

Richard Feynman e a QED

Richard Feynman and the QED

Vicente Pleitez^{*1}

¹Universidade Estadual Paulista, Instituto de Física Teórica, São Paulo, SP, Brasil.

Recebido em 16 de Dezembro, 2017. Revisado em 22 de Fevereiro, 2018. Aceito em 02 de Março, 2018.

Neste artigo comentamos e contextualizamos os dois principais artigos de Richard Feynman nos quais reformula a eletrodinâmica quântica incluindo o algoritmo da renormalização.

Palavras-chave: Eletrodinâmica Quântica, QED, renormalização, Richard Feynman

In this article, we comment and contextualize the main works of Richard Feynman, which reformulate the quantum electrodynamics including the renormalization algorithm.

Keywords: Quantum Electrodynamics, QED, renormalization, Richard Feynman.

1. Introdução

Em 1965 os físicos americanos Richard Feynman, Julian Schwinger e o japonês Sin-Itiro Tomonaga ganharam o prêmio Nobel de Física [1]

for their fundamental work in quantum electrodynamics, with deep-ploughing consequences for the physics of elementary particles.

Os três formularam a QED manifestamente covariante de Lorentz e descobriram uma maneira de eliminar os infinitos mantendo a invariância de gauge. Os trabalhos dos americanos foram feitos após a Conferência de Shelter Island em 1947. Já o de Tomonaga e seus colaboradores fora realizado durante a segunda guerra mundial, e por isso, desconhecido no ocidente até depois do final da guerra. Em 1948 Tomonaga envia uma carta a Oppenheimer resumindo o trabalho do seu grupo até então. Foi assim que o trabalho do grupo japonês ficou conhecido no ocidente.

É interessante notar que “os pais fundadores” da teoria quântica, como Dirac, Heisenberg, e outros nunca aceitaram a QED com o algoritmo da renormalização à la Feynman, Schwinger e Tomonaga. Para eles o problema dos infinitos deveria ser resolvido com novas idéias teóricas. Por exemplo, Bohr em particular foi decisivo dado a influência que teve nas nomeações aos Prêmios Nobel. Para Ne’eman e Kirsh [2]

Feynman, Schwinger and Tomonaga shared the 1965 Nobel prize in physics. They could possibly have been awarded that prize several years earlier, but Niels Bohr also suspected the new theory and his negative attitude deterred the Nobel Committee from acknowledging

it. The decision to give the Nobel prize to the authors of QED was made only after Bohr’s death. When it was published ...R. Oppenheimer was in Israel ... He sent Feynman a telegram from Tel Aviv with only one word: enfin (at last, in French)

Parece que Bohr nunca aceitou o conceito de “fóton” [3].

De fato, muitos dos fundadores da mecânica quântica achavam que uma proposta revolucionária deveria ser feita para evitar os infinitos na QED. Dirac aos 75 anos disse [4]

I really spent my life trying to find better equations for quantum electrodynamics, and so far without success, but I continue to work on it.

A solução no entanto foi bem conservadora: redefina os parâmetros livres da teoria mantendo a covariância de Lorentz e a invariância de gauge. Não se precisava de física nova.

A estrutura deste artigo é a seguinte. Na Sec. 2 consideramos a QED antes dos trabalhos de Feynman, Schwinger, e Tomonaga (FST). Na Sec. 3 discutimos os resultados principais da Conferência de Shelter Island que motivou os autores americanos a formular sua respectiva versão da QED renormalizável. A Sec. 4 é a principal, dado que o objetivo deste artigo é discutir os artigos de Feynman nos quais ele formula seu método de fazer cálculos finitos na QED. Na Sec. 5 comentamos as contribuições de dois físicos que também tiveram um papel importante na formulação da QED renormalizável, Dyson e Stückelberg. As conclusões aparecem na Sec. 7.

*Endereço de correspondência: vicente@ift.unesp.br.

2. A QED antes de Feynman-Schwinger-Tomonaga

Para poder apreciar a relevância dos trabalhos independentes de FST, devemos colocar o contexto em que seus trabalhos foram realizados. A *eletrodinâmica quântica* ou QED pela sigla em Inglês, começa com os artigos de Born-Jordan e Born-Heisenberg-Jordan de 1925 [5–7]. Mas eles consideraram apenas a radiação eletromagnética no vácuo que era representada como uma superposição de ondas planas. Foi apenas em 1927 que Dirac [8] leva em conta a interação da radiação com a matéria. Segundo Weisskopf, até então nada tinha sido feito na eletrodinâmica quântica [9]

*However, before the publication of Dirac's 1927 paper, it was not possible to derive the expressions for ρ and \vec{j} within the atoms for the purpose of calculating the emission of light quanta. Actually, the Schrödinger equation allowed the calculation of transitions under the influence of an external radiation field, that is the absorption of light and the forced emission of an additional photon in the presence of an incident radiation. The field of an incident light wave could be considered as a perturbation on the atom in the initial state; it was possible by means of the Schrödinger equation to calculate the probability of a transition, which turned out to be proportional to the intensity of the incident light wave. However, the emission by a transition from a higher to a lower state in a field-free vacuum could not be treated... Dirac's fundamental paper in 1927 changed all that. **Quantum mechanics must be applied not only to the atom via the Schrodinger equation, but also to the radiation field.***¹

Assim, esse artigo de Dirac pode ser considerado o primeiro da QED.

Em 1928 Dirac propõe a equação relativística do elétron [10]. A teoria quântica de campos (TQC) nasce da união da mecânica quântica e da relatividade especial, mais alguns detalhes técnicos [11]. A teoria da interação eletromagnética com uma partícula carregada é descrita pela equação de Dirac, o acoplamento mínimo e as equações de Maxwell. Esta teoria teve muito sucesso desde o começo. Vejamos:

1. Explica o spin do elétron (Pauli tinha introduzido na equação de Schrödinger um espaço bidimensional *ad hoc*).
2. Explica o fator giromagnético $g = 2$ sem usar a precessão de Thomas.

3. Explica o átomo de Hidrogênio obtendo-se a fórmula de Sommerfeld da estrutura fina.²

Posteriormente descobriu-se que prediz a existência de antimatéria e que as seções de choque diferenciais de espalhamentos como e^-e^- (Moller), e^+e^- (Bhabha), e $e^-\gamma$ (Compton) foram calculados em primeira ordem. Esta última reação é descrita pela formula de Klein-Nishina [12], que foi verificada experimentalmente em 1929 por L. Meitner e H. H. Hupfeld [13]. Depois da descoberta do pósitron outros processos preditos pela teoria foram observados: Produção e aniquilação de pares, bremsstrahlung, entre outros.

Podemos dizer que na ordem α a QED estava muito bem. Apenas tinha-se notado que as medidas do Bremsstrahlung com raios cósmicos de altas energias não estavam em acordo com suas previsões e muitos pensavam que a teoria deixava de ser válida para energias da ordem de 100-300 MeV. Mais tarde ficaria claro que esse era um efeito dos múons e píons que ainda não tinham sido descobertos.

O problema era que quando se calculavam correções apareciam infinitos. Por exemplo, em 1930 Oppenheimer obteve evidência de divergências ultravioletas na autoenergia do elétron [14]:

$$W(\vec{p}) \sim \frac{e^2 \hbar^2 c^2}{\hbar c E(p)} \int_0^\infty k dk \quad (1)$$

e que a diferença $W(\vec{p}_1) - W(\vec{p}_2)$ ainda é infinita. Isso levaria a uma separação infinita das linhas espectrais, o que não é observado. Ainda que o resultado acima não esteja correto, porque não levou em conta a teoria completa e agora sabemos que a divergência é logarítmica, esse e outros fatos já indicavam que algo podia andar mal com a QED. A maioria dos artigos fundamentais para a formulação da QED podem ser encontrados no livro de Schwinger [15].

Consideremos a teoria clássica. A massa de uma partícula com carga e , o elétron por exemplo, inclui uma contribuição do campo elétrico:

$$m_{em} = \frac{1}{2} \int E^2 d^3x = \frac{1}{2} \int_{r_c}^\infty \frac{e^2}{r^2} r^2 d\phi d\theta, \quad r_c = 2\pi\alpha \frac{\hbar}{m_e c^2}, \quad (2)$$

onde r_c é o chamado *raio clássico do elétron*, e tem um valor de aproximadamente 10^{-15} m. Nota-se que a massa vai para infinito se $r_c \rightarrow 0$. Ou seja, contribuições infinitas nas massas são um problema ainda na eletrodinâmica clássica. O problema se complica quando se leva em conta a relatividade, dado que nesse contexto o elétron não pode ter estrutura. É interessante que muitas das propostas feitas para corrigir infinitos que aparecem na QED tentavam resolver o problema primeiro na teoria clássica.

²Este efeito é uma separação das linhas espectrais dos átomos devido ao spin do elétron e é proporcional a $\alpha = e^2/4\pi\hbar c$. Por isso esta constante α é chamada de constante de estrutura fina.

¹Negrito do autor.

Feynman e outros (como o próprio Dirac) pensavam que o problema na teoria quântica é que ela estava baseada na teoria clássica errada.

3. A Conferência de Shelter Island

Não é exagero afirmar que a conferência de Shelter Island em 1947 fixou a agenda da física para os próximos 30 anos. Ela teve como pontos principais a discussão de dois experimentos. O primeiro mediu uma pequena discrepância, no nível $n = 2$, na *estrutura fina* do átomo de Hidrogênio [16], e o outro a *estrutura hiperfina* do Hidrogênio e do Deutério, série H_α (transições dos níveis superiores para o nível $n = 2$) e D_α , respectivamente [17]. Ambos resultados eram inconsistentes com a teoria de Dirac e constituem a primeira evidência de que algo deveria ser feito para obter resultados finitos nesses casos. A ideia da *renormalização* resolveria esses e outros problemas.

A estrutura fina do átomo de Hidrogênio, um elétron num campo de Coulomb, tem uma longa história. De 1891 até 1927 houve pelo menos 29 experimentos medindo esse efeito 5 deles até 1912. Curiosamente, a descoberta da estrutura fina do Hidrogênio, ou seja que as linhas do espectro visível desse átomo são na verdade duas linhas (dubleto), aconteceu um ano após Balmer observar as linhas hoje chamadas da série de Balmer ou H_α , 25 anos antes modelo do átomo de Bohr. Michelson e Morley entre outros observaram que o espectro era mais complicado do que se pensava. Eles descobriram que a primeira linha da série H_α é um dubleto com uma separação de $0,36\text{cm}^{-1}$ [18–20].

Como estas medidas foram muito importantes para a formulação da QED como uma teoria renormalizável, tentaremos deixá-las bem claro. Por linhas espectrais entenderemos, inicialmente, aquelas dadas pela teoria de Bohr com energia dependendo apenas do número atômico principal, n . Para o átomo do Hidrogênio, como consequência da quantização do momento angular, a energia está quantizada, $E_n = -\alpha mc^2/2n^2$, $n = 1, 2, 3, \dots$, pode-se obter para o inverso do comprimento de onda da série de Balmer (H_α)

$$\frac{1}{\lambda} = -R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad m = 3, \dots \quad (3)$$

onde R_H é a constante de Rydberg, cujo valor pode ser encontrado em qualquer livro texto de física moderna.

Como não há dependência no momento angular orbital, l , ou na sua projeção no eixo- z , m_l , vemos da Eq. (3) que o nível fundamental $1s$ é não degenerado, e que os níveis $2s$ e $2p$ são degenerados [21, 22]. No entanto, as observações eram um pouco diferentes: todas as linhas do espectro visível atômico são dubletos. Por exemplo, no Hidrogênio e no Deutério a transição $3s \rightarrow 2p$ consiste em duas linhas, uma seria a transição $3s \rightarrow 2p_{3/2}$ e a outra $3s \rightarrow 2p_{1/2}$, ou seja o nível $2p$ consiste em dois estados com energias diferentes, e essa diferença de energia é $\Delta E = 5,6 \times 10^{-5}$ eV. A expressão para energia E_n dos

níveis de energia baseada na teoria de Bohr de 1913 não funciona desde a sua proposta.

Em 1914 quando Bohr soube dessas linhas duplas, disse “The lines of the ordinary hydrogen spectra ... appear as close doublets ... it seems probable that the lines are not true doublets but are due to an effect of the electric discharge” [13], ou mesmo de um desvio da lei de Coulomb [18]. Em 1915 Wilson e, independentemente, Sommerfeld em 1916, introduziram as leis de quantização que além de ter a condição de Bohr como caso particular, era aplicável a sistemas com um número arbitrários de graus de liberdade.³ Com esta formulação Sommerfeld introduziu órbitas elípticas, e assim pode explicar a estrutura fina do Hidrogênio como um efeito relativístico que produzia uma correção de ordem α^2 às energias de Bohr. Isso justificava-se, segundo a velha teoria quântica, pela alta velocidade dos elétrons nesse átomo. No esquema de Sommerfeld a Eq. (3) era modificada e assim quebrava-se a degenerescência dos níveis $2p$, mas $2p_{1/2}$ ainda ficava degenerado com o $2s_{1/2}$. Seria a dependência da massa com a velocidade que explicaria o dubleto observado no espectro do átomo de Hidrogênio. Sommerfeld obtinha para o nível $n = 2$ a diferença entre a órbita circular e a elíptica, $\Delta E = 0,365\text{cm}^{-1}$ em acordo com o observado na época.

No entanto a estrutura fina ocorre em todos os átomos, inclusive os alcalinos nos quais a expressão de Sommerfeld era válida e, segundo a teoria quântica antiga, o elétron na camada exterior teria uma velocidade baixa e assim a correção relativística seria pequena [21]. Que os efeitos da velocidade não são dominantes ficou claro quando Schrödinger tentou usar a equação relativística (equação de Klein-Gordon) para o átomo de Hidrogênio. Ele a descartou porque não explicava o dubleto do H_α , já que obtinha $8/3$ do valor de Sommerfeld [23]. Aí ele voltou-se para a teoria não relativística e então obteve o resultado de Sommerfeld.

Este resultado continua sendo válido na teoria de Dirac [24]. Nela a estrutura fina para um elétron num campo Coulombiano deve-se a efeitos combinados da variação relativística da massa com a velocidade e a interação do spin do elétron, S com o momento angular orbital, L , que produz um deslocamento das linhas espectrais $\Delta E = C \vec{S} \cdot \vec{L}$, onde C é uma constante positiva. De fato, a observação da estrutura fina foi a primeira indicação da existência do spin do elétron [25].⁴ Esse deslocamento é pequeno sendo da ordem de α^2 eV, bem menor que a energia do nível $2p$ do Hidrogênio, $-3,4$ eV. Mas lembremos que na teoria de Dirac os estados $2s_{1/2}$ e $2p_{1/2}$ continuam degenerados. No início dos anos 30 obtinham-se resultados que não concordavam com a teoria de Dirac

³O esquema de Bohr é válido para sistemas com apenas um grau de liberdade.

⁴Mas lembremos que este número quântico, mesmo sendo proposto em 1925 por Samuel A. Goudsmith e George E. Uhlenbeck, foi reconhecido apenas em 1927 quando o experimento de Stern-Gerlach de 1922 foi reproduzido com átomos de Hidrogênio. O experimento de 1922 foi considerado como uma evidência da quantização do momento angular.

e, em 1938 Pasternak sugere que essa diferença de energia seria devido à separação dos níveis $2s_{1/2}$ e $2p_{1/2}$ [26], ou seja *a posteriori* essa seria a interpretação correta do Lamb-shift. No entanto, a tecnologia dos anos 30 ainda não permitia fazer medidas mais precisas. Isso somente seria possível após a segunda guerra.

De fato, depois da guerra Willis Lamb e Robert Retherford, usando espectroscopia de micro-ondas, técnicas desenvolvidas durante a segunda guerra, mediram $\Delta E(2s_{1/2} - 2p_{1/2}) = 1000$ MHz, ou $0,033 \text{ cm}^{-1}$ [16]. Se na teoria de Dirac para o átomo de Hidrogênio, o paradigma da época, previa que esses níveis seriam degenerados, então estaria a teoria rejeitada? Bethe foi o primeiro a calcular essa diferença de energia, numa aproximação não relativística, obtendo um valor de 1040 MHz [27] e usando a ideia da renormalização da massa calculou a diferença da separação dos níveis de um elétron ligado e um livre. Que esse efeito resulta de flutuações quânticas tinha sido sugerido por Victor Weisskopf e Robert Oppenheimer [28]. Essas flutuações dariam ao elétron uma energia adicional, ou autoenergia. O problema era que na teoria de Dirac a auto-energia é infinita. Hendrik Anthony Kramers que estava presente em Shelter Island deu a ideia da *renormalização*: na QED a energia do elétron é a soma de dois termos, a chamada de massa “nua”, ou seja aquela que o elétron tem quando não está acoplado ao campo eletromagnético, e a autoenergia que tem como origem a autointeração com a radiação.

A medida de Lamb e Retherford deu o resultado:

$$\left(\frac{\Delta E}{h}\right)_{\text{exp}} = (1057,77 \pm 0,10) \text{ MHz}, \quad (4)$$

O valor teórico na segunda ordem [29]

$$\left(\frac{\Delta E}{h}\right)_{2\text{a ordem}} = (1052,14 \pm 0,08) \text{ MHz}, \quad (5)$$

e na 4ª ordem [30]

$$\left(\frac{\Delta E}{h}\right)_{4\text{a ordem}} = (1057,911 \pm 0,012) \text{ MHz}. \quad (6)$$

Na conferência de Shelter Island apresentou-se também medidas da estrutura hiperfina do Hidrogênio e do Deutério [17]. Este é um efeito de interação do spin do elétron com o spin do próton $\vec{S}_e \cdot \vec{S}_p$, isto induz um deslocamento negativo da energia do estado $1s$ da ordem de $1,8 \times 10^{-4}$ eV, com $E_{1s_{1/2}} > E_{1s_{-1/2}}$ [22]. Esta é a transição de 0,21 m que permite identificar o Hidrogênio no meio interestelar. As estruturas fina e hiperfina têm várias contribuições. Na primeira, a mais importante é a polarização do vácuo, já na segunda a principal contribuição é a o momento magnético anômalo do elétron.

Na teoria de Dirac o fator giromagnético do elétron é $g_e = 2$, ou $a_e = g - 2 = 0$. Experimentalmente mede-se $a = (g - 2)/2$. O resultado experimental, a_e^{ex} , e o primeiro

cálculo teórico de Schwinger, a_e^{th} , são os seguintes:

$$a_e^{\text{exp}} = \frac{g - 2}{2} = 118(3) \times 10^{-6},$$

$$a_e^{\text{th}} = \frac{g - 2}{2} = \frac{\alpha}{2\pi} = 1162 \times 10^{-6}, \quad (7)$$

a concordância entre teoria e experimento já era impressionante nessa época. Posteriormente medidas mais precisas exigiram cálculos mais precisos, mas a concordância ficou ainda mais impressionante [31]:

$$a_e^{\text{exp}} = \frac{g - 2}{2} = (1159,65218091 \pm 0,00000026) \times 10^{-6}, \quad (8)$$

e a diferença entre o valor medido e o cálculo teórico no contexto do modelo padrão é [32]

$$\Delta a_e = a_e^{\text{exp}} - a_e^{\text{SM}} = -0,91(0.82) \times 10^{-12}, \quad (9)$$

sendo esta a medida mais precisa feita em física. A partir do valor medido de a_e calcula-se a constante de estrutura fina, α , dado que a_e é dado como uma série em α . No entanto no caso do múon existem discrepâncias que podem vir de nova física [33,34]. Este é um assunto atual na pesquisa de física de partículas elementares.

Em 1955 o prêmio Nobel de física [35]

... was divided equally between Willis Eugene Lamb “for his discoveries concerning the fine structure of the hydrogen spectrum” and Polykarp Kusch “for his precision determination of the magnetic moment of the electron”.

Todas as contribuições para a estrutura fina e hiperfina podem ser calculadas no contexto da QED incrementada com o algoritmo da *renormalização* que teve como pioneiros FST. A seguir comentaremos principalmente o trabalho de Feynman que, além de ser equivalente aos de Schwinger e Tomonaga, permitiu fazer cálculos perturbativos de maneira muito mais fácil e rápida.

4. Feynman e a QED

É interessante que os trabalhos de Feynman e Schwinger foram motivados pelos resultados experimentais apresentados na conferência de Shelter Island e nas duas próximas reuniões: em Pocono de 30 de março a 02 de abril de 1948, nas montanhas de Pocono na Pensilvânia e a de Oldstone de 11-14 de abril de 1949 perto de New York. Na primeira Schwinger foi a estrela, na segunda foi a vez de Feynman. No caso de Tomonaga os trabalhos foram realizados antes da primeira conferência.

O princípio guia de Feynman no desenvolvimento da QED renormalizável foi considerar diretamente as soluções das equações de Hamilton em vez das próprias equações e, está *inspirado* na formulação Lagrangiana da mecânica quântica proposta pelo próprio Feynman [36,37], seguindo um artigo de Dirac [38].

Os trabalhos principais de Feynman sobre a QED são [39,40], e sua palestra na cerimônia do Prêmio Nobel

vale a pena de ser lida [41].⁵ Ainda que Feynman publicou mais dois trabalhos importantes sobre a QED [42, 43] aqui comentaremos apenas os dois primeiros.

No primeiro artigo “The Theory of Positrons” [39]⁶ reformula a teoria dos buracos de Dirac: os pósitrons são elétrons de energia negativa viajando na direção inversa do tempo. Ideia passada a ele pelo orientador de doutorado John Wheeler e que também já tinha sido proposta por Stückelberg em 1938. No artigo são considerados elétrons e pósitrons na presença de um potencial externo. Reconhecem-se quatro possibilidades: espalhamento do elétron $e \rightarrow e$, espalhamento do pósitron $e^+ \rightarrow e^+$, criação de pares $0 \rightarrow e^+e^-$, e aniquilação de pares $e^+e^- \rightarrow 0$ (neste trabalho ainda não foram considerados fótons, ou seja ainda não é a QED). As amplitudes de transição de um estado inicial a um estado final são obtidas perturbativamente, em qualquer ordem do potencial, considerando-se uma série de espalhamentos. Como não se consideram interações, as amplitudes de transição de vários elétrons e/ou pósitrons são o produto das transições de cada partícula e, em processos que diferem apenas pela troca de partículas o princípio de Pauli deve ser usado, mas não para o caso de estados intermediários. A reinterpretção da teoria dos “buracos” em termos dos pósitrons permite fazer cálculos mais facilmente. Na teoria dos buracos de Dirac a QED é vista como uma teoria de muitos corpos. Fazer segunda quantização nesse contexto é complicado [12]. Mas, considerando pósitrons o problema fica semelhante a uma teoria perturbativa da equação de Schrödinger de um ou vários elétrons. De fato, isso é comum a qualquer teoria quântica de campos. Ela é sempre uma teoria de muitos corpos, mas eles são substituídos pelo número infinito de graus de liberdade do campo. Nos diagramas segue-se a carga e não as partículas, o que corresponde a considerar a linha de mundo contínua e não a quebrada em partes. Esta maneira de formular a teoria é diferente do método Hamiltoniano no qual considera-se uma evolução no tempo. Um conceito importante (ainda que não indispensável) é o *pósitron*.⁷ Segundo o próprio Feynman:

The idea that positrons can be represented as electrons with proper time reversed relative to the true time has been discussed by the author and others, particularly by E. C. G. Stückelberg, Helv. Phys. Acta, 15, 23 (1942); R. P. Feynman [44].

Os resultados podem ser mais facilmente compreendidos do ponto de vista de espalhamento de ondas. No artigo TP, Feynman analisa a teoria não relativística e logo a de Dirac com estados de energia negativa, ou seja todos os estado movendo-se na direção temporal $t > 0$.

$$i\partial\psi/\partial t = H\psi, \tag{10}$$

⁵A palestra Nobel de Feynman está traduzida no presente volume especial.

⁶Denotado a seguir como TP.

⁷Ver discussão mais adiante.

onde se for a mecânica quântica não relativística, H é a Hamiltoniana de Schödinger, e se for a equação de Dirac H é uma matriz 4×4 .

A seguir usaremos a notação de Feynman para um ponto no espaço-tempo $i = (t_i, \vec{r}_i)$, onde $i = 1, 2, 3, 4, \dots$. Assim, se $\psi(1)$ é a função de onda em \vec{r}_1 e t_1 , qual será a função em \vec{r}_2 e t_2 ? ou seja $\psi(2)$? Em um instante de tempo Δt , seria usar o operador de evolução $e^{-iH\Delta t}$ mas, também podemos escrever⁸

$$\psi(2) = \int K(2, 1)\psi(1)d^3r_1, \tag{11}$$

onde K é a função de Green ou propagador da Eq. (10), e significa a amplitude total de chegar ao ponto 2 saindo do ponto 1, ou seja $K(2, 1)$ obedece à equação⁹

$$(i\partial/\partial t_2 - H_2)K(2, 1) = \delta^4(2 - 1), \tag{12}$$

onde o subscrito 2 em H_2 significa que o operador atua apenas nas variáveis 2 de $K(2, 1)$. Se a partícula estiver no estado $\psi(1)$ no ponto 1, e no estado $\chi(2)$ no ponto 2, então a amplitude de transição será dada por

$$\int \chi^*(2)K(2, 1)\psi(1)d^3r_1d^3r_2, \tag{13}$$

No caso relativístico $\chi^* = \chi^\dagger\gamma^0$. Se a partícula está num potencial fraco $U(i)$ (quando é possível aplicar teoria de perturbações) calcula-se $K(2, 1)$ se U difere de zero apenas para tempos t entre t_1 e t_2 ,

$$K(2, 1) = K_0(2, 1) + K^{(1)}(2, 1) + K^{(2)}(2, 1) + \dots \tag{14}$$

onde $K_0(2, 1)$ é o caso quando $U = 0$. Se U é diferente de zero apenas num intervalo de tempo Δt_3 entre t_3 e $t_3 + \delta t_3$, então se $\psi(1)$ em 1, teremos em 3

$$\psi(3) = \int K(3, 1)\psi(1)d^3r_1, \tag{15}$$

a partícula é livre entre t_1 e t_3 . Continuando nessa linha de raciocínio Feynman chega a

$$K^{(1)}(2, 1) = -i \int K_0(2, 3)U(3)K_0(3, 1)d\tau_3, \tag{16}$$

onde $d\tau_3 = d^3r_3dt_3$. Esse caso é ilustrado na Fig. 1a). Na Fig. 1b) aparece uma possível correção

$$K^{(2)}(2, 1) = -i \int \int K_0(2, 4)U(4)K_0(4, 3)U(3) \times K_0(3, 1)d\tau_3d\tau_4, \tag{17}$$

Estes caso vale tanto para a equação de Schrödinger como para a equação de Dirac (entendida como aquela com elétrons de energia positiva e negativa ambos tipos movendo-se para frente no tempo). Mas na teoria do

⁸O leitor deve ler esta parte olhando as Figs. 1 e 2.

⁹Omitiremos alguns fatores i e $4\pi^2$ que usualmente na literatura aparecem em outros lugares.

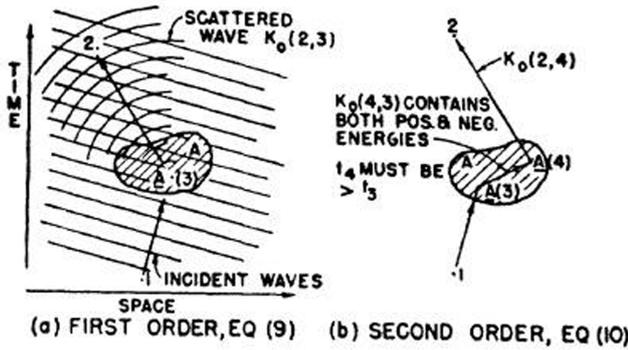


Figura 1: Espalhamento de um elétron num potencial A numa região segundo a teoria de Dirac. Do artigo na Ref. [39].

pósitron de Feynman estes movem-se na direção $t < 0$. Neste caso muda-se um pouco a notação, $U \rightarrow A \equiv A^0\gamma^0 - \vec{\gamma} \cdot \vec{A} \equiv \not{A}$, onde as γ 's são as matrizes de Dirac.¹⁰ Neste caso a equação de Dirac

$$(i\partial - m)\psi = A\psi, \tag{18}$$

e define-se o propagador $K_+(2, 1)$ como

$$(i\partial - m)K_+(2, 1) = \delta^4(2, 1), \tag{19}$$

ou seja sem a presença do potencial.

Se incluímos um potencial A temos que a função de Green satisfaz a equação

$$(i\partial_2 - A(2) - m)K_+^{(A)}(2, 1) = \delta^4(2, 1), \tag{20}$$

por exemplo, a correção de primeira ordem para $K_+(2, 1)$, análoga à da Eq. (16), é

$$K_+^{(1)}(2, 1) = -i \int K_+(2, 3)A(3)K_+(3, 1)d\tau_3, \tag{21}$$

e em segunda ordem é

$$K_+^{(2)}(2, 1) = -i \int \int K_+(2, 4)A(4)K_+(4, 3)A(3) \times K_+(3, 1)d\tau_3d\tau_4, \tag{22}$$

e, em geral, temos a equação integral

$$K_+^{(A)}(2, 1) = K_+(2, 1) - i \int \int K_+(2, 3)A(3) \times K_+^{(A)}(3, 1)d\tau_3. \tag{23}$$

Ou seja, Feynman mostra que a equação de Dirac permite outra solução, $K_+(2, 1)$, se consideramos que as ondas espalhadas pelo potencial podem se mover para trás no tempo. O exemplo aparece na Fig. 2. Uma onda espalhada num potencial pode se mover na direção negativa do tempo, ver a Fig. 2a). Nas Figs. 2b) e c) aparecem duas correções de segunda ordem diferentes. A segunda,

Fig. 2c) não aconteceria na teoria de Dirac de um elétron na qual elétrons de energias positivas ou negativas se movem sempre para frente no tempo. No caso da teoria do pósitron há uma produção de pares no ponto 4 da Fig. 2c). Nesta teoria os elétrons não podem estar num estado de energia negativa. A interpretação de Stückelber-Feynman dos pósitrons deve dar os mesmos elementos de matrizes que a teoria de um elétron, mas facilita outras coisas como o cálculo das correções radiativas e facilita também, como discutido no início desta seção obter os quatro processos possíveis com uma mesma interação. Feynman considera brevemente o caso quando o elétron não está sendo espalhado, mas quando este se move num potencial fixo, V , como no caso do átomo de Hidrogênio.

No resto do artigo, Feynman discute o caso envolvendo várias cargas distintas, o problema do vácuo, e a representação energia-momento. Aqui vamos apenas mencionar que ele obteve a transformada de Fourier de $K_+(2, 1)$:

$$\frac{i}{\not{p} - m}, \tag{24}$$

que é a conhecida expressão de Feynman para o propagador de um férmion de Dirac. E, num apêndice mostra a equivalência da teoria da segunda quantização com a teoria do pósitron.

O segundo artigo *Space-time Approach of Quantum Electrodynamics* [39]¹¹ foi escrito simultaneamente com o TP. No ST, Feynman mostra uma maneira simplificada

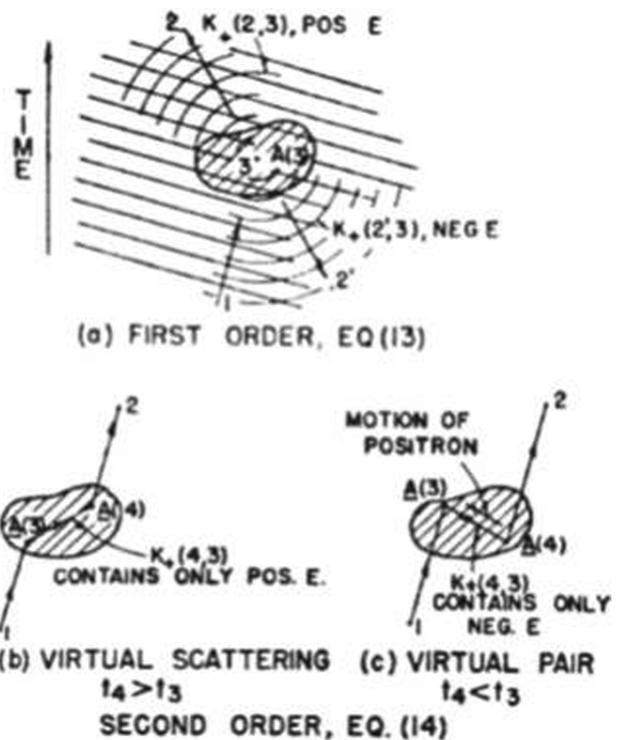


Figura 2: O mesmo que na Fig. 1 mas na reinterpretação de Feynman no artigo TP. Ref. [39].

¹⁰Aqui A é um campo externo, ou seja não há emissão e absorção de fótons.

¹¹Denotado a seguir como ST.

de escrever os elementos de matrizes de processos complicados entre fótons e elétrons/pósitrons, modifica-se a eletrodinâmica alterando as interações dos elétrons em curtas distâncias e obtém que os elementos de matriz são finitos. Os únicos efeitos sensíveis a essas modificações são as mudanças na massa e a carga do elétron, ou seja, seus efeitos que não podem ser observados diretamente. Obtém-se assim, um método completo, sem ambiguidades para calcular todos os processos envolvendo elétrons-pósitrons e fótons. Os elementos de matriz são finitos com a exceção, aqueles relacionados com a polarização do vácuo.¹² Feynman considera também a *eletrodinâmica escalar*, ou seja, um campo escalar complexo interagindo com o fóton, e ainda a teoria dos mésons. No apêndice Feynman mostra um método para calcular as integrais que aparecem nos elementos de matriz dos processos mais simples.

No ST, Feynman também leva em conta a emissão e absorção de fótons, sempre começando pelo caso não relativístico com a Eq. (10). Considerem duas partículas, *a* e *b*. A função de onda em um dado tempo é uma função das coordenadas \vec{r}_a, \vec{r}_b de cada partícula, $\psi(t, \vec{r}_a, \vec{r}_b)$. Seja $K(t, \vec{r}_a, \vec{r}_b; t', \vec{r}'_a, \vec{r}'_b)$ a amplitude que a partícula *a* esteja em \vec{r}_a num tempo *t* se no tempo *t'* esteve em \vec{r}'_a , o mesmo para a partícula *b*. Se as partículas são livres e não interagem, temos que a amplitude total é o produto das amplitudes de cada partícula i.e.,¹³

$$K(t, \vec{r}_a, \vec{r}_b; t', \vec{r}'_a, \vec{r}'_b) = K_{0a}(t, \vec{r}_a; t', \vec{r}'_a)K_{0b}(t, \vec{r}_b; t', \vec{r}'_b), \quad (25)$$

onde K_{0a} é uma função como a K_0 definida na Eq. (14), no artigo anterior para uma partícula considerada livre. Neste caso, podemos definir uma quantidade como K , e o tempo *t* ou *t'* não precisa ser o mesmo para ambas partículas, *a* e *b*; podemos, então, escrever a amplitude de que a partícula *a* vai de \vec{r}_1 em t_1 até \vec{r}_3 em t_3 ; e a partícula *b* vai de \vec{r}_2 em t_2 a \vec{r}_4 em t_4 :

$$K_0(3, 4; 1, 2) = K_0(3, 1)K_0(4, 2). \quad (26)$$

Mas, quando existe interação podemos definir a quantidade $K_0(3, 4; 1, 2)$ se a interação é nula entre t_1 e t_2 e também entre t_3 e t_4 . Na prática isso não acontece. Mas Feynman assume que para problemas práticos, para intervalos de tempo longos, $t_3 - t_1$ e $t_4 - t_2$, as interações extras perto dos tempos iniciais e finais sejam desprezíveis. Para uma partícula que obedeça a equação de Dirac define-se K_+ como no artigo TP. Consideremos a Fig. 3. A a amplitude de que a partícula *a* vai de 1 até 3, e a partícula *b* vai de 2 até 4, sendo alterada em primeira ordem pela troca de um fóton entre os pontos 5 e 6:¹⁴

$$K^{(1)}(3, 4; 1, 2) = -ie^2 \int \int K_{+a}(3, 5)K_{+b}(4, 6) \times \gamma_{a\mu}\gamma_{b\mu}\delta_+(s_{56}^2)K_{+a}(5, 1)K_{+b}(6, 2)d\tau_5d\tau_6 \quad (27)$$

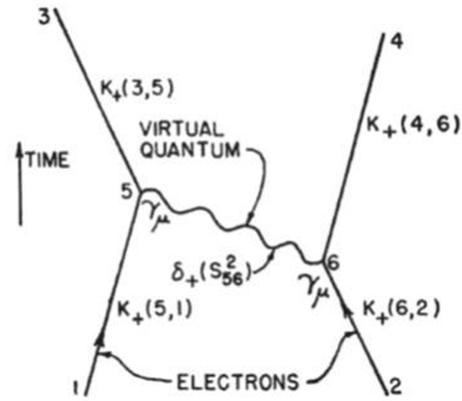


Figura 3: Interação entre dois elétrons segundo a Ref. [40].

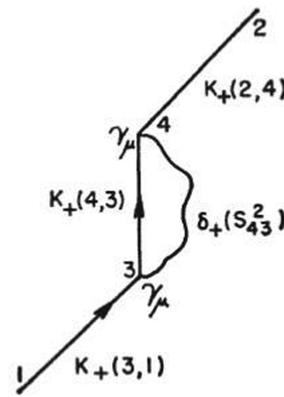


Figura 4: Diagrama correspondente à Eq. (29). Ref. [40].

onde $d\tau_i = dt_i d^3\vec{r}_i$, e

$$\delta_+(x) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{iwx} dw / \pi = \delta(x) + \frac{1}{i\pi x}. \quad (28)$$

A Eq. (27) é a analoga à Eq. (22) e é, segundo Feynman, a equação fundamental da eletrodinâmica. Esta equação pode ser vista graficamente na Fig. 3. Isso mostra que a cada diagrama de Feynman corresponde uma expressão matemática. Um dado processo, no entanto pode ter vários diagramas de Feynman associados. Até aqui foram consideradas as amplitudes no espaço das coordenadas, mas é mais fácil na prática usar o espaço do momento-energia fazendo a transformada de Fourier daquelas. Isso também é feito no artigo de Feynman.

Vejamus um exemplo. Feynman a seguir considera o problema da autoenergia do elétron, ou seja a ação de um elétron sobre si mesmo. Ver Fig. 4. Neste caso a amplitude $K(2, 1)$ para uma partícula chegue a 2 vindo de 1, difere de $K_+(2, 1)$ na primeira ordem em e^2 pelo termo que, na notação da Eq. (27) escreve-se

$$K^{(1)}(2, 1) = -ie^2 \int \int K_+(2, 4)\gamma_{\mu}K_+(4, 3) \times \gamma_{\mu}\gamma_{b\mu}\delta_+(s_{43}^2)K_+(3, 1)d\tau_5d\tau_6 \quad (29)$$

$$\Delta E = e^2 \int (\bar{u}\gamma_{\mu}K_+(4, 3)\gamma_{\mu}u)e^{ip \cdot x_{43}}\delta_+(s_{43}^2)d\tau_4, \quad (30)$$

¹²Ver discussão mais adiante.

¹³O leitor deve ler esta parte olhando as Figs. 2.

¹⁴Da figura $t_5 > t_6$ mas existe um diagrama no qual $t_5 < t_6$.

no espaço dos momentos seria o elemento de matriz entre $\bar{u}(\Sigma)u$:

$$\Sigma(p) = (e^2/i\pi) \int \gamma_\mu \frac{1}{(\not{p} - \not{k} - m)k^2} \gamma_\mu d^4k, \quad (31)$$

note que Eq. (31), assim com as anteriores é uma matriz 4×4 . Na Fig. 5 se mostra a atribuição dos momentos para o processo na Fig. 4.

Até agora, tudo que o descrevemos apareceria na eletrodinâmica quântica convencional, leia-se antes de FST. No entanto, a maneira como Feynman a reformula é realmente original. Agora ele vai ao X da questão. Acontece que as expressões das Eqs. (30) e (31) produzem resultados infinitos quando calculadas e aqui é que aparece a contribuição principal da QED renormalizável. Feynman se inspira nos seus trabalhos realizados pouco antes nos quais introduz um *cut-off*, λ , no contexto da eletrodinâmica clássica [44] e quântica [45]. Ele obtém da Eq. (31) uma parte que não depende de p

$$\Delta m = m \frac{e^2}{2\pi} \left(3 \ln \frac{\lambda}{m} + \frac{3}{4} \right). \quad (32)$$

Então resultados finitos são obtidos se renormalizamos a massa.

Em continuação Feynman usa estes resultados para calcular as correções radiativas ao espalhamento de um elétron com um potencial externo ¹⁵ o qual é mostrado na Fig. 6. A soma dos três diagramas é finita, ou seja não depende do cut-off λ , obtém-se, para q pequeno

$$\frac{e^2}{4\pi} \left[\frac{1}{2m} q_\mu \sigma^{\mu\nu} + \frac{2q^2}{3m^2} \gamma^\nu \left(\ln \frac{m}{\lambda_{min}} - \frac{3}{8} \right) \right] A_\nu, \quad (33)$$

onde $\sigma^{\mu\nu} = \gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu$. ¹⁶ Vemos que aparecem a contribuição ao momento magnético anômalo do elétron e a

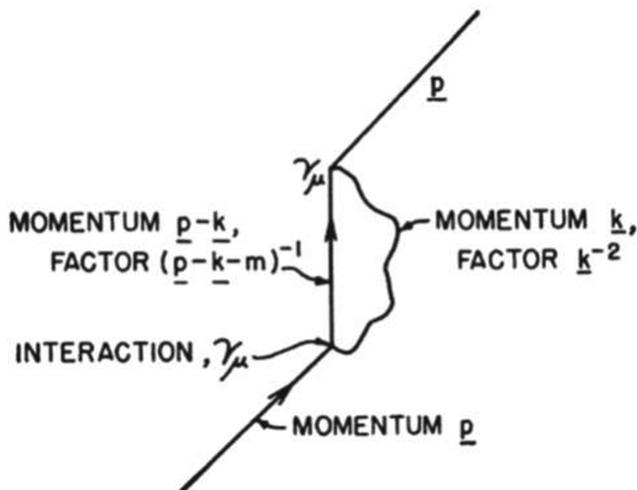


Figura 5: Diagrama correspondente à Eq. (31). Ref. [40].

¹⁵As divergências infravermelhas são controlado assumindo que o fóton tem uma massa muito pequena $\lambda_{min} \ll m \ll \lambda$.

¹⁶Esta definição introduzida por nós é diferente da usualmenet usada nos livros textos.

contribuição ao Lamb shift. O valor $-3/8$ é o correto e foi obtido por Weiskopf e French [46] e Kroll e Lamb [47]. No artigo [45] Feynman obtinha $+5/8$ que, ele reconhece, está errado. ¹⁷ Feynman também considera a correção radiativa para o espalhamento Compton mas não o consideraremos aqui. Depois Feynman considera o problema da polarização do vácuo da Fig. 7. Este diagrama tem uma divergência quadrática. O método do cut-off usado na auto-energia do elétron não funciona para a polarização do vácuo (a este fato é que estamos nos referindo na nota 10.). De fato, Feynman usa um método encontrado por Pauli e Bethe no qual a invariância de gauge é preservada. ¹⁸ Resultado finito é obtido após renormalizar a carga. ¹⁹ Outra vantagem do formalismo de Feynman é que os fótons longitudinais e transversais não têm de ser considerados separadamente [40] como são no formalismo de Schwinger e Tomonaga.

Em resumo, a abordagem de Feynman, que na época pareceu mais “intuitiva” que a de Schwinger e Tomonaga, foi a que ficou como ferramenta para os cálculos do dia-a-dia dos físicos de várias áreas. São os chamados “diagramas de Feynman”²⁰

A palestra de Feynman ao receber o prêmio Nobel é interessante por que, diferentemente de Schwinger e Tomonaga que falaram mais sobre a própria QED, Feynman falou sobre a “sequência de ideias” que o levaram até a QED, na introdução lemos [41] ²¹

...I would like to tell you about today is the sequence of events, really the sequence of ideas, which occurred, and by which I finally

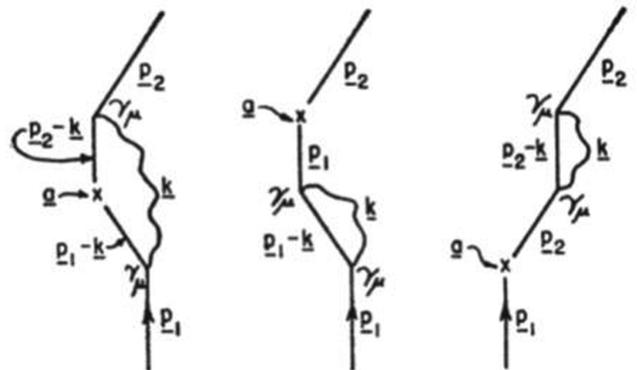


Figura 6: Correções radiativas de 1-loop ao espalhamento de elétron por um potencial externo (Coulomb). Ref. [40]. O resultado final se mostra na Eq. (33).

¹⁷O resultado de Schwinger também dava um valor errado à contribuição da autoenergia do elétron ao Lamb Shift.

¹⁸ Pauli enviou um carta de 10 páginas a Bethe na qual explicava seu método para regularizar integrais que aparecem na formulação da QED de Schwinger. Bethe mostrou essa carta para Feynman. Ver [23] p.451.

¹⁹Foi Dyson quem conseguiu tratar ambos, autoenergia do elétron e polarização do vácuo com o mesmo método de regularização.

²⁰São introduzidos de maneira clara e concisa no artigo A. C. Aguilar, Diagramas de Feynman: Uma imagem vale mais que mil equações, nesta seção.

²¹Ver a tradução neste volume.

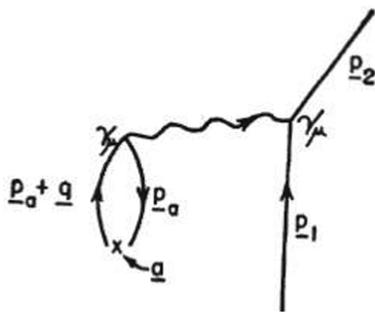


Figura 7: Contribuição da polarização do vácuo ao espalhamento do elétron por um potencial. Ref. [40].

came out the other end with an unsolved problem for which I ultimately received a prize.

e no final da mesma palestra

*This completes the story of the development of the space-time view of quantum electrodynamics. I wonder if anything can be learned from it. I doubt it. It is most striking that most of the ideas developed in the course of this research were not ultimately used in the final result. For example, the half-advanced and half-retarded potential was not finally used, the action expression (1)²² was not used, the idea that charges do not act on themselves was abandoned. **The path-integral formulation of quantum mechanics²³ was useful for guessing at final expressions and at formulating the general theory of electrodynamics in new ways²⁴ - although, strictly it was not absolutely necessary.** The same goes for the idea of the positron being a backward moving electron, it was very convenient, but not strictly necessary for the theory because it is exactly equivalent to the negative energy sea point of view.*

De fato no artigo TP, Feynman afirma [39]

the development stemmed from the idea that in non-relativistic quantum mechanics the amplitude for a given process can be considered as the sum of an amplitude for each space-time path available.

e cita seu artigo [36]. Mas ele não usa esse formalismo explicitamente. Aliás, Feynman nem usa uma Lagrangiana ou uma ação. A QED à la Feynman usa mais o princípio de Huygens-Fresnel de superposição de ondas no espaço das coordenadas; isso pode mostrado nas Figs. 1 e 2 e

no espaço da energia-momento considera-se partículas com energia-momento bem definidos mas sem localização no espaço-tempo como na Fig. 5. De fato, nos livros-texto obtêm-se os diagramas de Feynman partindo de uma Lagrangiana como a da Eq. (39) onde os campos são considerados operadores que comutam (bósons) ou anticomutam (férmions), e usando operadores de criação e destruição.

A formulação de Schwinger [48] e Tomonaga [49] são similares entre si, estão baseadas na tradição do formalismo Hamiltoniano e no uso de transformações canônicas e a teoria de muitos tempos de Dirac [50]. Já o de Feynman é mais original ainda que inspirado em trabalhos anteriores dele, e permite fazer cálculos de maneira muito mais simples que no caso dos outros formalismos.

5. Dois físicos brilhantes (quase) esquecidos

Eles são o inglês Freeman John Dyson (1923-) e o austríaco Ernst C. G. Stückelberg (Basileia, 1 de fevereiro de 1905 - " Basileia, 4 de setembro de 1984).²⁵

No primeiro artigo sobre a QED Dyson, calcula o Lamb Shift [51].²⁶ Nesse artigo Dyson generaliza o cálculo não relativístico de Bethe [27] para o caso relativístico mas considera o caso de um campo escalar complexo.

No segundo artigo, Dyson mostrou a equivalência entre a teoria de Feynman por um lado, e a de Schwinger e Tomonaga de outro [52]. De fato não parecia trivial que ambas formulações fossem equivalentes tamanha a diferença dos formalismos. Quando Dyson chega a Princeton escreve para seus pais o seguinte²⁷

I began to think very hard on physics ... particularly about the rival radiation theories of Schwinger and Feynman....gradually I had solve the problem that had been in the back of my mind all this year, which was to prove the equivalence of the two theories...

A versão da QED que é apresentada na maioria dos livros é mais parecida com a de Dyson que com a de FST.

No esquema de interação (*interaction picture*) o operador de evolução é definido como

$$\Psi(t) = U(t, t_0)\Psi(t_0), \tag{34}$$

onde $\Psi(t_0)$ é a função de onda do sistema no tempo t_0 , e $\Psi(t)$ o mesmo no tempo t . Dyson define a série²⁸

$$U(t, t_0) = \mathcal{T} \left(e^{-i \int_{t_0}^t d\tau V(\tau)} \right), \tag{35}$$

²⁵Não usamos aqui dar a data do nascimento e morte dos físicos mencionados, mas com Stückelberg fazemos uma exceção.

²⁶Na verdade é o primeiro trabalho em física, já que antes publicara apenas trabalhos em matemática pura, área na qual já tinha se destacado.

²⁷Citado em [23] p. 505.

²⁸Hoje conhecida como a série de Dyson.

²²Refere-se aqui à formulação da eletrodinâmica clássica proposta na Ref. [44].

²³Veja-se a J. David M. Vianna, Feynman e os integrais de trajetória, neste seção.

²⁴Negrito do autor

onde \mathcal{T} é o produto de operadores temporalmente ordenado, por exemplo, para o caso de dois operadores ²⁹

$$\mathcal{T}(A(x)B(y)) = \begin{cases} A(x)B(y), & \text{if } x^0 > y^0, \\ \pm B(y)A(x), & \text{if } x^0 < y^0, \end{cases} \quad (36)$$

onde o sinal \pm depende se os operadores são bosônicos (+) ou fermiônicos (-). Mas isso vale para um número arbitrário de operadores como na Eq. (35). ³⁰ Dyson mostra então a equivalência do formalismo de Schwinger e o de Feynman e coloca no mesmo pé de igualdade o tratamento da polarização do vácuo. Segundo o próprio Dyson:

I have succeeded in re-formulating the Schwinger method, without any changes of substance, so that it gives immediately all the advantages of Feynman theory. This means, one can now write down 2nd and 4th order radiative corrections in a very concise form and with a minimum of labour, and there are general formulae for the radiative corrections of 2nth order. The method is also a little more foolproof than the Feynman theory, since it gives the signs of the various terms automatically; also it includes vacuum-polarization terms on an equal footing. Incidentally, the complete equivalence of Schwinger and Feynman is now demonstrated. I think it may now not be impossibly difficult to prove by general arguments the finiteness of all radiative corrections.

Um conceito central utilizado na demonstração de Dyson sobre a equivalências das formulações da QED foi o de matriz- S de Heisenberg que ele percebeu que não era, necessariamente, física nova, qualquer teoria quântica de campos leva à esse tipo de matriz.

It came as a great shock to me in Princeton to find that the work we had been doing was calculating the S-matrix: Heisenberg was only talking about it; that we could do all that Heisenberg wanted to do and do it right. Heisenberg's work was always presented as being new physics so the surprising thing was to find the old physics led to it in a natural way.

Schweber: *Neither Feynman nor Schwinger had been "talking S-matrix"* ³¹

Outro ponto interessante a ser enfatizado é que Feynman ³² formula a QED em termos de partículas. Foi Dyson quem colocou a formulação de Feynman da QED

como uma *teoria quântica de campos*. Numa entrevista com Schweber ³³ Dyson disse

The idea of written down a field equation for the "electron-positron" field and treating the interaction between this matter field and the Maxwell field in terms of $\bar{\psi}\gamma_\mu\psi A^\mu$ in the Hamiltonian, with $\bar{\psi}$, ψ , and A all fields operators, was completely foreign for Feynman ... Nobody at Cornell undertood that the electron field was a field like the Maxwell field ... That was something that was in Wentzel ³⁴ but was nowhere else.

Depois do trabalho de Unruh [53] sabe-se que o conceito de partícula depende do observador, apenas os campos são absolutos. ³⁵

A importância da formulação de Feynman e a prova que esta era equivalente à de Schwinger e Tomonaga pode ser apreciada quando percebe-se que o último formalismo é muito complicado para fazer cálculos de ordens maiores em teoria de perturbação. De fato, Dyson identificou e resolveu um problema que nem Schwinger nem Feynman tinham abordado: que depois da renormalização da carga e da massa do elétron, a matriz- S da QED, é finita em qualquer ordem em teoria de perturbações [54]. Ou seja, os únicos infinitos que aparecem são os três subdiagramas na Fig. 8, e uma vez tratados pela renormalização os resultados são finitos em qualquer ordem em teoria de perturbações.

A notação de Dyson é mais parecida à que encontramos nos livros-textos usados hoje, na ordem mais baixa $iD_F(k) = -i\eta_{\mu\nu}/k^2$, $iS_F(p) = i/(p^2 - m^2)$ (omitimos a parte imaginária $+i\epsilon$). ³⁶ Dyson escreve os verdadeiros operadores de vértice, e os propagadores do férmion e do fóton, respectivamente como:

$$\Gamma'_\mu = Z^{-1}\Gamma_\mu(e_R), \quad S'_F = Z_2 S_F(e_R), \quad D'_F = Z_3 D_F(e_R), \quad (37)$$

$$e = e_R = Z_1^{-1} Z_2 Z_3 e_0, \quad m_R = m_0 + \delta m \quad (38)$$

Dyson conjectura que $Z_1 = Z_2$ e assim a renormalização da carga depende apenas de Z_3 . Mas isso somente foi demonstrado por Ward [55]. Salam também fez contribuições sobre a sobreposição das divergências [56]. Usando o vértice e propagadores Γ'_μ , S'_F e D'_F na Eq. (37) todos os observáveis calculados são finitos. O preço a pagar para a obtenção de seções de choque e vidas médias finitas é que os parâmetros e_R e m_R ficam completamente indeterminados na teoria, devem ser obtidos experimentalmente (a uma energia dada).

³³Ver Ref. [23] Cap. 10

³⁴Dyson se refere aqui ao livro de G. Wentzel, *Quantum Theory of Fields* publicado em alemão em 1943 a tradução para o inglês é de 1949.

³⁵Agradeço a G. E. A. Matsas interessantes discussões a respeito do efeito Unruh.

³⁶Estes sinais dependem da assinatura da métrica usada. Neste caso é (+ - - -).

²⁹Dyson usa a notação P para o ordenamento temporal, como aparece em livros antigos.

³⁰Parece que Feynman já tinha usado esse operador de ordenamento temporal, mas Dyson o usa de maneira explícita.

³¹Citado em [23] p.508.

³²Certamente influenciado pela formulação da eletrodinâmica quântica onde ele usava apenas fontes e absorvedores

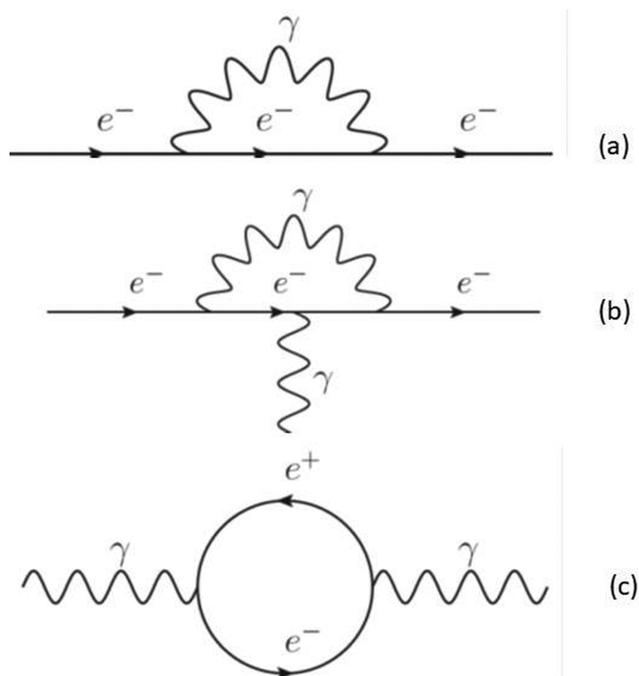


Figura 8: Os três diagramas que produzem infinitos na QED: a) a autoenergia do elétron, b) a correção de vértice, e c) a polarização do vácuo.

Em 1983 C. N. Yang em uma entrevista disse sobre a importância dos trabalhos de Dyson [57]

The papers of Tomonaga, Schwinger and Feynman did not complete the renormalization program since they confined themselves to low order calculations. It was Dyson who dared to face the problem of high orders and brought the program to completion. In two magnificently penetrating papers, he pointed out and resolved the main problem that converts additive subtractions into multiplicative renormalization. That it works required a highly nontrivial proof. That proof Dyson supplied. He defined the concept of primitive divergences, skeleton graphs, and overlapping divergences. Using this concepts, he pushed through an incisive analysis and completed the proof of the renormalizability of quantum electrodynamics...

os trabalhos a que se refere Yang são [52, 54]. É interessante que Dyson nunca obteve seu doutorado (PhD) (não teria tido bolsa do CNPq!).

O outro físico que contribuiu de maneira fundamental na formulação da QED renormalizável foi Stückelberg, ou melhor *Baron Ernst Carl Gerlach Stueckelberg von Breidenbach zu Breidenstein und Melsbach* [58]. Mais um dos brilhantes alunos de Arnold Sommerfeld.³⁷ Não entraremos nos detalhes da obra de Stückelberg, citaremos

apenas um exemplo das suas muitas contribuições que passam usualmente despercebidas na literatura [60]:

In 1934, at roughly the same time as Yukawa, Stueckelberg advanced the hypothesis that the nuclear forces were generated by the exchange of a massive boson between the nucleons, but he did not publish his idea - in contrast to Yukawa - because of Pauli's opposition. In 1937 Stueckelberg was quick to suggest the identification of the newly discovered mesotron with Yukawa's meson, and in the late 1930s he made important contributions to the theory of nuclear forces. Independently of Wheeler and Feynman, Stueckelberg pointed out in 1941 that pair production could be described classically by considering positrons as electrons running backwards in time (Stueckelberg 1941b, 1942c), and he illustrated these concepts with graphs of space-time trajectories similar to the diagrams Feynman began drawing in the summer.

Com seu aluno André Peterman desenvolveu em 1953 a ideia do grupo de renormalização antes que Gell-Mann e Low (1956). Com outro aluno Dominique Rivier descobre em 1949 o propagador causal. De fato é a partir dos trabalhos com Rivier que os trabalhos anteriores de Stückelberg começam a ser compreendidos, principalmente pelo grupo de Pauli [23]. Ainda que seja mais lembrado pelos trabalhos em teoria quântica de campos e partículas elementares (propôs a conservação do número bariônico), Stückelberg foi ativo em outras áreas como espectros moleculares, teoria geral da relatividade e termodinâmica [61]. Segundo Ne'eman e Hirsh³⁸

Actually, the clue to the QED theory was concealed in papers published by E. C. G. Stückelberg in 1934–1938, and more explicitly in his paper of 1947. Unfortunately his formulations were obscure and difficult to use. Had the theorist been able to follow them, the magnetic moment of the electron and other results of QED could have been calculated earlier.

Não deixa de ser impressionante o fato comentado por Mehra. Segundo este biógrafo de Feynman, que estava no círculo ao redor de Feynman após a palestra dele no CERN, na volta para Estados Unidos depois de receber o Prêmio Nobel [62]:

Feynman's lecture at CERN was attended by Ernst C. G. Stückelberg (who always went around with his dog everywhere). Stückelberg had done important work in quantum electrodynamics, some of which preceded and overlap with Feynman's. After the lecture Stückelberg was making his way out alone (with

³⁷A lista dos alunos de Sommerfeld pode ser vista na Ref. [59].

³⁸Ref. [2] p. 59.

his dog) from the CERN amphitheater, when Feynman — surrounded by admirers — made the remark: “He did the work and walks alone toward the sunset; and, here I am, covered in all the glory, which rightfully must be his. For a lifetime of achievements in theoretical physics, Stückelberg was honored with the Max Planck Medal of the German Physical Society.

Para as referências dos trabalhos de Stückelberg sobre a QED vejam Refs. [23, 63].

6. Renormalização

A Lagrangiana da QED é definida como

$$\mathcal{L}_0^{QED} = \bar{\psi}[i\gamma^\mu(\partial_\mu + ie_0 A_\mu) - m_0]\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{\xi}(\partial_\mu A^\mu)^2 \quad (39)$$

uma forma mais simétrica de escrevê-la é usar a derivada $\bar{\psi} \partial \psi = \psi \partial \bar{\psi} - \bar{\psi} \partial \psi$; ξ é o “parâmetro que fixa o gauge”. Chamaremos a carga e_0 e a massa m_0 que aparecem na Eq. (39) de carga e massa “nuas”, respectivamente. Quando se calculam correções radiativas usando as regras de Feynman que são obtidas com esta Lagrangiana, infinitos aparecem já na ordem de 1-loop e temos que regularizar as integrais que aparecem. Para obter integrais finitas devemos introduzir um regularizador, por exemplo, um cut-off no 4-momento, λ .³⁹

Uma teoria renormalizável produz resultados finitos dos processos observáveis, e são independentes do corte λ , se usamos e_R e m_R em (38). Os resultados obtidos em ordem α^n são finitos, e o preço a pagar é que os parâmetros como a massa e a carga elétrica do elétron ficam indeterminados, e devem ser obtidos experimentalmente. Desde 1927 os infinitos dos cálculos para calcular observáveis levando em conta as correções radiativas eram ou erradas ou incompletas [64–66]. No mínimo não eram livres de ambiguidades, e o problema era que não eram realizadas de maneira totalmente covariante ou não respeitavam a invariância de gauge.

Por outro lado, agora sabemos que a QED não é uma teoria fundamental e que, qualquer teoria renormalizável não precisa ser válida para energias arbitrariamente altas. Nesse contexto, a Lagrangiana da QED pode ser escrita

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{QED} &= \mathcal{L}_0^{QED} + CT + \sum_n \frac{c_n \mathcal{O}^{n+4}}{\Lambda^n} \\ &\equiv \mathcal{L}_R^{QED} + \sum_n \frac{c_n \mathcal{O}^{n+4}}{\Lambda^n}, \end{aligned} \quad (40)$$

onde c_n são parâmetros adimensionais, CT são os *contra termos* introduzidos⁴⁰ para obter da teoria resultados

³⁹Processo delicado porque a invariância de Lorentz e de gauge devem ser mantidas. Mas não nos ocuparemos disso aqui.

⁴⁰Não entraremos em detalhes de como escolher estes contra termos. É suficiente dizer que cada termo da Lagrangiana na Eq. (39) tem seu respectivo contratermo, e existem relações entre alguns deles devido à invariância de gauge.

finitos para os diferentes processos físicos, \mathcal{L}_R^{QED} é a densidade Lagrangiana renormalizável definida na Eq. (40), e \mathcal{O}^{n+4} são operadores de dimensão $n + 4$, e por isso representam interações não renormalizáveis, mas que devem ter a mesma simetrias que \mathcal{L}_R^{QED} , e Λ é um escala de energia mais alta que aquela representada pela Lagrangiana renormalizável. A renormalizabilidade então seria apenas a exigência de que a física de “baixas” energias não dependa dramaticamente de escalas de energia maiores. Para energias E menores que a escala Λ os efeitos dos operadores \mathcal{O}^{n+4} são suprimidos porque são $\mathcal{O}[(E/\Lambda)^n]$. Essa visão foi definitivamente fortalecida com as ideias de Kenneth Wilson do grupo de renormalização.⁴¹

Assim, é possível compreender o sucesso que teve a QED comparado com os dados experimentais de energias abaixo dos GeVs sem “saber” que em energias maiores a teoria eletrofraca estava à espreita.

É importante enfatizar que mesmo que não existissem infinitos na QED e no *modelo padrão* que a incorpora, a renormalização sempre teria que ser feita porque o problema é que quantidades como a massa e a carga têm várias contribuições e apenas a soma delas é que são medidas nos experimentos [67]. Mais detalhes do algoritmo de renormalização podem ser encontrados nos artigos das Ref. [68, 69].

7. Conclusões

Como já foi dito, Feynman, Schwinger e Tomonaga ganharam o prêmio Nobel de Física 1965. Ou seja, mais de 16 anos após os respectivos trabalhos. Vimos na Introdução possíveis motivos para isso. Também vimos na Sec. 5 como dois físicos que contribuíram para a formulação da QED renormalizável não foram tão reconhecidos como os três ganhadores do Nobel, sendo que um deles (Stückelberg) que foi precursor dos três, e o outro, Dyson, que completou a prova da QED renormalizável em qualquer ordem na teoria de perturbações. Infelizmente o Prêmio Nobel somente pode ser outorgado no máximo, a três pessoas.

Por outro lado, algumas vezes outros fatores são dominantes. Por exemplo, não há dúvida que o modelo de Bohr fez avançar a compreensão da estrutura atômica. Bohr assumiu que os elétrons se movem ao redor do núcleo não relativisticamente em órbitas estáveis de energia definida, e que o momento angular, L , é quantizado. Com isso ele obteve as transições do átomo de Hidrogênio entre dois níveis diferentes, sendo que apenas valores $E_2 - E_1 = n\hbar$, $n = 1, 2, 3 \dots$ são permitidos e $L = n\hbar$ [70]. Não há maneira de mostrar isso *a priori*. Esse é o tipo de *abstração*, ou *pulo qualitativo*, que os teóricos fazem às vezes motivados pelos dados experimentais. Apenas aqueles que estão familiarizados com estes dados têm condições de fazer isso. Mas, o modelo de Bohr como vimos na Introdução nasceu morto.

⁴¹Sendo, como já dito acima, Stückelberg um precursor da ideia.

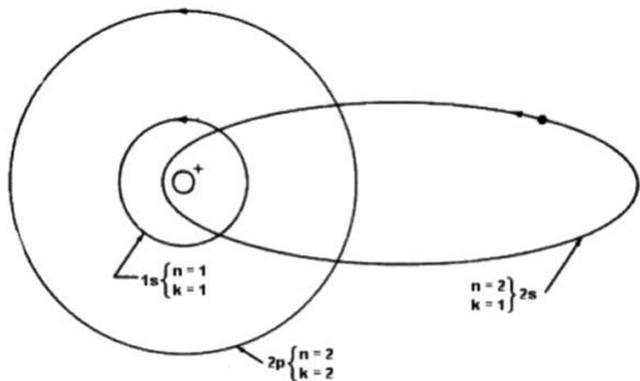


Figura 9: Órbitas dos níveis $n = 1$ e $n = 2$ segundo a teoria de Sommerfeld. Aqui n é o número quântico principal, e $k = n_\theta$, o número quântico relacionado com o ângulo θ . Ref. [72].

Não explicava a estrutura fina da série de Balmer que era conhecida desde 1887. Isso foi apenas explicado com a condição de Wilson-Sommerfeld [71]⁴² com a qual podem ser quantizados sistemas de muitos graus de liberdade e que permite sim uma dedução a partir de mecânica Hamiltoniana:

$$J_k = \oint p_k q_k = n_k h \quad (41)$$

no caso particular do momento angular $\oint p_\varphi d\varphi = n_\varphi h$ obtinha-se a regra de quantização de Bohr. A primeira igualdade na condição de Wilson-Sommerfeld na Eq. (41) pode ser deduzida das equações de Hamilton, fazendo duas transformações canônicas apropriadas [72] mas a segunda é um “pulo” teórico, como o de Bohr.

Em 1916 Sommerfeld explicou a estrutura fina do nível $n = 2$, os efeitos relativísticos explicam a separação desses níveis. Esses efeitos quebravam a degenerescência dos níveis de energia, por exemplo, na Fig. 9 é mostrado o caso de $n = 2$. Assim, a chamada *old quantum theory* é de Bohr-Wilson-Sommerfeld. Mas apenas o primeiro ganhou o Prêmio Nobel em 1922. Para Jammer [73]

The first major achievement of the older quantum theory was Arnold Sommerfeld's generalization of Bohr's theory of the Hydrogen atoms. As early as 1891 Michelson⁴³ had discovered that the Balmer series was not composed of truly single lines. This discovery, incompatible, of course, with Bohr's theory, was either ignored or not regarded as a weighty argument against Bohr's theory.

Arnold Sommerfeld foi proposto muitas vezes para ganhar o Prêmio Nobel de física, mas nunca conseguiu. Pais afirma [74]

I belong to those who regret (even more after recent studies) that Sommerfeld's work

⁴²As referências de Sommerfeld encontram-se no livro de Jammer [73].

⁴³Na verdade, como já foi mencionado, a primeira observação da estrutura fina foi feita por Michelson e Morley em 1887 [19].

was never sufficiently recognized by the Nobel Committee. He was nominated every year but one 1917 until (at least) 1937.

De fato, nos anos posteriores à proposta de Bohr, os problemas urgentes eram: sua extensão para sistemas com vários elétrons (o de modelo de Bohr era válido para apenas para o átomo de Hidrogênio), e sua versão relativística. Ambos temas foram resolvidos por Wilson e Sommerfeld. Por exemplo Wilson começa seu artigo assim [71]

In his able report on Radiation and Quantum-Theory Prof. Jeans, dealing with theories of line spectra, remarks that Bohr's assumptions is "not inconsistent with the quantum-theory and is closely related to it". The possibility therefore of deducing the results of Planck and Bohr from a single form of quantum-theory naturally suggests itself.

Sabemos agora que a chamada “old quantum theory” estava errada mas foi um primeiro e importante passo. Certamente a eletrodinâmica quântica foi a melhor resposta a esses problemas e Feynman teve um papel importante nessa saga intelectual.

Lembro que no antigo prédio do Instituto de Física Teórica (IFT) na Rua Pamplona 145, nos animados cafés, de manhã cedo ou no meio da tarde, discutia-se de tudo. Até física. Um dia, a conversa foi sobre Feynman. Um professor disse num dado momento “afinal, o que Feynman fez?”. Na época foram dadas várias respostas satisfatórias. Hoje diria: Veja o volume da Revista Brasileira de Ensino de Física ...”.

Uma leitura agradável e leve sobre Feynman (e Gell-Mann) é a Ref. [75, 76].

Agradecimentos

O autor agradece ao CNPq pelo apoio parcial às minhas pesquisas e a E. T. Franco pelas figuras. Gostaria de agradecer também a Arlene Cristina Aguilar, José David Vianna, Nelson Studart e a Orlando Peres pela leitura crítica do manuscrito.

Referências

- [1] www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1965/.
- [2] Y. Ne'eman and Y. Kirsh, *The Particle Hunters* (Cambridge University Press, Cambridge, 1986).
- [3] L.J. Boya, *International Journal of Theoretical Physics* **42**, 2563 (2003).
- [4] A. Pais, *Inward Bound: Of Matter and Forces in the Physical World* (Clarendon Press, Wotton-under-Edge, 1988).
- [5] B.L. van der Waerden, *Sources of Quantum Mechanics* (North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1967).
- [6] M. Born and P. Jordan, *Z. Phys.* **34**, 858 (1925).

- [7] M. Born, W. Heisenberg and P. Jordan, *Z. Phys.* **35**, 557 (1926).
- [8] P.A.M. Dirac, *Proc. Roy. Soc. Lond. A.* **114**, 243 (1927).
- [9] V.F. Weisskopf, *Phys. Today* **34N11**, 69 (1981).
- [10] P.A.M. Dirac, *Proc. Roy. Soc. Lond. A* **117**, 610 (1928).
- [11] A. Duncan, *The Conceptual Frame of Quantum Field Theory* (Great Clarendon St, Reino Unido, 2012).
- [12] W. Heitler, *The Quantum Theory of Radiation* (Dover Publication, New York 1984), 3^a ed.
- [13] A. Pais, *Inward Bound: Of Matter and Forces in the Physical World* (Clarendon Press, Oxford, 1986).
- [14] J.R. Oppenheimer, *Phys. Rev.* **35**, 461 (1930).
- [15] J. Schwinger, *Selected papers on Quantum electrodynamics* (Dover Publications, New York, 1958).
- [16] W.E. Lamb and R.C. Retherford, *Phys. Rev.* **72**, 241 (1947).
- [17] J.E. Nafe, E.B. Nelson and I.I. Rabi, *Phys. Rev.* **71**, 914 (1947).
- [18] G.L. Trigg, *Landmark Experiments in Twenty Century Physics* (Dover, New York, 1995).
- [19] W.E. Lamb, *Rep. Prog. Phys.* **14**, 19 (1951).
- [20] H. Krag, *Hist. Stud. Phys. Sci.* **15**, 67 (1985).
- [21] R.M. Eisberg, *Fundamentos de Física Moderna* (Limusa-Wisley, México, 1973).
- [22] J.W. Rohlfs, *Modern Physics from α to Z^0* , (John Wiley & Sons, New York, 1994).
- [23] S.S. Schweber, *QED and the Man Who Made It: Dyson, Feynman, Schwinger and Tomonaga* (Princeton University Press, New Jersey, 1994), p.529.
- [24] J.D. Bjorken and S.D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics* (McGraw-Hill, New York, 1964).
- [25] S. Tomonaga, *The Story of Spin* (The University of Chicago Press, Chicago, 1997).
- [26] S. Pasternak, *Phys. Rev.* **54**, 1113 (1938).
- [27] H.A. Bethe, *Phys. Rev.* **72**, 339 (1947).
- [28] F. Dyson, *Phys. Today* **58**, 48 (2005).
- [29] J.M. Jauch and F. Rohrlich, *The Theory of Electrons and Photons* (Spring-Verlag, New York, 1980).
- [30] A. Peterman, *Phys. Lett.* **38B**, 330 (1972).
- [31] C. Patrignani, K. Agashe, G. Aielli, C. Amsler, M. Antonelli, D.M. Asner, H. Baer, Sw. Banerjee, R.M. Barnett, T. Basaglia and Particle Data Group, *Chin. Phys. C* **40**, 100001 (2016).
- [32] T. Aoyama, M. Hayakawa, T. Kinoshita and M. Nio, *Phys. Rev. D* **91**, 033006 (2015).
- [33] T. Blum, A. Denig, I. Logashenko, E. de Rafael, B. Lee Roberts, T. Teubner, G. Venanzoni, [arXiv:1311.2198](https://arxiv.org/abs/1311.2198) (2013).
- [34] K. Hagiwara, A. Keshavarzi, A.D. Martin, D. Nomura and T. Teubner, *Nucl. Part. Phys. Proc.* **287-288**, 33 (2017).
- [35] https://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1955/.
- [36] R.P. Feynman, *Rev. Mod. Phys.* **20**, 367 (1948).
- [37] Laurie M. Brown, *Feynman's Thesis: A New Approach to Quantum Theory* (World Scientific, Singapore, 2005).
- [38] P.A.M. Dirac, *Phys. Z. Sowjetunion* **3**, 64 (1933).
- [39] R.P. Feynman, *Phys. Rev.* **76**, 749 (1949).
- [40] R.P. Feynman, *Phys. Rev.* **76**, 769 (1949).
- [41] R.P. Feynman, *Physics Today* **19**, 31 (1966).
- [42] R.P. Feynman, *Phys. Rev.* **80**, 440 (1950).
- [43] R.P. Feynman, *Phys. Rev.* **84**, 108 (1951).
- [44] R.P. Feynman, *Phys. Rev.* **74**, 939 (1948).
- [45] R.P. Feynman, *Phys. Rev.* **74**, 1430 (1948).
- [46] J.B. French and V.F. Weisskopf, *Phys. Rev.* **75**, 1240 (1949).
- [47] N.M. Kroll and W.E. Lamb, Jr., *Phys. Rev.* **75**, 388 (1949).
- [48] J. Schwinger, www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1965/schwinger-lecture.html.
- [49] Sin-Itiro Tomonaga, www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1965/tomonaga-lecture.html.
- [50] P.A.M. Dirac, *Proc. Roy. Soc.* **136**, 453 (1932).
- [51] F.J. Dyson, *Phys. Rev.* **73**, 617 (1948).
- [52] F.J. Dyson, *Phys. Rev.* **75**, 486 (1949).
- [53] W.G. Unruh, *Phys. Rev. D* **14**, 870 (1976).
- [54] F.J. Dyson, *Phys. Rev.* **75**, 1736 (1949).
- [55] J.C. Ward, *Phys. Rev.* **78**, 182 (1950).
- [56] A. Salam, *Phys. Rev.* **82**, 217 (1951).
- [57] S.S. Schweber, *QED and the Man Who Made It: Dyson, Feynman, Schwinger and Tomonaga* (Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994), p.529.
- [58] https://en.wikipedia.org/wiki/Ernst_Stueckelberg.
- [59] https://en.wikipedia.org/wiki/Arnold_Sommerfeld.
- [60] S.S. Schweber, *QED and the Man Who Made It: Dyson, Feynman, Schwinger and Tomonaga* (Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994), p. 576-577.
- [61] C.P. Enz, *Physics Today* **39**, 3 (1986).
- [62] J. Mehra, *The Beat of a Different Drum: The Life and Science of Richard Feynman* (Clarendon Press, Oxford, 1993).
- [63] E.C.G. Stueckelberg, *Helv. Phys. Acta* **11**, 225 (1938).
- [64] J.D. Jackson and Kurt Gottfried, <http://www.nasonline.org/publications/biographical-memoirs/memoir-pdfs/weisskopf-victor.pdf>.
- [65] R. Serber, *Phys. Rev.* **49**, 545 (1936).
- [66] S.M. Dancoff, *Phys. Rev.* **55**, 959 (1939).
- [67] S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields. Vol. 1: Foundations* (Cambridge University Press, Cambridge, 2005).
- [68] G.P. Lepage, [arXiv:hep-ph/0506330v1](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0506330v1) (2005).
- [69] B. Delamotte, *Am. J. Phys.* **72**, 170 (2004).
- [70] N. Bohr, A trilogia dos artigos de N. Bohr, *Sobre a constituição de átomos e moléculas* (Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 1963).
- [71] W. Wilson, *Philosophical Magazine* **29**, 795 (1915), disponível em <https://www.biodiversitylibrary.org/item/121876#page/10/mode/1up>.
- [72] D. ter Haar, *The Old Quantum Theory* (Pergamon Press, Oxford, 1967).
- [73] M. Jammer, *The Conceptual Development of Quantum Mechanics* (McGraw-Hill, New York, 1966).
- [74] A. Pais, *Niels Bohr's Times In Physics, Philosophy, and Polity*, (Calredon Press, Oxford, 1991).
- [75] R. Rosenfeld, *Feynman & Gell-Mann: Luzes, Quarks, Ação!* (Odysseus, São Paulo, 2003).
- [76] V. Pleitez, *Rev. Bras. Ens. Fís* **25**, 349 (2003).