Un modelo exactamente soluble para los marcadores en partidos de voleibol

(An exactly soluble model for volleyball matches scores)

Diego Luis González¹

Departamento de Física, Universidad del Valle, Cali, Colombia

Recebido em 9/5/2012; Aceito em 30/1/2013; Publicado em 24/4/2012

Se desarrolla un modelo analítico simple para cuantificar la probabilidad P_S^A de que un equipo A gane un set dado al equipo B en un partido de voleibol. También se calcula la probabilidad P_M^A de que el equipo A gane el partido. Ambas probabilidades son funciones de un único parámetro p , el cual representa la probabilidad de que el equipo A marque un punto al equipo B en un rally. El modelo se interpreta en términos del bien conocido problema de la marcha aleatoria unidimensional, estableciendo conexiones entre las ecuaciones que describen ambos problemas. Se estudia además el impacto de la norma de finalización de los set con 25 puntos en la eficiencia del sistema de puntuación. Finalmente, a partir del modelo se determina la probabilidad de que el equipo masculino de voleibol de Colombia gane cuando se enfrenta a algunos de los mejores equipos sudamericanos.

Palabras-clave: voleibol, teoría de probabilidad, cadenas de Markov.

A simple analytical model to quantify the probability P_S^A that team A wins a given set to team B in a volleyball match is developed. The probability of victory of team A in a whole match P_M^A is also calculated. Both probabilities are functions of a single parameter p , which represents the probability that team A beats team B in a rally. The model is interpreted in the one-dimensional random walk picture, establishing connections among the equations which describe both models. The impact of the 25 points finalization rule on the efficiency of the score system is studied. Finally, by using the model, the probability of victory of the men's Colombian volleyball team when it faces some of the best teams of South America is calculated.

Keywords: volleyball, probability theory, Markov chains.

1. Introducción

Hay pocos artículos que han estudiado de manera formal el voleibol y la mayoría de ellos fueron desarrollados antes del cambio en el sistema de puntuación realizado en el año 1999, ver Refs. [1–5]. Debido a esto y tomando en cuenta que el voleibol ha evolucionado bastante rápido durante los últimos 10 años [6], es claro que, vale la pena desarrollar nuevos estudios acerca de este juego teniendo en cuenta sus reglas actuales. Algunos ejemplos de estudios recientes se presentan en Refs. [7, 8]. Estos trabajos están principalmente centrados en la cuantificación y relevancia de algunas habilidades requeridas en el juego tales como servicio, recepción, bloqueo, etc. Otro ejemplo está dado por Kovacs [9], en donde el impacto en el juego debido al cambio en el sistema de puntuación es estudiado.

El objetivo principal de este trabajo es cuantificar la probabilidad $P(m, n, p)$ de que un set dado en un partido de voleibol entre los equipos A y B termine con un

marcador (m, n) dado que en un rally el equipo A puede marcar un punto al equipo B con probabilidad p . Tal y como está planteado, el modelo usa la historia reciente de los partidos jugados por los equipos para calcular $P(m, n, p)$ en términos de un único parámetro p . El modelo está inspirado en estudios previos desarrollados para otros deportes que tienen un sistema de puntuación similar al del voleibol [10–12]. Aunque es posible desarrollar modelos complejos que tengan en cuenta los detalles finos del juego, en este trabajo nos limitaremos a un modelo simple que puede ser desarrollado y entendido usando herramientas básicas de probabilidad y mecánica estadística. En este espíritu, el modelo usa un mínimo de información de entrada lo cual permite el manejo de expresiones analíticas simples similares a las que se encuentran en la marcha aleatoria unidimensional. Debido a esto es posible establecer conexiones entre el modelo propuesto y la marcha aleatoria unidimensional.

Este artículo está organizado como sigue. En la

¹E-mail: diego.luis.gonzalez@correounivalle.edu.co.

sección II se desarrollan expresiones simples para algunas cantidades de interés tales como $P(m, n, p)$, las probabilidades $P_S^A(p)$ y $P_M^A(p)$ de que el equipo A gane un set y un partido, respectivamente, entre otras. En la sección III se interpreta el modelo en términos de marchas aleatorias unidimensionales. En la sección IV se presentan los resultados del modelo y se discute las consecuencias de la regla de 25/15 puntos para finalizar un set en la eficiencia del sistema de puntuación. En la sección V se estudian las posibilidades de victoria del equipo colombiano cuando se enfrenta a algunos de los mejores equipos de sudamérica. Finalmente en la sección VI se presentan las conclusiones.

2. El modelo

Para cumplir con nuestro objetivo, es necesario primero introducir las reglas que determinan los resultados de los partidos de voleibol. En este deporte, los partidos están compuestos por sets, el equipo que gana el juego es aquel que gana tres de cinco sets. La cantidad mínima de puntos que se requiere para ganar un set es 25. Si un equipo alcanza los 25 puntos con una diferencia igual o mayor a dos puntos sobre el otro equipo, entonces, dicho equipo gana el set. Es decir, un set termina cuando un equipo alcanza los 25 puntos mientras que su rival tiene 23 puntos o menos. Si un equipo alcanza los 25 puntos, pero la diferencia entre los marcadores es solo de un punto, entonces, el set continua hasta que la diferencia entre los marcadores sea de dos puntos. Sin embargo, las reglas del quinto set son un poco diferentes. En este caso el mínimo de puntos requerido para ganar el set es 15 en lugar de 25, todas las otras reglas siguen siendo válidas.

Cada punto se disputa en un “rally”, cada rally empieza con el servicio de uno de los dos equipos. El equipo que gana el rally marca un punto e inicia el siguiente rally sirviendo. Este procedimiento se repite hasta que el set termina. Para más información acerca de las reglas del juego consultar Ref. [13].

Gracias a su sistema de puntuación, es posible interpretar un partido de voleibol como cierta cantidad de repeticiones de un mismo experimento (rallies). Cada uno de estos experimentos tiene dos posibles resultados, el equipo A o B marca un punto. Siguiendo estas ideas es posible estimar la probabilidad p de que el equipo A gane un rally al equipo B a través del cociente $p \approx \frac{N_A}{N_T}$, en donde, N_A es el número de puntos que el equipo A ha marcado al equipo B durante N_T rallies. Es importante recalcar que p es una medida de la capacidad que tiene el equipo A de marcar un punto cuando enfrenta al equipo B . En consecuencia, $q = 1 - p$ es la probabilidad de que el equipo B gane un rally al equipo A . Esta es, por supuesto, una aproximación debido a que

la capacidad que tiene un equipo de ganar un rally es en general diferente si el equipo empieza el rally sirviendo o recibiendo [9]. Además p no es necesariamente una constante sino que varía a lo largo del partido dependiendo del estado anímico de los jugadores, de su estado físico, entre otros factores. Sin embargo, dado que deseamos usar un modelo simple que requiera la mínima cantidad de información de entrada vamos a evitar la descripción de los detalles finos de juego tales como la eficiencia en el servicio, bloqueo, remate, etc.

La probabilidad $P_{25}^A(25, n; p)$ de que un equipo A gane un set con un marcador de 25 puntos mientras que el equipo B marca simultáneamente n puntos con $23 \geq n \geq 0$, puede calcularse en términos de p y n . Suponiendo que los rallies son independientes entre si, $P_{25}^A(25, n; p)$ es proporcional a $p^{25}(1 - p)^n$. Tomando en cuenta que el último punto debe ser marcado por el equipo A , es fácil ver que este marcador puede obtenerse de $\frac{(24+n)!}{n! 24!}$ formas diferentes ². Por lo tanto, podemos escribir:

$$P_{25}^A(25, n; p) = B_{24, n} p^{25} (1 - p)^n, \quad (1)$$

donde $B_{24, n} = \frac{(24+n)!}{n! 24!}$ es el coeficiente binomial. Por simplicidad, en lo sucesivo escribiremos las ecuaciones en términos de p y q recordando que $q = 1 - p$. Un argumento similar puede hacerse para el caso en que el equipo B gana el set con 25 puntos. Entonces, la probabilidad $P_{25}(m, n; p)$ de que un set termine con 25 puntos sin importar si gana A o B está dada por:

$$\begin{aligned} P_{25}(m, n; p) &= B_{24, n} p^m q^n \delta_{m, 25} \Theta(m - n - 2) \\ &+ B_{24, m} p^m q^n \delta_{n, 25} \Theta(n - m - 2), \end{aligned} \quad (2)$$

donde $\delta_{m, n}$ es el delta de Kronecker y $\Theta(m)$ es la función paso unitario. El primer término en la Ec. (2) es la probabilidad de que el equipo A gane el set mientras que el segundo es la probabilidad de que gane B , en ambos casos bajo la condición de que el set termine con 25 puntos para el equipo ganador.

Si el equipo ganador obtiene la victoria con más de 25 puntos, la probabilidad de obtener un marcador (m, n) con $m - n = 2$ y $m \geq 26$ o $n - m = 2$ y $n \geq 26$ puede calcularse como se muestra a continuación. Supongamos que el equipo ganador obtiene m puntos mientras que el perdedor marca $n = m - 2$ puntos. Para ir más allá del umbral de los 25 puntos, se debe alcanzar el marcador $(24, 24)$. La probabilidad de encontrar este marcador es $B_{24, 24} (p(1 - p))^{24}$. Después de esto, ambos equipos deben obtener $m - 26$ puntos adicionales, la probabilidad de ir de $(24, 24)$ a $(m - 2, m - 2)$ manteniendo cuando más un punto de diferencia es $(2p(1 - p))^{m-26}$. El factor 2^{m-26} se encuentra fácilmente cuando se realiza el diagrama de árbol mostrado en la Fig. 1.

²Este es el número de configuraciones posibles de $24 + n$ objetos si hay 24 objetos de un tipo y n de otro.

Figura 1. Diagrama de árbol desde el rally 48 hasta el 54. Notese que para ir de (24,24) a (25,25) hay 2^1 caminos, de (24,24) a (26,26) hay 2^2 caminos, de (24,24) a (27,27) hay 2^3 caminos y así sucesivamente.

Finalmente, uno de los dos equipos debe marcar dos puntos consecutivos para obtener la victoria. La probabilidad $P_{>25}(m, n; p)$ de marcar estos dos puntos es p^2 para el equipo A y $(1-p)^2$ para el B . De esta forma, la probabilidad de que el set termine con más de 25 puntos para el equipo ganador sin importar si gana A o B está dada por

$$P_{>25}(m, n; p) = \frac{B_{24,24}}{2^{26}} (2^m p^m q^{m-2} \delta_{m,n+2} \Theta(m-26) + 2^n p^{n-2} q^n \delta_{n,m+2} \Theta(n-26)). \quad (3)$$

De nuevo, el primer término corresponde a la victoria del equipo A mientras que el segundo a la victoria del B . De las ecuaciones (2) y (3) es fácil encontrar la probabilidad $P(m, n; p)$ de que el marcador final en un set sea (m, n) dado que el equipo A puede ganar un rally al equipo B con probabilidad p . La probabilidad $P(m, n; p)$ puede ser escrita como

$$P(m, n; p) = P_{25}(m, n; p) + P_{>25}(m, n; p). \quad (4)$$

Sea $P^A(m; p)$ la probabilidad de que el equipo A termine el set marcando m puntos sin importar quien gane. Esta probabilidad se obtiene sumando sobre n en la Ec. (4), es decir

$$P^A(m; p) = \sum_{n=0}^{\infty} (P_{25}(m, n; p) + P_{>25}(m, n; p)). \quad (5)$$

Otra cantidad de interés es la probabilidad $P_S^A(p)$ de que el equipo A gane un set sin importar el número de puntos que marque B . Esta probabilidad se obtiene sumando sobre m y n en la Ec. (4) teniendo en cuenta solo los dos términos que representan la victoria de A .

En forma explícita tenemos

$$P_S^A(p) = \sum_{n,m=0}^{\infty} B_{24,n} p^m q^n \delta_{m,25} \Theta(m-n-2) + \frac{B_{24,24}}{2^{26} q^2} \sum_{n,m=0}^{\infty} 2^m p^m q^m \delta_{m,n+2} \Theta(m-26). \quad (6)$$

Simplificando la expresión anterior se encuentra

$$P_S^A(p) = \sum_{n=0}^{23} B_{24,n} p^{25} q^n + \frac{p^2 B_{24,24}}{2^{24}} \sum_{n=24}^{\infty} 2^n p^n q^n. \quad (7)$$

3. Relación con la marcha aleatoria unidimensional

Es bien sabido que la probabilidad, $Q(m, n; p)$, de dar m pasos a derecha y n a la izquierda en una marcha aleatoria unidimensional está dada por

$$Q(m, n; p) = B_{m,n} p^m (1-p)^n \quad (8)$$

con p y $1-p$ las probabilidades de dar un paso a la derecha y a la izquierda, respectivamente. Usualmente, la ecuación anterior se escribe en términos del número total de pasos $N = m + n$ y del desplazamiento neto $M = m - n$. De esta forma, la Ec. (8) se escribe como

$$Q(N, M; p) = B_{\frac{N-M}{2}, \frac{N+M}{2}} p^{\frac{N+M}{2}} (1-p)^{\frac{N-M}{2}}. \quad (9)$$

La probabilidad $P_{25}(m, n; p)$ de que el set finalice con 25 puntos sin importar quien gane corresponde a la probabilidad de tener una marcha aleatoria con un número total de pasos $48 \geq N \geq 25$ y con desplazamiento $25 \geq M \geq 2$ si A gana o $-2 \geq M \geq -25$ si B gana.

Nótese además que en esta representación, los desplazamientos positivos indican que A lleva la delantera en el marcador mientras que los negativos por el contrario indican que B va ganando. Además, es fácil ver que el hecho de que un set termine con 25 puntos implica $N + |M| = 50$. Es decir, el número de pasos más el valor absoluto del desplazamiento debe ser igual a 50. Hay sin embargo una restricción adicional, el último paso se debe dar a la derecha si $M > 0$ y a la izquierda en caso contrario. Esto significa que el equipo ganador es el encargado de marcar el último punto siempre. Teniendo en cuenta las condiciones anteriores, es posible escribir

$$P_{25}(m, n; p) = p \tilde{Q}_1 \delta_{N+M, 50} \Theta(M - 2) + q \tilde{Q}_2 \delta_{N-M, 50} \Theta(-M - 2) \quad (10)$$

con $\tilde{Q}_1 = Q(N-1, M-1; p)$ y $\tilde{Q}_2 = Q(N-1, M+1; p)$.

Por su parte, $P_{>25}(m, n; p)$, corresponde a la suma de todas las marchas aleatorias que tuvieron desplazamiento cero al cabo de 48 pasos, dando además pasos alternados a izquierda y derecha desde el paso 49 hasta el paso $N-2$, de tal forma que los dos últimos pasos se dan a la izquierda (B gana) o a la derecha (A gana). Teniendo en cuenta estas condiciones, podemos escribir

$$P_{>25}(m, n; p) = Q(48, 0; p) (2p(1-p))^{\frac{N-50}{2}} \times (p^2 \delta_{M, 2} + q^2 \delta_{M, -2}) \Theta(N - 50). \quad (11)$$

La Fig. 2-(a) muestra algunas trayectorias típicas en el espacio mn . Las trayectorias T_2 y T_3 representan la evolución típica de dos sets en los que el equipo A obtiene la victoria. Sin embargo, es importante notar que T_2 representa un set se extiende más allá de los 25 puntos y a lo largo de todo el set los marcadores de los dos equipos son cercanos. Por su parte, T_1 representa un set en el que A es derrotado fácilmente.

En la Fig. 2-(b) se representan las mismas trayectorias en el espacio MN . Es claro que en T_1 el equipo B domina el set mientras que en T_3 ocurre lo opuesto. La trayectoria T_2 se encuentra siempre muy cerca de la línea vertical $M = 0$ indicando que el set fue bastante disputado.

Cualquier resultado (m, n) puede interpretarse como una marcha aleatoria que cumple las condiciones mencionadas anteriormente.

4. Resultados del modelo

En la Fig. 3, podemos ver como se comporta $P^A(m; p)$ para diferentes valores de p . Para valores suficiente-

mente pequeños de p , $P^A(m; p)$ cambia suavemente con m tal y como se ve en la Fig. 3-(a). En este caso, los valores más probables de m son 7 y 8. Es fácil ver que para este valor de p , la probabilidad de que el equipo A marque 25 puntos es casi cero. Para valores intermedios de p , $P^A(m; p)$ tiene un máximo adicional localizado en $m = 25$ tal y como se ve en la Fig. 3-(b). A medida que el valor de p se incrementa, $P^A(25; p)$ se hace cada vez mayor dando lugar a una distribución con un máximo bastante pronunciado. De esta forma y como era de esperarse, para $p \rightarrow 1$ tenemos $P^A(25, p) \rightarrow 1$.

Figura 2. a) Trayectorias de las marchas aleatorias en el espacio mn y b) las mismas trayectorias en el espacio MN .

Figura 3. Comportamiento de $P^A(m; p)$ para diferentes valores de p . A medida que p se acerca a uno, $P^A(25; p) \rightarrow 1$.

Una medida de la dispersión de una distribución arbitraria $P(x_i)$ está dada por la entropía S_e . Por definición se tiene

$$S_e = - \sum_i P(x_i) \log(P(x_i)). \quad (12)$$

A partir de su definición es fácil ver que el valor mínimo de S_e da cuando $P(x_i) = \delta_{i,j}$ y es máximo cuando $P(x_i) = C$ para todo x_i . En otras palabras, S_e es mínima si la distribución está totalmente localizada en un valor específico de x_i y es máxima cuando la distribución es plana. La Fig. 4 muestra el comportamiento de S_e para la distribución $P^A(m; p)$ como función de p . Como era de esperarse $S_e = 0$ en $p = 0$ puesto que, en estas condiciones, el equipo A es incapaz de anotar ante el equipo B lo que implica $P^A(m, p) = \delta_{m,0}$. A medida que se incrementa el valor de p , S_e aumenta rápidamente hasta alcanzar su máximo cerca de $p = 0.4$. Para valores superiores de p , S_e decae rápidamente de tal forma que es casi cero para $p > 0.7$. Se puede concluir que para valores pequeños y grandes de p , $P^A(m; p)$ es una distribución aguda mientras que para valores de p cercanos a 0.4 la función alcanza su máxima dispersión de tal forma que la incertidumbre

en el número de puntos que marcaría A a B en un set es máxima.

Figura 4. Comportamiento de la entropía S_e para la distribución $P^A(m; p)$ como función de p .

En la Fig. 5-(a) se puede ver que la probabilidad $P_S^A(p)$ de que A gane un set si $p < 0.3$ es casi cero. Incluso para $p = 0.45$ esta probabilidad es bastante baja, aproximadamente 0.25. Para este último valor de p , el

marcador más probable para el equipo A es 19 puntos. Como se observa, el equipo A solo tiene una oportunidad tangible de derrotar al equipo B en un set si p esta alrededor o es mayor a 0.5.

Para todos los valores de p la probabilidad de ganar un set con un marcador superior a 25 puntos, $P_{>25}^A$, es pequeña en comparación con la probabilidad de ganar un set con 25 puntos, P_{25}^A , ver Fig. 5-(a). Esto explica por qué la mayoría de sets termina con 25 puntos para el equipo ganador. La probabilidad de que el set termine con más de 25 puntos para el equipo ganador sin importar que equipo gana puede calcularse de forma explícita y está dada por

$$\sum_{n=24}^{\infty} \sum_{m=24}^{\infty} P_{>25}(m, n; p) = B_{24,24} p^{24} (1-p)^{24}. \quad (13)$$

Figura 5. a) Probabilidad de victoria del equipo A en un set con $m = 25$, $m > 25$ o sin importar el marcador están representadas como funciones de p por medio de las líneas discontinua, punteada y continua respectivamente. Por su parte, en b) se comparan las probabilidades de que el equipo A gane un set con umbrales de 25 puntos y 15 puntos. Además se incluye la probabilidad $P_M^A(p)$ de ganar un partido completo.

El máximo de esta función está localizado en $p = \frac{1}{2}$. Este resultado es natural puesto que es más probable que el set se extienda cuando ambos equipos tienen capacidades similares, es decir, cuando $p \approx q$.

La probabilidad $P_M^A(p)$ de que el equipo A gane un partido está dada por

$$P_M^A(p) = P_S^A(p)^2 (P_S^A(p) + B_{2,1} P_S^A(p)(1 - P_S^A(p)) + B_{2,2} \tilde{P}_S^A(p)(1 - P_S^A(p))^2). \quad (14)$$

El primero, segundo y tercer termino en Ec. (14) corresponden a las probabilidades de ganar el partido con resultados (3, 0), (3, 1) y (3, 2), respectivamente. Note que $\tilde{P}_S^A(p)$ es la probabilidad de ganar el quinto set donde el umbral de victoria está en 15 puntos. Los coeficientes binomiales tienen en cuenta el número de formas que existen para alcanzar cada uno de estos resultados.

Un cálculo semejante al usado para determinar $P_S^A(p)$ conduce a

$$\tilde{P}_S^A(p) = \sum_{n=0}^{13} B_{14,n} p^{15} q^n + \frac{B_{14,14} p^2}{2^{14}} \sum_{n=14}^{\infty} 2^n p^n q^n. \quad (15)$$

El comportamiento de $P_M^A(p)$ es similar al de $P_S^A(p)$, ver Fig. 5-(b), sin embargo, la pendiente de $P_M^A(p)$ es mayor que la de $P_S^A(p)$ para $0.45 < p < 0.55$. Es importante notar que si $p < 1/2$, $\tilde{P}_S^A(p) > P_S^A(p)$. Esto implica que si el equipo B es superior a A , es decir si $p < q$, la probabilidad de que el equipo A gane un set a 15 puntos es mayor que la que tiene de ganar uno a 25.

Este resultado nos motiva a estudiar el comportamiento de $P_S^A(p)$ para diferentes umbrales de puntuación sc . Las reglas actuales usan $sc = 25$ para los primeros cuatro sets y $sc = 15$ para el quinto. En la Fig. 6 se muestra el comportamiento de $P_S^A(p)$ para diferentes valores de sc . Es claro que los sets con valores pequeños de sc favorecen al equipo menos apto puesto que en esos casos su probabilidad de ganar aumenta significativamente en comparación con aquellos casos en que sc es grande. Cuanto mayor es sc más selectivo se vuelve el sistema de puntuación del voleibol, es decir, a medida que sc aumenta la probabilidad de que gane el equipo menos apto disminuye. De esta forma, si $sc \rightarrow \infty$, $p_S^A(p) \rightarrow \Theta(p - 1/2)$ y A solo ganará si $p > q$.

Ahora nos centramos en el caso en que ambos equipos tiene capacidades similares. Bajo estas condiciones es posible escribir $p = \frac{1}{2} - \epsilon$ y $q = \frac{1}{2} + \epsilon$ con $\epsilon \ll 1$. En este régimen es posible hacer una expansión en la ecuación (6). Explícitamente, a primer orden tenemos

$$P_S^A(p) \approx \frac{1}{2} - 5.728 \epsilon. \quad (16)$$

Figura 6. $P_S^A(p)$ para diferentes valores de sc . A medida que sc aumenta el sistema de puntuación se hace más selectivo.

Realizando el mismo procedimiento en la ecuación (14), se encuentra

$$P_M^A(p) \approx \frac{1}{2} - 10.274 \epsilon. \quad (17)$$

En el caso particular de $\epsilon = 0.005$, se tiene $P_S^A = 0.471$ y $P_M^A = 0.449$. Entonces, a pesar de la pequeña diferencia entre las capacidades, $\frac{q-p}{p} \approx 2\%$, la diferencia entre las probabilidades $P_S^A(p)$ y $P_M^A(p)$ no es tan pequeña

$$\frac{P_S^B(p) - P_S^A(p)}{P_S^A(p)} \approx 12\%. \quad (18)$$

De la misma forma para $P_M^A(p)$ y $P_M^B(p)$

$$\frac{P_M^B(p) - P_M^A(p)}{P_M^A(p)} \approx 23\%. \quad (19)$$

Este resultado manifiesta nuevamente que el sistema de puntuación del voleibol es bastante selectivo dado que aún en los casos en los que ambos equipos tienen capacidades muy similares, la diferencia entre $P_M^A(p)$ y $P_M^B(p)$ no es despreciable.

5. ¿Qué tan cerca está el equipo masculino colombiano de los mejores de sudamérica?

Ahora se usa el modelo para cuantificar las posibilidades del equipo masculino colombiano de salir victorioso cuando se enfrenta a algunos de los mejores equipos de la región: Brasil, Argentina y Venezuela. La capacidad del equipo colombiano de marcar un punto a cada uno de estos equipos fue calculada a partir de los resultados de los partidos entre estos equipos durante los campeonatos sudamericanos de los años 2003, 2005 y 2007, ver Ref. [14]. Por ejemplo, en estos partidos el número total de puntos que el equipo colombiano le marcó al venezolano fue de 234. Por su parte, Venezuela marcó 260 puntos al equipo colombiano. Se concluye que, la probabilidad de que el equipo Colombiano le gane un rally al Venezolano es $p_{CV} = 9/19 \approx 0.474$. De la misma forma, las capacidades del equipo Colombiano de ganar un rally a sus homólogos brasileño y argentino son $p_{CB} = 166/391 \approx 0.425$ y $p_{CA} = 126/277 \approx 0.454$, respectivamente. Las probabilidades del equipo colombiano están calculadas en la Tabla 1. Es claro que, bajo este modelo, el equipo colombiano solo puede aspirar a ganar ocasionalmente un set al equipo venezolano. Contra este adversario, la probabilidad de victoria en un set de 15 puntos es aproximadamente 38% y en uno de 25 es de 35%. Derrotar a Brasil o Argentina en un set son eventos poco probables. Adicionalmente, la probabilidad de ganar un partido es muy baja en todos los casos. Por ejemplo, la probabilidad $P_M^A(p)$ de ganar un partido al equipo brasileño es de alrededor de 2% mientras la de derrotar al equipo venezolano es de 25%.

Tabla 1. Probabilidad de victoria del equipo colombiano cuando enfrenta a algunos de los mejores equipos sudamericanos.

Colombia vs.	P_{15}^A	$P_{>15}^A$	$\tilde{P}_S^A$	P_{25}^A	$P_{>25}^A$	P_S^A	P_M^A
Brazil	0.159	0.038	0.197	0.115	0.023	0.138	0.026
Argentina	0.251	0.055	0.306	0.219	0.039	0.258	0.123
Venezuela	0.319	0.064	0.384	0.305	0.048	0.353	0.249

6. Conclusiones

El modelo propuesto proporciona un método simple para cuantificar la probabilidad de que un equipo A derrote a un equipo B en un partido de voleibol. El modelo se describe en términos de ecuaciones simples que dependen de un solo parámetro p , el cual a su vez, puede determinarse a partir de los resultados de los partidos previos entre estos dos equipos. A pesar de su simplicidad, el modelo retiene algunas de las carac-

terísticas más importantes del juego. Por ejemplo, el modelo muestra que el sistema de puntuación del voleibol es selectivo. Un equipo tiene posibilidades tangibles de ganar solo cuando enfrenta a otro equipo con capacidades similares o inferiores a las suyas. Esto contrasta con el sistema de puntuación de otros deportes como el fútbol, en donde el resultado puede depender fuertemente de eventos impredecibles tales como errores arbitrales. El modelo también muestra que la probabilidad

de que un set termine a 25 puntos es mayor que la de que se extienda por encima de este umbral, incluso en el caso en que los dos equipos tienen capacidades similares $q \approx p$. Es posible desarrollar un modelo más sofisticado que tenga en cuenta los detalles finos del juego tales como las capacidades en servicio, bloqueo, recepción, etc. Sin embargo, esto lleva a ecuaciones complicadas que no pueden manejarse fácilmente haciendo necesario el uso de simulaciones numéricas. Adicionalmente, dada su simplicidad, este modelo sirve como herramienta pedagógica para los estudiantes de un curso introductorio de probabilidad o de mecánica estadística ya que puede describirse en términos de herramientas sencillas y puede interpretarse a través de otros modelos ampliamente difundidos como por ejemplo la marcha aleatoria unidimensional.

El modelo permite estimar las posibilidades de victoria de un equipo en un campeonato. En el caso particular del equipo masculino mayores de Colombia, se encuentra que, dadas las circunstancias, difícilmente alcanzará el podio en un sudamericano puesto que sus posibilidades ante equipos como el brasileño, argentino o venezolano son escasas.

7. Agradecimientos

El autor agradece los profesores Gabriel Téllez de la Universidad de los Andes y Jesús María Calero de la Universidad del Valle por sus valiosos comentarios y sugerencias acerca de este trabajo.

Referencias

- [1] P.E. Pfeifer and S.J. Deutsch, *Res. Q. Exerc. Sport* **52**, 330 (1981).
- [2] R. Rose, *Volleyball Technical Journal* **7**, 15 (1983).
- [3] D. Lirdla, *Volleyball Technical Journal* **5**, 31 (1980).
- [4] H. Eom and R. Schutz, *Res. Q. Exerc. Sport* **63**, 11 (1992).
- [5] J. Vojik, *Volleyball Technical Journal* **5**, 35 (1980).
- [6] Y. Laios and P. Kountouris, *International Journal of Performance Analysis in Sport* **5**, 1 (2005).
- [7] L.W. Florence, G.W. Fellingham, P.R. Vehrs and N.P. Mortensen, *Journal of Quantitative Analysis in Sports* **4**, 14 (2008).
- [8] E. Zetou, A. Moustakidis, N. Tsigilis and A. Komninkidou, *Journal of Quantitative Analysis in Sports* **3**, 3 (2007).
- [9] B. Kovacs, *Journal of Quantitative Analysis in Sports* **5**, 9 (2009).
- [10] K. Siegris, *J. Appl. Prob.* **27**, 807 (1989).
- [11] D. Strauss and B.C. Arnold, *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)* **36**, 163 (1987).
- [12] P.K. Newton and K. Aslam, *Journal of Quantitative Analysis in Sports* **5**, 7 (2009).
- [13] IJSA, *Volleyball. Official 2001-2002 United States Volleyball Rules* (USA Volleyball, Colorado Springs, 2002).
- [14] Confederación Sudamericana de Voleibol, <http://www.voleysur.org/> (2009).