

# Considerations about the determination of $\gamma_z$ coefficient

## Considerações sobre a determinação do coeficiente $\gamma_z$

D. M. OLIVEIRA<sup>a</sup>  
danielle@demc.ufmg.br

N. A. SILVA<sup>b</sup>  
ney@dees.ufmg.br

C. F. BREMER<sup>c</sup>  
cynarafiedlerbremer@ufmg.br

H. INOUE<sup>d</sup>  
hisashi@ufs.edu.br

### Abstract

In this work, the  $\gamma_z$  coefficient, used to evaluate final second order effects in reinforced concrete structures, is studied. At the start, the influence of the structural model in determination of  $\gamma_z$  coefficient is evaluated. Next, a comparative analysis of  $\gamma_z$  and  $B_2$  coefficient, usually employed to evaluate second order effects in steel structures, is performed. In order to develop the study, several reinforced concrete buildings of medium height are analysed using ANSYS-9.0 [1] software. The results show that simplified analysis provide more conservative values of  $\gamma_z$ . It means that, for structures analysed by simplified models, large values of  $\gamma_z$  don't imply, necessarily, in significant second order effects. Furthermore, it was checked that  $\gamma_z$  can be determined from  $B_2$  coefficients of each storey of the structures and that, for all the analysed buildings, the average values of the  $B_2$  coefficients are similar to  $\gamma_z$ .

**Keywords:** reinforced concrete, structural model,  $\gamma_z$  Coefficient,  $B_2$  Coefficient.

### Resumo

Neste trabalho apresenta-se um estudo do coeficiente  $\gamma_z$ , empregado para indicar a necessidade ou não de se considerar os efeitos de segunda ordem globais na análise das estruturas de concreto armado. Inicialmente, procura-se avaliar a influência do modelo estrutural adotado no cálculo de  $\gamma_z$ . Em seguida, realiza-se uma análise comparativa do coeficiente  $\gamma_z$  e do coeficiente  $B_2$ , comumente empregado para avaliar os efeitos de segunda ordem em estruturas de aço. Para conduzir o estudo, diversos edifícios de médio porte de concreto armado são processados utilizando o programa computacional ANSYS-9.0 [1]. Os resultados obtidos permitem verificar que análises menos refinadas tendem a fornecer valores de  $\gamma_z$  mais conservadores. Isto significa que, para estruturas analisadas por meio de modelos simplificados, a obtenção de altos coeficientes  $\gamma_z$  não implica necessariamente em efeitos de segunda ordem significativos. Além disso, mostra-se que o  $\gamma_z$  pode ser calculado a partir dos coeficientes  $B_2$  determinados para cada pavimento das estruturas, e que, para todos os edifícios analisados, os valores médios dos coeficientes  $B_2$  apresentam boa proximidade em relação ao  $\gamma_z$ .

**Palavras-chave:** concreto armado, modelo estrutural, coeficiente  $\gamma_z$ , coeficiente  $B_2$ .

<sup>a</sup> Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia, Dept<sup>o</sup> de Engenharia de Materiais e Construção, danielle@demc.ufmg.br, Av. Antônio Carlos 6627, bl. 1, sala 3315, Pampulha, 31270-901, Belo Horizonte, MG, Brasil;

<sup>b</sup> Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia, Dept<sup>o</sup> de Engenharia de Estruturas, ney@dees.ufmg.br, Av. Antônio Carlos 6627, bl. 1, Pampulha, 31270-901, Belo Horizonte, MG, Brasil;

<sup>c</sup> Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Arquitetura, Dept<sup>o</sup> da Tecnologia da Arquitetura e do Urbanismo, cynarafiedlerbremer@ufmg.br, Rua Paraíba 697, Funcionários, 30130-140, Belo Horizonte, MG, Brasil;

<sup>d</sup> Universidade Federal de São João del-Rei, Campus Alto Paraopeba, Dept<sup>o</sup> Multidisciplinar de Tecnologia, Ciências Humanas e Sociais, hisashi@ufs.edu.br, Rod. MG 443, km 7, caixa postal 131, 36420-000, Ouro Branco, MG, Brasil.

## 1. Introdução

Atualmente tem se tornado comum a construção de estruturas mais econômicas e esbeltas, e edifícios mais elevados e arrojados.

Quanto mais alto e esbelto o edifício, maiores são as solicitações presentes, principalmente as decorrentes das ações laterais. Nestes casos, a análise da estabilidade e a avaliação dos efeitos de segunda ordem passam a assumir fundamental importância no projeto estrutural.

Os efeitos de segunda ordem surgem quando o estudo do equilíbrio da estrutura é efetuado considerando a configuração deformada. Dessa forma, as forças existentes interagem com os deslocamentos, produzindo esforços adicionais. Os esforços de segunda ordem introduzidos pelos deslocamentos horizontais dos nós da estrutura, quando sujeita a cargas verticais e horizontais, são denominados efeitos globais de segunda ordem.

Sabe-se que todas as estruturas são deslocáveis. Entretanto, em algumas estruturas, mais rígidas, os deslocamentos horizontais dos nós são pequenos e, conseqüentemente, os efeitos globais de segunda ordem têm pequena influência nos esforços totais, podendo então ser desprezados. Estas estruturas são denominadas estruturas de nós fixos. Nestes casos, as barras podem ser dimensionadas isoladamente, com suas extremidades vinculadas, onde são aplicados os esforços obtidos pela análise de primeira ordem. Por outro lado há estruturas mais flexíveis, cujos deslocamentos horizontais são significativos e, portanto, os efeitos globais de segunda ordem representam uma parcela importante dos esforços finais, não podendo ser desprezados. É o caso das estruturas de nós móveis, para as quais deve-se realizar uma análise de segunda ordem.

De acordo com a NBR 6118:2007 [2], se os efeitos globais de segunda ordem forem inferiores a 10% dos respectivos esforços de primeira ordem a estrutura pode ser classificada como de nós fixos. Caso contrário (efeitos globais de segunda ordem superiores a 10% dos de primeira ordem), a estrutura é classificada como de nós móveis.

A NBR 6118:2007 [2] também estabelece que a classificação das estruturas pode ser feita por meio de dois processos aproximados, o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e o coeficiente  $\gamma_z$ . Porém, o coeficiente  $\gamma_z$  vai além do parâmetro  $\alpha$ , uma vez que ele também pode ser utilizado para avaliar os esforços finais, que incluem os de segunda ordem, desde que seu valor não ultrapasse 1,3. Entretanto, é óbvio que, para que os efeitos de segunda ordem possam ser avaliados satisfatoriamente, é necessário que o coeficiente  $\gamma_z$  seja calculado com precisão.

Vale ressaltar que o coeficiente  $\gamma_z$  deve ser empregado em estruturas de concreto armado. Para avaliar os efeitos de segunda ordem em estruturas de aço, deve ser utilizado o coeficiente  $B_2$ . Este coeficiente, analogamente ao  $\gamma_z$ , também é capaz de fornecer uma estimativa dos esforços finais de uma estrutura, desde que seu valor não ultrapasse um determinado limite.

Dentro deste contexto, o presente trabalho pretende, inicialmente, verificar a influência do modelo estrutural adotado no cálculo do coeficiente  $\gamma_z$ . Assim, são determinados os valores de  $\gamma_z$  para dois edifícios de médio porte de concreto armado, considerando cinco modelos tridimensionais distintos, desenvolvidos utilizando o programa computacional ANSYS-9.0 [1]. Os resultados obtidos

permitem identificar quais modelos são mais adequados para a prática de projeto, e também aqueles cuja utilização pode se mostrar desvantajosa e anti-econômica.

Além disso, busca-se realizar um estudo comparativo dos coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$ . Para conduzir o estudo, inicialmente é desenvolvida uma expressão que relaciona estes parâmetros. Em seguida, são calculados os valores de  $\gamma_z$  e  $B_2$  para diversos edifícios de médio porte de concreto armado, utilizando o programa computacional ANSYS-9.0 [1].

## 2. Coeficiente $\gamma_z$

A NBR 6118:2007 [2] prescreve que o coeficiente  $\gamma_z$ , válido para estruturas reticuladas de no mínimo quatro pavimentos, pode ser determinado a partir de uma análise linear de primeira ordem, reduzindo-se a rigidez dos elementos estruturais, para considerar a não-linearidade física de forma aproximada.

Para cada combinação de carregamento, calcula-se o valor de  $\gamma_z$  por meio da seguinte expressão:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (1)$$

sendo:

-  $M_{1,tot,d}$  (momento de primeira ordem): soma dos momentos de todas as forças horizontais (com seus valores de cálculo) da combinação considerada, em relação à base da estrutura, ou seja, pode-se escrever:

$$M_{1,tot,d} = \sum (F_{hid} \cdot h_i) \quad (2)$$

sendo que  $F_{hid}$  é a força horizontal aplicada no pavimento  $i$  (com seu valor de cálculo) e  $h_i$  é a altura do pavimento  $i$ .

-  $\Delta M_{tot,d}$  (acréscimo de momentos após a análise de primeira ordem): soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura (com seus valores de cálculo), na combinação considerada, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação:

$$\Delta M_{tot,d} = \sum (P_{id} \cdot u_i) \quad (3)$$

sendo que  $P_{id}$  é a força vertical atuante no pavimento  $i$  (com seu valor de cálculo) e  $u_i$  é o deslocamento horizontal do pavimento  $i$ . Lembrando-se que os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados desde que não representem acréscimo superior a 10% dos respectivos esforços de primeira ordem, uma estrutura poderá ser classificada como de nós fixos se seu  $\gamma_z \leq 1,1$ .

A NBR 6118:2007 [2] estabelece que os esforços finais (primeira ordem + segunda ordem) podem ser avaliados a partir da "majoração adicional dos esforços horizontais da combinação de carregamento

mento considerada por  $0,95\gamma_z$ , desde que  $\gamma_z$  não ultrapasse 1,3. No entanto, segundo o Projeto de Revisão da NBR 6118:2000 [3], os valores finais dos esforços poderiam ser obtidos pela “multiplicação por  $0,95\gamma_z$  dos momentos de primeira ordem”, também com a condição de que  $\gamma_z \leq 1,3$ . Entende-se, portanto, que o  $\gamma_z$  deixou de ser o coeficiente majorador dos momentos de primeira ordem, e passou a ser o coeficiente majorador das ações horizontais. Segundo Franco & Vasconcelos [4], a utilização do  $\gamma_z$  como majorador dos momentos de primeira ordem fornece uma boa estimativa dos resultados da análise de segunda ordem; o método foi empregado com sucesso em edifícios altos com  $\gamma_z$  da ordem de 1,2 ou mais. Vasconcelos [5] acrescenta que este processo é válido mesmo para valores de  $\gamma_z$  inferiores a 1,10, casos nos quais as normas técnicas permitem não considerar os efeitos de segunda ordem. Ressalta-se ainda que, segundo Vasconcelos [6], o processo de avaliação dos efeitos de segunda ordem por meio da multiplicação dos momentos de primeira ordem por  $\gamma_z$  baseia-se na hipótese de que as sucessivas linhas elásticas produzidas pela ação da força vertical aplicada na estrutura com os nós deslocados se sucedem segundo uma progressão geométrica. De fato, verificou-se que, em numerosos casos, até o valor  $\gamma_z = 1,3$ , esta hipótese é válida com erro inferior a 5%. No entanto, há algumas situações particulares em que a hipótese formulada no desenvolvimento do método não se aplica, ou se aplica com maiores erros. Como exemplos destes casos excepcionais, Vasconcelos [6] cita: quando houver mudança brusca de inércias entre pavimentos (em especial entre o térreo e o primeiro andar), no caso de pés-direitos muito diferentes entre os pavimentos, casos de transição de pilares em vigas, quando existirem torções do pórtico espacial ou recalques não uniformes nas fundações, e outros. Oliveira [7] realizou uma avaliação da eficiência do coeficiente  $\gamma_z$  como majorador dos esforços de primeira ordem (não só dos momentos fletores, mas também das forças normais e cortantes) e como majorador das ações horizontais, para a obtenção dos esforços finais, que incluem os de segunda ordem. O estudo foi realizado para estruturas que apresentaram valores máximos de  $\gamma_z$  da ordem de 1,3, ou seja, para as quais, segundo a NBR 6118:2007 [2], o processo simplificado de avaliação dos esforços finais utilizando o coeficiente  $\gamma_z$  ainda é válido. Constatou-se que o coeficiente  $\gamma_z$  deve ser utilizado como majorador dos momentos de primeira ordem (e não das ações horizontais) para a obtenção dos momentos finais. No caso da força normal nos pilares e da força cortante nas vigas, a majoração pelo coeficiente  $\gamma_z$  não se faz necessária, uma vez que, para estes esforços, os valores obtidos em primeira e em segunda ordem são praticamente os mesmos.

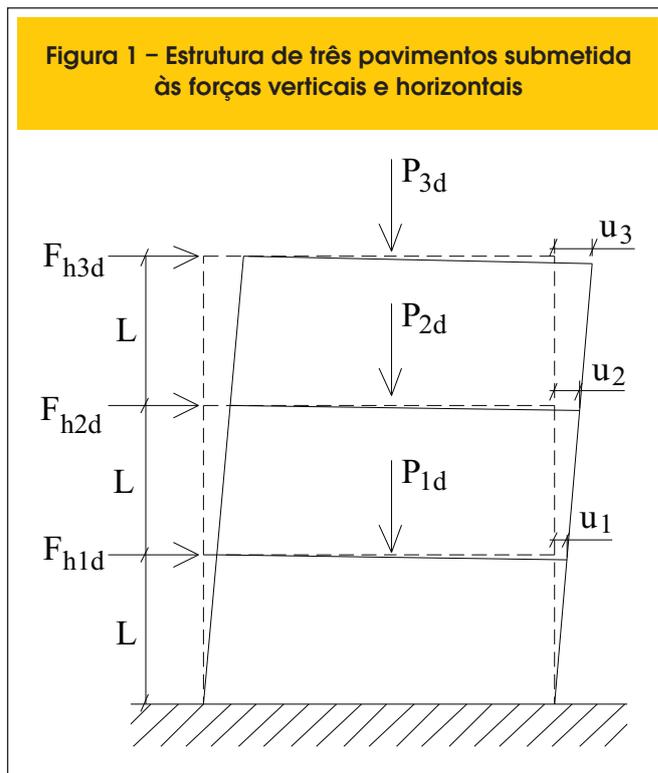
### 3. Coeficiente $B_2$

Para a avaliação dos efeitos de segunda ordem em estruturas de aço, o AISC/LRFD [8] adota o método aproximado de amplificação dos momentos de primeira ordem pelos fatores de majoração  $B_1$  e  $B_2$ . O momento fletor solicitante de segunda ordem,  $M_{Sd}$ , deve, então, ser determinado por meio da seguinte expressão:

$$M_{Sd} = B_1.M_{nt} + B_2.M_{1t} \tag{4}$$

sendo  $M_{nt}$  o momento fletor solicitante de cálculo, assumindo não existir deslocamento lateral na estrutura, e  $M_{1t}$  o momento fletor

Figura 1 – Estrutura de três pavimentos submetida às forças verticais e horizontais



solicitante de cálculo devido ao deslocamento lateral do pórtico; ambos  $M_{nt}$  e  $M_{1t}$  são obtidos por análises de primeira ordem. O coeficiente de amplificação  $B_1$  representa o efeito  $P-\delta$ , relacionado à instabilidade da barra, ou aos efeitos locais de segunda ordem;  $B_2$  considera o efeito  $P-\Delta$ , relacionado à instabilidade do pórtico, ou aos efeitos globais de segunda ordem. O coeficiente  $B_2$  pode ser calculado, para cada pavimento da estrutura, como:

$$B_2 = \frac{I}{I - \frac{\Delta_{oh}}{L} \sum N_{Sd}} \tag{5}$$

sendo  $\sum N_{Sd}$  o somatório das forças normais de compressão solicitantes de cálculo em todos os pilares e outros elementos resistentes a forças verticais do pavimento,  $\Delta_{oh}$  o deslocamento horizontal relativo,  $L$  o comprimento do pavimento e  $\sum H_{Sd}$  o somatório de todas as forças horizontais de cálculo no pavimento que produzem  $\Delta_{oh}$ . Segundo Silva [9], se em todos os pavimentos o coeficiente  $B_2$  não superar o valor de 1,1 a estrutura pode ser considerada pouco sensível a deslocamentos horizontais e, neste caso, os efeitos globais de segunda ordem podem ser desprezados. Quando o maior  $B_2$  estiver situado entre 1,1 e 1,4, o método aproximado  $B_1$ - $B_2$  pode ser utilizado para o cálculo do momento fletor, sendo os demais esforços (força normal e força cortante) obtidos diretamente da análise de primeira ordem. Finalmente, quando  $B_2 > 1,40$ , recomenda-se a realização de uma análise elástoplástica rigorosa de segunda ordem. Silva [9] ainda acrescenta que, caso  $1,1 < B_2 \leq 1,2$ , pode-se, alternativamente, calcular os mo-

mentos fletores com base em uma análise de primeira ordem realizada com os esforços horizontais majorados pelo maior  $B_2$ .

Nota-se então que, assim como o coeficiente  $\gamma_z$ , o coeficiente  $B_2$  constitui um "indicador" da importância dos efeitos globais de segunda ordem em uma estrutura. Dessa forma, no próximo item, busca-se obter uma expressão capaz de relacionar estes parâmetros.

#### 4. Relação entre os coeficientes $\gamma_z$ e $B_2$

A figura [1] mostra uma estrutura composta por três pavimentos de comprimentos iguais ( $L$ ). Nesta figura, estão também representadas as forças de cálculo verticais ( $P_{id}$ ) e horizontais ( $F_{hid}$ ) atuantes em cada pavimento  $i$ , juntamente com seus respectivos deslocamentos horizontais ( $u_i$ ).

Para o cálculo de  $\gamma_z$ , equação (1), é necessário determinar os valores de  $M_{1,tot,d}$  e  $\Delta M_{1,tot,d}$ . Pelas equações (2) e (3), tem-se, respectivamente:

$$M_{1,tot,d} = (F_{h1d} L + F_{h2d} 2L + F_{h3d} 3L) = F_{h1d} L + 2 F_{h2d} L + 3 F_{h3d} L \quad (6)$$

$$\Delta M_{1,tot,d} = P_{1d} u_1 + P_{2d} u_2 + P_{3d} u_3 \quad (7)$$

O coeficiente  $B_2$ , dado pela equação (5), apresenta valores diferenciados para cada pavimento da estrutura. Assim, denominando-se o coeficiente  $B_2$  do pavimento  $i$  de  $B_{2,i}$  e as parcelas ( $L \cdot \Sigma H_{sd}$ ) e ( $\Delta_{0i} \cdot \Sigma N_{sd}$ ) de  $M_i$  e  $\Delta M_i$ , respectivamente, obtém-se:

■ 1º pavimento:

$$M_1 = L \cdot (F_{h1d} + F_{h2d} + F_{h3d}) = F_{h1d} L + F_{h2d} L + F_{h3d} L \quad (8)$$

$$\Delta M_1 = (u_1 - 0) \cdot (P_{1d} + P_{2d} + P_{3d}) = P_{1d} u_1 + P_{2d} u_1 + P_{3d} u_1 \quad (9)$$

$$B_{2,1} = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_1}{M_1}} \Rightarrow B_{2,1} = \frac{1}{\frac{M_1 - \Delta M_1}{M_1}} \Rightarrow (M_1 - \Delta M_1) = \frac{M_1}{B_{2,1}} \quad (10)$$

■ 2º pavimento:

$$M_2 = L \cdot (F_{h2d} + F_{h3d}) = F_{h2d} L + F_{h3d} L \quad (11)$$

$$\Delta M_2 = (u_2 - u_1) \cdot (P_{2d} + P_{3d}) = P_{2d} u_2 + P_{3d} u_2 - P_{2d} u_1 - P_{3d} u_1 \quad (12)$$

$$B_{2,2} = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_2}{M_2}} \Rightarrow B_{2,2} = \frac{1}{\frac{M_2 - \Delta M_2}{M_2}} \Rightarrow (M_2 - \Delta M_2) = \frac{M_2}{B_{2,2}} \quad (13)$$

■ 3º pavimento:

$$M_3 = L \cdot (F_{h3d}) = F_{h3d} L \quad (14)$$

$$\Delta M_3 = (u_3 - u_2) \cdot (P_{3d}) = P_{3d} u_3 - P_{3d} u_2 \quad (15)$$

$$B_{2,3} = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_3}{M_3}} \Rightarrow B_{2,3} = \frac{1}{\frac{M_3 - \Delta M_3}{M_3}} \Rightarrow (M_3 - \Delta M_3) = \frac{M_3}{B_{2,3}} \quad (16)$$

Somando-se  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$ , equações (8), (11) e (14), e  $\Delta M_1$ ,  $\Delta M_2$  e  $\Delta M_3$ , equações (9), (12) e (15) resulta:

$$M_1 + M_2 + M_3 = F_{h1d} L + 2F_{h2d} L + 3F_{h3d} L \quad (17)$$

$$\Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 = P_{1d} u_1 + P_{2d} u_2 + P_{3d} u_3 \quad (18)$$

Comparando as equações (17) e (18) com as equações (6) e (7) pode-se escrever:

$$M_{1,tot,d} = M_1 + M_2 + M_3 \quad (19)$$

$$\Delta M_{1,tot,d} = \Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 \quad (20)$$

Substituindo as equações (19) e (20) na equação (1), o coeficiente  $\gamma_z$  fica definido como:

$$\gamma_z = \frac{I}{I - \frac{\Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3}{M_1 + M_2 + M_3}} = \frac{I}{(M_1 + M_2 + M_3) - (\Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3)} \quad (21)$$

$$\gamma_z = \frac{M_1 + M_2 + M_3}{(M_1 - \Delta M_1) + (M_2 - \Delta M_2) + (M_3 - \Delta M_3)}$$

Invertendo a equação (21) tem-se:

$$\frac{1}{\gamma_z} = \frac{(M_1 - \Delta M_1) + (M_2 - \Delta M_2) + (M_3 - \Delta M_3)}{M_1 + M_2 + M_3} \quad (22)$$

Substituindo as equações (10), (13), (16) e (19) na equação (22), obtém-se:

$$\frac{I}{\gamma_z} = \frac{\frac{M_1}{B_{2,1}} + \frac{M_2}{B_{2,2}} + \frac{M_3}{B_{2,3}}}{M_{1,tot,d}} \Rightarrow \frac{I}{\gamma_z} = \frac{M_1}{M_{1,tot,d} \cdot B_{2,1}} + \frac{M_2}{M_{1,tot,d} \cdot B_{2,2}} + \frac{M_3}{M_{1,tot,d} \cdot B_{2,3}} \quad (23)$$

Finalmente pode-se escrever a equação (23) como:

$$\frac{I}{\gamma_z} = \frac{c_1}{B_{2,1}} + \frac{c_2}{B_{2,2}} + \frac{c_3}{B_{2,3}} \quad (24)$$

sendo as constantes  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$  dadas respectivamente por:

$$c_1 = \frac{M_1}{M_{1,tot,d}} = \frac{F_{h1d} \cdot L + F_{h2d} \cdot L + F_{h3d} \cdot L}{F_{h1d} \cdot L + 2F_{h2d} \cdot L + 3F_{h3d} \cdot L} = \frac{F_{h1d} + F_{h2d} + F_{h3d}}{F_{h1d} + 2F_{h2d} + 3F_{h3d}} \quad (25)$$

$$c_2 = \frac{M_2}{M_{1,tot,d}} = \frac{F_{h2d} \cdot L + F_{h3d} \cdot L}{F_{h1d} \cdot L + 2F_{h2d} \cdot L + 3F_{h3d} \cdot L} = \frac{F_{h2d} + F_{h3d}}{F_{h1d} + 2F_{h2d} + 3F_{h3d}} \quad (26)$$

$$c_3 = \frac{M_3}{M_{1,tot,d}} = \frac{F_{h3d} \cdot L}{F_{h1d} \cdot L + 2F_{h2d} \cdot L + 3F_{h3d} \cdot L} = \frac{F_{h3d}}{F_{h1d} + 2F_{h2d} + 3F_{h3d}} \quad (27)$$

Logo, para uma estrutura composta por  $n$  pavimentos, o coeficiente  $\gamma_z$  pode ser calculado em função do coeficiente  $B_{2,i}$  como:

$$\frac{1}{\gamma_z} = \sum_{i=1}^n \frac{c_i}{B_{2,i}} \quad (28)$$

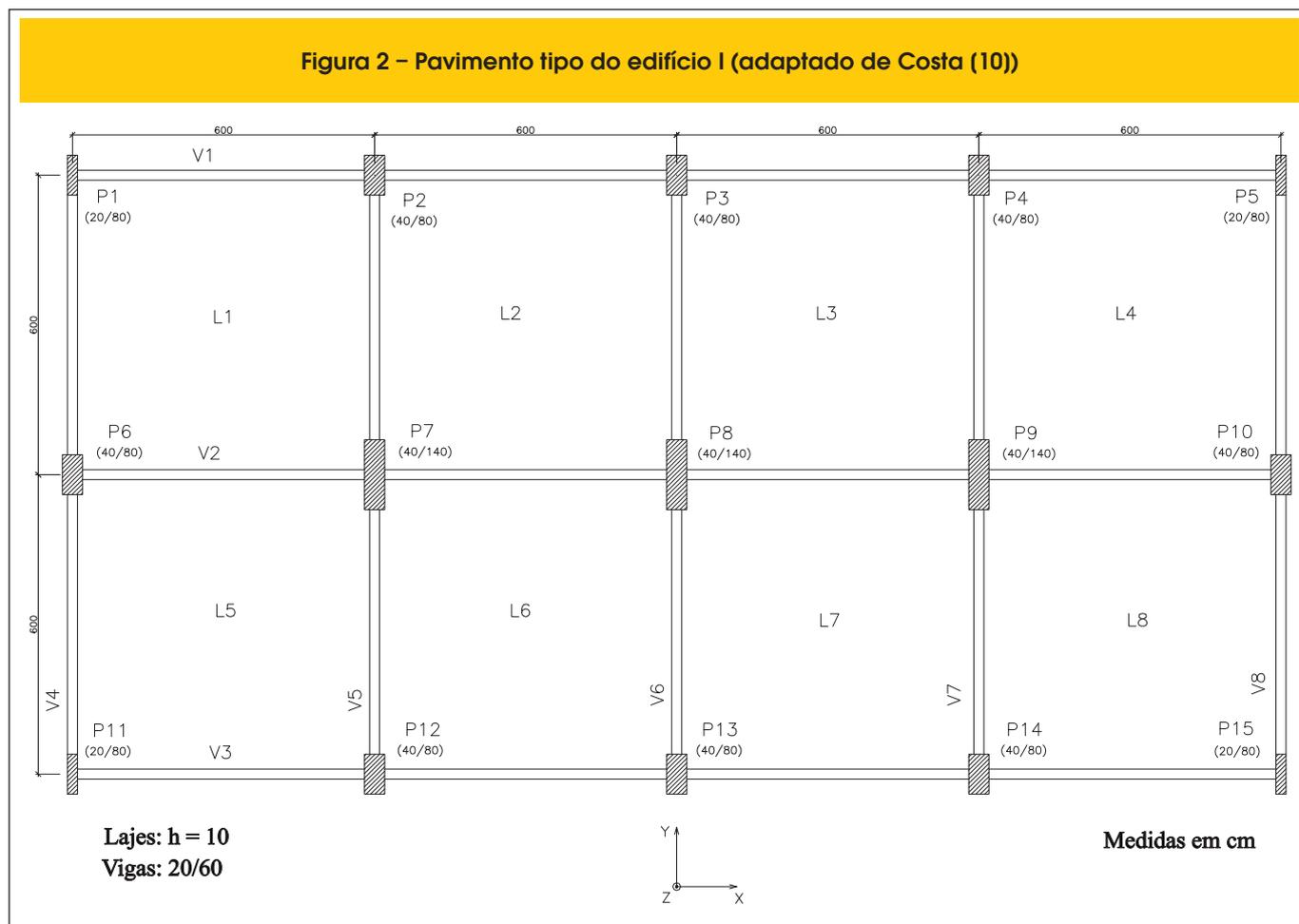
sendo

$$c_i = \frac{\sum_{j=i}^n F_{hjd}}{\sum_{j=1}^n j \cdot F_{hjd}} \quad (29)$$

## 5. Influência do modelo estrutural adotado no cálculo de $\gamma_z$

Como comentado anteriormente, a NBR 6118:2007 [2] estabelece que o coeficiente  $\gamma_z$  pode ser determinado a partir de uma análise em primeira ordem das estruturas. No entanto, esta análise pode ser realizada utilizando vários tipos de modelos estruturais. Por exemplo, um edifício pode ser modelado considerando as lajes como diafragmas rígidos ou representando-as por meio de elementos de casca. Além disso, a excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje pode ou não ser levada em conta. Dessa forma, para avaliar a possível influência do modelo estrutural no valor de  $\gamma_z$ , serão determinados os coeficientes  $\gamma_z$  para dois edifícios em concreto armado, considerando cinco modelos tridimensionais distintos, desenvolvidos utilizando o progra-

Figura 2 – Pavimento tipo do edifício I (adaptado de Costa (10))



ma computacional ANSYS-9.0 [1]. Os resultados destes modelos serão, então, analisados e comparados.

### 5.1 Edifícios e modelos analisados

O primeiro edifício analisado, mostrado na figura [2], é composto por dezesseis pavimentos (com pé-direito de 2,9 m) e apresenta simetria em ambas as direções X e Y. Adotou-se 20 MPa para a resistência característica do concreto à compressão e coeficiente de Poisson igual a 0,2.

O segundo edifício, representado na figura [3], é composto por dezoito pavimentos (com pé-direito de 2,55 m) e não possui qualquer simetria. O concreto apresenta resistência característica à compressão e coeficiente de Poisson iguais a 30 MPa e 0,2, respectivamente.

Cada edifício foi analisado utilizando cinco modelos tridimensionais distintos. No primeiro modelo os pilares e vigas são representados através de elementos de barra (definidos no ANSYS-9.0 [1] como “beam 4” e “beam 44”, respectivamente) e as lajes por meio de elementos de casca (denominados “shell 63”). Os elementos “beam 4” e “beam 44” apresentam seis graus de liberdade em cada nó: três translações e três rotações, nas direções X, Y e Z. O elemento “shell 63” possui quatro nós, cada nó apresentando seis graus de liberdade, os mesmos dos elementos de barra. O

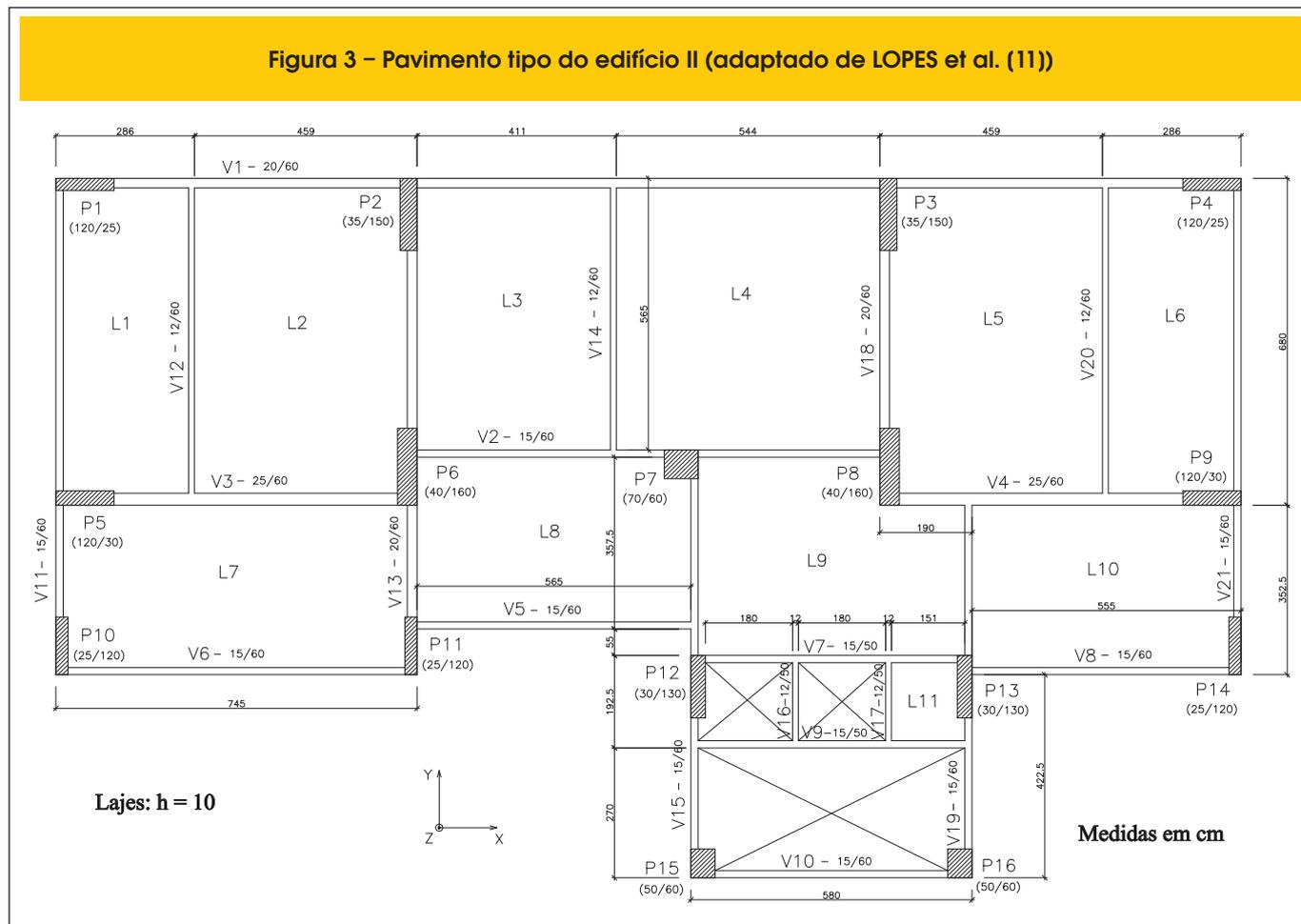
elemento “beam 44”, utilizado para representar as vigas, permite levar em conta a excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje. Assim, este modelo simula a situação real entre as lajes e as vigas, como apresentado na figura [4]. Vale comentar que a ligação entre as vigas e os pilares, quando seus eixos não coincidiram, foi realizada utilizando barras rígidas, conforme mostra a figura [5].

O segundo modelo difere do anterior apenas pela substituição do elemento “beam 44” pelo elemento “beam 4” para representar as vigas. Dessa forma, neste modelo o plano médio da laje coincide com o eixo da viga, figura [6], uma vez que o elemento “beam 4” não permite a consideração de excentricidades.

No terceiro modelo, os pilares e vigas são representados através do elemento “beam 4” e as lajes são tratadas como diafragmas rígidos, isto é, admite-se que elas têm rigidez infinita no próprio plano e rigidez nula transversalmente. No programa computacional ANSYS-9.0 [1], a hipótese de diafragma rígido é incorporada ao modelo através de um comando específico, que relaciona os graus de liberdade dos nós que compõem o plano da laje. Assim, define-se um nó “mestre”, correspondente ao ponto que representa todos os nós do pavimento. Os demais nós, denominados “escravos”, possuem os seus próprios graus de liberdade e aqueles representados pelo nó “mestre”.

Quarto modelo, como o anterior, é também constituído apenas por barras (representando os pilares e vigas através do elemento

Figura 3 – Pavimento tipo do edifício II (adaptado de LOPES et al. (11))



“beam 4”), porém sem considerar a hipótese de diafragma rígido. Finalmente, o último modelo difere do anterior apenas pela substituição do elemento “beam 4” pelo elemento “beam 44” para representar as vigas, possibilitando assim a consideração da excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje. Nota-se então que, nos modelos 3, 4 e 5, o sistema estrutural é constituído apenas por barras, uma vez que as lajes não são

Figura 4 – Modelo laje-viga utilizando o elemento “beam 44”

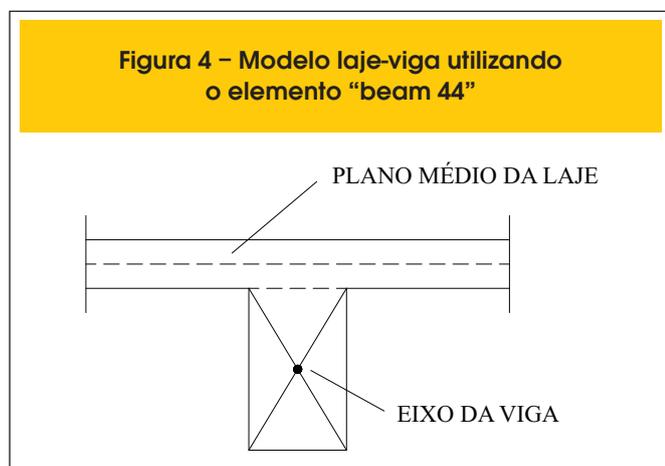
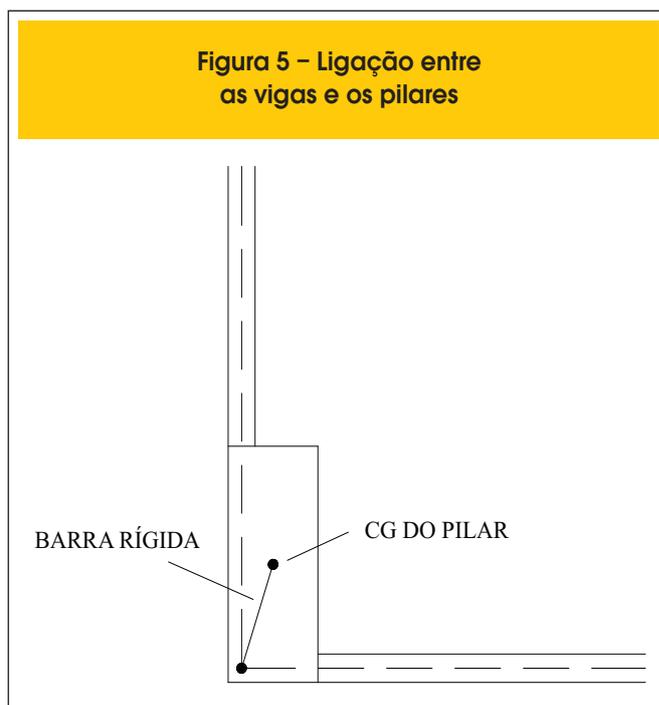
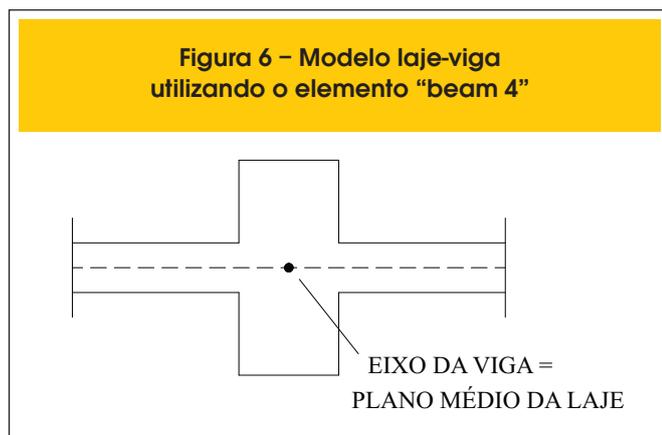


Figura 5 – Ligação entre as vigas e os pilares



**Figura 6 – Modelo laje-viga utilizando o elemento “beam 4”**



modeladas (diferentemente dos modelos 1 e 2, nos quais as lajes são representadas através de elementos de casca). Em todos os modelos, a rigidez à torção das vigas foi reduzida, reproduzindo o efeito da fissuração.

A tabela [1] resume as principais características dos modelos empregados.

## 5.2 Considerações de projeto

As ações atuantes nos edifícios dividem-se em dois grupos: as ações verticais e as ações horizontais.

As ações verticais são compostas pelas cargas permanentes e pela carga accidental ou sobrecarga. As cargas permanentes consideradas foram os pesos próprios das estruturas, as cargas de alvenaria e o revestimento das lajes. As cargas accidentais foram determinadas de acordo com as prescrições da NBR 6120:1980 [12].

As principais ações horizontais que devem ser levadas em conta no projeto estrutural são as forças devidas ao vento e as relativas às imperfeições geométricas (desaprumo). No entanto, de acordo com a NBR 6118:2007 [2], esses carregamentos não precisam ser superpostos, podendo ser considerado apenas o mais desfavorável (aquele que provoca o maior momento total na base da estrutura). Segundo Rodrigues Júnior [13], “para edifícios altos, assim como no caso da escolha da carga variável principal, é possível comprovar que, na grande maioria dos casos práticos, o vento corresponde à situação mais desfavorável”. Dessa forma, neste trabalho, o carregamento horizontal aplicado às estruturas foi o correspondente à ação do vento, considerado mais desfavorável que o desaprumo, tanto para a direção X quanto para a direção Y. Vale ressaltar que as forças de arrasto foram calculadas de acordo com as prescrições da NBR 6123:1988 [14].

Os coeficientes aplicados às ações, definidos a partir da combinação última normal que considera o vento como a ação variável principal, foram determinados segundo as recomendações da NBR 6118:2007 [2].

**Tabela 1 – Características principais dos modelos empregados**

Modelo	Elementos adotados	Representação das lajes	Consideração da excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje
1	“beam 4”, “beam 44” e “shell 63”	Elementos de casca	Sim
2	“beam 4” e “shell 63”	Elementos de casca	Não
3	“beam 4”	Diafragma rígido	Não
4	“beam 4”	-	Não
5	“beam 4” e “beam 44”	-	Sim

**Tabela 2 – Valores de  $\gamma_z$  obtidos para os edifícios I e II, considerando todos os modelos utilizados**

Modelo	Edifício I		Edifício II	
	Direção X	Direção Y	Direção X	Direção Y
1	1,09	1,06	1,20	1,08
2	1,18	1,14	1,31	1,15
3	1,19	1,14	1,32	1,16
4	1,19	1,14	1,32	1,16
5	1,19	1,14	1,32	1,16

Tabela 3 – Valores dos coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_z$ , nas direções X e Y, para o edifício I

Pavimento	Direção X		Direção Y	
	$\gamma_{z,x}$	$B_{2,i,x}$	$\gamma_{z,y}$	$B_{2,i,y}$
1º		1,13		1,05
2º		1,26		1,13
3º		1,28		1,18
4º		1,26		1,19
5º		1,24		1,20
6º		1,22		1,19
7º		1,20		1,18
8º		1,17		1,16
9º	1,19	1,15	1,14	1,15
10º		1,13		1,13
11º		1,11		1,12
12º		1,09		1,10
13º		1,07		1,08
14º		1,06		1,07
15º		1,04		1,06
16º		1,03		1,08

### 5.3 Resultados obtidos

O coeficiente  $\gamma_z$  foi calculado a partir da análise linear em primeira ordem das estruturas, para as cargas verticais agindo simultaneamente com as ações horizontais. Nesta análise considerou-se a não-linearidade física de forma simplificada, como estabelece a NBR 6118:2007 [2], reduzindo a rigidez dos elementos estruturais. Os valores de  $\gamma_z$  (nas direções X e Y) obtidos para ambos os edifícios e considerando todos os modelos utilizados estão apresentados na tabela [2].

Observa-se na tabela [2] que, com exceção do modelo 1, todos os modelos forneceram praticamente os mesmos valores de  $\gamma_z$ , tanto para o edifício I quanto para o edifício II. Portanto, a presença ou não de simetria não exerceu qualquer influência nos resultados obtidos. Além disso, os valores de  $\gamma_z$  calculados a partir do modelo 1, o mais sofisticado (pois é o único, dentre todos os modelos adotados, que considera, simultaneamente, a representação das lajes como elementos de casca e a excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje), são bastante inferiores aos dos demais modelos. Isto significa que análises mais simplificadas tendem a fornecer resultados mais conservadores. Dessa forma, pode-se afirmar que, para estruturas analisadas por meio de modelos simplificados, a obtenção de altos valores de  $\gamma_z$  não implica necessariamente em efeitos de segunda ordem significativos: considerando os resultados do modelo 1, o edifício I seria classificado como de nós fixos nas duas direções e o edifício II, na direção Y. No entanto, segundo os demais modelos, ambas as estruturas seriam classificadas como de nós móveis nas direções X e Y. Assim, sob este ponto de vista, a utilização de modelos menos refinados se mostra desvantajosa e anti-econômica, uma vez que pode resultar em efeitos de segunda ordem bastante relevantes, quando na realidade não devem ser.

É importante mencionar que, obviamente, quanto menor é o valor do coeficiente  $\gamma_z$ , mais rígida é a estrutura, o que é facilmente constatado pela análise da equação (1). Se os deslocamentos horizontais da estrutura forem bastante grandes, de forma que o acréscimo de momentos  $\Delta M_{tot,d}$  se torne aproximadamente igual ao momento  $M_{1,tot,d}$  ou seja,  $\Delta M_{tot,d}/M_{1,tot,d} \cong 1$ , o coeficiente  $\gamma_z$  tenderá ao infinito. Este seria o caso de uma estrutura infinitamente flexível. Por outro lado, para uma estrutura infinitamente rígida, isto é, que não se deslocasse sob a ação das cargas, a parcela  $\Delta M_{tot,d}$  seria nula, e, conseqüentemente, o coeficiente  $\gamma_z$  seria igual a 1. Com base nestas considerações, pode-se afirmar, observando os valores de  $\gamma_z$  apresentados na tabela [2], que os edifícios, se analisados utilizando o modelo 1, apresentam-se bem mais rígidos do que se analisados considerando os demais modelos. Além disso, verifica-se que este acréscimo considerável na rigidez é devido à representação das lajes como elementos de casca associada à consideração da excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje, não sendo suficiente levar em conta apenas um destes fatores, como pode ser constatado observando os resultados dos modelos 2 e 5. Assim, pelas tabelas [1] e [2], pode-se também afirmar que a representação das lajes por meio de elementos de casca (modelo 2) ou a consideração da hipótese de diafragma rígido (modelo 3) não contribuiriam, isoladamente, para o acréscimo na rigidez das estruturas, observado no modelo 1. Da mesma forma, a consideração da excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje no modelo de barras (modelo 5) não alterou os resultados anteriormente obtidos (modelo 4), indicando que a substituição do elemento “beam 4” pelo elemento “beam 44” para representar as vigas não mostrou-se vantajosa na ausência de lajes.

Finalmente, partindo-se do princípio que o modelo 1, o mais sofisticado e que envolve o maior trabalho computacional, geralmente

não é adotado pelo meio técnico, inclusive para o cálculo do coeficiente  $\gamma_z$ , e considerando que todos os outros modelos forneceram resultados praticamente idênticos, no próximo item deste trabalho os edifícios serão analisados utilizando o modelo 4, o mais simples. No entanto, vale comentar que, na prática de projeto, o modelo 1 deve ser preferencialmente utilizado, uma vez que representa com maior precisão o comportamento real da estrutura e fornece valores de  $\gamma_z$  bem inferiores aos obtidos pelos demais modelos, o que leva a uma maior economia e, em muitos casos, dispensa a realização de análises que considerem, de forma simplificada ou não, os efeitos de segunda ordem.

## 6. Estudo comparativo dos coeficientes $\gamma_z$ e $B_2$

Com o objetivo de realizar um estudo comparativo entre os coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$ , foram calculados os valores destes parâmetros para diversos edifícios de médio porte em concreto armado, incluindo aqueles que já foram objeto de estudo no item 5.

Os edifícios foram então processados em primeira ordem, utilizando modelos tridimensionais no programa computacional ANSYS-9.0 [1], sendo os pilares e vigas representados através do elemento "beam 4" (conforme o modelo 4, descrito no item anterior).

Como já mencionado, as ações atuantes nos edifícios dividem-se em dois grupos: as ações verticais (compostas pelas cargas permanentes e pela carga acidental ou sobrecarga) e as ações horizontais (correspondentes à ação do vento nas direções X e Y). Os coeficientes aplicados às ações, definidos a partir da combinação última normal que considera o vento como a ação variável principal, foram determinados segundo as recomendações da NBR 6118:2007 [2].

### 6.1 Resultados obtidos

Na tabela [3] estão apresentados os valores de  $\gamma_z$  (único para toda a estrutura) e de  $B_2$  (determinado para cada pavimento) obtidos para o primeiro edifício analisado ("edifício I"), nas direções X e Y. Observa-se na tabela [3] que, em diversos pavimentos do edifício I, o coeficiente  $B_2$  supera o valor de 1,1, tanto na direção X quanto na direção Y. Dessa forma, a estrutura pode ser considerada muito sensível a deslocamentos horizontais, e, neste caso, os efeitos globais de segunda ordem não podem ser desprezados. O coeficiente  $\gamma_z$  fornece uma classificação análoga, ou seja, considera a estrutura como de nós móveis em ambas as direções X e Y.

Vale lembrar que o coeficiente  $\gamma_z$  pode ser calculado a partir dos valores de  $B_2$ , utilizando a equação (28). Assim, basta determinar

Tabela 4 – Cálculo do coeficiente  $\gamma_z$ , a partir dos valores de  $B_2$ , na direção X, para o edifício I

Pavimento	$F_{hid,x}$ (kN)	$B_{2,i,x}$	$\sum_{j=1}^{n=16} F_{hjd,x}$ (kN)	$c_{i,x} = \frac{\sum_{j=1}^{n=16} F_{hjd,x}}{3164,13}$	$\frac{c_{i,x}}{B_{2,i,x}}$
1º	26,19	1,13	359,71	0,114	0,100
2º	17,46	1,26	333,52	0,105	0,084
3º	17,48	1,28	316,06	0,100	0,078
4º	18,24	1,26	298,58	0,094	0,075
5º	19,60	1,24	280,34	0,089	0,071
6º	20,79	1,22	260,73	0,082	0,068
7º	21,84	1,20	239,94	0,076	0,063
8º	22,80	1,17	218,10	0,069	0,059
9º	23,68	1,15	195,30	0,062	0,054
10º	24,49	1,13	171,62	0,054	0,048
11º	25,25	1,11	147,12	0,046	0,042
12º	25,97	1,09	121,87	0,039	0,035
13º	26,64	1,07	95,91	0,030	0,028
14º	27,28	1,06	69,26	0,022	0,021
15º	27,89	1,04	41,98	0,013	0,013
16º	14,09	1,03	14,09	0,004	0,004

$$\frac{1}{\gamma_{z,x}} = \sum_{i=1}^{n=16} \frac{c_{i,x}}{B_{2,i,x}} = 0,843$$

$$\gamma_{z,x} = 1,19$$

as constantes  $c_i$  para cada pavimento, dadas pela equação (29).

Nesta equação, a parcela  $\sum_{j=1}^n j \cdot F_{hjd}$  pode ser escrita como:

$$\sum_{j=1}^n j \cdot F_{hjd} = F_{h1d} + 2 \cdot F_{h2d} + 3 \cdot F_{h3d} + \dots + 16 \cdot F_{h16d} \quad (30)$$

Substituindo os valores de  $F_{hid}$  (forças de cálculo horizontais atuantes em cada pavimento da estrutura), dados nas tabelas [4] e [5], na equação (30), obtém-se:

Direção X:  $\sum_{j=1}^n j \cdot F_{hjd} = 3164,13kN$

Direção Y:  $\sum_{j=1}^n j \cdot F_{hjd} = 7985,94kN$

Ainda considerando a equação (29), a parcela  $\sum_{j=1}^n F_{hjd}$  deve ser calculada para cada pavimento da estrutura; os resultados obtidos estão apresentados nas tabelas [4] e [5], juntamente com todos

os dados necessários para a determinação das constantes  $c_i$  e do coeficiente  $\gamma_z$ , nas direções X e Y.

Verifica-se nas tabelas [4] e [5] que, como era esperado, os valores de  $\gamma_z$  calculados a partir dos coeficientes  $B_2$  coincidem com os anteriormente obtidos, apresentados na tabela [3].

A tabela [6] apresenta os valores dos parâmetros  $\gamma_z$  e  $B_2$  para outros edifícios analisados (cujas características podem ser encontradas em Oliveira [7]), juntamente com a classificação das estruturas, nas direções X e Y. Entretanto, no caso do coeficiente  $B_2$ , estão apresentados apenas os valores médio ( $B_{2,méd}$ ) e máximo ( $B_{2,máx}$ ) dos pavimentos. Ressalta-se que, segundo Silva [9], uma estrutura pode ser considerada pouco sensível a deslocamentos horizontais se, em todos os seus pavimentos, o coeficiente  $B_2$  não superar o valor de 1,1. Se  $B_2$  for maior que esse valor em pelo menos um pavimento, a estrutura será considerada muito sensível a deslocamentos horizontais. Dessa forma, a classificação dos edifícios é realizada analisando o valor de  $B_{2,máx}$  obtido.

Observa-se na tabela [6] que, em todos os casos, os coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$  forneceram a mesma classificação das estruturas. Além disso, os valores de  $\gamma_z$  e  $B_{2,méd}$  se mostraram extremamente próximos, sendo que a maior diferença, correspondente à direção X do edifício I, gira em torno de 3,4%. Vale comentar também que, na grande maioria dos casos,  $B_{2,méd}$  apresentou-se inferior a  $\gamma_z$ .

Tabela 5 - Cálculo do coeficiente  $\gamma_z$ , a partir dos valores de  $B_2$ , na direção Y, para o edifício I

Pavimento	$F_{hid,y}$ (kN)	$B_{2,i,y}$	$\sum_{j=1}^{n=16} F_{hjd,y}$ (kN)	$c_{i,y} = \frac{\sum_{j=1}^{n=16} F_{hjd,y}}{7985,94}$	$\frac{c_{i,y}}{B_{2,i,y}}$
1º	66,10	1,05	907,87	0,114	0,108
2º	44,07	1,13	841,77	0,105	0,093
3º	44,13	1,18	797,71	0,100	0,085
4º	46,04	1,19	753,58	0,094	0,079
5º	49,48	1,20	707,54	0,089	0,074
6º	52,47	1,19	658,06	0,082	0,069
7º	55,13	1,18	605,59	0,076	0,064
8º	57,55	1,16	550,45	0,069	0,059
9º	59,76	1,15	492,91	0,062	0,054
10º	61,82	1,13	433,14	0,054	0,048
11º	63,73	1,12	371,33	0,046	0,042
12º	65,54	1,10	307,59	0,039	0,035
13º	67,24	1,08	242,06	0,030	0,028
14º	68,85	1,07	174,82	0,022	0,020
15º	70,39	1,06	105,96	0,013	0,012
16º	35,57	1,08	35,57	0,004	0,004

$$\frac{1}{\gamma_{z,y}} = \sum_{i=1}^{n=16} \frac{c_{i,y}}{B_{2,i,y}} = 0,875$$

$$\gamma_{z,y} = 1,14$$

## 7. Considerações finais

Este trabalho procurou realizar um estudo do coeficiente  $\gamma_z$ , empregado para indicar a necessidade ou não de se considerar os efeitos de segunda ordem globais na análise das estruturas de concreto armado. Para conduzir o estudo, diversos edifícios de médio porte de concreto armado foram processados utilizando o programa computacional ANSYS-9.0 [1].

Inicialmente, avaliou-se a influência do modelo estrutural adotado no cálculo de  $\gamma_z$ . Com base nos estudos realizados, verificou-se que análises menos refinadas tendem a fornecer valores de  $\gamma_z$  mais conservadores. Isto significa que, para estruturas analisadas

por meio de modelos simplificados, a obtenção de altos valores de  $\gamma_z$  não implica necessariamente em efeitos de segunda ordem significativos. Sendo assim, cabe ao meio técnico, ao adotar modelos simplificados, estar ciente de que sua utilização pode, em muitos casos, se mostrar desvantajosa e anti-econômica, resultando em efeitos de segunda ordem bastante relevantes, quando na realidade não devem ser.

Na prática de projeto, modelos mais sofisticados (nos quais as lajes são representadas como elementos de casca e é considerada a excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje), embora envolvam maior trabalho computacional, deveriam ser preferencialmente utilizados, uma vez que representam com maior precisão o comportamento real das estruturas e fornecem

Tabela 6 – Valores obtidos para os coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$  e classificação das estruturas

Edifício	Direção	Parâmetro	Valor	Classificação
I	X	$\gamma_z$	1,19	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,15	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,28	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
	Y	$\gamma_z$	1,14	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,13	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,20	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
II	X	$\gamma_z$	1,32	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,29	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,47	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
	Y	$\gamma_z$	1,16	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,17	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,22	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
III	X	$\gamma_z$	1,06	Estrutura de nós fixos
		$B_{2,méd}$	1,05	Estrutura pouco sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,07	Estrutura pouco sensível a deslocamentos horizontais
	Y	$\gamma_z$	1,32	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,29	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,44	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
IV	X = Y	$\gamma_z$	1,30	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,26	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,45	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
	X	$\gamma_z$	1,17	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,15	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,23	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
V	Y	$\gamma_z$	1,28	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,28	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,35	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
	X	$\gamma_z$	1,27	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,25	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,40	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
VI	Y	$\gamma_z$	1,14	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,14	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,18	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais

valores de  $\gamma_z$  bem inferiores aos obtidos por modelos mais simplificados, o que leva a uma maior economia e, em muitos casos, dispensa a realização de análises que considerem, de forma aproximada ou não, os efeitos de segunda ordem.

Em seguida, realizou-se uma análise comparativa do coeficiente  $\gamma_z$  e do coeficiente  $B_2$ , comumente empregado para avaliar os efeitos de segunda ordem em estruturas de aço. Para conduzir o estudo, inicialmente foi desenvolvida uma equação que relaciona estes parâmetros. Posteriormente, foram calculados os valores de  $\gamma_z$  e  $B_2$ , para diversos edifícios de médio porte em concreto armado. A partir dos resultados obtidos, observou-se que os valores médios dos coeficientes  $B_2$  ( $B_{2,méd}$ ) apresentaram boa proximidade em relação ao  $\gamma_z$  e que, em todos os casos, os parâmetros  $\gamma_z$  e  $B_2$  forneceram a mesma classificação das estruturas.

No entanto, um importante aspecto merece ser destacado em relação ao coeficiente  $\gamma_z$ : ao contrário do coeficiente  $B_2$ , ele apresenta um valor único para toda a estrutura, embora, como constatado em diversos trabalhos (Carmo [15], Lima & Guarda [16] e Oliveira [17]), os efeitos de segunda ordem sofram variações ao longo da altura do edifício. Isto significa que, caso o coeficiente  $\gamma_z$  seja utilizado como majorador dos momentos de primeira ordem, como sugere Oliveira [7], os momentos finais poderiam ser subestimados em alguns pavimentos, e superestimados em outros.

Assim, uma melhor estimativa dos momentos finais poderia ser realizada utilizando ambos os coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$ , que é calculado para cada pavimento da estrutura e cujo valor médio se aproxima de  $\gamma_z$ . O majorador dos momentos de primeira ordem seria então, diferenciado para cada pavimento  $i$  da estrutura, e dado por  $(B_{2,i}/B_{2,méd}) \cdot \gamma_z$ . Embora neste trabalho não tenham sido realizados estudos mais específicos sobre o assunto, acredita-se que esta seja uma alternativa bastante lógica e racional para levar em conta a variação dos efeitos de segunda ordem com a altura dos pavimentos nos edifícios de concreto armado.

## 8. Referências bibliográficas

- [01] ANSYS, Inc. Theory Reference (Release 9.0), 2004.
- [02] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2007.
- [03] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de revisão da NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2000.
- [04] FRANCO, M.; VASCONCELOS, A.C. Practical assessment of second order effects in tall buildings. In: COLOQUIUM ON THE CEB-FIP MC90, Rio de Janeiro. *Proceedings*, p.307-323, 1991.
- [05] VASCONCELOS, A.C. Revisão da NB-1: O problema dos efeitos de 2ª ordem. *Jornal TQS News*, n.3, Out., p.10-11, 1996.
- [06] VASCONCELOS, A.C. Em que casos não se deve aplicar o processo simplificado do  $\gamma_z$  para determinação dos efeitos de 2ª ordem?. In: SIMPÓSIO DE ATUALIZAÇÃO SOBRE A NOVA NB-1, Belo Horizonte, 2002.
- [07] OLIVEIRA, D.M. Estudo dos processos aproximados utilizados para a consideração das não-linearidades física e geométrica na análise global das estruturas de concreto armado. Belo Horizonte. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, 2007.
- [08] AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION – AISC. Load and resistance factor design specification for structural steel buildings. Chicago, 1999.
- [09] SILVA, R.G.L. Avaliação dos efeitos de 2ª ordem em edifícios de aço utilizando métodos aproximados e análise rigorosa. Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, 2004.
- [10] COSTA, C.B. Considerações sobre alguns modelos clássicos para análise estrutural de edifícios de andares múltiplos sujeitos à ação de forças laterais. Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, 2003.
- [11] LOPES, F.A.F.; OLIVEIRA, R.A.; SILVA, I.M. Análises de edifícios altos considerando os pisos modelados como placa e como diafragma. In: XXX JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, Brasília. *Anais*, 2002.
- [12] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6120 – Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.
- [13] RODRIGUES JÚNIOR, S.J. Otimização de pilares de edifícios altos de concreto armado. Rio de Janeiro. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2005.
- [14] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6123 – Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.
- [15] CARMO, R.M.S. Efeitos de segunda ordem em edifícios usuais de concreto armado. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1995.
- [16] LIMA, J.S.; GUARDA, M.C.C. Comparação entre o parâmetro alfa e o coeficiente  $\gamma_z$  na análise da estabilidade global de edifícios altos. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 41., Salvador. *Anais*, 1999.
- [17] OLIVEIRA, D.M. Parâmetros de instabilidade global das estruturas de concreto armado segundo a nova NBR-6118. Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, 2002.