Volume 12, Number 4 (August 2019) p. 858 – 873 • ISSN 1983-4195
http://dx.doi.org/10.1590/S1983-41952019000400008

IBRACON

REVISTA IBRACON DE ESTRUTURAS E MATERIAIS
IBRACON STRUCTURES AND MATERIALS JOURNAL

Interaction dam-reservoir: study of conservative and dissipative effects

Interação barragem-reservatório: estudo dos efeitos conservativos e dissipativos

S. F. DA SILVA [a]
seleniofeio@yahoo.com.br
https://orcid.org/0000-0003-1383-8163

L. J. PEDROSO [b]
lineujp@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-2734-3260

Abstract

In this paper, the Laplace's equation is solved analytically in the complex plane for the field of hydrodynamic pressures generated by the rigid body movement of a dam against a reservoir with infinite domain and incompressible fluid. The force the reservoir fluid exerts on the face of the dam is determined through the integration of the hydrodynamic pressure in the complex plane. The conservative effects (real part) and dissipative effects (imaginary part) of the force are analyzed as a function of the Froude number. The asymptotic solution of the aforementioned effects are also presented in this paper.

Keywords: dam-reservoir interaction, hydrodynamic pressure, equation of Laplace.

Resumo

Neste trabalho, a equação de Laplace é resolvida analiticamente no plano complexo para o campo de pressões hidrodinâmicas gerado pelo movimento de corpo rígido da barragem na presença de um meio fluido infinito e incompressível (um reservatório). A força exercida pelo fluido do reservatório na face da estrutura da barragem é então determinada através da integração da pressão hidrodinâmica no plano complexo, e os efeitos conservativos (parte real desta força) que traduzem os aspectos inerciais da interação barragem-reservatório, e os efeitos dissipativos (parte imaginária desta força) que traduzem os aspectos de amortecimento desta interação são analisados em função de um parâmetro escalar característico de fluxo de superfície livre (número de Froude). É feita, também, a apresentação das soluções assintóticas para os efeitos citados.

Palavras-chave: interação barragem-reservatório, pressão hidrodinâmica, equação de Laplace.

[a] *Federal University of Pará, Institute of Technology, Belém, PA, Brazil;*
[b] *University of Brasília, Faculty of Technology, Brasília, DF, Brazil.*

Received: 23 Apr 2018 • Accepted: 24 Sep 2018 • Available Online: 08 Aug 2019

1. Introdução

Westergaard em 1933, não considerando o efeito das ondas de superfície livre, desenvolveu uma solução analítica exata em séries para a equação de Laplace que representa o problema ilustrado na Figura 1. Ainda sem considerar os efeitos das ondas de superfície livre, os trabalhos realizados por Sharan em 1985 e Kuçükarslan em 2003, através do Método dos Elementos Finitos, e Silva e Pedroso em 2005, e Silva em 2007, pela Técnica de Separação de Variável apresentam soluções para a equação de Laplace utilizando uma superfície de truncamento a certa distância da estrutura no domínio infinito de um fluido incompressível.

Azevedo em 1991 utilizou o Método dos Elementos de Contorno para estudar a propagação de ondas de superfície. Trindade em 2003 deu continuidade ao trabalho de Azevedo acrescentando um módulo de geração e propagação de ondas em canais experimentais por meio de batedores do tipo pistão ou por meio de batedores do tipo *"flap"*.

O problema de atenuação de ondas na fronteira longínqua do reservatório também foi estudado por Gogoi e Maity (2006); Parrinello e Borino (2007); Li (2009); Bouaanani e LU (2009); Aydin e Demirel (2012) e Mendes (2018).

Este trabalho apresenta um estudo analítico da equação de Laplace, no campo dos números complexos. Através da linearização da condição de contorno de superfície livre com ondas de gravidade, determina-se o campo de pressões hidrodinâmicas, na forma complexa, gerado pelo movimento de corpo rígido da barragem. São determinados também os efeitos conservativos e dissipativos da força que atua na face da estrutura da barragem em função da dissipação de ondas de superfície livre considerando sua não reflexão no infinito, conforme o esquema da interação barragem-reservatório ilustrado na Figura 1.

2. Formulação analítica para a pressão hidrodinâmica no plano complexo

Considerando o fluido incompressível e não viscoso, a pressão hidrodinâmica no reservatório que resulta do movimento de uma estrutura submersa satisfaz a equação de Laplace (Lamb, 1945):

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 0 \tag{1}$$

As condições de contorno são baseadas nas seguintes suposições adicionais:

a) O domínio do fluido se estende até o infinito e seu movimento é bidimensional.

b) A interface fluido-estrutura é vertical.

c) A estrutura submersa é rígida, sua altura não é menor do que a profundidade do fluido, a estrutura vibra na direção normal da interface fluido-estrutura.

d) O fundo do domínio fluido é rígido e horizontal.

Considerando-se ainda os efeitos das ondas de superfície, e sua não reflexão no infinito, têm-se as seguintes condições de contorno:

i) No fundo do reservatório (y = 0): $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ (fundo rígido).

ii) Na superfície livre (y = H): $\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\omega^2}{g}p$ (linearizada e no domínio da frequência).

iii) Na interface fluido-estrutura (x = 0): $\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_f V_g = \rho_f \omega^2 X$ (pressão linear).

iv) Reservatório de domínio infinito (x → ∞): p = 0 (não reflexão no infinito das ondas de superfície livre).

O parâmetro V_g corresponde à amplitude da aceleração na base da barragem que é animada de um movimento harmônico de translação com amplitude X e frequência ω. O movimento do fluido é suposto acontecer no plano barragem-reservatório e g corresponde à aceleração da gravidade.

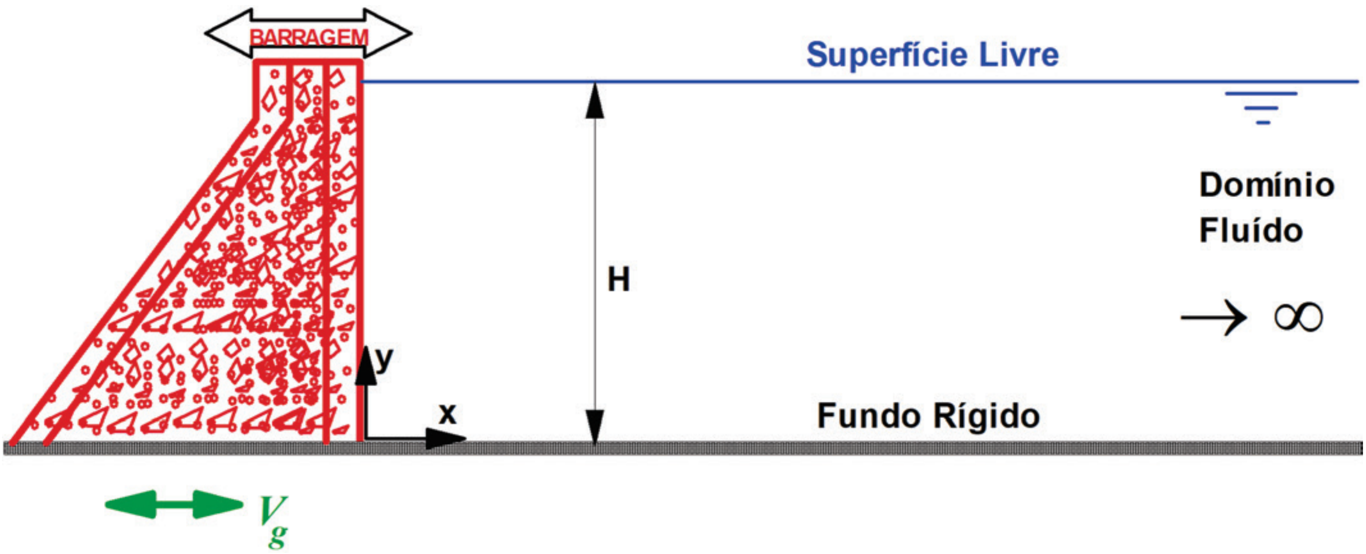

Figura 1
Esquema da interação barragem-reservatório

Seja a expressão para o campo de pressões hidrodinâmicas procurado. Aplicando-se a técnica de separação de variável, ver Chakrabarti e Chopra (1974), tem-se:

$$\frac{F''}{F} = -\frac{G''}{G} = K^2 \quad \therefore \begin{cases} G'' + K^2 G = 0 \\ F'' - K^2 F = 0 \end{cases} \tag{2}$$

Para a equação $G'' + K^2 G = 0 \quad \therefore \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} + K^2 G = 0$:

a – Na direção y, se K é real, encontra-se:

$$G_n(y) = B_n \cos(k_n y) \tag{3}$$

Usando a condição de contorno $ii) \ \frac{\partial}{\partial y} p(x,y)|y = H = \frac{\omega^2}{g} p$, tem-se:

$$F(x)\ [-B_n k_n \sin(k_n H)] = \frac{\omega^2}{g} F(x)\ [B_n \cos(k_n H)]$$

Assim:

$$-(k_n H) tg(k_n H) = \frac{\omega^2 H}{g} \tag{4}$$

b – Na direção y, se K é imaginário, encontra-se para a solução ik_0 (com k_0 real):

$$G_0(y) = B_0 \cosh(k_0 y) \tag{5}$$

Usando a condição de contorno $ii) \ \frac{\partial}{\partial y} p(x,y)|y = H = \frac{\omega^2}{g} p$, tem-se:

$$F(x)\ [B_0 k_0 \sin(k_0 H)] = \frac{\omega^2}{g} F(x)\ [B_0 \cos(k_0 H)].$$

Assim:

$$(k_0 H) tgh(k_0 H) = \frac{\omega^2 H}{g} \tag{6}$$

Para a equação $F'' - K^2 F = 0 \quad \therefore \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - K^2 F = 0$:

a – Na direção x, se *K* é real, encontra-se:
$F(x) = C_1 e^{kx} + C_2 e^{-kx}$.
Usando a condição de contorno
$iv) \ p(x,y)|x = \infty = 0$, tem-se: $F_n(x) = C_n e^{-k_n x}$.

Usando a condição de contorno $iii) \ \frac{\partial}{\partial x} p(x,y)|x = 0 = -\rho_f V_g$, em $P_n(x,y) = G_n(y) F_n(x)$, resulta em: $C_n = \rho_f V_g \frac{1}{k_n} \frac{\int_0^H G_n(y)dy}{\int_0^H G_n^2(y)dy}$.
Portanto:

$$F_n(x) = \rho_f V_g \frac{\alpha_n}{k_n} e^{-k_n x}, \text{ com } \alpha_n = \frac{\int_0^H G_n(y)dy}{\int_0^H G_n^2(y)dy} \tag{7}$$

b – Na direção x, se *K* é imaginário, encontra-se para a solução ik_0 (com k_0 real): $F(x) = C_1 e^{ik_0 x} + C_2 e^{-ik_0 x}$.
Usando as condições de contorno: $iv) \ p(x,y)|x = \infty = 0$, tem-se: $F_0(x) = C_0 e^{-ik_0 x}$, e $iii) \ \frac{\partial}{\partial x} p(x,y)|x = 0 = -\rho_f V_g$, em $P_0(x,y) = G_0(y) F_0(x) \rightarrow C_0 = \rho_f V_g \frac{1}{ik_0} \frac{\int_0^H G_0(y)dy}{\int_0^H G_0^2(y)dy}$. Assim:

$$F_0(x) = -\ i\ \rho_f V_g \frac{\alpha_0}{k_0} e^{-ik_0 x}\ ;\ com\ \alpha_0 = \frac{\int_0^H G_0(y)dy}{\int_0^H G_0^2(y)dy} \tag{8}$$

Tabela 1
Determinação de parâmetros envolvidos na força hidrodinâmica

Número de Froude ao quadrado $F_r^2 = \frac{\omega^2 H}{g}$	Argumento da parte real (k_n H)	Argumento da parte imaginária (k_0 H)	Parte conservativa δ	Parte dissipativa β
$10^{-1} \equiv 0{,}1$	3,1094	0,3216	0,0001	3,1087
0,2	3,0767	0,4627	0,0003	2,1591
0,3	3,0433	0,5767	0,0007	1,7300
0,4	3,0095	0,6778	0,0013	1,4690
0,5	2,9751	0,7717	0,0022	1,2868
0,6	2,9403	0,8611	0,0034	1,1490
0,7	2,9051	0,9476	0,0049	1,0395
0,8	2,8697	1,0324	0,0067	0,9488
0,9	2,8341	1,1163	0,0090	0,8717
$10^{0} \equiv 1{,}0$	2,7984	1,1997	0,0117	0,8048
2	2,4587	2,0653	0,0669	0,4008
3	2,2045	3,0145	0,1547	0,2129
4	2,0430	4,0027	0,2320	0,1241
5	1,9411	5,0005	0,2876	0,0799
6	1,8734	6,0001	0,3268	0,0555
7	1,8260	7,0000	0,3551	0,0408
8	1,7910	8,0000	0,3763	0,0312
9	1,7644	9,0000	0,3927	0,0247
$10^{1} \equiv 10$	1,7434	10,0000	0,4057	0,0200
*3,3	2,1478	3,3088	0,1800	0,1800

* Ponto de interseção da curva da parte real com a curva da parte imaginária, ver Figura 2.

Tabela 2
Valores numéricos para δ e β

$F_r^2 = \frac{\omega^2 H}{g}$	$\Im = \frac{1}{F_r^2}$	δ			β		
		Exatos	Assintóticos	Erro relativo (%)	Exatos	Assintóticos	Erro relativo (%)
1	1	0,0117	0,5428	4539	0,8048	2,0000	147
5	0,2	0,2876	0,5428	89	0,0799	0,0800	0,13
10	0,1	0,4057	0,5428	33	0,0200	0,0200	0,00

Com as equações (3) e (7), obtém-se:

$$P_n(x,y) = \rho_f V_g \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n \alpha_n}{k_n} e^{-k_n x} \cos(k_n y) \tag{9}$$

Com as equações (5) e (8), obtém-se:

$$P_0(x,y) = -i\, \rho_f V_g \frac{B_0 \alpha_0}{k_0} e^{-ik_0 x} \cosh(k_0 y) \tag{10}$$

Em uma representação de forma geral no plano complexo:

$$p(z) = \rho_f V_g \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n \alpha_n}{k_n} e^{-k_n x} \cos(k_n y) - i \frac{B_0 \alpha_0}{k_0} e^{-ik_0 x} \cosh(k_0 y) \right] \tag{11}$$

A Eq. 11 corresponde à expressão analítica para o cálculo da pressão hidrodinâmica no plano complexo. Uma vez estabelecida a expressão para o campo de pressões hidrodinâmicas no plano complexo, Eq. 11, a força exercida pelo fluido na face da estrutura é:

$$F(z) = -\int_0^H P(0,y)dy$$

$$= -\int_0^H \rho_f V_g \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n \alpha_n}{k_n} e^{-k_n 0} \cos(k_n y) - i \frac{B_0 \alpha_0}{k_0} e^{-ik_0 0} \cosh(k_0 y) \right] dy$$

Onde:

$$\frac{B_n \alpha_n}{k_n} = \frac{B_n}{k_n} \frac{\int_0^H G_n(y)dy}{\int_0^H G_n^2(y)dy} = \frac{B_n}{k_n} \frac{\int_0^H B_n \cos(k_n y)dy}{\int_0^H B_n^2 \cos^2(k_n y)dy} = \frac{1}{k_n} \frac{2sen(k_n H)}{\cos(k_n H) sen(k_n H) + k_n H}$$

$$\frac{B_0 \alpha_0}{k_0} = \frac{B_0}{k_0} \frac{\int_0^H G_0(y)dy}{\int_0^H G_0^2(y)dy} = \frac{B_0}{k_0} \frac{\int_0^H B_0 \cosh(k_0 y)dy}{\int_0^H B_0^2 \cosh^2(k_0 y)dy} = \frac{1}{k_0} \frac{2senh(k_0 H)}{\cosh(k_0 H) senh(k_0 H) + k_0 H}$$

Portanto:

$$F(z) = -\rho_f V_g H^2 \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2sen^2(k_n H)}{(k_n H)^3 \left(1 + \frac{sen(2k_n H)}{2k_n H}\right)} - i \frac{2senh^2(k_0 H)}{(k_0 H)^3 \left(1 + \frac{senh(2k_0 H)}{2k_0 H}\right)} \right]$$

$$F_0(z) = \frac{F(z)}{-\rho_f V_g H^2} = \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2sen^2(k_n H)}{(k_n H)^3 \left(1 + \frac{sen(2k_n H)}{2k_n H}\right)} - i \frac{2senh^2(k_0 H)}{(k_0 H)^3 \left(1 + \frac{senh(2k_0 H)}{2k_0 H}\right)} \right] \tag{12}$$

A Eq. 12 corresponde à expressão analítica da força hidrodinâmica adimensional ao longo da face da barragem no plano complexo.

3. Análise e representação gráfica dos resultados

A parte real do coeficiente $F_0(Z)$ apresentado na Eq. 12 será representada por δ, e a parte imaginária deste mesmo coeficiente será representada por β, que correspondem, respectivamente, à parte conservativa e à parte dissipativa do efeito do fluido sobre a estrutura (Gibert, 1988). Os termos δ e β são funções do parâmetro $\frac{\omega^2 H}{g}$, de acordo com as equações transcendentais (4) e (6), respectivamente.

O parâmetro $\frac{\omega^2 H}{g}$ envolvido nas equações transcendentais é conhecido como "número de Froude", e exprime a importância das forças de gravidade em relação às forças de inércia do fluido (Sancho, 2002):

$$F_r = \frac{Forças_{inércia}}{Forças_{gravidade}} \propto \frac{\rho L^2 U^2}{\rho g L^3} \Rightarrow F_r = \frac{U}{\sqrt{gL}} \tag{13}$$

onde *U* é uma velocidade característica do campo de fluxo global, *g* é a aceleração da gravidade, e *L* é um comprimento característico da estrutura exposta ao fluido.

O número de Froude também pode ser considerado como a relação entre velocidade fluida e velocidade de ondas de superfície, com celeridade de propagação de pequenas perturbações $c = \sqrt{gH}$, onde *H* é a profundidade do reservatório. O termo "número de Froude" homenageia o engenheiro inglês William Froude (*1810-1879*), que apresentou este parâmetro realizando testes na investigação da resistência de cascos de navio com o uso de modelos (Pedroso, 1982). Segundo Sancho (2002), o número de Froude pode classificar o regime do escoamento em:

Fr < 1 ⇒ regime lento: perturbações propagam-se para montante e jusante.

Fr > 1 ⇒ regime rápido: perturbações propagam-se para jusante.

No caso em estudo, para o movimento harmônico da onda tem-se $U = \frac{2\pi}{T} H = \omega H$, com *T* e *w* correspondendo ao período e a frequência da onda, respectivamente. O número de Froude pode então ser apresentado da seguinte forma (Gibert, 1988):

$$F_r = \frac{U}{\sqrt{gH}} = \frac{\omega H}{\sqrt{gH}} \Rightarrow F_r^2 = \frac{\omega^2 H^2}{gH} \therefore F_r^2 = \frac{\omega^2 H}{g} \tag{14}$$

Logo, através da utilização das equações (4), (6), (12) e (14) a Tabela 1 e a Figura 2 são formadas. Os dados da Tabela 1 e a representação gráfica da Figura 2 mostram a evolução da parte real (δ) e da parte imaginária (β) em função do quadrado do número de Froude. O ponto de interseção das curvas no gráfico da Figura 2 está discriminado na Tabela 1. Este ponto não pode ser determinado analiticamente pelo processo convencional de um sistema de duas equações simultâneas.

3.1 Soluções assintóticas

Para a análise de situações extremas (limites) do número de Frou de ($F_r^2 = \frac{\omega^2 H}{g}$) nas equações transcendentais, define-se um novo

parâmetro ($\Im$) como: $\Im = \frac{1}{F_r^2}$. Observa-se que:
a) Para $\Im \ll 1$:
a.1) A Eq. 4 pode ser escrita como:

$$-(k_n H)tg(k_n H) = \frac{\omega^2 H}{g} = \frac{1}{\Im} \quad (15)$$

A Figura 3 representa o gráfico da equação transcendental correspondente à Eq. 15.
A partir do gráfico da Figura 3:

$$\Im \to 0 \quad \Rightarrow \frac{1}{\Im} \to \infty \quad \Rightarrow k_n H \cong (2n-1)\frac{\pi}{2}.$$

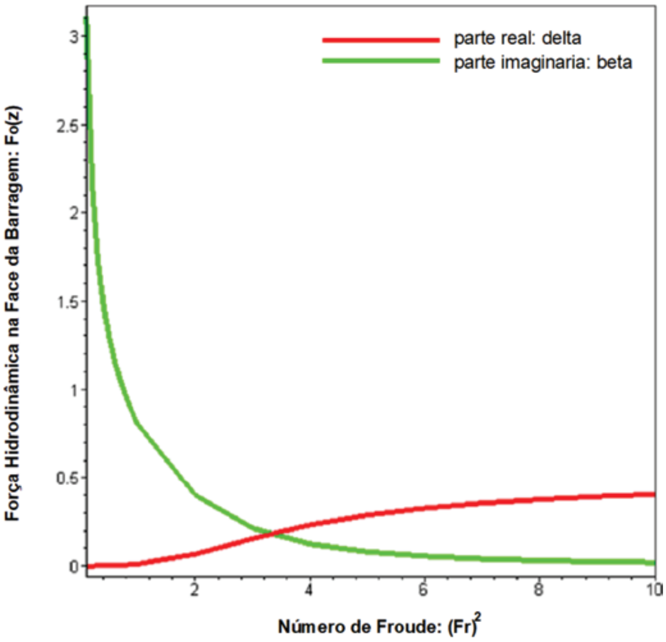

Figura 2
Parte real (conservativa) e imaginária (dissipativa) da força do fluido sobre a estrutura

Substituindo este argumento na parte real da Eq. 12, tem-se:

$$\delta \cong \frac{16}{\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^3} \therefore \delta \cong 0.5428.$$

A parte conservativa (δ) corresponde a um efeito de massa adicional (Gibert, 1988) que pode ser calculado impondo-se pressão nula na superfície livre como condição de contorno.
a.2) A Eq. 6 pode ser escrita como:

$$+(k_0 H)tgh(k_0 H) = \frac{\omega^2 H}{g} = \frac{1}{\Im} \quad (16)$$

A Figura 4 representa o gráfico da equação transcendental correspondente à Eq. 16.
A Eq. 16 pode ser escrita da seguinte forma: $(k_0 H)\Im = \frac{1}{tgh(k_0 H)}$;

$\Im$ é inversamente proporcional a tgh(k_0H), portanto para um $\Im$ mínimo, tgh(k_0H) terá seu valor máximo, que é igual a $\left(tgh(k_0 H)\right|_{máx} = 1)$, ver Figura 4, resultando em $(k_0 H) \cong \frac{1}{\Im}$.

Substituindo estes resultados assintóticos em β, encontra-se:

$$\beta \cong \frac{2}{\left(\frac{1}{\Im}\right)^2}\frac{(1)^2}{\left(\left(\frac{1}{\Im}\right)0^2 + 1\right)} = \frac{2}{\left(\frac{1}{\Im}\right)^2}1 \quad \therefore \beta \cong 2\Im^2,$$ neste caso, a

parte dissipativa (β) é pequena.
Em resumo, para $\Im \ll 1$ (regime rápido):

$$\begin{cases} k_n H \cong (2n-1)\frac{\pi}{2} \\ (k_0 H) \cong \frac{1}{\Im} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \delta \cong 0{,}5428 \\ \beta \cong 2\Im^2 \end{cases}$$

A fim de se verificar estes resultados, são apresentados na Tabela 2 valores numéricos para δ e β, calculados tanto pelas expressões exatas quanto pelas expressões assintóticas.

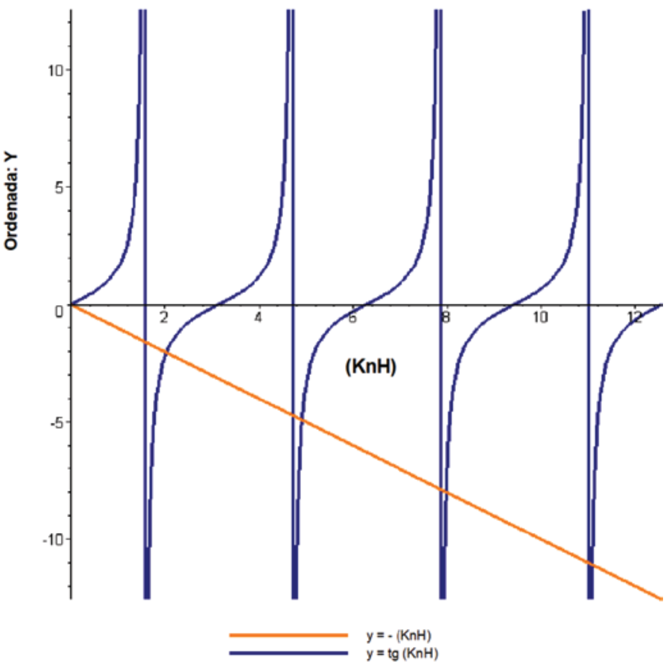

Figura 3
Gráfico da equação transcendental correspondente à equação 15

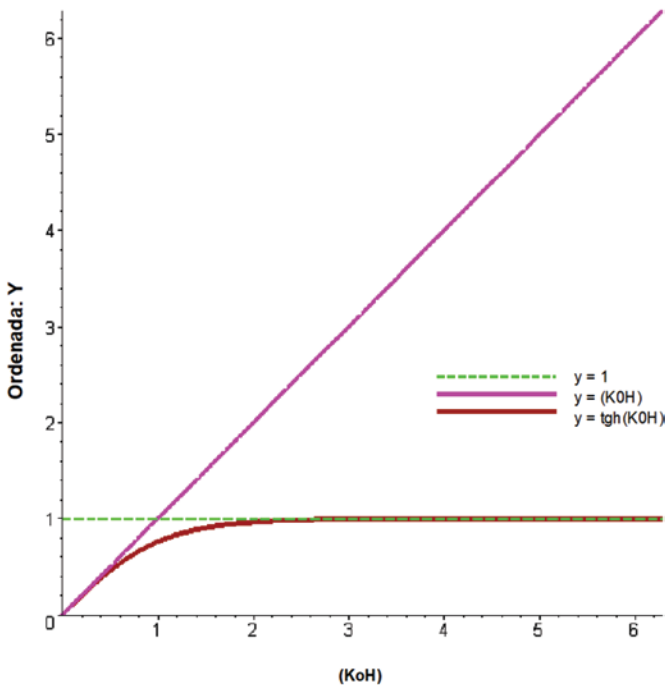

Figura 4
Gráfico da equação transcendental correspondente à equação 16

Observa-se que com o aumento do número de Froude o erro relativo percentual diminui, ou seja: as soluções assintóticas aproximam-se das soluções exatas. Os gráficos da Figura 5, correspondentes a Tabela 2, ilustram estas convergências.

b) Para $\Im$ » 1:

b.1) A partir do gráfico da Figura 3:

$$\Im \to \infty \quad \Rightarrow \frac{1}{\Im} \to 0 \quad \Rightarrow k_n H \cong n\pi - \frac{1}{\Im n\pi}.$$

Substituindo-se este argumento na parte real da Eq. 12, e usando as propriedades de adição de arcos da trigonometria:

$$\delta \cong \frac{1}{\Im^2}\frac{2}{\pi^5}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5} \quad \therefore \delta \cong 0.0068\,\frac{1}{\Im^2}.$$

b.2) Na Eq. 16, $\Im$ é inversamente proporcional a tgh(k_0H), portanto para um $\Im$ máximo, terá um valor pequeno e aproximadamente igual a seu próprio argumento tgh(k_0H) ≅ (k_0H), ver Figura 4.

Resulta então: $(k_0 H) \cong \frac{1}{\sqrt{\Im}}$. A parte imaginária da Eq. 12 pode ser apresentada da seguinte forma:

$$\beta \cong \frac{2}{\left(\frac{1}{\sqrt{\Im}}\right)^2}\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{\Im}}\right)^2}{\left(\left(\frac{1}{\sqrt{\Im}}\right)1^2 + \frac{1}{\sqrt{\Im}}\right)} = \frac{2}{\left(\frac{2}{\sqrt{\Im}}\right)} \quad \therefore \beta \cong \sqrt{\Im}.$$

Neste caso, o comportamento é singular porque a condição de superfície livre para $\Im$ » 1 é próxima daquela de um nodo de vazão, o fluido encontra-se então confinado entre duas superfícies horizontais quase fixas (Gibert, 1988).

Em resumo, para $\Im$ » 1 (regime lento):

$$\begin{cases} k_n H \cong n\pi - \dfrac{1}{\Im n\pi} \\ (k_0 H) \cong \dfrac{1}{\sqrt{\Im}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \delta \cong 0{,}0068\,\dfrac{1}{\Im^2} \\ \beta \cong \sqrt{\Im} \end{cases}$$

A fim de se verificar estes resultados, são apresentados na Tabela 3 valores numéricos para δ e β, calculados tanto pelas expressões exatas quanto pelas expressões assintóticas.

Observa-se que com a diminuição do número de Froude o erro relativo percentual diminui, ou seja, as soluções assintóticas aproximam-se das soluções exatas. Os gráficos da Figura 6 ilustram estas convergências.

São apresentados, a seguir, gráficos da magnitude e do ângulo de fase da força hidrodinâmica adimensional na face da barragem em função do número de Froude (Figura 7 e Figura 8). A magnitude e o ângulo de fase de uma função complexa, definidos a seguir, dependem da parte real e da parte imaginária da mesma. Conforme já visto anteriormente, têm-se para estes parâmetros os seguintes resultados:

1) Solução exata:

$$(\delta,\beta) = \left(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2sen^2(k_nH)}{(k_nH)^3\left(1+\dfrac{sen(2k_nH)}{2k_nH}\right)}, \frac{2senh^2(k_0H)}{(k_0H)^3\left(1+\dfrac{senh(2k_0H)}{2k_0H}\right)}\right)$$

2) Soluções assintóticas:

a) para números de Froude pequenos: $(\delta,\beta) \cong \left(0.0068F_r^2, \frac{1}{\sqrt{F_r}}\right)$

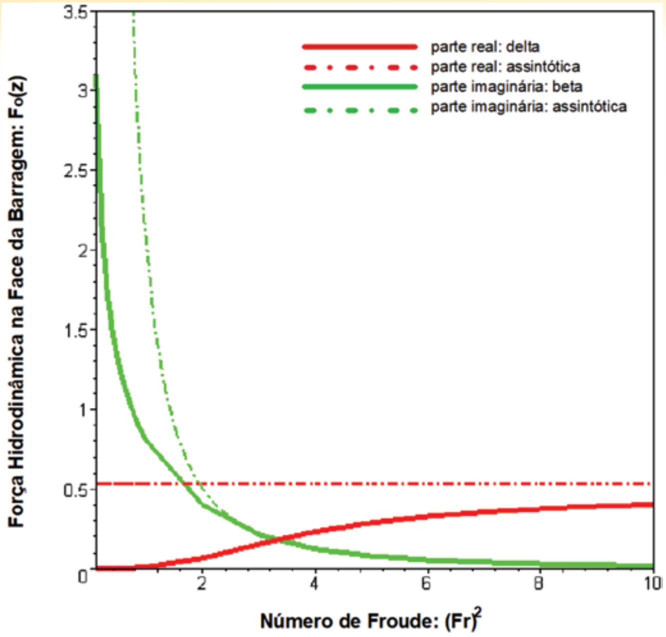

Figura 5
Curvas exatas e assintóticas ($\Im$ « 1) para parte real e imaginária da Tabela 2

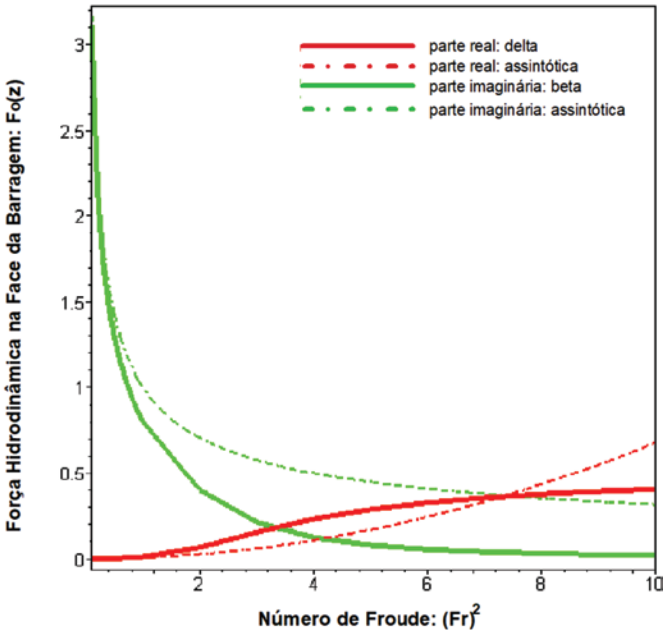

Figura 6
Curvas exatas e assintóticas ($\Im$ » 1) para parte real e imaginária da Tabela 3

Tabela 3
Valores numéricos para δ e β

$F_r^2 = \frac{\omega^2 H}{g}$	$\Im = \frac{1}{F_r^2}$	δ Exatos	δ Assintóticos	δ Erro relativo (%)	β Exatos	β Assintóticos	β Erro relativo (%)
1	1	0,0117	0,0068	42	0,8048	1,0000	24
0,2	5	0,0003	0,0003	0	2,1591	2,2361	3,57
0,1	10	0,0001	0,0001	0	3,1087	3,1623	1,72

b) para números de Froude grandes: $(\delta, \beta) \cong \left(0.54, \frac{2}{F_r^2}\right)$

A magnitude e o ângulo de fase de uma função complexa são definidos, respectivamente, como: $|r| = \sqrt{\delta^2 + \beta^2}$ e $\theta = arc\ tg\left(\frac{\beta}{\delta}\right)$.

Trabalhando-se com a solução exata e com as soluções assintóticas, os gráficos são gerados na Figura 7 e Figura 8.

4. Conclusões

A partir dos resultados obtidos neste estudo, alguns comentários e conclusões podem ser evidenciados:

1) A técnica de separação de variável, para a solução analítica da equação de Laplace proposta para a análise da pressão hidrodinâmica no campo dos números complexos e gerada devido à vibração da barragem na interface de um reservatório de domínio fluido semi-infinito, resulta em uma expressão exata para o campo de pressões hidrodinâmicas.
2) Através da pressão hidrodinâmica na forma complexa, encontrou-se a força exercida pelo fluido na face da barragem, obtendo-se os efeitos conservativos que traduzem os aspectos inerciais da interação barragem-reservatório, e os efeitos dissipativos que traduzem os aspectos de amortecimento (ondas de superfície livre) na interação barragem-reservatório.
3) Os efeitos conservativos e dissipativos do reservatório sobre a barragem, aumentam e diminuem respectivamente, com o crescimento do número de Froude.
4) O ponto de interseção das curvas no gráfico da Figura 2, corresponde ao número de Froude que torna a parte real (efeitos conservativos) igual à parte imaginária (efeitos dissipativos).
5) Para valores extremos do número de Froude, as soluções assintóticas podem ser facilmente empregadas para a determinação de parâmetros característicos que evidenciam os aspectos inerciais e de amortecimento do sistema barragem-reservatório.
6) A não reflexão no infinito das ondas de superfície livre, num meio fluido semi-infinito, incompressível e não viscoso, é responsável pela dissipação da energia do sistema, se a estrutura vibrante encontra-se "na vizinhança" da superfície livre.

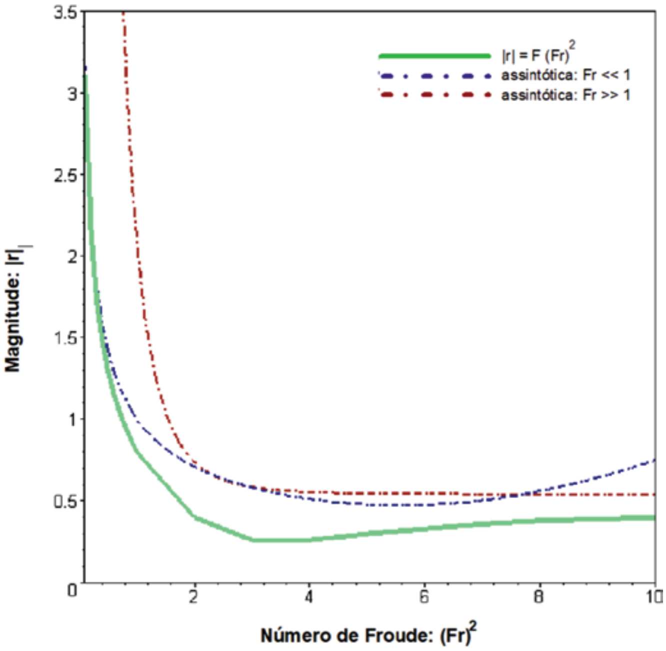

Figura 7
Magnitude da força hidrodinâmica adimensional na face da barragem

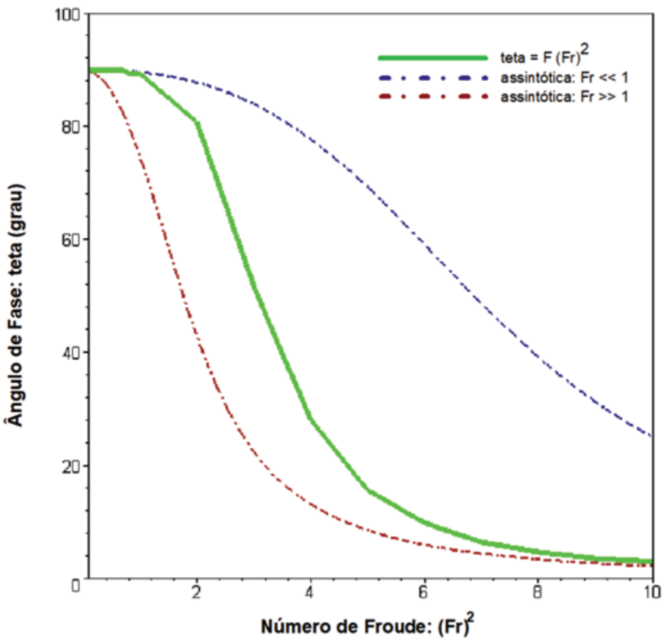

Figura 8
Ângulo de fase da força hidrodinâmica adimensional na face da barragem

5. Agradecimentos

Os autores agradecem à Universidade Federal de Brasília (UnB/PECC), à Universidade Federal do Pará (UFPa/FEC) e ao Conselho Nacional de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelos recursos financeiros (doações) recebidos para este trabalho.

6. Referências bibliográficas

[1] AYDIN, I. and DEMIREL, E. Hydrodynamic modeling of dam-reservoir response during earthquakes. Journal of engineering mechanics asce/february 167. 2012.

[2] AZEVEDO, J. P. S. Application of the boundary element method to two-dimensional nonlinear gravity wave problems, PhD. Thesis, Computational Mechanics Institute, Southampton, Inglaterra, 1991.

[3] BOUAANANI, N. and LU, F. Y. Assessment of potential-based fluid finite elements for seismic analysis of dam–reservoir systems. Computers and Structures 87: 206–224. 2009.

[4] CHAKRABARTI, P. and CHOPRA, A. K. Hydrodynamic effects in earthquake response of gravity dams. A.S.C.E., J. Struct. Div. 100, 121-1224, 1974.

[5] GIBERT, R. J. Virations des structures: interactions avec les fluides sources d'excitation aléatoires. Eyrolles, Paris, 1988.

[6] GOGOI, I. and MAITY, D. A non-reflecting boundary condition for the finite element modeling of infinite reservoir with layered sediment. Advances in Water Resources 29 1515–1527. 2006.

[7] KÜÇÜKARSLAN, S. 16th ASCE Engineering Mechanics Conference. July 16-18, University of Washington, Seattle. 2003.

[8] LAMB, H. Hydrodinamics, 6th Ed. Dover, New York. 1945.

[9] LI, S. M. Diagonalization procedure for scaled boundary finite element method in modeling semi-infinite reservoir with uniform cross-section. International journal for numerical methods in engineering. 80: 596–608. 2009.

[10] MENDES, N.B. A wave propagation study and application of the seismo in the coupled dynamical analysis arc dam-reservoir–foundation. (Doctoral thesis) (In Portuguese). Federal University of Brasilia (UnB/PECC), Brasília-DF-Brazil. 2018.

[11] PARRINELLO, F. and BORINO, G. Lagrangian finite element modelling of dam–fluid interaction: Accurate absorbing boundary conditions. Computers and Structures 85 932–943. 2007.

[12] PEDROSO, L. J. Alguns aspectos da interação fluido-estrutura em estruturas off-shore. Dissertação de Mestrado. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, pp. 338. 1982.

[13] SANCHO, F. E. P. Texto de apoio de hidráulica fluvial e marítima. III - Hidráulica dos escoamentos em canais de leito fixo. Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Ciência e Tecnologia, Universidade de Coimbra. 1982.

[14] SHARAN, S. K. Finite element analysis of unbounded and incompressible fluid domains. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 21, 1659-1669. 1985.

[15] SILVA, S. F. & PEDROSO, L. J. Interação barragem-reservatório no domínio infinito de fluido incompressível. Relatório Técnico de Pesquisa. RTP–UnB/ENC. Brasília. 2005.

[16] SILVA, S. F. Dynamic interaction dam-reservoir: analytical and numerical models. (Doctoral thesis) (In Portuguese). Federal University of Brasilia (UnB/PECC), Brasília-DF-Brazil. 2007.

[17] TRINDADE, P. I. C. Simulação da propagação de ondas em canais pelo método dos elementos de contorno. Dissertação de Mestrado. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro. 2003.

[18] WESTERGAARD, H. M. Water pressures on dams during earthquakes. Transactions A.S.C.E. 98, 418-472. 1933.