

REVISTA IBRACON DE ESTRUTURAS E MATERIAIS IBRACON STRUCTURES AND MATERIALS JOURNAL

Comparative analysis among standards of the area calculation of transversal reinforcement on reinforced concrete beams of high resistance subjected by shear force

Análise comparativa entre normas do cálculo da área da armadura transversal em vigas de concreto armado de resistência elevada submetidas à ação de força cortante

> D. H. L. BRAZ a danielhlbraz@gmail.com https://orcid.org/0000-0003-2545-6058

> R. BARROS ^b rodrigobarros@ect.ufrn.br https://orcid.org/0000-0002-7218-2646

> J. N. DA SILVA FILHO ^{a,c} jneres@ect.ufrn.br https://orcid.org/0000-0002-9138-1771

Abstract

High strength concretes (HSC) correspond to a characteristic compression strength between 55 e 90 MPa. With the growing use of HSC, studies about the regular design standards of elements made of it, specifically standards about design on shear, become necessary. Hence, the main aspects of the NBR, Model Code 1990 e 2010, Portuguese Standard and German Standard related to the design on shear are presented. From the numerical simulations, with the addition of Cladera and Marí's experimental contributions, it is confirmed that the Brazilian design standard procedure produces lower transverse reinforcement areas in comparison to the ones predicted by the international codes; these, excepted by LoA III, do not consider the concrete contribution, in spite of being experimentally verified, leading to very conservative results.

Keywords: design, shear, high strength.

Resumo

Concretos de alta resistência (CAR) correspondem a uma resistência à compressão característica compreendida entre 55 e 90 MPa. Com a possibilidade crescente da utilização de CAR, faz-se necessária a realização de estudos que abordem os tratamentos normativos usuais acerca do dimensionamento de elementos por ele constituídos, especificamente, à ação de força cortante. Portanto, são apresentadas os principais aspectos da NBR, Model Code 1990 e 2010, Norma portuguesa e alemã acerca dos dimensionamento à cortante. Das simulações numéricas, acrescidas das contribuições experimentais de Cladera e Marí, constata-se que o procedimento de cálculo da NBR produz áreas de estribos inferiores às previstas pelos códigos internacionais; estes, com exceção do LoA III, não adotam a contribuição do concreto, apesar de esta ser verificada experimentalmente, levando a resultados muito conservadores.

Palavras-chave: dimensionamento, cortante, alta resistência.

University of Brasília, Brasília, DF, Brasil;

 ^b University of São Paulo, São Carlos, SP, Brasil;
 ^c North Carolina State University, NC, USA.

North Carolina State University, NC, USA.

Received: 28 Nov 2016 • Accepted: 27 Mar 2018 • Available Online: 05 Feb 2019

This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License

1. Introdução

Concretos de alta resistência (CAR) correspondem a uma resistência à compressão característica, $f_{\rm ck}$, compreendida entre 55 e 90 MPa, de acordo com a NBR 6118:2014 [5]. A sua utilização tem sido difundida devido à demanda por estruturas nas quais são importantes a redução do peso e/ou quando a arquitetura impõe o uso de peças mais esbeltas (Silva [1]). CAR são obtidos através de melhorias na compactação da mistura de concreto, o que melhora a resistência da pasta e da interface da pasta com os agregados graúdos (Cladera [2]).

Da análise dos procedimentos normativos, destaca-se a importância da classe do concreto no dimensionamento dos elementos. Deste modo, com a possibilidade crescente de utilização de concretos do grupo II, faz-se necessária a realização de estudos que abordem os tratamentos normativos usuais acerca do dimensionamento



Figura 1

Esquema de ensaio e seções transversais das vigas ensaiadas. (Cladera [2])

Tabela 1

ANN para vigas com armadura transversal. Amplitude de parâmetros da base de dados [4]

| Parâmetro | Mínimo | Máximo |
|----------------------|--------|---------|
| d (mm) | 198 | 925 |
| d/b | 0,792 | 4,5 |
| ρ, (%) | 0,50 | 5,80 |
| ρ _w (MPa) | 0,33 | 3,57 |
| f _c (MPa) | 21 | 125,2 |
| a/d | 2,49 | 5,00 |
| V (kN) | 63,28 | 1172,19 |

de elementos de concreto de alta resistência, especificamente, à ação de força cortante. Conforme destaca Arslan [3], a contribuição do concreto é importante no dimensionamento de vigas em que a força cortante solicitante é próxima do valor de esforço requerido para produzir ruptura da diagonal tracionada, além de ser necessária para dimensionamentos econômicos de vigas e lajes com pouca ou nenhuma armadura transversal.

Dentre os estudos experimentais acerca de vigas de concreto de alta resistência solicitadas à cortante, destacam-se o de Cladera [2] e o de Cladera & Marí [4]. No primeiro, foram ensaiadas 18 vigas de concreto armado - cujas características são ilustradas na Figura 1 - com resistências à compressão entre 50 a 87 MPa, no Laboratório de Tecnologia Estrutural do Departamento de Engenharia da Construção na Escola de Engenharia Civil de Barcelona. Os principais objetivos do programa experimental eram estudar a influência da resistência à compressão em vigas com e sem armadura transversal; propor e verificar uma quantidade de armadura mínima mais adequada que a proposta pelo código espanhol EHE *Instrución de Hormigón Estructural* de 1998; avaliar a eficiência da quantidade de estribos e de armadura longitudinal em função do f_{ck} e estudar a influência da distribuição longitudinal de armadura em vigas sem estribos.

No segundo [4], foram avaliados o Eurocode 2, AASHTO LRFD e o ACI 318-02 a partir de uma rede artificial neural (ANN - Artificial Neural Network) baseada em 123 vigas-teste de concreto de alta resistência. A partir dos resultados da ANN, os autores analisaram as influências da quantidade de estribos, dos efeitos das dimensões da viga e profundidade útil, da resistência à compressão do concreto, da quantidade de armadura longitudinal e da razão entre vão de cortante e altura útil na resistência ao cisalhamento. Dos resultados, propuseram um método alternativo de dimensionamento. A ANN contemplou vigas-teste com as características indicadas na Tabela 1.

1.1 Justificativa

A expansão do uso de concretos de alta resistência aponta para a necessidade da melhor compreensão do comportamento estrutural dos elementos por eles constituídos. Este entendimento passa pela análise dos tratamentos normativos usuais. Das análises e simulações numéricas, fazem-se comparações para explicitar como cada norma aborda a questão, especificamente, do dimensionamento à força cortante. Em acréscimo a estes, as contribuições experimentais de Cladera [2] e Cladera & Marí [4] fundamentarão as análises comparativas entre as previsões normativas de área

de armadura transversal e as que seriam exigidas segundo os resultados experimentais. Serão também englobados na análise os esforços cortantes resistentes últimos, tanto os previstos experimentalmente quanto os obtidos via cálculo normativo.

2. Tratamentos normativos analisados

2.1 NBR 6118:2014 [5]

A norma brasileira possui dois modelos de cálculo de elementos lineares submetidos à força cortante. Para ambos, é válida a taxa geométrica mínima de armadura dada por:

$$\rho_{\rm sw} = \frac{A_{\rm sw}}{b_{\rm w} \cdot s \cdot {\rm sen}\alpha} \ge 0.2 \frac{f_{\rm ct,m}}{f_{\rm ywk}} \tag{1}$$

onde:

A_{sw} é a área da seção transversal dos estribos;

s é o espaçamento dos estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural;

 α é a inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, situado no intervalo 45° ≤ α ≤ 90°;

 $b_{\rm w}$ é a largura média da alma, medida ao longo da altura útil da seção; $f_{\rm ywk}$ é a resistência característica ao escoamento do aço da armadura transversal;

 $f_{ct,m}$ = 2,12 ln (1 + 0,11 f_{ck}) para concretos de classes C55 até C90. A resistência é considerada satisfatória quando verificadas simultaneamente as seguintes condições:

$$V_{\rm Sd} \le V_{\rm Rd2} \tag{2}$$

$$V_{\rm Sd} \le V_{\rm Rd3} = V_{\rm c} + V_{\rm sw} \tag{3}$$

onde:

 $V_{\rm Sd}$ é a força cortante solicitante de cálculo, na seção;

 $V_{\rm Rd2}$ é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas;

 $V_{_{\rm Rd3}}$ é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal, onde $V_{_{\rm c}}$ é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça e $V_{_{\rm sw}}$ a parcela resistida pela armadura transversal.

2.1.1 Modelo de cálculo I

Este, regido pelas expressões a seguir, admite diagonais comprimidas inclinadas de θ = 45° em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural e parcela complementar V_c constante e independente de V_{sd}.

a) Verificação da compressão diagonal do concreto:

$$V_{\rm Rd2} = 0.27 \propto_{\rm v2} f_{\rm cd} b_{\rm w} d \tag{4}$$

onde:

∞_{v2} = (1 - f_{ck}/250) e f_{ck} em MPa; b) Cálculo da armadura transversal:

 $V_{\rm Rd3} = V_{\rm c} + V_{\rm sw} \tag{5}$

onde:

 $V_{sw} = (A_{sw} / s) 0.9df_{ywd} (sen\alpha + cos\alpha)$ $V_c = V_{c0} = 0.6 f_{ctd} b_w d$

(6)

 $f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c = 0.7 f_{ct,m} / \gamma_c$ onde:

d é a distância entre a borda comprimida ao centro de gravidade da armadura de tração;

 $f_{\rm vwd}$ é a tensão na armadura transversal passiva não superior a 435 MPa.

2.1.2 Modelo de cálculo II

Este, por sua vez, admite inclinações θ entre 30° e 45° e redução de $V_{\rm c}$ com o aumento de $V_{\rm Sd}$. a) Verificação da compressão diagonal do concreto:

 $V_{\rm Rd2} = 0.54 \propto_{\rm v2} f_{\rm cd} b_{\rm w} d \sin^2\theta \left(\cot \alpha + \cot \alpha \theta\right)$

b) Cálculo da armadura transversal: conforme a Equação 5, sendo:

 $V_{sw} = (A_{sw} / s) 0.9df_{ywd} (\cot \alpha + \cot \theta) sen\alpha;$ $V_{c1} = V_{c0}$ quando $V_{sd} \le V_{c0};$

$$V_{c1} = 0$$
 quando $V_{sd} = V_{c0}$;
 $V_{c1} = 0$ quando $V_{sd} = V_{Rd2}$;

$$V_{c1} = \left(\frac{V_{Rd2} - V_{Sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}}\right) V_{c0}$$
 para valores intermediários.

2.2 CEB-FIP Model Code 1990 [6]

O código modelo de 1990 traz em sua seção 6.3.3 *Shear and axial action effects* as considerações de cálculo apresentadas adiante. Esta norma estabelece inclinação da diagonal comprimida θ entre 18,4° e 45°.

Tabela 2

Resultados do Modelo I da NBR 6118

| f _{ck} (MPa) | f _{ct,m} (MPa) | f _{ctd} (MPa) | b _w (cm) | d (cm) | V _{sd} (kN) | V _{Rd2} (kN) | V _{c0} (kN) | V₅w (kN) | A _{sw} (cm²/m) |
|--------------------------|----------------------------|---------------------------|------------------------|-----------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|-------------|----------------------------|
| 55 | 4,14 | 2,07 | 12 | 40 | 100,00 | 397,13 | 59,62 | 40,38 | 2,58 |
| 55 | 4,14 | 2,07 | 12 | 40 | 125,00 | 397,13 | 59,62 | 65,38 | 4,17 |
| 55 | 4,14 | 2,07 | 12 | 40 | 150,00 | 397,13 | 59,62 | 90,38 | 5,77 |
| 55 | 4,14 | 2,07 | 12 | 40 | 175,00 | 397,13 | 59,62 | 115,38 | 7,37 |
| 60 | 4,30 | 2,15 | 12 | 40 | 100,00 | 422,13 | 61,92 | 38,08 | 2,43 |
| 60 | 4,30 | 2,15 | 12 | 40 | 125,00 | 422,13 | 61,92 | 63,08 | 4,03 |
| 60 | 4,30 | 2,15 | 12 | 40 | 150,00 | 422,13 | 61,92 | 88,08 | 5,62 |
| 60 | 4,30 | 2,15 | 12 | 40 | 175,00 | 422,13 | 61,92 | 113,08 | 7,22 |
| 70 | 4,59 | 2,29 | 12 | 40 | 100,00 | 466,56 | 66,04 | 33,96 | 2,20 |
| 70 | 4,59 | 2,29 | 12 | 40 | 125,00 | 466,56 | 66,04 | 58,96 | 3,76 |
| 70 | 4,59 | 2,29 | 12 | 40 | 150,00 | 466,56 | 66,04 | 83,96 | 5,36 |
| 70 | 4,59 | 2,29 | 12 | 40 | 175,00 | 466,56 | 66,04 | 108,96 | 6,96 |
| 80 | 4,84 | 2,42 | 12 | 40 | 100,00 | 503,59 | 69,68 | 30,32 | 2,32 |
| 80 | 4,84 | 2,42 | 12 | 40 | 125,00 | 503,59 | 69,68 | 55,32 | 3,53 |
| 80 | 4,84 | 2,42 | 12 | 40 | 150,00 | 503,59 | 69,68 | 80,32 | 5,13 |
| 80 | 4,84 | 2,42 | 12 | 40 | 175,00 | 503,59 | 69,68 | 105,32 | 6,73 |
| 90 | 5,06 | 2,53 | 12 | 40 | 100,00 | 533,21 | 72,92 | 27,08 | 2,43 |
| 90 | 5,06 | 2,53 | 12 | 40 | 125,00 | 533,21 | 72,92 | 52,08 | 3,33 |
| 90 | 5,06 | 2,53 | 12 | 40 | 150,00 | 533,21 | 72,92 | 77,08 | 4,92 |
| 90 | 5,06 | 2,53 | 12 | 40 | 175,00 | 533,21 | 72,92 | 102,08 | 6,52 |

Tabela 3

Resultados do Modelo II da NBR 6118

| f _{ck} (MPa) | f _{ct,m} (MPa) | f _{ctd} (MPa) | θ° | b _w (cm) | d (cm) | V _{sa} (kN) | V _{Rd2} (kN) | V _{c1} (kN) | V _{sw} (kN) | A _{sw} (cm²/m) |
|--------------------------|----------------------------|---------------------------|----|------------------------|-----------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|-------------------------|----------------------------|
| 55 | 4,14 | 2,07 | 45 | 12 | 40 | 100,00 | 397,13 | 52,49 | 47,51 | 3,03 |
| 55 | 4,14 | 2,07 | 45 | 12 | 40 | 125,00 | 397,13 | 48,07 | 76,93 | 4,91 |
| 55 | 4,14 | 2,07 | 45 | 12 | 40 | 150,00 | 397,13 | 43,66 | 106,34 | 6,79 |
| 55 | 4,14 | 2,07 | 45 | 12 | 40 | 175,00 | 397,13 | 39,24 | 135,76 | 8,67 |
| 60 | 4,30 | 2,15 | 45 | 12 | 40 | 100,00 | 422,13 | 55,37 | 44,63 | 2,85 |
| 60 | 4,30 | 2,15 | 45 | 12 | 40 | 125,00 | 422,13 | 51,07 | 73,93 | 4,72 |
| 60 | 4,30 | 2,15 | 45 | 12 | 40 | 150,00 | 422,13 | 46,77 | 103,23 | 6,59 |
| 60 | 4,30 | 2,15 | 45 | 12 | 40 | 175,00 | 422,13 | 42,48 | 132,52 | 8,46 |
| 70 | 4,59 | 2,29 | 45 | 12 | 40 | 100,00 | 466,56 | 60,44 | 39,56 | 2,53 |
| 70 | 4,59 | 2,29 | 45 | 12 | 40 | 125,00 | 466,56 | 56,32 | 68,68 | 4,39 |
| 70 | 4,59 | 2,29 | 45 | 12 | 40 | 150,00 | 466,56 | 52,20 | 97,80 | 6,25 |
| 70 | 4,59 | 2,29 | 45 | 12 | 40 | 175,00 | 466,56 | 48,08 | 126,92 | 8,11 |
| 80 | 4,84 | 2,42 | 45 | 12 | 40 | 100,00 | 503,59 | 64,81 | 35,19 | 2,32 |
| 80 | 4,84 | 2,42 | 45 | 12 | 40 | 125,00 | 503,59 | 60,79 | 64,21 | 4,10 |
| 80 | 4,84 | 2,42 | 45 | 12 | 40 | 150,00 | 503,59 | 56,78 | 93,22 | 5,95 |
| 80 | 4,84 | 2,42 | 45 | 12 | 40 | 175,00 | 503,59 | 52,76 | 122,24 | 7,81 |
| 90 | 5,06 | 2,53 | 45 | 12 | 40 | 100,00 | 533,21 | 68,63 | 31,37 | 2,43 |
| 90 | 5,06 | 2,53 | 45 | 12 | 40 | 125,00 | 533,21 | 64,67 | 60,33 | 3,85 |
| 90 | 5,06 | 2,53 | 45 | 12 | 40 | 150,00 | 533,21 | 60,71 | 89,29 | 5,70 |
| 90 | 5,06 | 2,53 | 45 | 12 | 40 | 175,00 | 533,21 | 56,75 | 118,25 | 7,55 |

a) Taxa de armadura transversal mínima:

$$\omega_{\rm sw} = \frac{A_{\rm sw} \cdot f_{\rm yk}}{b_{\rm w} \cdot s \cdot f_{\rm ctm} \cdot {\rm sen}\alpha} \ge 0.2$$

onde:

onde: $f_{ctm} = f_{ctko,m} \left(\frac{f_{ck}}{f_{cko}}\right)^{2/3}$ $f_{cko} = 10 \text{ MPa}$ $f_{ctko,m} = 1,40 \text{ MPa}$ b) Esforço cortante resistente máximo, para $\theta = 45^{\circ}$: $V_{\rm Rd,max} = \frac{f_{\rm cd2}}{2} b_{\rm w} z(1 + \cot g \propto)$

Tabela 4

Resultados do MC 1990

onde:

(7)

(8)

c) Esforço resistente dos estribos:

$$F_{Stw} = \frac{V_{Sd}}{\operatorname{sen} \, \alpha} \tag{9}$$

$$F_{Rtw} = \left[\frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{s}\right] z(\cot \theta + \cot \theta \alpha)$$
(10)

onde:

 $F_{_{Stw}}$ é a força solicitante da armadura transversal; $F_{_{Rtw}}$ é a força resistente da armadura transversal.

| f _{ck} (MPa) | f _{ct,m} (MPa) | f _{cd2} (MPa) | b _w (cm) | d (cm) | θ° | V _{Rd,max} (kN) | V _{sd} (kN) | F _{stw} (kN) | A _{sw} (cm²/m) |
|--------------------------|----------------------------|---------------------------|------------------------|-----------|----|-----------------------------|-------------------------|--------------------------|----------------------------|
| 55 | 4,36 | 17,16 | 12 | 40 | 45 | 370,66 | 100,00 | 100,00 | 6,39 |
| 55 | 4,36 | 17,16 | 12 | 40 | 45 | 370,66 | 125,00 | 125,00 | 7,99 |
| 55 | 4,36 | 17,16 | 12 | 40 | 45 | 370,66 | 150,00 | 150,00 | 9,58 |
| 55 | 4,36 | 17,16 | 12 | 40 | 45 | 370,66 | 175,00 | 175,00 | 11,18 |
| 60 | 4,62 | 18,24 | 12 | 40 | 45 | 393,98 | 100,00 | 100,00 | 6,39 |
| 60 | 4,62 | 18,24 | 12 | 40 | 45 | 393,98 | 125,00 | 125,00 | 7,99 |
| 60 | 4,62 | 18,24 | 12 | 40 | 45 | 393,98 | 150,00 | 150,00 | 9,58 |
| 60 | 4,62 | 18,24 | 12 | 40 | 45 | 393,98 | 175,00 | 175,00 | 11,18 |
| 70 | 5,12 | 20,16 | 12 | 40 | 45 | 435,46 | 100,00 | 100,00 | 6,39 |
| 70 | 5,12 | 20,16 | 12 | 40 | 45 | 435,46 | 125,00 | 125,00 | 7,99 |
| 70 | 5,12 | 20,16 | 12 | 40 | 45 | 435,46 | 150,00 | 150,00 | 9,58 |
| 70 | 5,12 | 20,16 | 12 | 40 | 45 | 435,46 | 175,00 | 175,00 | 11,18 |
| 80 | 5,60 | 21,76 | 12 | 40 | 45 | 470,02 | 100,00 | 100,00 | 6,39 |
| 80 | 5,60 | 21,76 | 12 | 40 | 45 | 470,02 | 125,00 | 125,00 | 7,99 |
| 80 | 5,60 | 21,76 | 12 | 40 | 45 | 470,02 | 150,00 | 150,00 | 9,58 |
| 80 | 5,60 | 21,76 | 12 | 40 | 45 | 470,02 | 175,00 | 175,00 | 11,18 |
| 90 | 6,06 | 23,04 | 12 | 40 | 45 | 497,66 | 100,00 | 100,00 | 6,39 |
| 90 | 6,06 | 23,04 | 12 | 40 | 45 | 497,66 | 125,00 | 125,00 | 7,99 |
| 90 | 6,06 | 23,04 | 12 | 40 | 45 | 497,66 | 150,00 | 150,00 | 9,58 |
| 90 | 6,06 | 23,04 | 12 | 40 | 45 | 497,66 | 175,00 | 175,00 | 11,18 |

Tabela 5

Resultados do MC 2010 para LoA I

| f _{ck} (MPa) | f _{ct,m} (MPa) | b _w (cm) | d (cm) | θ° | k _ε | k _c | V _{Ed} (kN) | V _{Rd,max} (kN) | V _{Rd,s} (kN) | A _{sw} (cm²/m) |
|--------------------------|----------------------------|------------------------|-----------|----|----------------|----------------|-------------------------|-----------------------------|---------------------------|----------------------------|
| 55 | 4,21 | 12 | 40 | 45 | | | 100,00 | 355,91 | 100,00 | 6,39 |
| 55 | 4,21 | 12 | 40 | 45 | 0 55 | 0.45 | 125,00 | 355,91 | 125,00 | 7,99 |
| 55 | 4,21 | 12 | 40 | 45 | 0,55 | 0,45 | 150,00 | 355,91 | 150,00 | 9,58 |
| 55 | 4,21 | 12 | 40 | 45 | | | 175,00 | 355,91 | 175,00 | 11,18 |
| 60 | 4,35 | 12 | 40 | 45 | | | 100,00 | 377,17 | 100,00 | 6,39 |
| 60 | 4,35 | 12 | 40 | 45 | 0.55 | 0.44 | 125,00 | 377,17 | 125,00 | 7,99 |
| 60 | 4,35 | 12 | 40 | 45 | 0,55 | 0,44 | 150,00 | 377,17 | 150,00 | 9,58 |
| 60 | 4,35 | 12 | 40 | 45 | | | 175,00 | 377,17 | 175,00 | 11,18 |
| 70 | 4,61 | 12 | 40 | 45 | | | 100,00 | 417,99 | 100,00 | 6,39 |
| 70 | 4,61 | 12 | 40 | 45 | 0.55 | 0.41 | 125,00 | 417,99 | 125,00 | 7,99 |
| 70 | 4,61 | 12 | 40 | 45 | 0,00 | 0,41 | 150,00 | 417,99 | 150,00 | 9,58 |
| 70 | 4,61 | 12 | 40 | 45 | | | 175,00 | 417,99 | 175,00 | 11,18 |
| 80 | 4,84 | 12 | 40 | 45 | | | 100,00 | 456,90 | 100,00 | 6,39 |
| 80 | 4,84 | 12 | 40 | 45 | 0.55 | 0.40 | 125,00 | 456,90 | 125,00 | 7,99 |
| 80 | 4,84 | 12 | 40 | 45 | 0,55 | 0,40 | 150,00 | 456,90 | 150,00 | 9,58 |
| 80 | 4,84 | 12 | 40 | 45 | | | 175,00 | 456,90 | 175,00 | 11,18 |
| 90 | 5,04 | 12 | 40 | 45 | | | 100,00 | 494,23 | 100,00 | 6,39 |
| 90 | 5,04 | 12 | 40 | 45 | 0.55 | 0.38 | 125,00 | 494,23 | 125,00 | 7,99 |
| 90 | 5,04 | 12 | 40 | 45 | 0,55 | 0,55 0,38 | 150,00 | 494,23 | 150,00 | 9,58 |
| 90 | 5,04 | 12 | 40 | 45 | | | 175,00 | 494,23 | 175,00 | 11,18 |

2.3 CEB-FIP Model Code 2010 [7]

Adiante, apresentam-se as considerações de cálculo da versão 2010 do código modelo.

a) Área de armadura transversal mínima:

$$A_{\rm sw,min} = 0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{b_w \cdot s_w}{f_{yk}}$$
(11)

b) Esforço cortante resistente de projeto:

 $V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \ge V_{Ed}$ ⁽¹²⁾

Tabela 6

Resultados do MC 2010 para LoA II

onde:

 $V_{_{Rd}}$ é a resistência à cortante de projeto;

V_{Rd,c} é a resistência à cortante atribuída ao concreto;

 $V_{_{Rd,s}}$ é a resistência à cortante provida pela armadura transversal; $V_{_{Ed}}$ é a força cortante de projeto.

c) Esforço cortante resistente máximo, para estribos a 90°:

$$V_{Rd,max} = k_c \cdot \frac{f_{ck}}{f_{ck}} \cdot b_w \cdot z \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$$
 (13)

$$_{Rd,max} = k_c \cdot \frac{c_k}{\gamma_c} \cdot b_w \cdot z \cdot \operatorname{sen} \theta \cdot \cos \theta$$

onde:

 $k_{c} = k_{s} \cdot \eta_{fc}$ é o fator de redução da resistência;

| f _{ck} (MPa) | b _w (cm) | d (cm) | kε | k _c | V _{Ed} (kN) | V _{Rd,max} (kN) | V _{Rd,s} (kN) | A _{sw} (cm²/m) |
|--------------------------|------------------------|-----------|------|----------------|-------------------------|-----------------------------|---------------------------|----------------------------|
| 55 | 12 | 40 | | | 100,00 | 420,62 | 100,00 | 6,39 |
| 55 | 12 | 40 | 0.65 | 0.52 | 125,00 | 420,62 | 125,00 | 7,99 |
| 55 | 12 | 40 | 0,05 | 0,55 | 150,00 | 420,62 | 150,00 | 9,58 |
| 55 | 12 | 40 | | | 175,00 | 420,62 | 175,00 | 11,18 |
| 60 | 12 | 40 | | | 100,00 | 445,74 | 100,00 | 6,39 |
| 60 | 12 | 40 | 0.45 | 0.50 | 125,00 | 445,74 | 125,00 | 7,99 |
| 60 | 12 | 40 | 0,05 | 0,52 | 150,00 | 445,74 | 150,00 | 9,58 |
| 60 | 12 | 40 | | | 175,00 | 445,74 | 175,00 | 11,18 |
| 70 | 12 | 40 | | | 100,00 | 493,99 | 100,00 | 6,39 |
| 70 | 12 | 40 | 0.45 | 0.40 | 125,00 | 493,99 | 125,00 | 7,99 |
| 70 | 12 | 40 | 0,05 | 0,49 | 150,00 | 493,99 | 150,00 | 9,58 |
| 70 | 12 | 40 | | | 175,00 | 493,99 | 175,00 | 11,18 |
| 80 | 12 | 40 | | | 100,00 | 539,98 | 100,00 | 6,39 |
| 80 | 12 | 40 | 0.65 | 0.47 | 125,00 | 539,98 | 125,00 | 7,99 |
| 80 | 12 | 40 | 0,05 | 0,47 | 150,00 | 539,98 | 150,00 | 9,58 |
| 80 | 12 | 40 | | | 175,00 | 539,98 | 175,00 | 11,18 |
| 90 | 12 | 40 | | | 100,00 | 584,09 | 100,00 | 6,39 |
| 90 | 12 | 40 | 0.65 | 0.39 | 125,00 | 584,09 | 125,00 | 7,99 |
| 90 | 12 | 40 | 0,00 | 0,38 | 150,00 | 584,09 | 150,00 | 9,58 |
| 90 | 12 | 40 | | | 175,00 | 584,09 | 175,00 | 11,18 |

Tabela 7

Resultados do MC 2010 para LoA III

| f _{ck} (MPa) | b _w (cm) | d (cm) | $\boldsymbol{\theta}_{\text{min}}$ | ε _x | k | k _c | k _v | V _{Ed} (kN) | V _{Rd,min} (kN) | V _{Rd,c} (kN) | V _{Rd,s} (kN) | A _{sw} (cm²/m) |
|--------------------------|------------------------|-----------|------------------------------------|----------------|------|----------------|----------------|-------------------------|-----------------------------|---------------------------|---------------------------|----------------------------|
| 55 | 12 | 40 | 30 | | | | 0,116 | 100,00 | 364,27 | 24,79 | 75,21 | 4,80 |
| 55 | 12 | 40 | 30 | 0 001 | 0.65 | 0.53 | 0,105 | 125,00 | 364,27 | 22,45 | 102,55 | 6,55 |
| 55 | 12 | 40 | 30 | 0,001 | 0,00 | 0,55 | 0,094 | 150,00 | 364,27 | 20,10 | 129,90 | 8,30 |
| 55 | 12 | 40 | 30 | | | | 0,083 | 175,00 | 364,27 | 17,76 | 157,24 | 10,05 |
| 60 | 12 | 40 | 30 | | | | 0,119 | 100,00 | 386,02 | 26,45 | 73,55 | 4,70 |
| 60 | 12 | 40 | 30 | 0 001 | 0.65 | 0.52 | 0,108 | 125,00 | 386,02 | 24,14 | 100,86 | 6,44 |
| 60 | 12 | 40 | 30 | 0,001 | 0,00 | 0,52 | 0,098 | 150,00 | 386,02 | 21,82 | 128,18 | 8,19 |
| 60 | 12 | 40 | 30 | | | | 0,087 | 175,00 | 386,02 | 19,51 | 155,49 | 9,93 |
| 70 | 12 | 40 | 30 | | | | 0,123 | 100,00 | 427,80 | 28,25 | 71,75 | 4,58 |
| 70 | 12 | 40 | 30 | 0 001 | 0.65 | 0.40 | 0,113 | 125,00 | 427,80 | 26,09 | 98,91 | 6,32 |
| 70 | 12 | 40 | 30 | 0,001 | 0,00 | 0,49 | 0,104 | 150,00 | 427,80 | 23,94 | 126,06 | 8,05 |
| 70 | 12 | 40 | 30 | | | | 0,095 | 175,00 | 427,80 | 21,78 | 153,22 | 9,79 |
| 80 | 12 | 40 | 30 | | | | 0,126 | 100,00 | 467,63 | 28,98 | 71,02 | 4,54 |
| 80 | 12 | 40 | 30 | 0 001 | 0.65 | 0.47 | 0,117 | 125,00 | 467,63 | 27,01 | 97,99 | 6,26 |
| 80 | 12 | 40 | 30 | 0,001 | 0,00 | 0,47 | 0,109 | 150,00 | 467,63 | 25,04 | 124,96 | 7,98 |
| 80 | 12 | 40 | 30 | | | | 0,100 | 175,00 | 467,63 | 23,07 | 151,93 | 9,71 |
| 90 | 12 | 40 | 45 | | | | 0,128 | 100,00 | 505,83 | 29,58 | 70,42 | 4,50 |
| 90 | 12 | 40 | 45 | 0 001 | 0.65 | 0.45 | 0,120 | 125,00 | 505,83 | 27,75 | 97,25 | 6,21 |
| 90 | 12 | 40 | 45 | 0,001 | 0,65 | 0,45 | 0,113 | 150,00 | 505,83 | 25,93 | 124,07 | 7,93 |
| 90 | 12 | 40 | 45 | | | | 0,105 | 175,00 | 505,83 | 24,11 | 150,89 | 9,64 |

(16)

$$\eta_{f_c} = \left(\frac{30}{f_{ck}}\right)^{1/3} \le 1.0$$

d) Esforço resistente dos estribos a 90°: (Equação 14)

e) Esforço resistente atribuído ao concreto:

$$V_{Rd,c} = k_v \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_w \cdot z$$

onde:
 $\sqrt{f_{ck}} \le 8MPa.$

Tabela 8

Resultados da NP EN 1992-1-1, com υ

f) Inclinação da diagonal comprimida:

$$\theta_{\min} \le \theta \le 45^{\circ}$$

O código apresenta ainda a metodologia dos níveis de aproximação (*Levels of approximation*). Segundo Muttoni e Ruiz [8], esta abordagem é baseada no uso de teorias embasadas em parâmetros físicos em que as hipóteses para as suas aplicações podem ser refinadas conforme a demanda por acurácia. Conforme destaca Barros [9], o aumento do nível de aproximação (I ao IV) é acompanhado pelo aumento da precisão e do tempo depreendido para as análises.

| f _{ck} (MPa) | f _{ct,m} (MPa) | υ | b _w (cm) | d (cm) | V _{Ed} (kN) | V _{Rd,max} (kN) | V _{Rd,s} (kN) | A _{sw} (cm²/m) |
|--------------------------|----------------------------|-------|------------------------|-----------|-------------------------|-----------------------------|---------------------------|----------------------------|
| 55 | 4,21 | 0,468 | 12 | 40 | 100,00 | 370,66 | 100,00 | 6,39 |
| 55 | 4,21 | 0,468 | 12 | 40 | 125,00 | 370,66 | 125,00 | 7,99 |
| 55 | 4,21 | 0,468 | 12 | 40 | 150,00 | 370,66 | 150,00 | 9,58 |
| 55 | 4,21 | 0,468 | 12 | 40 | 175,00 | 370,66 | 175,00 | 11,18 |
| 60 | 4,35 | 0,456 | 12 | 40 | 100,00 | 393,98 | 100,00 | 6,39 |
| 60 | 4,35 | 0,456 | 12 | 40 | 125,00 | 393,98 | 125,00 | 7,99 |
| 60 | 4,35 | 0,456 | 12 | 40 | 150,00 | 393,98 | 150,00 | 9,58 |
| 60 | 4,35 | 0,456 | 12 | 40 | 175,00 | 393,98 | 175,00 | 11,18 |
| 70 | 4,61 | 0,432 | 12 | 40 | 100,00 | 435,46 | 100,00 | 6,39 |
| 70 | 4,61 | 0,432 | 12 | 40 | 125,00 | 435,46 | 125,00 | 7,99 |
| 70 | 4,61 | 0,432 | 12 | 40 | 150,00 | 435,46 | 150,00 | 9,58 |
| 70 | 4,61 | 0,432 | 12 | 40 | 175,00 | 435,46 | 175,00 | 11,18 |
| 80 | 4,84 | 0,408 | 12 | 40 | 100,00 | 470,02 | 100,00 | 6,39 |
| 80 | 4,84 | 0,408 | 12 | 40 | 125,00 | 470,02 | 125,00 | 7,99 |
| 80 | 4,84 | 0,408 | 12 | 40 | 150,00 | 470,02 | 150,00 | 9,58 |
| 80 | 4,84 | 0,408 | 12 | 40 | 175,00 | 470,02 | 175,00 | 11,18 |
| 90 | 5,04 | 0,384 | 12 | 40 | 100,00 | 497,66 | 100,00 | 6,39 |
| 90 | 5,04 | 0,384 | 12 | 40 | 125,00 | 497,66 | 125,00 | 7,99 |
| 90 | 5,04 | 0,384 | 12 | 40 | 150,00 | 497,66 | 150,00 | 9,58 |
| 90 | 5,04 | 0,384 | 12 | 40 | 175,00 | 497,66 | 175,00 | 11,18 |

(15)

Tabela 9

Resultados da NP EN 1992-1-1, com υ_1

| f _{ck} (MPa) | υ _l | b _w (cm) | d (cm) | V _{Ed} (kN) | V _{Rd,max} (kN) | V _{Rd,s} (kN) | A _{sw} (cm²/m) |
|--------------------------|----------------|------------------------|-----------|-------------------------|-----------------------------|---------------------------|----------------------------|
| 55 | 0,60 | 12 | 40 | 100,00 | 475,20 | 100,00 | 6,94 |
| 55 | 0,60 | 12 | 40 | 125,00 | 475,20 | 125,00 | 8,68 |
| 55 | 0,60 | 12 | 40 | 150,00 | 475,20 | 150,00 | 10,42 |
| 55 | 0,60 | 12 | 40 | 175,00 | 475,20 | 175,00 | 12,15 |
| 60 | 0,60 | 12 | 40 | 100,00 | 518,40 | 100,00 | 6,94 |
| 60 | 0,60 | 12 | 40 | 125,00 | 518,40 | 125,00 | 8,68 |
| 60 | 0,60 | 12 | 40 | 150,00 | 518,40 | 150,00 | 10,42 |
| 60 | 0,60 | 12 | 40 | 175,00 | 518,40 | 175,00 | 12,15 |
| 70 | 0,55 | 12 | 40 | 100,00 | 554,40 | 100,00 | 6,94 |
| 70 | 0,55 | 12 | 40 | 125,00 | 554,40 | 125,00 | 8,68 |
| 70 | 0,55 | 12 | 40 | 150,00 | 554,40 | 150,00 | 10,42 |
| 70 | 0,55 | 12 | 40 | 175,00 | 554,40 | 175,00 | 12,15 |
| 80 | 0,50 | 12 | 40 | 100,00 | 576,00 | 100,00 | 6,94 |
| 80 | 0,50 | 12 | 40 | 125,00 | 576,00 | 125,00 | 8,68 |
| 80 | 0,50 | 12 | 40 | 150,00 | 576,00 | 150,00 | 10,42 |
| 80 | 0,50 | 12 | 40 | 175,00 | 576,00 | 175,00 | 12,15 |
| 90 | 0,50 | 12 | 40 | 100,00 | 648,00 | 100,00 | 6,94 |
| 90 | 0,50 | 12 | 40 | 125,00 | 648,00 | 125,00 | 8,68 |
| 90 | 0,50 | 12 | 40 | 150,00 | 648,00 | 150,00 | 10,42 |
| 90 | 0,50 | 12 | 40 | 175,00 | 648,00 | 175,00 | 12,15 |

2.3.1 Level I of approximation

Para este nível, desconsidera-se a parcela $V_{\rm Rdx}$ da Equação 12. Para membros de concreto armado, toma-se $\theta_{\rm min}$ = 30°. Além disso, para o cálculo de $V_{\rm Rdmex}$, 0,55.

2.3.2 Level II of approximation

Assim como no *LoA I*, desconsidera-se a parcela $V_{_{Rd,c}}$ da Equação 12. A inclinação mínima da biela é dada pela Equação 17,

Tabela 10

Resultados da DIN 1045-1

mas será adotada em 30°. Além disso, o parâmetro k_{ϵ} , dado pela Equação 18, assumirá o seu valor máximo de 0,65 nas simulações desenvolvidas adiante.

$$\theta_{\min} = 20^{\circ} + 10000\varepsilon_x \tag{17}$$

$$k_{\varepsilon} = \frac{1}{1,2+55\varepsilon_1} \le 0.65 \tag{18}$$

2.3.3 Level III of approximation

Para este nível, é válida a Equação 12. O esforço cortante resistente

| f _{ck} (MPa) | f _{ct,m} (MPa) | b _w (cm) | d (cm) | V _{Ed} (kN) | V _{Rd,max} (kN) | V _{Rd,s} (kN) | A _{sw} (cm²/m) |
|--------------------------|----------------------------|------------------------|-----------|-------------------------|-----------------------------|---------------------------|----------------------------|
| 55 | 4,21 | 12 | 40 | 100,00 | 891,00 | 100,00 | 6,39 |
| 55 | 4,21 | 12 | 40 | 125,00 | 891,00 | 125,00 | 7,99 |
| 55 | 4,21 | 12 | 40 | 150,00 | 891,00 | 150,00 | 9,58 |
| 55 | 4,21 | 12 | 40 | 175,00 | 891,00 | 175,00 | 11,18 |
| 60 | 4,35 | 12 | 40 | 100,00 | 972,00 | 100,00 | 6,39 |
| 60 | 4,35 | 12 | 40 | 125,00 | 972,00 | 125,00 | 7,99 |
| 60 | 4,35 | 12 | 40 | 150,00 | 972,00 | 150,00 | 9,58 |
| 60 | 4,35 | 12 | 40 | 175,00 | 972,00 | 175,00 | 11,18 |
| 70 | 4,61 | 12 | 40 | 100,00 | 1134,00 | 100,00 | 6,39 |
| 70 | 4,61 | 12 | 40 | 125,00 | 1134,00 | 125,00 | 7,99 |
| 70 | 4,61 | 12 | 40 | 150,00 | 1134,00 | 150,00 | 9,58 |
| 70 | 4,61 | 12 | 40 | 175,00 | 1134,00 | 175,00 | 11,18 |
| 80 | 4,84 | 12 | 40 | 100,00 | 1296,00 | 100,00 | 6,39 |
| 80 | 4,84 | 12 | 40 | 125,00 | 1296,00 | 125,00 | 7,99 |
| 80 | 4,84 | 12 | 40 | 150,00 | 1296,00 | 150,00 | 9,58 |
| 80 | 4,84 | 12 | 40 | 175,00 | 1296,00 | 175,00 | 11,18 |
| 90 | 5,04 | 12 | 40 | 100,00 | 1458,00 | 100,00 | 6,39 |
| 90 | 5,04 | 12 | 40 | 125,00 | 1458,00 | 125,00 | 7,99 |
| 90 | 5,04 | 12 | 40 | 150,00 | 1458,00 | 150,00 | 9,58 |
| 90 | 5,04 | 12 | 40 | 175,00 | 1458,00 | 175,00 | 11,18 |
| | | | | | | | |

Tabela 11

Áreas de armadura transversal (cm²/m) para vigas de 20 cm x 60 cm

| f _{ck} | V _{sd} | Ν | BR | MC 1000 | | MC 2010 | | NP EN | 1992 | DIN 1045 |
|-----------------|-----------------|------|-------|---------------|-------|---------|---------|-------|----------------|------------|
| (MPa) | (kÑ) | MI | MII | - 1010 1990 - | LoA I | LoA II | LoA III | ν | ν ₁ | - DIN 1045 |
| 55 | 200,00 | 3,31 | 3,31 | 8,52 | 8,52 | 8,52 | 5,68 | 8,52 | 9,26 | 8,52 |
| 55 | 250,00 | 4,30 | 5,06 | 10,65 | 10,65 | 10,65 | 8,01 | 10,65 | 11,57 | 10,65 |
| 55 | 300,00 | 6,43 | 7,56 | 12,78 | 12,78 | 12,78 | 10,34 | 12,78 | 13,89 | 12,78 |
| 55 | 375,00 | 9,62 | 11,32 | 15,97 | 15,97 | 15,97 | 13,83 | 15,97 | 17,36 | 15,97 |
| 60 | 200,00 | 3,44 | 3,44 | 8,52 | 8,52 | 8,52 | 5,51 | 8,52 | 9,26 | 8,52 |
| 60 | 250,00 | 4,05 | 4,75 | 10,65 | 10,65 | 10,65 | 7,83 | 10,65 | 11,57 | 10,65 |
| 60 | 300,00 | 6,18 | 7,24 | 12,78 | 12,78 | 12,78 | 10,16 | 12,78 | 13,89 | 12,78 |
| 60 | 375,00 | 9,37 | 10,99 | 15,97 | 15,97 | 15,97 | 13,65 | 15,97 | 17,36 | 15,97 |
| 70 | 200,00 | 3,67 | 3,67 | 8,52 | 8,52 | 8,52 | 5,33 | 8,52 | 9,26 | 8,52 |
| 70 | 250,00 | 3,67 | 4,21 | 10,65 | 10,65 | 10,65 | 7,64 | 10,65 | 11,57 | 10,65 |
| 70 | 300,00 | 5,74 | 6,69 | 12,78 | 12,78 | 12,78 | 9,95 | 12,78 | 13,89 | 12,78 |
| 70 | 375,00 | 8,94 | 10,41 | 15,97 | 15,97 | 15,97 | 13,42 | 15,97 | 17,36 | 15,97 |
| 80 | 200,00 | 3,87 | 3,87 | 8,52 | 8,52 | 8,52 | 5,26 | 8,52 | 9,26 | 8,52 |
| 80 | 250,00 | 3,87 | 3,87 | 10,65 | 10,65 | 10,65 | 7,56 | 10,65 | 11,57 | 10,65 |
| 80 | 300,00 | 5,36 | 6,22 | 12,78 | 12,78 | 12,78 | 9,86 | 12,78 | 13,89 | 12,78 |
| 80 | 375,00 | 8,55 | 9,92 | 15,97 | 15,97 | 15,97 | 13,31 | 15,97 | 17,36 | 15,97 |
| 90 | 200,00 | 4,05 | 4,05 | 8,52 | 8,52 | 8,52 | 5,21 | 8,52 | 9,26 | 8,52 |
| 90 | 250,00 | 4,05 | 4,05 | 10,65 | 10,65 | 10,65 | 7,50 | 10,65 | 11,57 | 10,65 |
| 90 | 300,00 | 5,01 | 5,80 | 12,78 | 12,78 | 12,78 | 9,78 | 12,78 | 13,89 | 12,78 |
| 90 | 375,00 | 8,20 | 9,50 | 15,97 | 15,97 | 15,97 | 13,21 | 15,97 | 17,36 | 15,97 |

máximo é dado pela Equação 13 para $\theta = \theta_{min}$, dado pela Equação 17 e aqui admitido igual a 30°. Para determinação da parcela $V_{Rd,c}$ atribuída ao concreto pela Equação 15, o parâmetro k_v é calculado pela Equação 19. Para os exemplos de cálculo adiante, admite-se $\varepsilon_x = 0,001$.

$$k_{\nu} = \frac{0.4}{1 + 1500\varepsilon_x} \left(1 - \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}(\theta_{\min})} \right) \ge 0$$
(19)

2.3.4 Level IV of approximation

O código modelo não traz expressões específicas para este nível de aproximação, mas estabelece que a resistência de membros em cisalhamento ou cisalhamento combinado com torção pode ser determinada pela satisfação de condições aplicáveis de equilíbrio e compatibilidade de deformações e ao se utilizar modelos de tensão-deformação apropriados para o aço e para concretos com fissuras diagonais.

2.4 NP EN 1992-1-1:2010 [10]

As considerações de cálculo da norma portuguesa são expostas adiante.

a) Taxa de armadura transversal mínima: também dada pela Equação 11;

b) Esforço cortante resistente de projeto:

$$V_{\rm Rd} = V_{\rm Rd\,s} + V_{\rm ccd} + V_{\rm td} \tag{20}$$

onde:

 $V_{\rm \tiny Rd,s}$ é o valor de cálculo do esforço cortante equilibrado pela armadura transversal na tensão de escoamento;

 $V_{_{ccd}}$ é a componente do esforço cortante da força de compressão (banzo comprimido inclinado);

 V_{td} é a componente do esforço cortante na armadura de tração (banzo tracionado inclinado).

c) Inclinação da diagonal comprimida:

 $21,8^{\circ} \le \theta \le 45^{\circ} \tag{21}$

Tabela 12

Áreas de armadura transversal (cm²/m) para vigas de 60 cm x 165 cm

| d) | Esforco | cortante | resistente | máximo. | para estribos a | 90°: |
|----|-------------|-----------|-------------|---------|-----------------|------|
| ~, | L CI CI Q C | oontainto | 10010101110 | maxim, | para courisco a | . 00 |

$$V_{\rm Rd,max} = \propto_{\rm cw} \cdot b_{\rm w} \cdot z \cdot v_1 \cdot \frac{J_{\rm ck}}{\gamma_{\rm c}} / (\cot g \,\theta + \mathrm{tg} \,\theta)$$
(22)

onde:

 v_1 é o coeficiente de redução da resistência do concreto fissurado por cortante;

 $\propto_{_{CW}}$ é o coeficiente que tem em conta o estado de tensão no banzo comprimido. Para elementos em concreto armado, $\propto_{_{CW}}$ = 1,0. O valor de v₁ é dado pela Equação 23.

$$\nu = 0.6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right]$$
 (23)

Se o valor de cálculo da tensão da armadura transversal for inferior a 80% do valor característico de escoamento f_{yk} , poderá adotar-se para v,:

v₁ = 0,6 para f_{ck} ≤ 60 MPa

 $v_1 = 0.9 - f_{ck} / 200 > 0.5$ para $f_{ck} ≥ 60$ MPa e) Esforço resistente dos estribos a 90°:

$$V_{\text{Rd},s} = \frac{A_{\text{sw}}}{s} \cdot f_{\text{ywd}} \cdot z \cdot \cot \theta$$
(24)

f) Área efetiva máxima de armadura transversal, para θ = 45°:

$$\frac{A_{\text{sw,max}} \cdot f_{\text{ywd}}}{b_{\text{w}} \cdot s} \le \frac{0.5 \cdot \alpha_{\text{cw}} \cdot \nu_1 \cdot f_{\text{cd}}}{sen \, \alpha}$$
(25)

2.5 DIN 1045-1:2001-07 [11]

A norma alemã estabelece as considerações de cálculo que se seguem. a) Inclinação das bielas:

$$18,43^{\circ} \le \theta \le 59,88^{\circ}$$
 (26)

b) Esforço cortante resistente máximo, para estribos a 90°:

$$V_{\rm Rd,max} = \frac{b_{\rm W} 2 \ a_{\rm c} \ f_{\rm ck}}{\cot g \ \theta + {\rm tg} \ \theta}$$
(27)

onde:

 $\alpha_{\rm c}$ é um fator de redução dado por 0,75 $\eta_{\rm 1},$ isto é, 0,75 para concretos normais.

| f _{ck} V _{sd} | | NBR | | MC 1000 - | MC 2010 | | | NP EN 1992 | | _ DIN 1045 |
|---------------------------------|------|-------|-------|-----------|---------|--------|---------|------------|----------------|------------|
| (MPa) | (kN) | MI | MII | | LoA I | LoA II | LoA III | ν | ν ₁ | - DIN 1045 |
| 55 | 3000 | 27,41 | 32,25 | 46,46 | 46,46 | 46,46 | 39,91 | 46,46 | 50,51 | 46,46 |
| 55 | 3200 | 30,50 | 35,89 | 49,56 | 49,56 | 49,56 | 43,30 | 49,56 | 53,87 | 49,56 |
| 55 | 3400 | 33,60 | 39,53 | 52,66 | 52,66 | 52,66 | 46,68 | 52,66 | 57,24 | 52,66 |
| 55 | 3600 | 36,69 | 43,18 | 55,76 | 55,76 | 55,76 | 50,07 | 55,76 | 60,61 | 55,76 |
| 60 | 3000 | 26,67 | 31,26 | 46,46 | 46,46 | 46,46 | 39,36 | 46,46 | 50,51 | 46,46 |
| 60 | 3200 | 29,77 | 34,89 | 49,56 | 49,56 | 49,56 | 42,74 | 49,56 | 53,87 | 49,56 |
| 60 | 3400 | 32,86 | 38,51 | 52,66 | 52,66 | 52,66 | 46,13 | 52,66 | 57,24 | 52,66 |
| 60 | 3600 | 35,96 | 42,14 | 55,76 | 55,76 | 55,76 | 49,51 | 55,76 | 60,61 | 55,76 |
| 70 | 3000 | 25,36 | 29,54 | 46,46 | 46,46 | 46,46 | 38,69 | 46,46 | 50,51 | 46,46 |
| 70 | 3200 | 28,45 | 33,14 | 49,56 | 49,56 | 49,56 | 42,06 | 49,56 | 53,87 | 49,56 |
| 70 | 3400 | 31,55 | 36,75 | 52,66 | 52,66 | 52,66 | 45,42 | 52,66 | 57,24 | 52,66 |
| 70 | 3600 | 34,64 | 40,36 | 55,76 | 55,76 | 55,76 | 48,79 | 55,76 | 60,61 | 55,76 |
| 80 | 3000 | 24,19 | 28,08 | 46,46 | 46,46 | 46,46 | 38,35 | 46,46 | 50,51 | 46,46 |
| 80 | 3200 | 27,29 | 31,67 | 49,56 | 49,56 | 49,56 | 41,69 | 49,56 | 53,87 | 49,56 |
| 80 | 3400 | 30,39 | 35,27 | 52,66 | 52,66 | 52,66 | 45,04 | 52,66 | 57,24 | 52,66 |
| 80 | 3600 | 33,48 | 38,86 | 55,76 | 55,76 | 55,76 | 48,38 | 55,76 | 60,61 | 55,76 |
| 90 | 3000 | 23,16 | 26,83 | 46,46 | 46,46 | 46,46 | 38,07 | 46,46 | 50,51 | 46,46 |
| 90 | 3200 | 26,25 | 30,41 | 49,56 | 49,56 | 49,56 | 41,40 | 49,56 | 53,87 | 49,56 |
| 90 | 3400 | 29,35 | 34,00 | 52,66 | 52,66 | 52,66 | 44,72 | 52,66 | 57,24 | 52,66 |
| 90 | 3600 | 32,45 | 37,59 | 55,76 | 55,76 | 55,76 | 48,05 | 55,76 | 60,61 | 55,76 |

(28)

c) Esforço resistente dos estribos a 90°:

$$V_{\rm Rd,sy} = \frac{A_{\rm sw}}{s_{\rm w}} \cdot f_{\rm yd} \cdot z \cdot \cot \theta$$

3. Simulações numéricas das áreas de armadura transversal pelas normas

Com o intuito de avaliar cada tratamento analisado, são propostas três situações de cálculo, cada qual com quatro intensidades de força cortante e considerando as classes de alta resistência do concreto. Para fins comparativos, foram adotadas inclinações de biela de θ = 45° em todos. As áreas foram calculadas a partir das expressões apresentadas na seção 2.

Após as situações de cálculo propostas, serão avaliados os esforços cortantes resistentes últimos obtidos a partir das metodologias de cálculo dos procedimentos normativos estudados.

3.1 Exemplo 01

O primeiro exemplo é de uma viga de 12 cm de largura por 40 cm,

Tabela 13

Esforços cortantes resistentes últimos

solicitada por quatro intensidades de força cortante: 100 kN, 125 kN, 150 kN e 175 kN. As áreas de armadura transversal obtidas são apresentadas nas tabelas 2 a 10.

3.2 Exemplo 02

O segundo exemplo é de uma viga de 20 cm de largura por 60 cm, solicitada por forças cortantes de 200 kN, 250 kN, 300 kN e 375 kN. Na tabela 11, são dispostos os valores de áreas obtidas a partir de cada tratamento normativo.

3.3 Exemplo 03

O exemplo 03 corresponde a uma viga de 60 cm de largura por 165 cm, submetida a esforços cortantes de 3000 kN, 3200 kN, 3400 kN e 3600 kN. As áreas de cálculo obtidas são apresentadas na tabela 12.

3.4 Esforços cortantes resistentes últimos

Na Tabela 13, são apresentados os esforços cortantes resistentes

| N | | | | | |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Norma — | C55 | C60 | C70 | C80 | C90 |
| NBR – I | 8,27 | 8,79 | 9,72 | 10,49 | 11,11 |
| NBR – II | 8,27 | 8,79 | 9,72 | 10,49 | 11,11 |
| MC 1990 | 7,72 | 8,21 | 9,07 | 9,79 | 10,37 |
| MC 2010 LoA I | 7,41 | 7,86 | 8,71 | 9,52 | 10,30 |
| MC 2010 LoA II | 8,76 | 9,29 | 10,29 | 11,25 | 12,17 |
| MC 2010 LoA III | 7,59 | 8,04 | 8,91 | 9,74 | 10,54 |
| NP EN 1992 v | 7,72 | 8,21 | 9,07 | 9,79 | 10,37 |
| NP EN 1992 v_1 | 9,90 | 10,80 | 11,55 | 12,00 | 13,50 |
| DIN 1045 | 18,56 | 20,25 | 23,63 | 27,00 | 30,38 |

Tabela 14

Percentuais comparativos das áreas obtidas no exemplo 01

| , | | A _{sw} / A _{sw (MC 1990)} % | | | | | | | | | |
|---------|-------------------------|-----------------------------------------------|-------|---------------|--------|---------|---------|--------|----------------|----------|--|
| (MPa) | V _{sd} (kN) | Ν | NBR | | | MC 2010 | | NP EN | 1992 | DIN 1045 | |
| (111 G) | | MI | MII | - 1010 1990 - | LoA I | LoA II | LoA III | ν | ν ₁ | DIN 1045 | |
| 55 | 100 | 40,36 | 47,49 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 75,21 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 55 | 125 | 52,28 | 61,51 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 82,04 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 55 | 150 | 60,22 | 70,86 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 86,60 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 55 | 175 | 65,90 | 77,54 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 89,85 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 60 | 100 | 38,07 | 44,61 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 73,55 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 60 | 125 | 50,44 | 59,11 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 80,69 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 60 | 150 | 58,69 | 68,78 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 85,45 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 60 | 175 | 64,59 | 75,69 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 88,85 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 70 | 100 | 34,46 | 39,54 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 71,75 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 70 | 125 | 47,14 | 54,92 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 79,13 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 70 | 150 | 55,94 | 65,17 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 84,04 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 70 | 175 | 62,23 | 72,49 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 87,55 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 80 | 100 | 36,35 | 36,35 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 71,02 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 80 | 125 | 44,24 | 51,34 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 78,39 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 80 | 150 | 53,52 | 62,12 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 83,31 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 80 | 175 | 60,15 | 69,81 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 86,82 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 90 | 100 | 38,05 | 38,05 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 70,42 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 90 | 125 | 41,64 | 48,24 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 77,80 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 90 | 150 | 51,36 | 59,49 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 82,71 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 90 | 175 | 58,30 | 67,54 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 86,22 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |

últimos, na forma de tensão (MPa), para cada classe de concreto, obtidos a partir das metodologias de cálculo dos procedimentos normativos estudados.

3.5 Comparação dos resultados

A partir dos resultados obtidos, apresentam-se as tabelas comparativas 14, 15 e 16 referentes, respectivamente, aos exemplos

Tabela 15

Percentuais comparativos das áreas obtidas no exemplo 02

01, 02 e 03. Para cada situação de intensidade de força cortante e seção transversal, apresentam-se os gráficos comparativos nas figuras 2, 3, 4, 5 (exemplo 01); 6, 7, 8, e 9 (exemplo 02); 10, 11, 12 e 13 (exemplo 03). Nas tabelas, as áreas resultantes foram tomadas percentualmente em relação às respectivas áreas calculadas pelo Model Code 1990.

Das tabelas 14, 15 e 16 constata-se que os tratamentos internacionais utilizados - com exceção do $L_{0\mathcal{A}}$ III do MC 2010 [7] e do

| 4 | V | | | | A _s | w / A _{sw (MC 1990} | » % | | | |
|----------|-------|-------|-------|---------------|----------------|------------------------------|---------|--------|----------------|------------|
| (MPa) | (kN) | N | BR | MC 1000 | | MC 2010 | | NP EN | 1992 | DIN 1045 |
| (iiii d) | (kity | MI | MI | - 1010 1990 - | LoA I | LoA II | LoA III | ν | ν ₁ | - DIN 1045 |
| 55 | 200 | 38,88 | 38,88 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 66,66 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |
| 55 | 250 | 40,36 | 47,49 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 75,21 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |
| 55 | 300 | 50,29 | 59,17 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 80,90 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |
| 55 | 375 | 60,22 | 70,86 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 86,60 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |
| 60 | 200 | 40,38 | 40,38 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 64,63 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |
| 60 | 250 | 38,07 | 44,61 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 73,55 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |
| 60 | 300 | 48,38 | 56,70 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 79,50 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |
| 60 | 375 | 58,69 | 68,78 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 85,45 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |
| 70 | 200 | 43,07 | 43,07 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 62,54 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |
| 70 | 250 | 34,46 | 39,54 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 71,75 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |
| 70 | 300 | 44,94 | 52,35 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 77,90 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |
| 70 | 375 | 55,94 | 65,17 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 84,04 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |
| 80 | 200 | 45,44 | 45,44 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 61,80 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |
| 80 | 250 | 36,35 | 36,35 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 71,02 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |
| 80 | 300 | 41,92 | 48,65 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 77,16 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |
| 80 | 375 | 53,52 | 62,12 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 83,31 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |
| 90 | 200 | 47,56 | 47,56 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 61,21 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |
| 90 | 250 | 38,05 | 38,05 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 70,42 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |
| 90 | 300 | 39,21 | 45,42 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 76,57 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |
| 90 | 375 | 51,36 | 59,49 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 82,71 | 100,00 | 108,70 | 100,00 |

Tabela 16

Percentuais comparativos das áreas obtidas no exemplo 03

| | N/ | A _{sw} / A _{sw (MC 1990)} % | | | | | | | | | |
|---------|-------------------------|-----------------------------------------------|-------|---------|--------|---------|---------|--------|----------------|----------|--|
| (MPa) | V _{sd} (kN) | Ν | BR | MC 1000 | | MC 2010 | MC 2010 | | NP EN 1992 | | |
| (111 G) | (kiy | MI | MI | | LoA I | LoA II | LoA III | ν | ν ₁ | DIN 1045 | |
| 55 | 3000 | 58,98 | 69,40 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 85,89 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 55 | 3200 | 61,54 | 72,41 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 87,36 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 55 | 3400 | 63,80 | 75,07 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 88,65 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 55 | 3600 | 65,81 | 77,43 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 89,80 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 60 | 3000 | 57,40 | 67,27 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 84,71 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 60 | 3200 | 60,06 | 70,39 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 86,24 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 60 | 3400 | 62,41 | 73,14 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 87,59 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 60 | 3600 | 64,50 | 75,58 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 88,80 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 70 | 3000 | 54,57 | 63,57 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 83,27 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 70 | 3200 | 57,41 | 66,87 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 84,86 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 70 | 3400 | 59,91 | 69,79 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 86,25 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 70 | 3600 | 62,13 | 72,38 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 87,50 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 80 | 3000 | 52,07 | 60,43 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 82,54 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 80 | 3200 | 55,06 | 63,91 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 84,12 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 80 | 3400 | 57,70 | 66,97 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 85,52 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 80 | 3600 | 60,05 | 69,69 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 86,76 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 90 | 3000 | 49,84 | 57,74 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 81,94 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 90 | 3200 | 52,97 | 61,36 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 83,53 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 90 | 3400 | 55,74 | 64,57 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 84,93 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |
| 90 | 3600 | 58,19 | 67,41 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 86,17 | 100,00 | 108,70 | 100,00 | |



Figura 2

Gráfico comparativo das áreas de armadura transversal (cm²/m) do exemplo 01 (vigas de 12 cm por 40 cm), para força cortante de 100 kN



Figura 3

Gráfico comparativo das áreas de armadura transversal (cm²/m) do exemplo 01 (vigas de 12 cm por 40 cm), para força cortante de 125 kN



Figura 4

Gráfico comparativo das áreas de armadura transversal (cm²/m) do exemplo 01 (vigas de 12 cm por 40 cm), para força cortante de 150 kN



Figura 5

Gráfico comparativo das áreas de armadura transversal (cm²/m) do exemplo 01 (vigas de 12 cm por 40 cm), para força cortante de 175 kN



Figura 6

Gráfico comparativo das áreas de armadura transversal (cm²/m) do exemplo 02 (vigas de 20 cm por 60 cm), para força cortante de 200 kN



Figura 7

Gráfico comparativo das áreas de armadura transversal (cm²/m) do exemplo 02 (vigas de 20 cm por 60 cm), para força cortante de 250 kN

IBRACON Structures and Materials Journal • 2019 • vol. 12 • nº 1

procedimento de cálculo da norma portuguesa [10] que utiliza o parâmetro v₁ no cálculo (destinado para situações em que as tensões nas armaduras são inferiores a 80% da tensão característica de escoamento) - geraram as mesmas áreas de armadura transversal, para as mesmas intensidades de cortante, seção transversal de viga e inclinação de biela de 45°.

Assim como os Modelos I e II da NBR [5], o *Level of approximation* III apresenta uma redução por considerar a contribuição do concreto no dimensionamento. As parcelas correspondentes a esta contribuição aumentam com o aumento da classe do concreto, e diminuem com o aumento das solicitações. Em todas as situações propostas, os Modelos I e II da norma nacional geraram as menores áreas.

É possível constatar que a norma alemã prevê uma resistência bem superior às demais, conforme exposto na Figura 14. As demais normas, incluindo a nacional, compreendem fatores redutores de maior intensidade sobre a resistência, que a penalizam de forma mais significativa. Há de se questionar se essa maior resistência admissível pela norma alemã é justificada pelo maior rigor exigido na execução do concreto ou por outros fatores alheios ao procedimento de cálculo que não estão contemplados na norma de projeto.



Figura 8

Gráfico comparativo das áreas de armadura transversal (cm²/m) do exemplo 02 (vigas de 20 cm por 60 cm), para força cortante de 300 kN



Figura 9

Gráfico comparativo das áreas de armadura transversal (cm²/m) do exemplo 02 (vigas de 20 cm por 60 cm), para força cortante de 375 kN



Figura 10

Gráfico comparativo das áreas de armadura transversal (cm²/m) do exemplo 03 (vigas de 60 cm por 165 cm), para força cortante de 3000 kN

Área de armadura transversal, 3200 kN



Figura 11

Gráfico comparativo das áreas de armadura transversal (cm²/m) do exemplo 03 (vigas de 60 cm por 165 cm), para força cortante de 3200 kN



Figura 12

Gráfico comparativo das áreas de armadura transversal (cm²/m) do exemplo 03 (vigas de 60 cm por 165 cm), para força cortante de 3400 kN

Tabela 17

Detalhes das vigas de CAR ensaiadas

| Ving | f (MDer) | h (mana) | d (mm) | Armadura | transversal | Armadura longitudinal | | |
|--------|----------|----------|--------|----------|----------------------|-----------------------|------|-------------------------|
| viga | | D (mm) | a (mm) | ∳/s (mm) | ρ _w (MPa) | n | ρ | v _{falha} (KN) |
| H60/2 | 60,8 | 200 | 353 | φ6/200 | 0,747 | 2¢32 | 2,28 | 179,74 |
| H60/3 | 60,8 | 200 | 351 | φ8/210 | 1,267 | 2632 | 2,29 | 258,78 |
| H60/4 | 60,8 | 200 | 351 | φ8/210 | 1,267 | 2632 + 1625 | 2,99 | 308,71 |
| H75/2 | 68,9 | 200 | 353 | φ6/200 | 0,747 | 2¢32 | 2,28 | 203,94 |
| H75/3 | 68,9 | 200 | 351 | φ8/210 | 1,267 | 2¢32 | 2,29 | 269,35 |
| H75/4 | 68,9 | 200 | 351 | φ8/210 | 1,267 | 2632 + 1625 | 2,99 | 255,23 |
| H100/2 | 87,0 | 200 | 353 | ф6/165 | 0,906 | 2¢32 | 2,28 | 225,55 |
| H100/3 | 87,0 | 200 | 351 | φ8/210 | 1,291 | 2¢32 | 2,29 | 253,64 |
| H100/4 | 87,0 | 200 | 351 | φ8/210 | 1,291 | 2¢32 + 1¢25 | 2,99 | 266,53 |
| | | | | | | | | |

4. Análise experimental

Das simulações anteriores, observa-se que o procedimento de cálculo da NBR produz áreas inferiores aos procedimentos internacionais analisados. Dentre estes, apenas o *LoA* III do Model Code 2010 [7] adota a parcela de contribuição dos mecanismos complementares do concreto (efeito pino, engrenamento de agregado e efeito arco). Os demais códigos internacionais apresentam





Figura 13

Gráfico comparativo das áreas de armadura transversal (cm²/m) do exemplo 03 (vigas de 60 cm por 165 cm), para força cortante de 3600 kN



Figura 14

Gráfico comparativo dos esforços cortantes resistentes últimos (MPa)

Tabela 18

Propriedades das barras de reforço transversal

| Bitola – Série | Área (mm²) | f _y (MPa) | f _u (MPa) |
|----------------|------------|----------------------|----------------------|
| ф6 – H60 е H75 | 28,27 | 530 | 680 |
| φ8 – H60 е H75 | 50,27 | 530 | 685 |
| φ6 – H100 | 28,27 | 530 | 680 |
| φ8 – H100 | 50,27 | 540 | 672 |

a incoerência de, para uma mesma seção transversal e solicitação, mesmo com o aumento da resistência à compressão do concreto, as áreas previstas de estribos serem iguais. Em face destas constatações e com o intuito de enriquecer a discussão, procederar-se-á a comparação entre os resultados experimentais [2, 4] e as previsões normativas de área.

Considerando os resultados de Cladera [2], serão consideradas as vigas ensaiadas das séries 2 (H60/2, H75/2 e H100/2), 3 (H60/3, H75/3 e H100/3) e 4 (H60/4, H75/4 e H100/4) cujas características são expressas na Tabela 17, já ilustradas na Figura 1. Estas foram selecionadas por atenderem a amplitude de f_{ck} do grupo II (entre 55 MPa e 90 MPa) e por serem armadas com estribos, permitindo as comparações desejadas.

Nas tabelas 19, 20 e 21 a seguir, apresentam-se as áreas previstas pelos códigos estudados para as situações adotadas experimentalmente [2]. Estas áreas foram calculadas considerando o cortante de falha (Tabela 17), obtido experimentalmente, como solicitação e a resistência à compressão do concreto efetivamente observada nos experimentos (60,8 MPa, 68,9 MPa e 87 MPa). Ressalta-se que nos cálculos via normas foram adotados aço CA-50; experimentalmente,



Figura 15

Gráfico comparativo das áreas de armadura transversal (cm²/m) das vigas da série 2



Figura 16

Gráfico comparativo das áreas de armadura transversal (cm²/m) das vigas da série 3

Cladera [2] adotou a tensão de escoamento real obtida via experimentos, conforme a Tabela 18, na determinação da área de armadura transversal. Além disso, para viabilizar a comparação, assim como o fez o autor, não foram utilizados coeficientes majoradores de solicitações e minoradores de resistência.

As áreas previstas pelos códigos e as experimentais correspondentes aos esforços cortante de falha são expostas nas Figuras 15, 16 e 17.



Figura 17

Gráfico comparativo das áreas de armadura transversal (cm²/m) das vigas da série 4

Nota-se que as áreas previstas pelos códigos são superiores às efetivamente requeridas experimentalmente, indicando uma "reserva" de resistência. Conforme já indicado pelas simulações numéricas da seção 3, as normas internacionais geram áreas de estribos maiores que as nacionais. Ressalta-se a diminuição esperada via rotina de cálculo do *LoA* III do Model Code 2010 [7], que difere das previsões dos demais códigos europeus. Estas últimas consideram a contribuição do concreto, que é de fato

Tabela 19

Áreas de armadura transversal (cm²/m) para as vigas da série 2

| Viga | f _{ck} (MPa) | b _w (cm) | d (cm) | V _{sd} (kN) | A _{sw} (cm²/m) |
|-----------------|-----------------------|---------------------|--------|----------------------|-------------------------|
| H60/2 | 60,8 | 20 | 35,3 | 179,74 | 2,82 |
| NBR - I | 60,8 | 20 | 35,3 | 179,74 | 6,38 |
| NBR - II | 60,8 | 20 | 35,3 | 179,74 | 7,47 |
| MC 1990 | 60,8 | 20 | 35,3 | 179,74 | 13,01 |
| MC 2010 LoA I | 60,8 | 20 | 35,3 | 179,74 | 13,01 |
| MC 2010 LoA II | 60,8 | 20 | 35,3 | 179,74 | 13,01 |
| MC 2010 LoA III | 60,8 | 20 | 35,3 | 179,74 | 11,38 |
| NP EN 1992 | 60,8 | 20 | 35,3 | 179,74 | 13,01 |
| DIN 1045 | 60,8 | 20 | 35,3 | 179,74 | 13,01 |
| Viga | f _{ck} (MPa) | b _w (cm) | d (cm) | V _{sd} (kN) | A _{sw} (cm²/m) |
| H75/2 | 68,9 | 20 | 35,3 | 203,94 | 2,82 |
| NBR - I | 68,9 | 20 | 35,3 | 203,94 | 7,77 |
| NBR - II | 68,9 | 20 | 35,3 | 203,94 | 9,06 |
| MC 1990 | 68,9 | 20 | 35,3 | 203,94 | 14,76 |
| MC 2010 LoA I | 68,9 | 20 | 35,3 | 203,94 | 14,76 |
| MC 2010 LoA II | 68,9 | 20 | 35,3 | 203,94 | 14,76 |
| MC 2010 LoA III | 68,9 | 20 | 35,3 | 203,94 | 13,14 |
| NP EN 1992 | 68,9 | 20 | 35,3 | 203,94 | 14,76 |
| DIN 1045 | 68,9 | 20 | 35,3 | 203,94 | 14,76 |
| v | f _{ck} (MPa) | b _w (cm) | d (cm) | V _{sd} (kN) | A _{sw} (cm²/m) |
| H100/2 | 87,0 | 20 | 35,3 | 225,55 | 3,42 |
| NBR - I | 87,0 | 20 | 35,3 | 225,55 | 8,66 |
| NBR - II | 87,0 | 20 | 35,3 | 225,55 | 10,03 |
| MC 1990 | 87,0 | 20 | 35,3 | 225,55 | 16,33 |
| MC 2010 LoA I | 87,0 | 20 | 35,3 | 225,55 | 16,33 |
| MC 2010 LoA II | 87,0 | 20 | 35,3 | 225,55 | 16,33 |
| MC 2010 LoA III | 87,0 | 20 | 35,3 | 225,55 | 14,64 |
| NP EN 1992 | 87,0 | 20 | 35,3 | 225,55 | 16,33 |
| DIN 1045 | 87,0 | 20 | 35,3 | 225,55 | 16,33 |

observada, conforme identificado por Cladera & Marí [4] (Figura 18).

A curva ANN - relativa a resultados experimentais de vigas de altura útil de 350 mm, largura de 300 mm, relação entre vão e



Figura 18

Resultados da ANN comparados com as previsões do ACI, Eurocode 2 e AASHTO para vigas com armadura transversal. Influência da resistência à compressão do concreto em relação à quantidade de armadura transversal (Cladera & Marí [4])

Tabela 20

TÁreas de armadura transversal (cm²/m) para as vigas da série 3

| Viga | f _{ck} (MPa) | b _w (cm) | d (cm) | V _{sd} (kN) | A _{sw} (cm²/m) |
|-----------------|-----------------------|---------------------|--------|----------------------|-------------------------|
| H60/3 | 60,8 | 20 | 35,1 | 258,78 | 4,78 |
| NBR - I | 60,8 | 20 | 35,1 | 258,78 | 12,20 |
| NBR - II | 60,8 | 20 | 35,1 | 258,78 | 14,29 |
| MC 1990 | 60,8 | 20 | 35,1 | 258,78 | 18,84 |
| MC 2010 LoA I | 60,8 | 20 | 35,1 | 258,78 | 18,84 |
| MC 2010 LoA II | 60,8 | 20 | 35,1 | 258,78 | 18,84 |
| MC 2010 LoA III | 60,8 | 20 | 35,1 | 258,78 | 17,75 |
| NP EN 1992 | 60,8 | 20 | 35,1 | 258,78 | 18,84 |
| DIN 1045 | 60,8 | 20 | 35,1 | 258,78 | 18,84 |
| Viaa | f (MDa) | b (am) | d (am) | | A (am ² /m) |
| | | | | | |
| H/5/3 | 68,9 | 20 | 35,1 | 269,35 | 4,78 |
| NBR - I | 68,9 | 20 | 35,1 | 269,35 | 12,62 |
| NBR - II | 68,9 | 20 | 35,1 | 269,35 | 14,71 |
| MC 1990 | 68,9 | 20 | 35,1 | 269,35 | 19,61 |
| MC 2010 LoA I | 68,9 | 20 | 35,1 | 269,35 | 19,61 |
| MC 2010 LoA II | 68,9 | 20 | 35,1 | 269,35 | 19,61 |
| MC 2010 LoA III | 68,9 | 20 | 35,1 | 269,35 | 18,41 |
| NP EN 1992 | 68,9 | 20 | 35,1 | 269,35 | 19,61 |
| DIN 1045 | 68,9 | 20 | 35,1 | 269,35 | 19,61 |
| Viga | f _{ck} (MPa) | b _w (cm) | d (cm) | V _{sd} (kN) | A _{sw} (cm²/m) |
| H100/3 | 87,0 | 20 | 35,1 | 253,64 | 4,78 |
| NBR - I | 87,0 | 20 | 35,1 | 253,64 | 10,80 |
| NBR - II | 87,0 | 20 | 35,1 | 253,64 | 12,51 |
| MC 1990 | 87,0 | 20 | 35,1 | 253,64 | 18,47 |
| MC 2010 LoA I | 87,0 | 20 | 35,1 | 253,64 | 18,47 |
| MC 2010 LoA II | 87,0 | 20 | 35,1 | 253,64 | 18,47 |
| MC 2010 LoA III | 87,0 | 20 | 35,1 | 253,64 | 16,94 |
| NP EN 1992 | 87,0 | 20 | 35,1 | 253,64 | 18,47 |
| DIN 1045 | 87,0 | 20 | 35,1 | 253,64 | 18,47 |

altura útil a/d = 3 e taxa de armadura longitudinal de ρ_1 = 3% aponta para o crescimento da cortante resistente de cálculo com o aumento da classe do concreto. Observa-se que este comportamento, apesar de contemplado pelas normas americanas ACI 318-02 e AASHTO LRDF – não compreendidas no presente trabalho – de modo conservador, não é considerado pelo Eurocode 2 [10], que admite que a cortante resistente varia devido apenas à armadura transversal, indicado pela translação da curva EC-2 com o aumento da taxa de armadura transversal de ρ_w = 0,50 MPa para ρ_w = 1,50 MPa.

Se por um lado a maior parte dos procedimentos normativos não considera a contribuição do concreto no dimensionamento da armadura transversal, todos eles preveem esforços cortantes resistentes últimos superiores aos efetivamente observados experimentalmente por Cladera [2], conforme apresentado na Tabela 22, cujos dados estão ilustrados nas Figuras 19, 20 e 21. Assim como



Figura 19

Gráfico comparativo dos esforços cortantes resistentes últimos (MPa) da série 2

Tabela 21

Áreas de armadura transversal (cm²/m) para as vigas da série 4



Figura 20

Gráfico comparativo dos esforços cortantes resistentes últimos (MPa) da série 3

| Viga | f _{ck} (MPa) | b _w (cm) | d (cm) | V _{sd} (kN) | A _{sw} (cm²/m) |
|-----------------|-----------------------|---------------------|--------|----------------------|-------------------------|
| H60/4 | 60,8 | 20 | 35,1 | 308,71 | 4,78 |
| NBR - I | 60,8 | 20 | 35,1 | 308,71 | 15,84 |
| NBR - II | 60,8 | 20 | 35,1 | 308,71 | 18,55 |
| MC 1990 | 60,8 | 20 | 35,1 | 308,71 | 22,48 |
| MC 2010 LoA I | 60,8 | 20 | 35,1 | 308,71 | 22,48 |
| MC 2010 LoA II | 60,8 | 20 | 35,1 | 308,71 | 22,48 |
| MC 2010 LoA III | 60,8 | 20 | 35,1 | 308,71 | 21,72 |
| NP EN 1992 | 60,8 | 20 | 35,1 | 308,71 | 22,48 |
| DIN 1045 | 60,8 | 20 | 35,1 | 308,71 | 22,48 |
| Viga | f _{ck} (MPa) | b _w (cm) | d (cm) | V _{sd} (kN) | A _{sw} (cm²/m) |
| H75/4 | 68,9 | 20 | 35,1 | 255,23 | 4,78 |
| NBR - I | 68,9 | 20 | 35,1 | 255,23 | 11,59 |
| NBR - II | 68,9 | 20 | 35,1 | 255,23 | 13,51 |
| MC 1990 | 68,9 | 20 | 35,1 | 255,23 | 18,58 |
| MC 2010 LoA I | 68,9 | 20 | 35,1 | 255,23 | 18,58 |
| MC 2010 LoA II | 68,9 | 20 | 35,1 | 255,23 | 18,58 |
| MC 2010 LoA III | 68,9 | 20 | 35,1 | 255,23 | 17,29 |
| NP EN 1992 | 68,9 | 20 | 35,1 | 255,23 | 18,58 |
| DIN 1045 | 68,9 | 20 | 35,1 | 255,23 | 18,58 |
| Viga | f _{ck} (MPa) | b _w (cm) | d (cm) | V _{sd} (kN) | A _{sw} (cm²/m) |
| H100/4 | 87,0 | 20 | 35,1 | 266,53 | 4,78 |
| NBR - I | 87,0 | 20 | 35,1 | 266,53 | 11,73 |
| NBR - II | 87,0 | 20 | 35,1 | 266,53 | 13,60 |
| MC 1990 | 87,0 | 20 | 35,1 | 266,53 | 19,41 |
| MC 2010 LoA I | 87,0 | 20 | 35,1 | 266,53 | 19,41 |
| MC 2010 LoA II | 87,0 | 20 | 35,1 | 266,53 | 19,41 |
| MC 2010 LoA III | 87,0 | 20 | 35,1 | 266,53 | 17,94 |
| NP EN 1992 | 87,0 | 20 | 35,1 | 266,53 | 19,41 |
| DIN 1045 | 87,0 | 20 | 35,1 | 266,53 | 19,41 |

IBRACON Structures and Materials Journal • 2019 • vol. 12 • nº 1



Figura 21

Gráfico comparativo dos esforços cortantes resistentes últimos (MPa) da série 4

Tabela 22

Esforços cortantes resistentes últimos (MPa)

constatado na seção 3.5 do presente trabalho, o procedimento alemão previu as maiores resistências.

Da análise dos cortantes resistentes últimos, depreende-se mais uma vez que, apesar de a resistência ao cortante crescer com o aumento da classe do concreto, em consonância com os procedimentos normativos e com os resultados experimentais, este comportamento não é traduzido em vantagem no dimensionamento pelos procedimentos europeus (com exceção do *LoA* III).

5. Conclusões

Devido à difusão de concretos de alta resistência, é necessário o estudo dos procedimentos normativos de dimensionamento - especificamente do dimensionamento à cortante - que compreendem concretos das classes C55 a C90. Este trabalho, portanto, objetivou comparar analiticamente os tratamentos normativos usuais, à luz de resultados experimentais [2, 4].

| Vina | f (MDer) | | V _{Ru} (MPa) | |
|-----------------|-----------------------|---------|-----------------------|---------|
| viga | | Série 2 | Série 3 | Série 4 |
| Cladera | 60,8 | 2,55 | 3,69 | 4,40 |
| NBR - I | 60,8 | 8,87 | 8,87 | 8,87 |
| NBR - II | 60,8 | 8,87 | 8,87 | 8,87 |
| MC 1990 | 60,8 | 8,28 | 8,28 | 8,28 |
| MC 2010 LoA I | 60,8 | 7,93 | 7,93 | 7,93 |
| MC 2010 LoA II | 60,8 | 9,37 | 9,37 | 9,37 |
| MC 2010 LoA III | 60,8 | 8,11 | 8,11 | 8,11 |
| NP EN 1992 | 60,8 | 8,28 | 8,28 | 8,28 |
| DIN 1045 | 60,8 | 20,52 | 20,52 | 20,52 |
| | | | V _{pu} (MPa) | |
| Viga | f _{ck} (MPa) | Série 2 | Série 3 | Série 4 |
| Cladera | 68,9 | 2,89 | 3,84 | 3,64 |
| NBR - I | 68,9 | 9,63 | 9,63 | 9,63 |
| NBR - II | 68,9 | 9,63 | 9,63 | 9,63 |
| MC 1990 | 68,9 | 8,98 | 8,98 | 8,98 |
| MC 2010 LoA I | 68,9 | 8,62 | 8,62 | 8,98 |
| MC 2010 LoA II | 68,9 | 10,18 | 10,18 | 10,62 |
| MC 2010 LoA III | 68,9 | 8,82 | 8,82 | 9,19 |
| NP EN 1992 | 68,9 | 8,98 | 8,98 | 8,98 |
| DIN 1045 | 68,9 | 23,25 | 23,25 | 23,25 |
| | | | V _{s.} (MPa) | |
| Viga | t _{ck} (MPa) | Série 2 | Série 3 | Série 4 |
| Cladera | 87,0 | 3,19 | 3,61 | 3,80 |
| NBR - I | 87,0 | 10,94 | 10,94 | 10,94 |
| NBR - II | 87,0 | 10,94 | 10,94 | 10,94 |
| MC 1990 | 87,0 | 10,21 | 10,21 | 10,21 |
| MC 2010 LoA I | 87,0 | 10,07 | 10,07 | 11,34 |
| MC 2010 LoA II | 87,0 | 11,90 | 11,90 | 13,41 |
| MC 2010 LoA III | 87,0 | 10,30 | 10,30 | 11,61 |
| NP EN 1992 | 87,0 | 10,21 | 10,21 | 10,21 |
| DIN 1045 | 87,0 | 29,36 | 29,36 | 29,36 |



Figura 22

Resultados da ANN comparados com as previsões do ACI, Eurocode 2 e AASHTO para vigas com armadura transversal. Influência da quantidade de armadura de cisalhamento em relação à resistência de compressão do concreto (Cladera & Marí [4])

Das análises feitas, conclui-se que o procedimento de cálculo da NBR produz áreas inferiores aos procedimentos internacionais analisados. Diferente da norma brasileira [5], estes não consideram (com exceção do *LoA* III) a parcela de contribuição dos mecanismos complementares do concreto (efeito pino, engrenamento de agregado e efeito arco), apesar de esta ser observada experimentalmente.

De acordo com os dados das tabelas 14, 15 e 16, constata-se que os procedimentos de cálculo do MC 1990 [6], MC 2010 [7] (*LoA* I e *LoA* II) e das normas portuguesa [10] (considerando o parâmetro v) e alemã [11] fornecem as mesmas áreas, fixadas as seções, intensidades de cortante e inclinação da diagonal comprimida.

Assim como constatado no 50° Congresso Brasileiro de Concreto [12] para concretos do grupo I, a utilização do Modelo II de cálculo da NBR [5] em concretos do grupo II, para determinada força cortante, seção transversal e inclinação de diagonal comprimida de 45°, resulta em áreas superiores às obtidas pelo Modelo I, quando estas são superiores às mínimas de norma.

Os procedimentos que adotam a contribuição do concreto apresentam reduções nas áreas de estribos com o aumento da classe, para uma mesma solicitação e seção transversal. No geral, para uma mesma classe de resistência, as áreas aumentam com as solicitações.

Apesar de não compreenderem no cálculo a contribuição do concreto, os procedimentos internacionais analisados - assim como o nacional - preveem um aumento do esforço cortante resistente último com o aumento da classe do concreto. Das comparações feitas, detectou-se que este mesmo aumento é inclusive superior ao obtido experimentalmente por Cladera [2], o que reforça a incoerência e o conservadorismo destes códigos.

A não consideração da parcela do concreto por parte das normas internacionais analisadas leva a resultados muito conservadores, visto que independente da classe, para uma mesma solicitação, as áreas são iguais. Cladera & Marí [4] confirmam este comportamento ao comparar os resultados da ANN com as áreas previstas pelo Eurocode 2, conforme aponta a Figura 22.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, ao CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico e ao Departamento de Engenharia Civil da UFRN.

7. Referências bibliográficas

- [1] SILVA, Inês Santana da. Concreto de Alta Resistência: Composição, Propriedades e Dimensionamento. 1995. 149 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 1995.
- [2] CLADERA, Antoni. Shear Design of Reinforced High-Strength Concrete Beams. 2002. 159 f. Tese (Doutorado) - Curso de Enginyeria Civil, Departament D'enginyeria de La Construcció, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, 2002.
- [3] ARSLAN, Güray. Shear strength of reinforced concrete beams with stirrups. Materials And Structures, [s.l.], v. 41, n. 1, p.113-122, 28 fev. 2007. Springer Nature. http://dx.doi. org/10.1617/s11527-007-9223-3.
- [4] CLADERA, A.; MARÍ, A. R.. Shear design procedure for reinforced normal and high-strength concrete beams using artificial neural networks. Part II: beams with stirrups. Engineering Structures, Elsevier, Amsterdam, v. 26, n. 7, p.927-936, 23 fev. 2004.
- [5] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNI-CAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. 3 ed. Rio de Janeiro, 2014.

- [6] COMITE EURO-INTERNACIONAL DU BETON. MC 1990: Design Code. Lausanne, 1990.
- [7] COMITE EURO-INTERNACIONAL DU BETON. MC 2010: Model Code 2010. Lausanne, 2010.
- [8] MUTTONI, Aurelio; RUIZ, Miguel Fernández. The levels-ofapproximation approach in MC 2010: application to punching shear provisions. Structural Concrete,[s.l.], v. 13, n. 1, p.32-41, mar. 2012. Wiley-Blackwell. http://dx.doi. org/10.1002/suco.201100032.
- [9] BARROS, Rodrigo. Como as normas brasileiras e europeias tratam o problema da força cortante em elementos lineares de concreto. TQS News, [s.i.], v. , n. 36, p.44-45, 36 mar. 2013.
- [10] COMITÉ EUROPEU DE NORMALIZAÇÃO. NP EN 1992-1-1: Projecto de estruturas de betão. Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios. Bruxelas, 2010.
- [11] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. DIN 1045-1:2001-07: Plain, reinforced and prestress concrete structures. Part 1: Design and construction. Berlin, 2001.
- [12] CONGRESSO BRASILEIRO DE CONCRETO, 50., 2008, Salvador. Cálculo da área da armadura transversal em elementos lineares de concreto armado submetidas à ação de força cortante: análise comparativa entre os Modelos I e II da NBR 6118:2003. Salvador: Ibracon, 2008. 16 p.