DOI: https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2022-0146

El papel de la utilización de representaciones de los conceptos en las dificultades de su comprensión: el caso del campo eléctrico

The role of the use of concept representations in the difficulties of their understanding:
the case of the electric field

Esmeralda Campos¹, Genaro Zavala^{*1,2}, Kristina Zuza³, Jenaro Guisasola³

¹Tecnologico de Monterrey, Institute for the Future of Education, Monterrey, México.
²Universidad Andres Bello, Facultad de Ingeniería, Santiago, Chile.
³Universidad del País Vasco (UPV-EHU), Donostia Physics Education Research Group y Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa, San Sebastian, Spain.

Recibida en 23 de Mayo de 2022. Revisado en 10 de Agosto de 2022. Aceptado en 12 de Agosto de 2022.

En la investigación en la educación de la física es importante conocer las dificultades de comprensión de temas abstractos. Para desarrollar la comprensión del electromagnetismo, es fundamental que los estudiantes entiendan el concepto de campo. El objetivo del estudio es aportar una metodología que combina la fenomenografía y la teoría de representaciones semióticas para analizar las dificultades de comprensión del campo eléctrico con relación a la conversión de representaciones. Participaron 64 estudiantes universitarios por medio de dos cuestionarios de conversión entre tres representaciones de campo eléctrico: notación algebraica, diagrama de campo vectorial y diagrama de líneas de campo. Se analizaron sus explicaciones combinando el enfoque fenomenográfico y la teoría de representaciones semióticas para crear categorías. Se identificó que las dificultades de reconocimiento se relacionan con la magnitud del campo eléctrico, más que con su dirección. Se encontró un buen reconocimiento en las conversiones entre el diagrama de campo vectorial y la notación algebraica. En las conversiones que involucran líneas de campo, se observaron dificultades de reconocimiento y conversión. Como resultado de este estudio se recomienda que la enseñanza del campo eléctrico se enfoque en el reconocimiento de sus características en cada representación y la conversión entre sus representaciones.

Palabras clave: Representaciones semióticas, electricidad y magnetismo, fenomenografía, educación universitaria, investigación en enseñanza de la física, educación en STEM.

In Physics Education Research, it is important to study the difficulties in understanding abstract concepts. To develop the understanding of electromagnetism, it is fundamental that students understand the field concept. The study aims to contribute a methodology that combines phenomenography and the theory of registers of semiotic representations to analyze students' difficulties understanding the electric field concept in relation to the conversion between representations. We conducted a study with 64 university students using questionnaires with conversion tasks between three electric field representations: the algebraic notation, the vector field plot, and the electric field lines diagram. We analyzed students' explanations with a phenomenographic approach and the theory of registers of semiotic representations to create the categories. We found that the difficulties of recognition are associated with the magnitude of the electric field, more than its direction. There is good recognition in the conversions between the vector field plot and the algebraic notation. In the conversions that involve electric field lines, there were difficulties of recognition and conversion. As a result of this study, we recommend that the teaching of the electric field concept should focus on the recognition of the electric field characteristics in each representation and the conversion between representations.

Keywords: Semiotic representations, electricity and magnetism, phenomenography, higher education, physics education research, STEM education.

1. Introducción

El estudio de las dificultades de los estudiantes para comprender temas de física a nivel universitario es uno de los objetivos de la investigación en la enseñanza de las ciencias. El enfoque para la investigación sobre dificultades de comprensión suele ser de corte cuantitativo, utilizando cuestionarios de opción múltiple para la detección de dificultades. Hay otros estudios que utilizan cuestionarios de preguntas abiertas y métodos cualitativos para estudiar las dificultades de comprensión del alumnado. Sin embargo, pocos estudios se centran en

^{*} Correo electrónico: genaro.zavala@tec.mx

relacionar esas dificultades con los estímulos que las promueven. El objetivo del presente estudio es aportar una metodología que combina la fenomenografía [1] y la teoría de representaciones semióticas [2] como herramientas para analizar las dificultades de los estudiantes para comprender el concepto de campo eléctrico y su vinculación con las habilidades de conversión entre representaciones de campo eléctrico.

En el estudio del electromagnetismo, es fundamental entender el concepto de campo para desarrollar un perfil apropiado de la comprensión de las leyes de Maxwell que permiten interpretar aplicaciones tecnológicas de la vida cotidiana y una formación adecuada en futuros científicos e ingenieros. Varios estudios han enfatizado que es importante adoptar cierto perfil para corregir las confusiones de los estudiantes entre campo y fuerza y otras dificultades relacionadas con la comprensión de la teoría de Maxwell [3–5]. En los cursos introductorios de electricidad y magnetismo, los estudiantes suelen tener dificultades de comprensión del concepto de campo eléctrico, como confundir el campo eléctrico con la fuerza eléctrica [3, 6], no recurrir a principios fundamentales como la superposición [7–9] e interpretar incorrectamente las representaciones de campo eléctrico [5, 10–13].

En este estudio, se explora el papel que puede tener el uso de varias representaciones en el entendimiento conceptual de campo eléctrico, específicamente las transformaciones entre tres de las representaciones más comunes: la notación algebraica, el diagrama de campo vectorial y las líneas de campo eléctrico. Se hace especial énfasis en la metodología de análisis de datos, ya que al combinar la fenomenografía para el análisis de las explicaciones de los estudiantes con el marco teórico de representaciones semióticas, se crea un vínculo entre el entendimiento conceptual de campo eléctrico y el uso de representaciones del mismo [14]. La teoría de representaciones semióticas propuesta por Duval [2] considera que el reconocimiento y la conversión entre representaciones son las principales fuentes de dificultad para la comprensión de objetos matemáticos. Dado que el concepto de campo eléctrico es un objeto abstracto de la física que es definido como un campo vectorial (un objeto matemático), se consideran estas dificultades como marco teórico del análisis.

El artículo está organizado de la siguiente manera. Primero se realiza una revisión de literatura del entendimiento conceptual de campo eléctrico y del entendimiento de sus representaciones de notación algebraica, diagrama de campo vectorial y diagrama de líneas de campo eléctrico. Posteriormente, se presenta la teoría de representaciones semióticas de Duval como marco teórico de la investigación, el contexto de campo eléctrico y la fenomenografía como marco metodológico, así como el método de recolección y análisis de datos. Se presentan los resultados, donde se identifican las categorías y el efecto del sentido de la conversión. Finalmente, se

presenta la discusión y conclusión con especial interés en las implicaciones para la enseñanza.

2. Revisión de Literatura

2.1. Entendimiento del concepto de campo eléctrico

Los estudiantes tienen dificultades ontológicas y epistemológicas entendiendo el concepto de campo eléctrico, ya que tienden a apegarse al modelo de acción a distancia para explicar las interacciones eléctricas [3]. Saarelainen, Laaksonen y Hirvonen [5] asocian la dificultad para cambiar del modelo de acción a distancia al modelo de campo con un entendimiento insuficiente de los campos eléctricos y magnéticos como campos vectoriales. Entre las dificultades más profundas, se encuentra que los estudiantes tienden a pensar sobre la naturaleza eléctrica de la materia como un fluido que se mueve de un cuerpo cargado a otro [15] y confunden los conceptos de campo y fuerza eléctricos [3, 6]. En general, los estudiantes tienen dificultades relacionando el concepto de campo eléctrico con sus efectos de inducción de carga y polarización en la materia. Por ejemplo, asocian la existencia de campo eléctrico a una distribución de cargas o a la corriente eléctrica [16] y no toman en cuenta las condiciones de equilibrio electrostático para la inducción de carga en materiales conductores [17].

Los estudiantes tienen dificultades para aplicar el principio de superposición de campo eléctrico, ya que no lo consideran dentro de materiales aislantes [7] y piensan que solo existe campo eléctrico cuando las cargas se pueden mover [8]. Muchos estudiantes no diferencian entre la contribución de las cargas individuales al campo eléctrico y el campo eléctrico neto; algunos piensan que solo la carga más cercana a una posición contribuye al campo eléctrico en esa posición [9]. Los estudiantes tienden a aplicar mejor el principio de superposición para fuerza eléctrica que para campo eléctrico [18]. Algunos estudiantes piensan que el campo eléctrico producido por cargas distribuidas en línea recta se bloquea y que el campo no puede ser cero si solo hay cargas positivas en el sistema [19].

2.2. Dificultades en representaciones del campo eléctrico

Rainson, Tranströmer y Viennot [8] informaron que una de las fuentes de dificultad para los estudiantes al utilizar el principio de superposición de campo eléctrico es la incorrecta interpretación de una relación matemática ($\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \hat{n}$). En este sentido, Albe, Venturini y Lascours [10] encontraron que el uso de formalismos matemáticos es difícil para los estudiantes y no lo relacionan con los conceptos y modelos físicos. Barniol y Zavala [20] mostraron una serie de dificultades que tienen los estudiantes al trabajar con la notación unitaria

de vectores y al convertir a la notación gráfica. También se han identificado las dificultades de los estudiantes al convertir entre la notación algebraica y la representación de campo vectorial, específicamente para el producto escalar y el producto vectorial en el contexto de electromagnetismo [21, 22]. Bollen, Van Kampen, Baily, Kelly y De Cock [23] presentaron un cuestionario para identificar las dificultades para cambiar entre representaciones de campos vectoriales, específicamente la notación algebraica, los diagramas de campo vectorial y las líneas de campo. Los resultados del cuestionario mostraron que los estudiantes tienen dificultades con la suma vectorial y para escoger un sistema de coordenadas adecuado cuando construyen sus propias expresiones matemáticas de campos vectoriales [23].

Knight [24] resalta que, en los cursos de física introductoria, los estudiantes necesitan enseñanza explícita del uso de vectores y práctica para lograr familiarizarse con la representación. Los estudiantes tienen dificultades para entender la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton, para relacionar fuerzas y cinemática y para sumar o restar vectores eficientemente [25], así como para entender las propiedades gráficas (magnitud, dirección y las componentes de los vectores) y sus propiedades procedimentales (suma, multiplicación escalar negativa y producto vectorial) [20]. La superposición gráfica de vectores es un problema para los estudiantes de física introductoria, incluso en los cursos de electricidad y magnetismo para ciencias e ingeniería donde los estudiantes ya han tenido varias oportunidades de familiarización con la representación de vectores [12]. Por otra parte, Gire y Price [26] han encontrado que, para los estudiantes avanzados de electricidad y magnetismo quienes ya se han familiarizado mucho más con el uso de vectores, la representación gráfica les proporciona los elementos necesarios para aplicar el principio de superposición.

Se ha revisado la literatura en relación con las principales dificultades que tienen los estudiantes al interpretar el diagrama de líneas de campo eléctrico. Los estudiantes tienden a tratar las líneas de campo eléctrico como si fueran reales [13], como tubos que transportan carga [11, 27] y las confunden con trayectorias [28]. Además, tienen dificultades para distinguir entre líneas de campo eléctrico, el campo eléctrico producido por una sola carga en un punto y el campo eléctrico neto en ese punto [19]. Los estudiantes tienen dificultades para relacionar el diagrama de líneas de campo con la magnitud del campo [5] y no interpretan la densidad de líneas de campo eléctrico con la magnitud relativa del campo [13, 29, 30]. Respecto a la dirección del campo, confunden la curvatura de las líneas de campo con la dirección del campo [19, 31]. Además, se ha encontrado que algunas características y reglas del diagrama de líneas de campo eléctrico pueden generar un efecto de bloqueo sobre la correcta aplicación del principio de superposición [18, 29, 30].

3. Planteamiento del Problema

3.1. Marco teórico

En la teoría de representaciones semióticas se entiende una representación como algo que toma el lugar de otro objeto [2]. En algunas ciencias naturales, como la física y la óptica, es necesario representar el objeto de estudio con diferentes sistemas de representación físicos y abstractos o matemáticos [32]. En estos casos, el objeto de estudio es directa o indirectamente observable. Esta característica permite relacionar cada representación directamente con el objeto bajo estudio. En particular en matemáticas, los objetos de estudio solo se pueden acceder por medio de representaciones semióticas. Desde un punto de vista cognitivo, la actividad matemática reside en el uso de representaciones semióticas que permiten el desarrollo del pensamiento matemático [33]. El papel principal de los sistemas de representación semiótica no es sustituir al objeto matemático, sino trabajar con éste.

Trabajar con dos o más representaciones semióticas requiere de transformaciones. Las transformaciones de representaciones pueden ser de dos tipos: tratamiento y conversión [2]. En el tratamiento, la transformación de representación ocurre dentro del mismo sistema de representación y depende únicamente de sus símbolos y reglas. Por otro lado, la conversión ocurre al cambiar de un sistema de representación a otro sin cambiar los objetos que son representados. Este proceso suele ser más complejo porque, para cambiar de registro, primero se debe hacer un reconocimiento de los objetos en ambas representaciones cuyos símbolos y reglas generalmente tienen nada en común [34].

Las principales fuentes de dificultad son el reconocimiento del objeto matemático dentro de varios sistemas semióticos distintos y la conversión entre ellos sin acceder directamente al objeto matemático [2]. Para lograr convertir entre dos registros, el estudiante debe reconocer los objetos matemáticos, a los cuales no tiene acceso si no es por medio de la representación, en dos registros cuyas características semióticas son diferentes. De esto, puede surgir que se reconozca el objeto claramente en una de las representaciones, pero no tan claramente en la otra, lo que lleve a una conversión inapropiada. Si el objeto no se reconoce claramente en una o varias representaciones, implica una dificultad en el entendimiento conceptual del objeto. Maturano, Aguilar y Núñez [35] han encontrado que, para los estudiantes de ciencias naturales, la conversión entre imágenes y la representación verbal presenta una dificultad en el aprendizaje de ciencias.

Por otra parte, también puede suceder que el estudiante reconozca el objeto en ambas representaciones de manera independiente, pero, al momento de hacer la transformación, sea capaz de convertir en un sentido y no en el otro [34]. Es decir que, en ocasiones, los estudiantes

son capaces de convertir de una representación "A" a una representación "B" de manera exitosa, pero al momento de pedirles convertir de la representación "B" a la "A", la tasa de éxito disminuye considerablemente [2]. En este caso, puede ser que los estudiantes no tengan una dificultad conceptual ni de reconocimiento, sino que esté fundamentada en las características específicas de los registros de representación utilizados.

3.2. Contexto de la investigación

La teoría de representaciones semióticas de Duval [2] se ha desarrollado en el contexto de didáctica de las matemáticas y se fundamenta en el hecho que los objetos matemáticos no son accesibles directamente. El concepto de campo eléctrico se puede analizar bajo esta teoría porque es un modelo que explica las interacciones eléctricas al que solo se puede acceder a través de representaciones semióticas o de mediciones indirectas. Es decir que, para conocer el campo eléctrico en diferentes posiciones en el espacio, se puede realizar un experimento donde se observe el movimiento de una pieza conductora de masa y carga conocidas, de la cual se puede obtener su aceleración y, por ende, la fuerza neta sobre dicho material. Tras un análisis de las fuerzas que actúan sobre el material, se puede inferir la magnitud y dirección de la fuerza eléctrica y consecuentemente, se puede modelar el campo eléctrico. Esta exploración experimental permite la obtención de datos sobre el campo eléctrico en diferentes posiciones del espacio y puede ser vinculada con la representación de campo vectorial y con representaciones tabulares de la magnitud y dirección del campo eléctrico. A partir de esos datos, se pueden generar modelos abstractos del campo en todo el espacio y plantear la representación algebraica del campo y las líneas de campo eléctrico. En esta abstracción de los datos hacia representaciones semióticas del campo eléctrico en todo el espacio, se acepta que la representación es sobre el modelo matemático, ya que resulta físicamente imposible obtener los datos del campo eléctrico en todo el espacio. Cabe destacar el vínculo entre los sistemas semióticos y la estructura cognitiva: los sistemas semióticos se crean y se desarrollan por las habilidades de pensamiento y son una representación del mundo real [36]. Por este motivo, se argumenta que es válido aplicar la teoría de registros de representaciones semióticas para el análisis de las conversiones de los estudiantes sobre las representaciones de campo eléctrico, dado su alto nivel de abstracción en los procesos de recolección e interpretación de datos y su relación con un modelo matemático.

Los sistemas de representación de campo eléctrico que forman parte del presente estudio son la notación algebraica, el diagrama de campo vectorial y el diagrama de líneas de campo eléctrico (ver Figura 1). La notación algebraica utiliza ecuaciones de carácter vectorial para representar el campo eléctrico con lenguaje formal, empleando números y letras para denotar la magnitud y

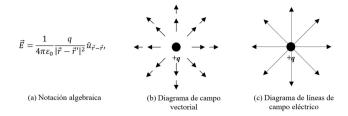


Figura 1: Tres sistemas de representación de campo eléctrico de una carga puntual positiva: (a) la notación algebraica, (b) el diagrama de campo vectorial y (c) el diagrama de líneas de campo eléctrico.

cantidades vectoriales para la dirección. Los diagramas de campos vectoriales utilizan flechas para representar vectores de campo eléctrico en puntos selectos del espacio, donde el tamaño de la flecha representa la magnitud y la orientación de la flecha representa la dirección del campo. Las líneas de campo son un conjunto de líneas que permiten visualizar de manera cualitativa el campo eléctrico del sistema, cuya densidad de líneas es inversamente proporcional a la magnitud de campo y la dirección se describe con la tangente a la línea en cada punto. Muchos libros de texto de física introductoria incluyen estos tres sistemas de representación de campo eléctrico [37–40].

En la enseñanza de las ciencias, se ha utilizado la teoría de representaciones semióticas para analizar las dificultades de comprensión de los estudiantes en conceptos de biología [41]. En esta investigación se utiliza la teoría de representaciones semióticas como marco para analizar las dificultades de conversión entre representaciones y su relación con el entendimiento conceptual en el contexto de campo eléctrico. El objetivo del presente estudio es emplear un análisis fenomenográfico para investigar las dificultades de los estudiantes al reconocer las características de campo eléctrico y convertir entre tres representaciones relevantes: la notación algebraica, el diagrama de campo vectorial y el diagrama de líneas de campo eléctrico, para vincular este análisis con el entendimiento conceptual de campo eléctrico por medio de la teoría de registros de representaciones semióticas. La vinculación entre el análisis fenomenográfico y la teoría de representaciones semióticas provee una metodología para analizar las dificultades de los estudiantes sobre la comprensión de conceptos abstractos de las ciencias.

4. Metodología

Para realizar este estudio se considera un enfoque fenomenográfico, ya que se pretende encontrar las diferentes formas en las que las personas interpretan aspectos significativos de la realidad, por medio de la descripción, el análisis y la comprensión de las experiencias de las personas [42]. Bajo este enfoque, las concepciones y las

maneras de entender no se ven como cualidades individuales, sino como categorías que agrupan los casos concretos de cada persona; el conjunto de categorías denota cierto colectivo intelectual. El análisis fenomenográfico se ha publicado en la literatura en diferentes trabajos que intentan describir las formas cualitativamente diferentes en las cuales los individuos conciben diversos fenómenos. En investigaciones de enseñanza de la física se han publicado tanto métodos cualitativos con entrevistas, como semi-cuantitativos con cuestionarios [4, 43, 44].

El enfoque fenomenográfico para la recolección y análisis de datos permite obtener las explicaciones de los estudiantes sobre las tareas de conversión entre representaciones, para la creación de categorías sobre su concepción de campo eléctrico. En conjunto con la teoría de representaciones semióticas [2], se identifican las diferentes categorías de acuerdo con las dificultades de reconocimiento y conversión. A continuación, se presenta el instrumento de preguntas abiertas que se empleó en la investigación, el proceso de recolección de datos y, finalmente, la estrategia de análisis de datos detallando el papel de la fenomenografía y de la teoría de representaciones semióticas en este estudio.

4.1. Instrumento

Para lograr los objetivos de esta investigación, se diseñaron dos cuestionarios de tres preguntas abiertas que presentan una tarea de conversión entre la notación algebraica, el diagrama de campo vectorial y el diagrama de líneas de campo eléctrico. Los objetivos de las preguntas están parcialmente basados en el cuestionario propuesto por Bollen, van Kampen, Baily, Kelly y De Cock [23], donde estudiaron las habilidades de los estudiantes

para convertir entre estas representaciones. Sin embargo, las situaciones físicas presentadas en este instrumento incluyen el contexto de campo eléctrico.

Los dos cuestionarios se presentan de manera similar, las tres situaciones mostradas son las mismas, pero la tarea de conversión es diferente. En la Figura 2 se presentan las representaciones iniciales y los objetivos de aprendizaje individuales para cada pregunta. En la Figura 3 se muestran los objetivos de conversión de cada pregunta. Como se observa en la Figura 2, las preguntas Q1.1 y Q2.1 parten de la misma representación (la notación algebraica), pero la pregunta Q1.1 tiene el objetivo de conversión a la representación de campo vectorial, mientras la pregunta Q2.1 a la representación de líneas de campo eléctrico. Los dos cuestionarios fueron validados por cuatro investigadores en el área de educación de la física con experiencia impartiendo los cursos de electromagnetismo. Se tuvo consenso sobre los objetivos de aprendizaje de cada pregunta. Todas las preguntas tienen el objetivo de estudiar las habilidades de los estudiantes al reconocer las características del campo eléctrico y convertir entre las representaciones de notación algebraica, diagrama de campo vectorial y diagrama de líneas de campo eléctrico.

Como se observa en las preguntas presentadas, las tareas de conversión tienen un diseño bilateral asimétrico; es decir, que los estudiantes resuelven las conversiones en ambos sentidos de conversión para situaciones físicas diferentes. Se tomó esta decisión en el diseño de la investigación para evitar sesgos de aprendizaje al resolver el problema, ya que los estudiantes pueden identificar que se trata de la misma situación y modificar sus respuestas consecuentemente. Sin embargo, para subsanar el impacto que puede ocasionar la diferencia

Pregunta	R	epresentación origen	Cuestionario Q1	Cuestionario Q2
1	Notación algebraica	$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\rho}{\varepsilon_0} z \hat{k}; & -\frac{d}{2} < z < \frac{d}{2} \\ -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \frac{d}{2} \hat{k}; & z < -\frac{d}{2} \\ \frac{\rho}{\varepsilon_0} \frac{d}{2} \hat{k}; & z > \frac{d}{2} \end{cases}$	Convertir de la notación algebraica al diagrama de campo vectorial.	Convertir de la notación algebraica al diagrama de líneas de campo eléctrico.
2	Diagrama de campo vectorial	^y	Convertir del diagrama de campo vectorial al diagrama de líneas de campo eléctrico.	Convertir del diagrama de campo vectorial a la notación algebraica.
3	Diagrama de líneas de campo eléctrico		Convertir del diagrama de líneas de campo eléctrico a la notación algebraica.	Convertir del diagrama de líneas de campo eléctrico al diagrama de campo vectorial.

Figura 2: Representaciones iniciales y objetivos de aprendizaje de cada pregunta de los dos cuestionarios.

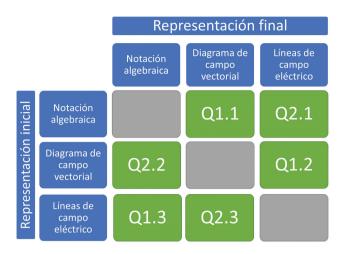


Figura 3: Distribución de objetivos de conversión entre los dos cuestionarios. En la numeración de las cuestiones, el primer número corresponde al cuestionario (Q1 o Q2) y el segundo número a la pregunta (1, 2 o 3) que persigue el objetivo de conversión en cuestión.

de situaciones en el sentido de la conversión, en la sección 4.2, se detalla la estrategia de análisis de datos que permite hacer comparaciones entre los sentidos de conversión independientemente de la situación física.

4.2. Recolección y análisis de datos

Se realizó un estudio con 64 estudiantes de ingeniería física de una universidad mexicana que tomaron el curso introductorio de electricidad y magnetismo, donde se implementaron estrategias de aprendizaje activo y enseñanza explícita del uso de múltiples representaciones. Los cuestionarios se repartieron de manera aleatoria a todos los estudiantes. Se les indicó que su desempeño en el cuestionario no afectaría su calificación y tuvieron 20 minutos para responder el cuestionario. Para evitar la influencia entre los objetivos de las preguntas, cada estudiante respondió solamente uno de los cuestionarios.

Los datos se analizaron con una metodología cualitativa siguiendo un enfoque fenomenográfico [42]. El proceso de creación de categorías fue validado por el acuerdo entre cuatro investigadores y la clasificación de estudiantes dentro de las categorías se validó por medio de la Kappa de Cohen como medida de confiabilidad entre evaluadores. Se crearon categorías para cada pregunta donde se tomaron en cuenta tanto los dibujos y ecuaciones generadas por los estudiantes como sus explicaciones. Se utilizaron las fuentes de dificultad, reconocimiento y conversión, como un marco para estructurar las categorías. Todas las preguntas tienen la misma estructura de categorías, aunque la naturaleza de las preguntas y el tipo de conversión requerido sean diferentes.

Como se presenta en la Tabla 1, el marco de referencia se concentra en el dominio de reconocimiento y conversión, teniendo tres diferentes niveles de dominio: alto, medio y bajo. Este análisis agrupa las diferentes

Tabla 1: Categorías donde se utilizan las fuentes de dificultad de reconocimiento y conversión para agrupar las explicaciones y dificultades de los estudiantes, siguiendo un orden jerárquico.

Categoría	Reconocimiento	Conversión
A	Dominio alto	Dominio alto
В	Dominio alto	Dominio medio
В'	Dominio medio	Dominio alto
C	Dominio medio	Dominio medio
D	Dominio bajo	Dominio bajo

explicaciones y dificultades de los estudiantes en cada pregunta en categorías enfocadas al reconocimiento y conversión para hacer comparaciones entre las diferentes tareas de conversión de la Figura 3. Como se puede observar en la Tabla 1, las categorías siguen un orden jerárquico donde la categoría A significa que se presenta un dominio alto tanto del reconocimiento como de la conversión, en las categorías B y B' se presenta un dominio alto o un dominio medio del reconocimiento o de la conversión, en la categoría C se encuentra un dominio medio tanto de reconocimiento como de conversión, y en la categoría D se presenta un dominio bajo de reconocimiento y conversión.

5. Resultados

A continuación, se presentan los resultados donde se destacan las dificultades de reconocimiento y conversión entre las tres representaciones siguiendo un orden de conversión bilateral. Posteriormente, se analizan los efectos de la dirección de conversión en el dominio de la comprensión del campo eléctrico en las tres representaciones.

5.1. Dificultades de reconocimiento

En esta sección se presentan las dificultades de reconocimiento por medio de los ejemplos más relevantes de las categorías de dominio medio en el reconocimiento y la conversión. La Figura 4 y Figura 5 muestran ejemplos de las respuestas correctas y de las dificultades recurrentes para cada pregunta.

El análisis detallado de las descripciones de todas las categorías y sus niveles de dominio se presenta en la Tabla 2, Tabla 3 y Tabla 4, respectivamente. La Tabla 2 describe las categorías para las preguntas Q1.1 y Q2.2, cuyos objetivos son el reconocimiento y conversión entre la notación algebraica y el diagrama de campo vectorial. La Tabla 3 indica lo mismo para las preguntas Q1.2 y Q2.3, cuyos objetivos son el reconocimiento y conversión entre el diagrama de campo vectorial y el diagrama de líneas de campo eléctrico. La Tabla 4 agrupa las categorías de las preguntas Q1.3 y Q2.1, cuyos objetivos son el reconocimiento y conversión entre la notación algebraica y el diagrama de líneas de campo eléctrico.

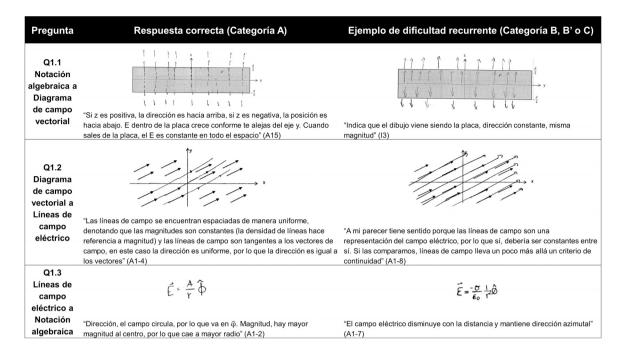


Figura 4: Ejemplos de respuesta correcta y de dificultad recurrente para las preguntas Q1.1, Q1.2 y Q1.3.

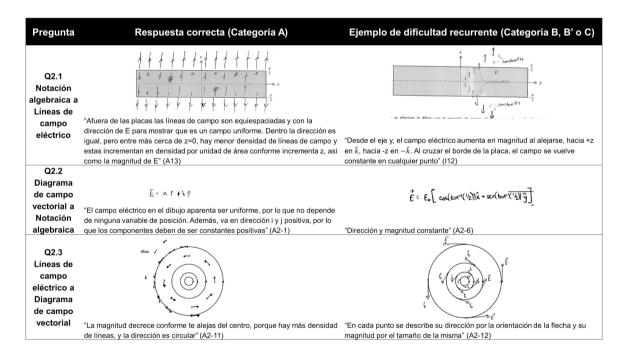


Figura 5: Ejemplos de respuesta correcta y de dificultad recurrente para las preguntas Q2.1, Q2.2 y Q2.3.

5.2. Efecto de la dirección de conversión

A continuación, se presenta un análisis sobre el efecto que tiene la dirección de conversión en el desempeño de los estudiantes y su comprensión sobre el concepto de campo eléctrico. Cabe destacar que los cambios de dirección están dados por los diferentes cuestionarios y que, por lo tanto, ningún estudiante hizo una conversión en ambos sentidos. Sin embargo, la aleatoriedad con la que se repartieron los cuestionarios y la estructura de

las categorías posibilitan la comparación entre ambos sentidos de conversión [45].

5.2.1. Conversión entre notación algebraica y diagrama de campo vectorial

La pregunta Q1.1 tiene como objetivo convertir de la notación algebraica al diagrama de campo vectorial, mientras en la pregunta Q2.2 el sentido de la conversión se invierte. Como se presenta en la Tabla 5, hay más

Tabla 2: Descripción de categorías en las preguntas Q1.1 y Q2.2 cuyos objetivos son el reconocimiento y conversión de la notación algebraica al diagrama de campo vectorial y viceversa.

	A	В	В'	C	D
Reconocimiento	Dominio alto	Dominio alto	Dominio medio	Dominio medio	Dominio bajo
Conversión	Dominio alto	Dominio medio	Dominio alto	Dominio medio	Dominio bajo
Q1.1 Notación algebraica a Diagrama de campo vectorial	 Interpreta la ecuación matemática correctamente. Dibuja vectores correctamente, tanto en magnitud como en dirección. 	 Interpreta la ecuación matemática correctamente. No dibuja vectores correctamente. Confina los vectores en el interior de la placa. No muestra 	No encontrado	 No interpreta la ecuación matemática correctamente. Interpreta la ecuación matemática correctamente en el exterior de la placa, pero no en el interior. 	 No se observa una interpretación de la ecuación matemática. No explica cómo se relaciona su dibujo con la ecuación. No responde a la pregunta.
		uniformidad del campo en el exterior.		 No dibuja vectores correctamente. 	
Q2.2 Diagrama de campo vectorial a Notación algebraica	 Expresa el campo como una suma de constantes en direcciones cartesianas. Relaciona su respuesta con características del campo eléctrico 	 Interpreta el campo correctamente Indica una expresión matemática que se encuentra dentro de otro registro de representación, como matrices 	 Expresa el campo como una suma de constantes en direcciones cartesianas No relaciona su respuesta con características del campo eléctrico. 	 Interpreta el campo incorrectamente Indica una expresión matemática que depende de variables 	 No se observa una interpretación del campo No explica cómo se relaciona su expresión matemática con su interpretación. No responde a la pregunta.

Tabla 3: Descripción de categorías en las preguntas Q1.2 y Q2.3 cuyos objetivos son el reconocimiento y conversión del diagrama de campo vectorial al diagrama de líneas de campo y viceversa.

	A	В	В'	С	D
Reconocimiento	Dominio alto	Dominio alto	Dominio medio	Dominio medio	Dominio bajo
Conversión	Dominio alto	Dominio medio	Dominio alto	Dominio medio	Dominio bajo
Q1.2 Diagrama de campo vectorial a Líneas de campo eléctrico	 Identifica, explícita o implícitamente, que la magnitud y dirección del campo son uniformes. Dibuja líneas de campo en dirección tangente a los vectores e igualmente espaciadas 	 Identifica, explícita o implícitamente, que la magnitud y dirección del campo son uniformes. Une los vectores en líneas continuas 	No encontrado	 En su interpretación, confunde densidad de vectores con la magnitud del campo. Dibuja vectores en huecos disponibles, no dibuja líneas de 	 No se observa una interpretación del campo No explica cómo se relaciona su dibujo con su interpretación. No responde a la pregunta.
Q2.3 Líneas de campo eléctrico a Diagrama de campo vectorial	 Interpreta que el campo decrece de manera radial respecto al centro y que su dirección es tangente a la coordenada angular. Dibuja suficientes vectores sobre un mismo círculo para ilustrar los cambios de dirección y magnitud del campo. 	No encontrado	No encontrado	campo. - No interpreta correctamente la magnitud del campo. - Dibuja vectores incorrectamente	 No se observa una interpretación del campo No explica cómo se relaciona su dibujo con su interpretación. No responde a la pregunta.

Tabla 4: Descripción de categorías en las preguntas Q1.3 y Q2.1 cuyos objetivos son el reconocimiento y conversión de la notación algebraica al diagrama de líneas de campo y viceversa.

	A	В	В'	C	D
Reconocimiento	Dominio alto	Dominio alto	Dominio medio	Dominio medio	Dominio bajo
Conversión	Dominio alto	Dominio medio	Dominio alto	Dominio medio	Dominio bajo
Q1.3 Líneas de campo eléctrico a Nota- ción algebrai- ca	 Interpreta las líneas de campo correctamente. Su expresión matemática contiene una constante de proporcionalidad, relación inversa de r y la dirección angular en coordenadas polares. 	 Interpreta las líneas de campo correctamente, pero muestra dificultades al hacer la expresión matemática No indica la proporcionalidad No indica el sentido antihorario 	 Asocia este campo a una fuente magnética. Su expresión matemática utiliza I y/ο μ₀ para la proporcionalidad, relación inversa de r y la dirección angular en coordenadas polares. 	 Asocia este campo a una fuente eléctrica y su expresión indica una dependencia inversa de r². Asocia este campo a una fuente electro- magnética usando la ley de Faraday, no hace una expresión matemática de las líneas de campo 	 No se observa una interpretación del campo No explica cómo se relaciona su expresión matemática con su interpretación. No responde a la pregunta.
Q2.1 Notación algebrai- ca a Líneas de campo eléctrico	 Interpreta la ecuación matemática correctamente. Dibuja líneas de campo eléctrico hacia arriba para z>0 y hacia abajo para z<0 cuya densidad va aumentando conforme se alejan del centro y permanece constante después de d/2 	 Interpreta la ecuación matemática correctamente. Dibuja un diagrama de campo vectorial en lugar de líneas de campo 	No encontrado	 Interpreta la ecuación matemática correctamente en el exterior, pero incorrectamente en el interior. No interpreta la función matemática correctamente en interior ni exterior. 	 No se observa una interpretación de la expresión matemática No explica cómo se relaciona su dibujo con su interpretación. No responde a la pregunta.

Tabla 5: Comparación de resultados de reconocimiento y conversión entre las representaciones de notación algebraica y diagrama de campo vectorial. Se muestra la cantidad de estudiantes (n) y el porcentaje para cada categoría (%).

	Q1.1: Algebraica a	Q2.2 Campo vectorial
	campo vectorial	a algebraica
Categoría	n (%)	n (%)
A	7 (21,9)	14 (43,8)
В	5 (15,6)	1(3,1)
B'	0 (0,0)	7 (21,9)
C	13 (40,6)	6 (18,8)
D	7 (21,9)	4(12,5)
Total	32 (100,0)	32 (100,0)
A+B	12(37,5)	15 (46,9)

estudiantes con un dominio alto del reconocimiento y conversión al pasar de campo vectorial a notación algebraica (43,8%) que en el sentido contrario (21,9%). El dominio alto de reconocimiento, al unir las categorías A y B, es de 37,5% al convertir de la notación algebraica al diagrama de campo vectorial y de 46,9% en el sentido contrario.

Este comportamiento puede ser un indicador de las dificultades que tienen los estudiantes al reconocer las características del campo eléctrico en la notación algebraica. Las dificultades de reconocimiento que surgieron se concentran en interpretar la magnitud del campo eléctrico. Específicamente, se encontró que algunos estudiantes interpretan la magnitud en el interior de la placa como constante, como en el ejemplo mostrado en la Figura 4. Adicionalmente, al convertir del diagrama de campo vectorial a la notación algebraica, se encontró la categoría B', mientras en el sentido contrario, no. Esto implica que los estudiantes tienen un alto dominio de conversión a la notación algebraica, aunque tengan dificultades de reconocimiento en el diagrama de campo vectorial.

5.2.2. Conversión entre diagrama de campo vectorial y líneas de campo

En la pregunta Q1.2 se realiza una conversión de diagrama de campo vectorial a líneas de campo eléctrico, mientras en la pregunta Q2.3 se invierte el sentido de la

Tabla 6: Comparación de resultados de reconocimiento y conversión entre las representaciones de diagrama de campo vectorial y líneas de campo eléctrico. Se muestra la cantidad de estudiantes (n) y el porcentaje (%) para cada categoría.

	Q1.2: Campo vectorial	Q2.3: Líneas de campo
	a líneas de campo	a campo vectorial
Categoría	n (%)	n (%)
A	6 (18,7)	9 (28,1)
В	11 (34,4)	0 (0,0)
B'	0 (0,0)	0 (0,0)
\mathbf{C}	6 (18,8)	$21\ (65,6)$
D	9 (28,1)	2(6,3)
Total	32 (100,0)	32 (100,0)

conversión. En la Tabla 6 se compara el desempeño de los estudiantes en este cambio de sentido de la conversión. Se observa que, en ambas direcciones, la mayoría de los estudiantes tienen problemas de reconocimiento. Al pasar de líneas de campo a campo vectorial, menos del 30% de los estudiantes presentan un dominio alto del reconocimiento y de la conversión. En el sentido contrario, se encuentran menos dificultades de reconocimiento, pero más dificultades de conversión. La dificultad de reconocimiento más común en Q2.3 fue asociar el tamaño de los círculos concéntricos con la magnitud del campo eléctrico, en lugar de la densidad de líneas, como se presenta en la Figura 5. La dificultad de conversión más común en Q1.2 fue unir los vectores en líneas continuas, como se muestra en la Figura 4. El ejemplo mostrado parece ser una representación correcta en el diagrama de líneas de campo eléctrico. Sin embargo, al trazar líneas continuas la densidad de líneas cambia en dos regiones del diagrama, lo que impactó en la representación de la magnitud del campo uniforme. Esta dificultad puede ser más evidente en casos donde no se tiene un campo eléctrico uniforme. Las dificultades de reconocimiento y de conversión en ambos sentidos se relacionan directamente con no interpretar correctamente la densidad de líneas como la magnitud del campo eléctrico, una dificultad que ha sido identificada en estudios previos [5, 13, 29, 30]. Una posible explicación de esta dificultad es que comprender la representación de líneas de campo eléctrico requiere una inversión de tiempo y esfuerzo en el aula, que generalmente no se le dedica.

5.2.3. Conversión entre diagrama de líneas de campo y notación algebraica

En la Tabla 7, se presentan los resultados de los estudiantes al convertir entre las representaciones de líneas de campo eléctrico y notación algebraica. Entre estas dos representaciones, la dirección de conversión tiene un efecto muy importante en las habilidades de reconocimiento y conversión de los estudiantes. Por una parte, en la pregunta Q1.3, menos del 20% de los estudiantes presenta un dominio alto del reconocimiento

Tabla 7: Comparación de resultados de reconocimiento y conversión entre las representaciones de notación algebraica y diagrama de líneas de campo eléctrico. Se muestra la cantidad de estudiantes (n) y el porcentaje (%) para cada categoría.

	Q1.3: Líneas de	Q2.1: Algebraica a
	campo a algebraica	líneas de campo
Categoría	n (%)	n (%)
A	5 (15.6)	2 (6.3)
В	2(6.3)	11 (34.4)
В'	1(3.1)	0(0.0)
\mathbf{C}	20(62.5)	15 (46.8)
D	4(12.5)	4(12.5)
Total	32 (100.0)	$32\ (100.0)$

y conversión. En esta pregunta se encuentran presentes dos problemas de reconocimiento: por una parte, los estudiantes no identifican la densidad de líneas de campo como magnitud del campo eléctrico, sino que intentan localizar una fuente de campo eléctrico, como se presenta en la Figura 4. Por otra parte, surge la categoría B' donde los estudiantes son capaces de convertir a la notación algebraica sin hacer una interpretación completa de la representación inicial.

Al cambiar el sentido de la conversión, los estudiantes con un dominio alto del reconocimiento presentan un dominio medio de conversión. En la pregunta Q2.1, donde hay que convertir de notación algebraica a líneas de campo, se observa que, aunque los estudiantes sean capaces de reconocer las características del campo en la notación algebraica, les resulta muy complicado convertir directamente a la representación de líneas de campo eléctrico. Solamente dos estudiantes, de los 32 que respondieron esta pregunta, lograron hacer un diagrama de líneas de campo. El resto de los estudiantes con un alto dominio de reconocimiento, dibujaron un diagrama de campo vectorial, como se presenta en la Figura 5. Esto puede indicar dos cosas: (1) que para los estudiantes tanto el diagrama de líneas de campo como el diagrama vectorial sirven el propósito de dar una visualización general del campo, por lo que, aunque se les solicitó un diagrama de líneas de campo, optaron por un diagrama de campo vectorial por motivos de familiaridad con la representación o (2) que los estudiantes confunden las representaciones de líneas de campo eléctrico y el diagrama de campo vectorial.

6. Conclusión

En el presente estudio se utilizó la teoría de representaciones semióticas y un análisis fenomenográfico para vincular las dificultades de conversión entre representaciones y el entendimiento conceptual de los estudiantes sobre el tema de campo eléctrico. La metodología propuesta permitió identificar las dificultades de reconocimiento y de conversión que tienen los estudiantes entre tres representaciones de campo eléctrico por medio del análisis fenomenográfico y vincular las dificultades

encontradas con el entendimiento conceptual de campo eléctrico, por medio de la teoría de representaciones semióticas. Al combinar el análisis fenomenográfico con la teoría de representaciones semióticas, se cumple con el objetivo de proveer una metodología para analizar las dificultades de los estudiantes sobre la comprensión del concepto de campo eléctrico.

Como parte del análisis fenomenográfico, se realizaron categorías donde se describen las principales dificultades que surgieron a partir de las explicaciones de los estudiantes. Se observó que muchas de las dificultades de reconocimiento se relacionan con la magnitud del campo eléctrico, más que con su dirección. En el caso de la notación algebraica, los estudiantes reconocieron la magnitud y dirección correctamente en algunas regiones, pero no en todo el espacio. En el caso del campo vectorial, llegaron a asociar la densidad de los vectores con la magnitud del campo eléctrico. En el caso de las líneas de campo, intentaron asociarlas a una fuente de campo eléctrico, comportamiento que se ha observado previamente en instructores [46], y no asociaron la densidad de líneas de campo con su magnitud, lo que concuerda con otros estudios [13, 29, 30].

Integrando la teoría de representaciones semióticas al análisis, se observó que entre la representación de campo vectorial y la notación algebraica existe un buen reconocimiento y hay algunas dificultades al convertir hacia el campo vectorial. Entre la representación de campo vectorial y las líneas de campo eléctrico, se observó que al pasar de líneas de campo eléctrico a campo vectorial hubo muchas dificultades de reconocimiento. Al cambiar la dirección hubo menos dificultades de reconocimiento, pero más dificultades de conversión. Entre la representación de líneas de campo y notación algebraica, se observó un comportamiento similar, ya que al convertir de líneas de campo a notación algebraica hubo bajo reconocimiento y al cambiar el sentido de la conversión, hubo baja conversión. Esto indica que, para los estudiantes, las líneas de campo eléctrico son difíciles de interpretar, pero también presentan un reto de dibujar. En conjunto, las dificultades de interpretación de la magnitud del campo eléctrico en las tres representaciones, así como las dificultades de conversión, se pueden interpretar como un uso limitado de los recursos semióticos de los estudiantes que conlleva a dificultades para asimilar conceptos de alta complejidad y abstracción, como el campo eléctrico [47].

Las tres representaciones que considera esta investigación son relevantes e importantes para la comprensión del campo eléctrico. Al enseñar este tema en los cursos introductorios de ciencia, el profesorado no debe suponer que la conversión entre representaciones se realiza automática ni directamente. En clase se suelen utilizar los tres registros de representación. Sin embargo, este uso debe de incluir una instrucción explícita enfocada a la conversión entre representaciones y al reconocimiento de las características del campo eléctrico en cada una

de ellas. La instrucción también necesita hacer explícita la diferencia entre el diagrama de campo vectorial y las líneas de campo eléctrico para evitar su confusión. Utilizar una estrategia que permita a los estudiantes diferenciar entre las representaciones para resultar en un entendimiento profundo del concepto de campo eléctrico.

En la enseñanza de las ciencias, es importante conocer las dificultades de comprensión para identificar posibles herramientas que ayuden a superar las dificultades. Maturano, Aguilar y Núñez [35] sugieren que es importante explicitar el proceso de conversión entre distintos sistemas de representación para contribuir a la enseñanza y el aprendizaje en ciencias. Los resultados de esta investigación sugieren que, además de hacer explícito el proceso de conversión, es importante dedicar atención a los diferentes sentidos de la conversión haciendo el proceso explícito en ambos sentidos. Esta investigación aporta el alcance de la metodología, que propone que hacer un análisis fenomenográfico de las explicaciones de los estudiantes empleando la teoría de representaciones semióticas permite identificar las dificultades del alumnado al comprender conceptos abstractos de ciencias.

Referencias

- F. Marton y S. Booth, Learning and awareness (Lawrence Erlbaum Associates Publishers, Mahwah, 1997).
- [2] R. Duval, Educ. Stud. Math. 61, 103 (2006).
- [3] C. Furió y J. Guisasola, Sci. Educ. 82, 511 (1998).
- [4] K. Zuza, P. van Kampen, M. De Cock, T. Kelly y J. Guisasola, Phys. Rev. Phys. Educ. Res. 14, 020117 (2018).
- [5] M. Saarelainen, A. Laaksonen y P.E. Hirvonen, Eur. J. Phys. 28, 51 (2007).
- [6] X. Bohigas y C. Periago, Revista Electrónica de Investigación Educativa 12, 1 (2010).
- [7] L. Viennot y S. Rainson, Int. J. Sci. Educ. 14, 475 (1992).
- [8] S. Rainson, G. Tranströmer y L. Viennot, Am. J. Phys. 62, 1026 (1994).
- [9] C. Singh, Am. J. Phys. **74**, 923 (2006).
- [10] V. Albe, P. Venturini y J. Lascours, J. Sci. Educ. Technol. 10, 197 (2001).
- [11] Y. Cao y B.M. Brizuela, Phys. Rev. Phys. Educ. Res. 12, 020102 (2016).
- [12] N.L. Nguyen y D.E. Meltzer, Am. J. Phys. 71, 630 (2003).
- [13] S. Törnkvist, K.A. Pettersson y G. Tranströmer, Am. J. Phys. 61, 335 (1993).
- [14] E. Campos, G. Zavala, K. Zuza y J. Guisasola, Phys. Rev. Phys. Educ. Res. 16, 010135 (2020).
- [15] C. Furió, J. Guisasola, J.M. Almudí y M. Ceberio, Sci. Educ. 87, 640 (2003).
- [16] A. Leniz, K. Zuza y J. Guisasola, Phys. Rev. Phys. Educ. Res. 13, 010128 (2017).

- [17] P. Barniol, E. Campos y G. Zavala, Enseñanza de las ciencias 36, 167 (2018).
- [18] A. Garza y G. Zavala, AIP Conf. Proc. 1513, 58 (2013).
- [19] J. Li y C. Singh, Eur. J. Phys. 38, 055702 (2017).
- [20] P. Barniol y G. Zavala, Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res. 10, 010121 (2014).
- [21] L. Bollen, P. van Kampen y M. De Cock, Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res. 11, 020129 (2015).
- [22] L. Bollen, P. van Kampen, C. Baily y M. De Cock, Phys. Rev. Phys. Educ. Res. 12, 020134 (2016).
- [23] L. Bollen, P. van Kampen, C. Baily, M. Kelly y M. De Cock, Phys. Rev. Phys. Educ. Res. 13, 020109 (2017).
- [24] R.D. Knight, Phys. Teach. 33, 74 (1995).
- [25] S. Flores, S.E. Kanim y C.H. Kautz, Am. J. Phys. 72, 460 (2004).
- [26] E. Gire y E. Price, Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res. 10, 020112 (2014).
- [27] M.C. Pocoví, J. Res. Sci. Teach. 44, 107 (2007).
- [28] M.C. Pocovi y F.N. Finley, Sci. Educ. (Dordr.) 12, 387 (2003).
- [29] E. Campos y G. Zavala, en Handbook of Research on Driving STEM Learning with Educational Technologies, editado por M.S. Ramírez Montoya (IGI Global, Pensilvania, 2017).
- [30] E. Campos, G. Zavala, K. Zuza y J. Guisasola, Am. J. Phys. 87, 660 (2019).
- [31] E. Campos, E. Hernandez, P. Barniol y G. Zavala, Phys. Rev. Phys. Educ. Res. 18, 020101 (2022).
- [32] C.C. Laranjeiras, J.L. da Silva y J.R.N. Chiappin, Rev. Bras. de Ensino de Fis. 39, e4602 (2017).
- [33] J.M. Andrade y M.J. Saraiva, Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa **15**, 137 (2012).
- [34] S. Bansilal, Pythagoras **33**, 1 (2012).
- [35] C. Maturano, S. Aguilar y G. Núñez, Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias 6, 63 (2008).
- [36] M.J. Oliveira, Rev. Bras. de Ensino de Fis. 43, e20200506 (2021).
- [37] D. Halliday, R. Resnick y K.S. Krane, *Physics* (John Wiley & Sons, Inc., New Jersey, 1992), v. 2.
- [38] R.A. Serway y J.W. Jewett, Physics for scientists and engineers with modern physics (Cengage Learning, Boston, 2008).
- [39] P.A. Tipler y G. Mosca, Physics for scientists and engineers (W. H. Freeman and Company, New York, 2008).
- [40] H.D. Young y R.A. Freedman, University Physics with Modern Physics, Technology update (Addison-Wesley, Boston, 2012) 13ed.
- [41] E.C. Artola, L.E. Mayoral y A. Benarroch, Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias 13, 36 (2016).
- [42] F. Marton, Instr. Sci. 10, 177 (1981).
- [43] J. Bowden, G. Dall'Alba, E. Martin, D. Laurillard, F. Marton, G. Masters, P. Ramsden, A. Stephanou y E. Walsh, Am. J. Phys. 60, 262 (1992).
- [44] J. V. Ebenezer y D.M. Fraser, Sci. Educ. 85, 509 (2001).
- [45] R.T. White y R.F. Gundstone, *Probing Understanding* (The Falmer Press, London, 1992).

- [46] E. Campos y G. Zavala, en 2017 Physics Education Research Conference Proceedings, Cincinnati, 2017, editado por L. Ding, A. L. Traxler y Y. Cao (American Association of Physics Teachers, Cincinnati, 2017).
- [47] A. Llancaqueo, M.C. Caballero y M.A. Moreira, Rev. Bras. de Ensino de Fis. **25**, 399 (2003).