt). As tentativas de se medir a massa do neutrino mais leve fornecem valores da ordem de eV. Ou seja, podemos com certeza dizer que a energia total, autovalor da hamiltoniana, é praticamente a energia cinética do neutrino. Matematicamente é o mesmo que:

$$\frac{m_i}{p} \ll 1. \quad (36)$$

Da relação acima segue a seguinte aproximação: da expressão (35) temos que:

$$E_i = p \sqrt{1 + \frac{m_i^2}{p^2}} \cong p + \frac{m_i^2}{2p}, \quad (37)$$

onde usamos uma expansão binomial¹⁹ para fazer esta aproximação.

Substituindo E_1 e E_2 , obtidos da aproximação (37), na definição de ΔE obtemos:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{m_2^2 - m_1^2}{2p}. \quad (38)$$

Definimos a quantidade Δ como sendo a *diferença do quadrado das massa*, ou seja,

$$\Delta \equiv m_2^2 - m_1^2, \quad (39)$$

sendo esta uma grandeza fundamental deste modelo, em conjunto ao ângulo de mistura θ .

Para finalizar, vamos utilizar a aproximação (37) uma segunda vez, agora na expressão (35). Desta forma, podemos dizer que:

$$p \approx E_i \equiv E. \quad (40)$$

Repare que com isso não estamos assumindo que os auto-valores da hamiltoniana são iguais. Neste caso o símbolo E (sem índice) representa a energia total do feixe, ou a energia dos estados de sabor. Com isto, a diferença entre os auto-valores E_i fica por conta da diferença existente entre os quadrados das massas, ou seja, Δ .

Assim temos um resultado mais aplicável aos dados experimentais. Escrevemos finalmente a solução para oscilação de sabor no vácuo:

$$P_{ee} = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta}{4E} x \right), \quad (41)$$

onde o vemos que, sempre que a distância x for um múltiplo da uma certa distância característica, a porcentagem de neutrinos do elétron no feixe é restaurada a seu valor inicial. Esta distância característica é conhecida como *comprimento de oscilação* e é dada por:

$$L_o = 4\pi \frac{E}{\Delta}. \quad (42)$$

¹⁶Entenda-se como "massa muito pequena" a proporção entre massa e momento, em unidades naturais.

¹⁷Alguns textos usam L no lugar de x .

¹⁸Isto é razoável, pois mesmo que haja uma diferença de velocidades entre os estados ν_1 e ν_2 esta é irrelevante neste formalismo de ondas planas.

¹⁹ $\sqrt{1+x} \approx 1 + x/2$

Por hora, é interessante chamar a atenção para o fato do comprimento de oscilação crescer linearmente com a energia do neutrino. Este fato será útil na análise feita na seção 7.5. Podemos ver a forma da função $P_{ee}(E)$ na Fig. 1. Repare em como a lagura das oscilações aumenta com a energia.

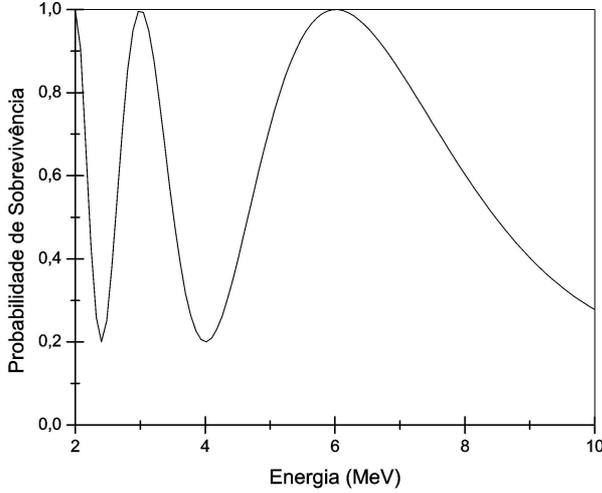


Figura 1 - Esta função é o que chamamos de *espectro de oscilação*. Ela mostra como a probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico depende da energia para uma distância fixa entre a fonte e o detector. Repare que o período de oscilação cresce com a energia. Os valores de $\sin^2 2\theta$ e de Δ utilizados neste gráfico são os que nós encontraremos no experimento de KamLand, na seção 7.5. do artigo.

7.4. Mas isto resolve o problema do neutrino solar?

Podemos agora tentar explicar os dados de Super-Kamiokande (SK), que pode ser considerado como a evolução do experimento de Kamiokande. Por hora basta saber que tanto Kamiokande quanto Super-Kamiokande detectam apenas neutrinos do elétron e além disso vêem algo que o experimento de Homestake não via: o espectro, ou seja, a dependência energética do fluxo de neutrinos que atinge o detector.

Vamos chamar de ϕ o fluxo de neutrinos. Temos que lidar basicamente com dois fluxos, o teórico ϕ_{teo} , previsto pelo modelo solar padrão e o experimental ϕ_{exp} , ou seja, o observado. Como já explicamos no início, o problema do neutrino solar se resume basicamente na observação de que:

$$\frac{\phi_{exp}}{\phi_{teo}} < 1. \quad (43)$$

A razão acima é chamada de *fluxo relativo*. Como nunca se observou um “ganho” na quantidade de neutrinos do elétron observados (somente redução), então o fluxo relativo é uma grandeza estritamente menor que um. A Fig. 2 mostra o fluxo relativo em função da energia, obtido por Super-Kamiokande.

A observação de que o fluxo relativo é sempre menor que um, nos leva a uma primeira interpretação dos dados do gráfico: podemos relacionar *diretamente* a razão $\frac{\phi_{exp}}{\phi_{teo}}$ com a probabilidade de sobrevivência P_{ee} . Então só o que temos que fazer é ajustar a nossa solução (41) aos dados do gráfico da Fig. 2. Vamos começar então analisando a solução (41).

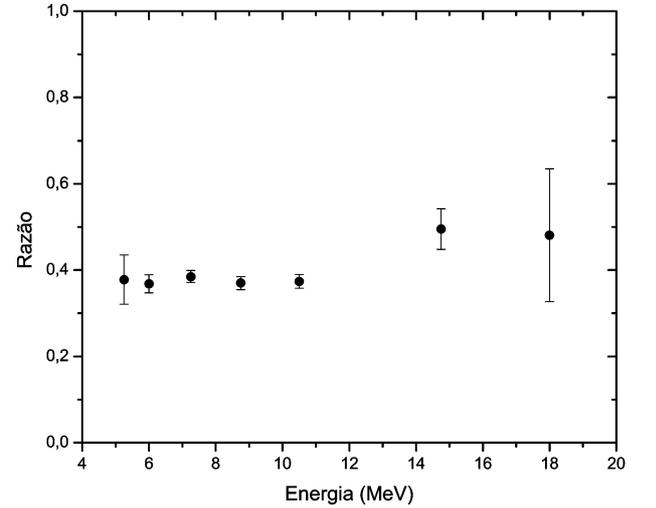


Figura 2 - Este é o espectro (fluxo relativo em função da energia) observado em Super-Kamiokande. Se o fluxo detectado na Terra fosse o mesmo previsto pelo modelo, teríamos todos os dados na linha $\phi_{exp}/\phi_{teo} = 1$.

Em primeiro lugar, vemos que o espectro de energia obtido possui todos os pontos com fluxo relativo abaixo de 0.5 (ignorando-se os erros). Por isso, o fator $\sin^2 2\theta$ não pode ser muito menor que 1, pois como a média do $\sin^2(\frac{\Delta x}{4E})$ é 0.5, se $\sin^2 2\theta$ for muito menor que 1 a média da oscilação ficará acima de 0.5. Portanto o requisito mínimo para que a solução represente os dados é:

$$\sin^2 2\theta \approx 1. \quad (44)$$

Isto simplifica muito nossa tarefa pois teremos apenas que descobrir o valor de Δ , pelo menos em uma primeira aproximação. Vamos adotar x como a distância Sol-Terra, que é 1.5×10^{11} m, ou 7.6×10^{23} MeV⁻¹ em unidades naturais²⁰.

Invertendo a solução para obtermos Δ em função da probabilidade e da energia,

$$\Delta = \frac{4E}{x} \arcsen \sqrt{1 - P_{ee}}, \quad (45)$$

podemos utilizar os pontos do gráfico anterior, mostrados na tabela a seguir, onde para cada valor de energia e probabilidade relacionamos o valor de Δ correspondente através da expressão (45).

²⁰Para converter metros para MeV⁻¹, divide-se pelo fator $\hbar c = 1.97 \times 10^{-13}$ MeV.

$E(\text{MeV})$	Razão $\rightarrow P_{ee}$	$\Delta 10^{-23}(\text{MeV}^2)$
5.25	0.378	2.51
6.00	0.368	2.87
7.25	0.385	3.44
8.75	0.370	4.22
10.50	0.374	5.04
14.75	0.495	6.14
18.00	0.481	7.62

A coluna da direita mostra os valores de Δ obtidos para cada ponto do gráfico. Ao contrário do esperado, não obtivemos um único valor para Δ , mas sim valores crescentes com a energia. Mesmo levando-se em consideração as barras de erro, este comportamento é incomum. Deveríamos encontrar um único valor, ou vários aleatoriamente distribuídos devido aos erros, o que deixaria o modelo coerente e confirmaria sua validade. Apenas por motivos didáticos, vamos continuar nossa análise apesar desta grave incoerência. Vamos supor que os vários valores obtidos para Δ sejam devidos à erros no experimento ou nas previsões teóricas (lembre-se de que os valores de P_{ee} envolvem a previsão teórica do fluxo) e vamos tomar a média dos valores de Δ para obter o valor mais provável. Assim temos,

$$\Delta = 4.55 \times 10^{-23} \text{ MeV}^2 \text{ (ou } 4.55 \times 10^{-11} \text{ eV}^2 \text{)}. \quad (46)$$

Na Fig. 3, mostramos o gráfico da solução (41) com $\sin^2 2\theta \approx 1$ e Δ dado por (46) e observamos de maneira qualitativa que a curva não representa os dados.

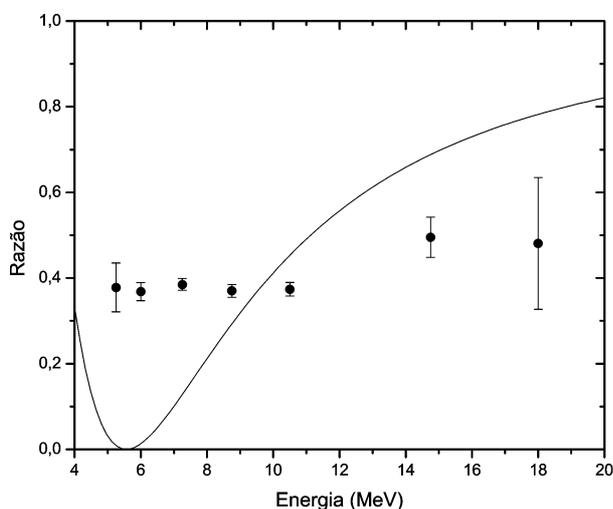


Figura 3 - Simplesmente sobrepomos a previsão do modelo aos dados de Super-Kamiokande. A curva do gráfico mostra o fluxo relativo como previsto pelo modelo, com parâmetros $\sin^2 2\theta = 1$ e $\Delta = 4.55 \times 10^{-11} \text{ eV}^2$. Lembre-se que a previsão indicava um padrão oscilatório com um período linearmente crescente com a energia. Este padrão não é observado nos dados de Super-Kamiokande.

Por mais que procuremos valores para Δ e θ , a probabilidade de sobrevivência tem um comportamento os-

cilatório, não somente em função de x , mas também em função de E , enquanto os dados mostram um espectro praticamente constante. A forma como os dados se dispõem no espectro é um fenômeno chamado de *ausência de distorção espectral* e a discrepância entre a curva obtida na Fig. 3 e os dados pode ser chamada de *o segundo problema do neutrino solar* [8].

Desta forma, vemos que a oscilação de sabor no vácuo não pode explicar o problema dos neutrinos solares de forma completa e satisfatória. Na verdade, a solução (41) teria explicado, de maneira errônea, o experimento de Homestake. Errônea no sentido de incompleta, pois Homestake não vê o espectro, mas sim uma média do fluxo numa larga banda (região) de energia. Isto levaria à valores de θ e Δ que resultaria na redução média do fluxo observada, mas não representaria o espectro. Por isso preferimos mostrar os dados de SK ao invés de Homestake.

Como veremos num próximo artigo, a resposta completa ao problema vem de algo que ignoramos inicialmente: a interação dos neutrinos com a matéria solar. Sabemos que tal interação é sutil mas ao ignorá-la completamente ignoramos os efeitos que a *variação* da matéria solar exerce, variação esta que ocorre naturalmente no trajeto neutrino entre o núcleo do Sol e sua superfície.

7.5. Então, para que serve mesmo a oscilação no vácuo?

Vamos agora nos concentrar nos resultados do experimento de KamLand [19]. Diferente de Super-Kamiokande, este experimento não pretende observar neutrinos solares, mas sim neutrinos provenientes dos reatores nucleares localizados principalmente no Japão. O que mais pode ser diferente entre os dois experimentos? Bem, na verdade muita coisa. Cada qual observa fenômenos aparentemente desconexos pois do Sol recebemos neutrinos eletrônicos e dos reatores anti-neutrinos eletrônicos (até agora assumimos que estas são partículas diferentes). Além disso, o espectro das duas fontes é completamente diferente e por fim, no caso dos neutrinos de reatores, não temos a *matéria solar* entre a fonte e nosso detector. Isso significa que se algum tipo desaparecimento de neutrinos for observado em KamLand, seria um ótimo teste para o modelo de oscilação no vácuo que desenvolvemos anteriormente.

Assim como fizemos com os dados de Super-Kamiokande, vamos tomar a razão entre o fluxo medido e o fluxo esperado como função da energia. A tabela a seguir mostra os dados publicados em Junho de 2004 pela colaboração do experimento KamLand.

$\bar{E}(\text{MeV})$	Razão $\rightarrow P_{ee}$	Erro
3.49	0.64	0.16
3.67	0.31	0.11
3.87	0.56	0.13
4.08	0.54	0.13
4.33	0.59	0.13
4.60	0.73	0.14
4.91	0.62	0.13
5.27	0.89	0.16
5.68	1.22	0.19
6.16	0.84	0.18
6.74	1.10	0.24
7.43	0.52	0.24
8.27	0.16	0.46

Repare que alguns pontos apresentam uma razão *maior que um*. Isto complica nossa análise em termos de probabilidade. A Fig. 4 mostra os mesmos dados da tabela anterior para uma melhor visualização. Repare também que as barras de erros são muito grandes se comparadas aos dados (e também muito maiores que os erros nos dados de Super-Kamiokande, mostrados na Fig. 2).

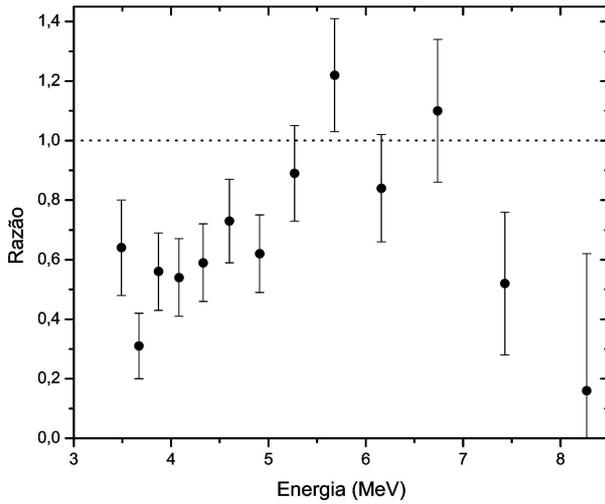


Figura 4 - Estes são os dados do experimento de KamLand. Novamente, mostramos a razão entre o fluxo detectado e o esperado.

Ao contrário dos dados de Super-Kamiokande, que não apresentavam a forma característica da curva de oscilação no vácuo (Fig. 1), os dados de KamLand apresentam um padrão oscilatório que poder ser observado se ignorarmos temporariamente as barras de erro e os dados com razão maior que um. Vamos então tentar obter os valores de Δ e $\sin^2 2\theta$ a partir do gráfico.

Aprendemos com a Eq. (42) que o período de oscilação cresce linearmente com a energia. Assim, podemos tentar relacionar o *valor médio da energia* de cada período com a distância entre a fonte e o detec-

tor L_o e obter pelo menos a ordem de grandeza do parâmetro Δ . Na Fig. 5 vemos a medida estimada do valor médio da energia para o que parece ser um período de oscilação: $\bar{E} = 5.46$ MeV. Para realizar suas análises de dados a colaboração KamLand utiliza um valor de $180 \text{ km} = 9.1 \times 10^{17} \text{ MeV}^{-1}$ como distância entre a fonte e o detector. Este valor facilita as contas mas devemos lembrar que existem inúmeras fontes (reatores) que podem ser vistas por KamLand e portanto este é um valor representativo ou simbólico. Assim, isolando Δ na Eq. (42) temos:

$$\Delta = 4\pi \frac{\bar{E}}{L_o} = 4\pi \frac{5.46}{9.1 \times 10^{17}} \approx 10^{-16} \text{ MeV}^2, \quad (47)$$

ou $\Delta \approx 10^{-4} \text{ eV}^2$. Da mesma forma, podemos obter graficamente uma estimativa do ângulo de mistura. O valor de $\sin^2 2\theta$ é o valor da distância entre a probabilidade 1 e a probabilidade mais baixa. Neste caso, vemos na Fig. 5 que este valor pode ser grosseiramente estimado como a distância entre o valor 1 e o dado de valor mais baixo, o que resulta em algo entorno de $\sin^2 2\theta \approx 0.8$.

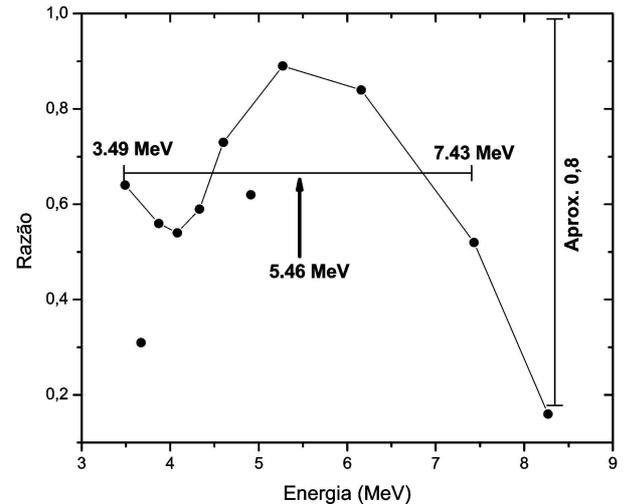


Figura 5 - Se ignorarmos temporariamente as barras de erro, podemos notar o padrão oscilatório previsto na Fig. 1 (as linhas ligando os pontos não representam nenhum modelo, sendo apenas para indicar o padrão que estamos discutindo). Utilizando o que sabemos sobre a geometria da função (41), podemos estimar a ordem de grandeza dos parâmetros $\sin^2 2\theta$ e Δ . Repare que esta figura difere da Fig. 4 pela remoção dos dois pontos com razão maior que 1.0.

A Fig. 6 mostra a curva do modelo de oscilação no vácuo sobreposta aos dados de KamLand, com as devidas barras de erros. É importante resaltar que nossas estimativas são tecnicamente grosseiras e não têm valor algum como forma de análise de dados. Mas seu caráter ilustrativo serve para mostrar como os dados podem ser vistos e interpretados qualitativamente.

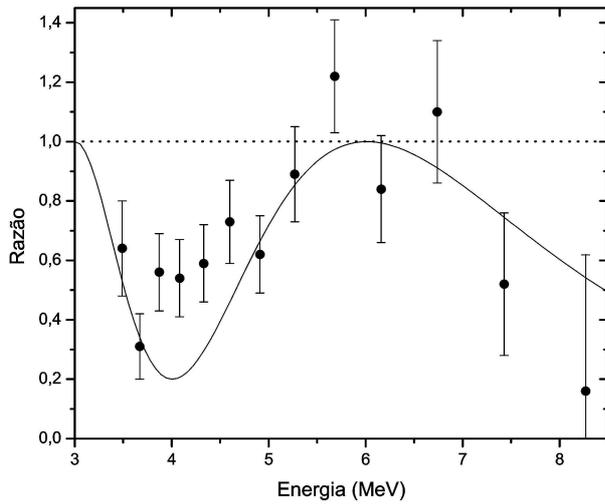


Figura 6 - Agora temos os dados completos (com as barras de erro) e a função da probabilidade P_{ee} sobreposta. Os parâmetros utilizados neste gráfico são $\sin^2 2\theta = 0.8$ e $\Delta = 10^{-4} \text{ eV}^2$, obtidos da Fig. 5.

8. Conclusão

Este tipo de análise didática, apesar de qualitativa, pode indicar bons resultados nos casos onde o experimento é confiável e os dados são bem comportados (com variação estatística pouco tendenciosa). Se compararmos nossas medidas e conclusões com os resultados oficiais do experimento KamLand, vemos que estamos na direção certa. Os resultados oficiais de KamLand [19] são $\Delta = 8.3 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ e $\sin^2 2\theta = 0.82$. Estes resultados são obtidos a partir dos mesmos dados que utilizamos aqui, mas faz-se uso do método da *minimização do χ^2* , onde encontra-se os valores dos parâmetros θ e Δ que ajustam melhor a curva aos dados. Repare como nossos valores são incrivelmente próximos aos obtidos pelos métodos numéricos de minimização utilizados por eles. Mesmo assim, esta semelhança pode não passar de coincidência numérica pois como laudo oficial, até a presente data, o experimento de KamLand alega que *existem apenas evidências de padrão oscilatório!* [19] É claro que eles medem uma redução *média* no fluxo de anti-neutrinos eletrônicos, mas as barras de erro ainda são muito grandes para confirmar ou descartar a forma exata da curva de oscilação. Para entender melhor a razão de ter este cuidado nas afirmações, repare na Fig. 7 e observe que tanto uma reta pode ser ajustada aos dados (a menos dos dois últimos pontos) quanto a parábola (a menos dos dois dados acima de 1.0). Vale lembrar que num bom ajuste não é verdade que a função deve passar por todas as barras de erros. A curva do modelo deve ser interna à 68% das barras de erro (1 *sigma*) pois tais barras indicam a região com 68% de probabilidade de se encontrar o valor da medida (e não 100%).

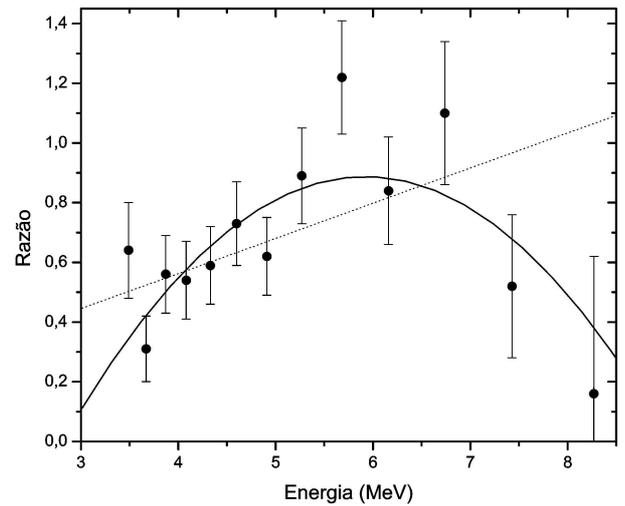


Figura 7 - Repare como as barras de erro possibilitam ajustes de várias funções. Isto pode ser decepcionante a primeira vista, mas quando combinamos estes dados aos dados de SuperKamiokande e os interpretamos à luz do modelo MSW (oscilação no vácuo + efeitos da matéria solar temos uma confirmação quase irrefutável do modelo de mistura e oscilação de sabor. Esta análise será apresentada num futuro trabalho.

Mesmo que os pontos médios de cada dado indiquem um padrão oscilatório semelhante ao procurado, devemos sempre ter cautela com as afirmações sobre cada resultado. Enquanto o experimento não possuir dados suficientes para reduzir estatisticamente seus erros, não se pode afirmar ter visto oscilação no vácuo, apesar desta ser uma resposta muito promissora (quando olhamos os pontos sem as barras de erros). Isto porque, quando incluímos os efeitos da matéria solar no modelo, passamos a poder explicar a forma dos dados de Super-Kamiokande apresentados na Fig. 2 e quando obtemos os valores para Δ e θ descobrimos que eles são compatíveis com os dados de KamLand!

O que temos que compreender da conclusão anterior é que o modelo de mistura é capaz de explicar dois experimentos totalmente diferentes. As diferenças estão na presença da densa matéria solar em um deles, na origem e no tipo das partículas (já que um deles trata de neutrinos provenientes do Sol e o outro de anti-neutrinos provenientes de reatores) e por fim da faixa de energia observada. Cada experimento em si é parcialmente inconclusivo mas, quando analisados juntos, nos mostram um panorama cuja explicação mais convincente ainda é a mistura de sabores e conseqüentemente a oscilação de neutrinos.

Num próximo trabalho, estudaremos os efeitos que a matéria solar tem sobre os neutrinos produzidos em seu interior. Mesmo os neutrinos sendo tão pouco interagentes e mesmo que o tempo que eles permaneçam no Sol seja muito pequeno, grandes alterações ocorrem nas previsões do modelo. Estas alterações, como veremos, são a chave para o mistério do desaparecimento dos neutrinos solares.

Referências

- [1] N. Solomey, *The Elusive Neutrino* (Scientific American Library, New York, 1997).
- [2] S. Esposito, and N. Tancredi, hep-ph/9705351 (1997).
- [3] L. Miramonti and F. Reseghetti, hep-ex/0302035 (2003).
- [4] S.M. Bilenky, hep-ph/0210128 (2002).
- [5] W.M. Alberico and S.M. Bilenky, hep-ph/0306239 (2003).
- [6] M.C. Gonzales-Garcia, hep-ph/0211054 (2002).
- [7] Super-Kamiokande Collaboration, <http://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/doc/sk>.
- [8] A. Milsztajn, hep-ph/0301252 (2003).
- [9] SNO Collaboration, <http://www.sno.phy.queensu.ca>.
- [10] J.N. Bahcall, *Neutrino Astrophysics* (Cambridge Univ. Press, New York, 1989).
- [11] C. Cohen-Tannoudji, *Quantum Mechanics* (John Wiley and Sons, New York, 1977), v. 1, p. 403-415.
- [12] B.P. Palash, International Journal of Modern Physics A **7**, 5387 (1992).
- [13] B.P. Palash, hep-ph/9802208, (1998).
- [14] A.Y. Smirnov, hep-ph/0305106 (2003).
- [15] J.W.F. Valle, hep-ph/020521216 (2002).
- [16] L. Wolfenstein, Phys. Rev. **D17**, 2369 (1978).
- [17] S.P. Mikheyev and A.Y. Smirnov, *Nuovo Cimento* **C9**, 17 (1986).
- [18] J. Detwiler, hep-ex/0311007 (2003).
- [19] The KamLand Collaboration, hep-ex/0406035 (2004).
- [20] G. do A. Valdivieso e M.M. Guzzo, *Conversão de neutrinos na matéria solar, o modelo MSW e a solução do problema do neutrino solar*, em preparação.