Comparação entre as equações de FAVAD e geral para avaliação da vazão perdida por meio de vazamentos em sistemas urbanos de distribuição de água

Comparison between FAVAD and general equations to evaluate the leakage lost flow in urban water distribution systems

Raul Francischini Boian¹ , Dhiogo Okumoto Macedo¹,
Paulo José Alves de Oliveira² , Johannes Gerson Janzen^{1*}

RESUMO

Este artigo modela um sistema de distribuição de água (SDA) real com um grande número de vazamentos para determinar se existe diferença entre a vazão perdida pelo SDA predita pela equação de FAVAD e pela equação geral. Foi estudado o efeito da área e da quantidade dos vazamentos não visíveis, da área dos vazamentos potencialmente detectáveis, da carga de pressão e do coeficiente de descarga sobre a vazão perdida do SDA usando planejamento fatorial. Os resultados mostram que os três fatores significativos em ordem decrescente são: a área de vazamentos potencialmente detectáveis, a interação entre a área de vazamentos potencialmente detectáveis e a carga de pressão e a área de vazamentos de fundo. A quantidade de vazamentos não visíveis e o coeficiente de descarga não influenciam a diferença entre a equação de FAVAD e a geral, nem como fator principal tampouco como interação com outros fatores.

Palavras-chave: EPANET; FAVAD; vazamentos; sistema de distribuição de água.

ABSTRACT

This paper models a real water distribution system (WDS) with a large number of leaks to determine if there is a difference between the flow lost by the WDS predicted by the FAVAD and the GENERAL equations. The effect of the area and the amount of non-visible/background leaks, the area of potentially detectable leaks, the pressure load and the discharge coefficient on the leakage flow rate in a WDS were studied using factorial design. The results show that the three significant factors in descending order are: the area of potentially detectable leaks, the interaction between the area of potentially detectable leaks and the head pressure and the area of background leaks. The amount of background leaks and the discharge coefficient do not influence the difference between the FAVAD and the GENERAL equations, neither as a main factor nor as an interaction with other factors.

Keywords: EPANET; FAVAD; leaks; water distribution system.

INTRODUÇÃO

A perda de grandes volumes de água tratada e bombeada por meio de vazamentos em sistemas de distribuição de água (SDA) é relevante para empresas de água, uma vez que ocasiona impactos ambientais, econômicos, operacionais e de reputação (ROMANO; KAPELAN; SAVIĆ, 2014; ARAÚJO et al., 2006; BERARDI; GIUSTOLISI, 2016). A vazão de água perdida através de um único vazamento, q , é descrita frequentemente pela Equação 1:

$$q = C_d A (2gh)^{0.5} \quad (1)$$

Em que:

h = carga de pressão;

C_d = coeficiente de descarga do vazamento;

A = área do vazamento;

g = aceleração da gravidade.

¹Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - Campo Grande (MS), Brasil.

²University of Cincinnati - Cincinnati (Ohio), Estados Unidos da América.

*Autor correspondente: johannesjanzen@gmail.com

Recebido: 24/05/2018 - Aceito: 18/09/2018 - Reg. ABES: 195402

Para aplicar a Equação 1 aos vazamentos em SDA reais, ela é usualmente reescrita de forma mais geral, conforme Equação 2 (ROSSMAN, 2000):

$$q = Ch^a \quad (2)$$

Em que:

q = vazão de água perdida através de um único vazamento;

C = coeficiente de vazamento;

h = carga de pressão;

a = um expoente de vazamento.

Resultados de laboratório têm mostrado que A não é constante (conforme as Equações 1 e 2 preconizam), mas varia com h . Considerando que A varia linearmente com h ($A = A_0 + mh$, em que A_0 é a área inicial sob pressão zero e m é a declividade entre h e A), a vazão através do vazamento é descrita pela Equação 3, de *Fixed and Variable Area Discharge* (FAVAD) (GREYVENSTEIN; VAN ZYL, 2007; VAN ZYL; CASSA, 2014):

$$q = C_d(2gh)^{0,5}(A_0h^{0,5} + mh^{1,5}) \quad (3)$$

Em que:

q = vazão de água perdida através de um único vazamento;

C_d = coeficiente de descarga do vazamento;

g = aceleração da gravidade;

A_0 = área inicial do vazamento;

h = carga de pressão;

m = declividade que relaciona carga de pressão-área do vazamento.

O primeiro termo da Equação 3 descreve a vazão através da área inicial do vazamento, enquanto o segundo termo, a vazão através da parte expandida do vazamento. Os *softwares* de modelagem de SDA (*e.g.*, EPANET) usualmente utilizam a Equação 2 para modelar a vazão através de vazamentos (calibrando C e/ou a para um distrito ou para o SDA) (ABE, 2014; CHEUNG *et al.*, 2009).

Considerando que a Equação 3 descreve realisticamente a vazão através de vazamentos, conforme apontam diferentes estudos na literatura (SCHWALLER; VAN ZYL, 2015; CASSA *et al.*, 2010; PILLER; VAN ZYL, 2014), neste estudo, ela foi utilizada para modelar a vazão real perdida por cada vazamento no SDA de Florianópolis. Posteriormente, a vazão perdida através de cada vazamento foi modelada usando a Equação 2 através da calibração de C e a . A perda de água através do SDA obtida pela modelagem da vazão usando a equação geral (Equação 2) e a equação de FAVAD (Equação 3) foi comparada, considerando o efeito principal e a interação dos fatores carga de pressão do SDA, o coeficiente de descarga médio do SDA, a área

dos vazamentos potencialmente detectáveis e a área e a quantidade de vazamentos não visíveis.

METODOLOGIA

A metodologia segue a de Macedo *et al.* (2018). O SDA usado nesta pesquisa foi o do bairro Barra da Lagoa, em Florianópolis (SC), Brasil, rente ao mar, o qual possui uma elevada variação de pressão (cerca de 30 a 35 metros coluna de água — mca). A rede é feita de policloreto de polivinila (PVC), com comprimento total de 30,7 km e 2.211 ligações e tubulações com diâmetros entre 50 e 200 mm.

Para investigar o efeito da área dos vazamentos não visíveis (A_{VNV}), da quantidade dos vazamentos não visíveis (N_{VNV}), da área dos vazamentos potencialmente detectáveis (A_{PD}), da carga de pressão (H) e do coeficiente de descarga (C_d) sobre a diferença entre a vazão prevista pelas Equações 2 e 3 (*Diff*), foi usado um planejamento fatorial 2^5 (Tabela 1). Para estimar os valores dos níveis baixos e altos de cada um desses fatores, foi seguido o procedimento apresentado por Schwaller e Van Zyl (2015).

Usualmente, os vazamentos não visíveis apresentam área pequena ($< 3,4 \text{ mm}^2$) e pouca vazão ($q < 250 \text{ L.h}^{-1}$), considerando uma carga de pressão de 50 mca (HAMILTON *et al.*, 2012). Os níveis, baixo e alto, do número de vazamentos não visíveis foram, respectivamente, 50 e 75, resultando em, aproximadamente, 1 vazamento a cada 600 m lineares de rede para o nível mínimo e 1 vazamento a cada 400 m para o nível máximo. A distribuição desses vazamentos foi realizada de forma aleatória, possuindo maior probabilidade de serem encontrados nos ramais e nas ligações de serviço (Figura 1). Mais detalhes da distribuição dos vazamentos não visíveis podem ser encontrados em Macedo (2016).

Os níveis baixo e alto de área total média de vazamentos não visíveis foi igual a 46 e 55 mm^2 , respectivamente. Para determinação da ordem de grandeza da área total dos vazamentos não visíveis, foi usada a fórmula proposta pela International Water Association (IWA) (LAMBERT, 2000) que diz que a vazão perdida por vazamentos não visíveis é igual a $20 \text{ L.h}^{-1}.\text{km}^{-1}$ em tubulações da rede mais $1,25 \text{ L.h}^{-1}.$ ligação de serviço $^{-1}$ (da rede para o consumidor) a uma pressão de 50 mca.

A área média individual dos vazamentos foi obtida por meio da relação $\text{área total} \cdot \text{quantidade de vazamentos}^{-1}$. A área dos vazamentos individuais seguiu uma distribuição normal com média igual a $\text{área total} \cdot \text{quantidade de vazamentos}^{-1}$ e coeficiente de variação de 25%.

Os vazamentos potencialmente detectáveis possuem área $\geq 3,4 \text{ mm}^2$ com vazão $q > 250 \text{ L.h}^{-1}$ para uma carga de pressão de 50 mca (HAMILTON *et al.*, 2012). Os níveis baixo e alto de área total de vazamentos potencialmente detectáveis foram iguais a 13,6 e 115,9 mm^2 , respectivamente. Para determinação da ordem de grandeza da área e da quantidade dos vazamentos potencialmente detectáveis, foram usadas as

fórmulas propostas pela IWA (LAMBERT, 2000). No nível baixo, os dois vazamentos potencialmente detectáveis foram alocados em linhas de serviço com área inicial igual a 6,8 mm². No alto, cinco vazamentos com área de 6,8 mm² foram alocados em linhas de serviço e 1 com área de 81,9 mm², na tubulação principal. Foram realizadas três séries distintas de modelagens (P1, P2 e P3), nas quais os vazamentos foram redistribuídos no SDA. O objetivo dessa redistribuição foi verificar se

a diferença entre a equação de FAVAD e a geral era meramente aleatória ou por causa da mudança no nível dos fatores.

Referente à pressão do sistema, esta foi definida e controlada pela altura d'água do reservatório. Inicialmente, procurou-se uma condição inicial do reservatório, visando evitar a ocorrência de pressões negativas nos nós, determinando, assim, o nível baixo, 40 mca. Tal condição sugere previamente a amplitude das pressões observadas na rede, na

Tabela 1 - Matriz de planejamento fatorial 2⁵, níveis das variáveis independentes e resposta observada.

Número da modelagem	A _{VNV} (mm ²)	N _{VNV}	A _{PD} (mm ²)	H _i (mca)	C _d	Dif - P1	Dif - P2	Dif - P3
1	55	75	115,9	80	0,575	8,338	8,77	7,97
2	55	75	13,6	80	0,725	1,884	1,776	1,65
3	46	75	13,6	80	0,575	1,314	1,244	1,143
4	55	75	115,9	40	0,575	4,075	4,168	3,94
5	46	75	13,6	40	0,725	1,111	1,056	1,088
6	46	75	13,6	80	0,725	1,65	1,534	1,587
7	55	75	115,9	40	0,725	5,137	5,233	5,076
8	55	75	13,6	40	0,575	1,011	1,087	0,999
9	55	75	13,6	80	0,575	1,501	1,405	1,453
10	55	75	13,6	40	0,725	1,269	1,313	1,186
11	46	75	115,9	80	0,725	10,398	10,71	9,967
12	46	75	115,9	40	0,575	3,796	4,094	3,83
13	46	75	13,6	40	0,575	0,885	0,824	0,844
14	55	75	115,9	80	0,725	10,447	10,896	10,172
15	46	75	115,9	80	0,575	7,81	8,123	7,804
16	46	75	115,9	40	0,725	5,061	5,105	4,937
17	55	50	115,9	80	0,575	7,959	7,969	7,34
18	55	50	13,6	80	0,725	1,851	1,871	1,856
19	46	50	13,6	80	0,575	1,307	1,23	1,236
20	55	50	115,9	40	0,575	3,886	4,374	3,818
21	46	50	13,6	40	0,725	1,113	1,019	1,0265
22	46	50	13,6	80	0,725	1,663	1,522	1,534
23	55	50	115,9	40	0,725	4,989	5,039	4,721
24	55	50	13,6	40	0,575	0,99	0,999	1,038
25	55	50	13,6	80	0,575	1,483	1,495	1,435
26	55	50	13,6	40	0,725	1,234	1,256	1,262
27	46	50	115,9	80	0,725	10,009	9,918	8,265
28	46	50	115,9	40	0,575	3,778	3,74	3,647
29	46	50	13,6	40	0,575	0,875	0,821	0,828
30	55	50	115,9	80	0,725	10,196	10,21	8,563
31	46	50	115,9	80	0,575	7,797	7,72	7,09
32	46	50	115,9	40	0,725	4,864	4,826	4,518

A_{VNV}, área dos vazamentos não visíveis; N_{VNV}, quantidade dos vazamentos não visíveis; A_{PD}, área dos vazamentos potencialmente detectáveis; H: carga de pressão; C_d, coeficiente de descarga; Dif: diferença entre a vazão predita pelas Equações 2 e 3.

qual apresenta uma variação em torno de 30 a 35 m entre os nós localizados nas cotas mais elevadas e inferiores. Para o nível alto de pressão, definiu-se 80 mca, visando obter uma pressão média elevada no sistema, dentro dos valores observados em diferentes países (SCHWALLER; VAN ZYL, 2015). Ao longo das simulações, a média da pressão dinâmica observada nos nós, com o nível d'água do reservatório a 80 mca, ficou em torno de 30 a 35 mca (atendendo ao disposto na norma brasileira — NBR — nº 12218 — ABNT, 1994).

O coeficiente de descarga C_d foi modelado usando uma distribuição normal. As médias dos coeficientes de descarga nos níveis baixo e alto foram, respectivamente, 0,575 e 0,725. Foi utilizado um coeficiente de variação de 5%.

O valor de m da Equação 3 foi modelado de acordo com a Equação 4, proposta por Schwaller e Van Zyl (2015):

$$m = 2 \cdot 10^6 \cdot A_0^{2,91} \quad (4)$$

Para as modelagens com a equação de FAVAD, o *software* EPANET foi modificado para calcular a vazão através de vazamentos seguindo a Equação 3. Uma vez obtidos os resultados da vazão perdida real através de um vazamento no SDA usando a Equação 3 (FAVAD) para diferentes cargas de pressão (entre 10 e 80 m), foi ajustada a Equação

2 (geral) a esses dados, de tal forma que se obtenham os valores de C e a . A Figura 2 exemplifica o procedimento para um vazamento com $C_d = 0,78$, $A_0 = 6,82 \cdot 10^{-6}$ e $m = 2,07 \cdot 10^{-9}$. Note que foi obtido um ótimo ajuste, com $C = 2,28 \cdot 10^{-5}$ e $a = 0,511$. Esses valores foram, então, utilizados para modelar a vazão perdida através desse vazamento usando a Equação 2.

Habitualmente, os valores de C e a não são obtidos para cada vazamento, mas para diferentes zonas de um SDA; portanto, o nosso artigo representa os melhores valores obtidos pela equação geral

Figura 2 – Dados de vazão em função da carga de pressão. Os pontos representam os valores obtidos pela Equação 3 e a linha, o ajuste de C e a para Equação 2. As características do vazamento são: $C_d = 0,78$, $A_0 = 6,82 \cdot 10^{-6}$ e $m = 2,07 \cdot 10^{-9}$.

Figura 1 – Modelo da rede de distribuição do bairro Barra da Lagoa em Florianópolis (SC).

quando comparados com a equação de FAVAD. Os valores de a variaram entre 0,50 e 1,03, estando compatíveis com valores encontrados em outros trabalhos (CLAYTON; VAN ZYL, 2007; FARLEY; TROW, 2003; THORNTON; LAMBERT, 2005).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 3 apresenta a diferença Dif em função do número da modelagem para as três séries de modelagens. Note que, para algumas

Figura 3 - Diferença entre a vazão predita pelas Equações 2 e 3 em função do número da modelagem para as três séries de modelagens.

combinações dos fatores, não faz diferença o uso da equação geral ou da de FAVAD na predição da vazão perdida através de vazamentos do SDA. Entretanto, principalmente quando a área dos vazamentos potencialmente detectáveis aumenta, a Dif pode atingir valores próximos a 15%.

O gráfico de Pareto dos efeitos padronizados na Figura 4 apresenta os efeitos principais e suas interações de todos os parâmetros sobre a Dif na ordem decrescente de importância. As barras que ultrapassam a linha vertical tracejada são os efeitos estatisticamente significativos ao nível de confiança de 95%. Em uma sequência decrescente de importância, os fatores significativos são a A_{PD} , a interação entre a A_{PD} e a carga de pressão (H_i) e a A_{VNV} .

As Figuras 5 e 6 mostram, respectivamente, os efeitos principais dos fatores e a interação entre eles. O efeito principal representa a mudança em Dif produzida por uma mudança no nível do fator, que é calculado pela diferença entre a média do fator nos seus níveis alto e baixo. O efeito da interação é quando o efeito de um fator depende do nível de outro. Por exemplo, a interação entre A_{PD} e H_i pode ser calculada pela diferença entre a média do efeito de A_{PD} no nível alto de H_i pela média do efeito de A_{PD} no nível baixo de H_i (MONTGOMERY; RUNGER, 2013).

A justificativa para o comportamento observado pode ser obtida por meio da substituição da Equação 4 na Equação 3 e a análise para qual A_0 o

Figura 4 - Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para significância $\alpha = 0,05$.

primeiro termo do parêntesis ou o segundo é dominante. Para cargas de pressão entre 10 e 80 m, q_1 é dominante quando A_0 for menor que 4,5 a 13,5 mm²; q_2 é dominante quando A_0 for maior que 560 a 1700 mm²; e q_1 e q_2 apresentam a mesma ordem de grandeza para A_0 igual a 50 a 150 mm².

Uma vez que a área dos vazamentos potencialmente detectáveis está entre 6,5 e 80 mm², então ou ambos os termos são relevantes ou o primeiro é dominante. Isso justifica a influência do efeito principal de A_{VNV} e da interação entre A_{VNV} e H_i sobre Dif . Apesar de os vazamentos

Figura 5 - Gráfico de efeitos principais para diferença entre a vazão predita pelas Equações 2 e 3.

Figura 6 - Gráfico de interação entre fatores para diferença entre a vazão predita pelas Equações 2 e 3.

não visíveis possuem área pequena (usualmente inferior a $3,4 \text{ mm}^2$), q_1 é dominante para os vazamentos individuais e as equações geral e de FAVAD apresentam resultados similares. Entretanto, para o sistema todo, a soma da área dos vazamentos não visíveis individuais é da ordem de 50 mm^2 e, por essa razão, a área total dos vazamentos não visíveis torna-se significante.

Em suma, a presença de vazamentos potencialmente detectáveis e não visíveis e a variação da pressão produzem diferença estatisticamente significativa entre as Equações 2 e 3 na vazão perdida através de vazamentos em sistemas urbanos de água. Ressalta-se, no entanto, que a diferença entre as duas equações tende a ser maior em estudos mais reais, nos quais a equação geral é utilizada, pois, no presente artigo, essa equação foi calibrada para cada vazamento, quando usualmente ela é calibrada por setores do SDA.

CONCLUSÃO

O presente trabalho modelou um SDA com vazamentos de Florianópolis (SC), para comparar os resultados da vazão perdida através de vazamentos pelas equações de FAVAD e geral. Os resultados mostram que a área dos vazamentos não visíveis e a dos vazamentos potencialmente detectáveis (como efeito principal) e a interação entre esta e a carga de pressão são estatisticamente significativos. O número de vazamentos não visíveis e o coeficiente de descarga não influenciam a diferença nos resultados entre a equação de FAVAD e a geral nem como fator principal nem como interação com outros fatores. Portanto, nos SDA onde a área dos vazamentos não visíveis, a área dos vazamentos potenciais detectáveis e a carga de pressão sejam relevantes, ainda que a equação geral seja calibrada para cada vazamento, ela não conseguirá prever corretamente a vazão perdida.

REFERÊNCIAS

- ABE, N. (2014) *Proposição de Calibração de Redes de Sistemas de Abastecimento de Água através de Método Híbrido*. São Paulo, Brasil. 116f. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de São Paulo, São Paulo.
- ARAÚJO, L.S.; RAMOS, H.; COELHO, S.T. (2006) Pressure control for leakage minimisation in water distribution systems management. *Water Resources Management*, v. 20, n. 1, p. 133-149. <https://doi.org/10.1007/s11269-006-4635-3>
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). (1994) *NBR 12218: Projeto de rede de distribuição de água para abastecimento público*. Rio de Janeiro: ABNT.
- BERARDI, L.; GIUSTOLISI, O. (2016) Special issue on the battle of background leakage assessment for water networks. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 142, n. 5. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)WR.1943-5452.0000667](https://doi.org/10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0000667)
- CASSA, A.M.; VAN ZYL, J.E.; LAUBSCHER, R.F. (2010). A numerical investigation into the effect of pressure on holes and cracks in water supply pipes. *Urban Water Journal*, v. 7, n. 2, p. 109-120. <https://doi.org/10.1080/15730620903447613>
- CHEUNG, P.B.; GUILHERME, V.; ABE, N.; PROPATO, M. (2009) Night flow analysis and modeling for leakage estimation in a water distribution system. In: INTERNATIONAL CONFEDERATION ON COMPUTING AND CONTROL IN THE WATER INDUSTRY, 10., 2009. *Anais...* Londres: Taylor & Francis Group. p. 509-513.
- CLAYTON, C.R.I.; VAN ZYL, J.E. (2007) The effect of pressure on leakage in water distribution systems. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers Water Management*, v. 160, n. 2, p. 109-114. <https://doi.org/10.1680/wama.2007.160.2.109>
- FARLEY, M.; TROW, S. (2003) *Losses in water distribution networks: A practitioner's guide to assessment, monitoring and control*. Londres: IWA Publishing.
- GREYVENSTEIN, B.; VAN ZYL, J.E. (2007) An experimental investigation into the pressure leakage relationship of some failed water pipes. *Aqua*, v. 56, n. 2, p. 117-124. <https://doi.org/10.2166/aqua.2007.065>
- HAMILTON, S.; KRYWYJ, D.; JONES, C. (2012) The problem of leakage detection on large diameter mains. In: PIPELINES 2012: INNOVATIONS IN DESIGN, CONSTRUCTION, OPERATIONS AND MAINTENANCE – Doing More with Less, 2012. *Proceedings...* Miami Beach (FL). p. 432-441. <https://doi.org/10.1061/9780784412480.040>
- LAMBERT, A. (2000) *What do we know about pressure: Leakage relationship in distribution system?* Londres: International Water Association.
- MACEDO, D.O. (2016) *Modelagem de vazamento em rede de distribuição de água considerando o comportamento elástico das fissuras*. Campo Grande, Brasil. 113f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande.
- MACEDO, D.O.; ALVEZ, P.; GONCALVES, F.V.; IDE, C.N.; JANZEN, J.G. (2018). Efeito de fatores geométricos e hidráulicos sobre a vazão perdida e o expoente de vazamento em sistema de distribuição de água. *Revista AIDIS de Ingeniería y Ciencias Ambientales*, v. 11, p. 238-250.
- MONTGOMERY, C.; RUNGER, G.C. (2013) *Applied Statistics and Probability for Engineers*. Nova York: Wiley & Sons.
- PILLER, O.; VAN ZYL, J.E. (2014) Incorporating the FAVAD Leakage Equation into Water Distribution System Analysis. In: CONFERENCE

ON WATER DISTRIBUTION SYSTEM ANALYSIS, 16., 2014. *Anais...* 613-617.

ROMANO, M.; KAPELAN, Z.; SAVIĆ, D.A. (2014) Evolutionary algorithm and expectation maximization strategies for improved detection of pipe bursts and other events in water distribution systems. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 140, n. 5, p. 572-584. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)WR.1943-5452.0000347](https://doi.org/10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0000347)

ROSSMAN, L. (2000) *EPANET 2 User's Manual*. Water Supply and Water Resources Division National Risk Management Research Laboratory Cincinnati, OH 45268. Cincinnati.

SCHWALLER, J.; VAN ZYL, J.E. (2015) Modeling the Pressure-Leakage Response of Water Distribution Systems Based on Individual Leak Behavior. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 141, n. 5. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000984](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000984)

THORNTON, J.; LAMBERT, A. (2005) Progress in practical prediction of pressure: Leakage, pressure: Burst frequency and pressure: Consumption relationships. In: IWA SPECIAL CONFERENCE LEAKAGE, 2005. *Anais...* p. 1-10.

VAN ZYL, J.E.; CASSA, A. M. (2014). Modeling Elastically Deforming Leaks in Water Distribution Pipe. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 140, n. 2, p. 182-189. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000813](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000813)