Pesquisa em Ensino de Física

Utilizando analogias para a visualização de equipotenciais com uma planilha de dados

(Using analogies to visualize the equipotential lines with spread sheets)

A.C.F. Santos¹, L.N. Nunes

Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Recebido em 23/3/2012; Aceito em 27/1/2013; Publicado em 24/4/2013

É bem conhecido que os conceitos de campo e potencial elétricos oferecem dificuldades a muitos estudantes. Neste trabalho, utilizando a estratégia do ensino por analogias e uma planilha de dados, apresentamos uma proposta para ajudar aos alunos a visualizar e entender conceitualmente como o potencial elétrico se distribui no espaço a partir de uma dada condição de contorno. O material desenvolvido é de fácil integração à prática e às condições das escolas. Os exemplos que apresentaremos foram elaborados por alunos do nível médio da rede pública estadual do Estado do Rio de Janeiro no programa Jovens Talentos da Ciência da FAPERJ. Esta metodologia poderia também ser aplicada ao ensino de outros temas, como condução do calor.

Palavras-chave: eletrostática, analogia, potencial elétrico.

It is well known that the concepts of electric field and electrostatic potential present difficulties to many students. In this work, by adopting the strategy of teaching with analogies and spread sheets, we propose a way to help high-school students to visualize and conceptually understand how the electrostatic potential is distributed in space due to a given boundary condition. The methodology can be easily adopted in schools. The examples that we show were developed by high school students from the public system of Rio de Janeiro through the Jovens Talentos da Ciência program from FAPERJ. This methodology could also be applied to the teaching of other topics, such as heat conduction.

Keywords: electrostatics, analogy, electric potential.

1. Introdução

O problema fundamental da eletrostática é: dada uma distribuição de cargas no espaço, o que acontece com uma carga (carga de prova) em algum outro lugar no espaço? A solução clássica utiliza o conceito de campo, ou seja, afirmamos que o espaço ao redor de uma carga elétrica é permeado por um campo eletrostático – “o odor eletrostático”. A carga de prova, na presença deste campo, experimenta uma força; ou seja, o campo transmite a influência de uma carga para outra, ele media a interação.

Muito tem sido estudado sobre as dificuldades que os alunos apresentam sobre os conceitos de campo e potencial elétricos [1]. Vários são os fatores responsáveis por tal dificuldade. Os conceitos envolvidos em eletrostática são abstratos, a matemática também não é simples; o uso por grande parte dos livros textos do símbolo de igualdade ($\mathbf{E}=\mathbf{F}/q$) ao invés do símbolo de identidade ou definição ($\mathbf{E}\equiv\mathbf{F}/q$), enquanto introduzindo o conceito de campo elétrico tira a atenção do

fato de que a idéia por trás do conceito está no lado direito das equações acima, enquanto o lado esquerdo é simplesmente um nome para esta idéia. Isto precisa ser enfatizado diversas vezes [2]; os alunos fazem confusão entre as linhas de força, equipotenciais e trajetórias. Muitos alunos aprendem a manipular a fórmula sem entender o conceito que ela expressa. Uma maneira de contornar este problema é através do uso da analogia com o campo gravitacional $\mathbf{g}=\mathbf{P}/m$, ou seja, força gravitacional por unidade de massa [2].

A dificuldade acerca de coisas fundamentais, como carga elétrica, por exemplo, é que não há nada mais fundamental que possa ser utilizado para descrevê-las. Se tivermos que dar uma descrição detalhada sobre uma pessoa, é muito fácil. Podemos dar a sua altura aproximada, a cor da sua pele, seus olhos, cabelos, roupa, e assim por diante. Você assume que as pessoas sabem o que é altura de uma pessoa, cor de pele, etc... Porém é difícil descrever coisas mais simples, fundamentais. A dificuldade aumenta quando temos que descrever, por exemplo, o que é um elétron. Podemos dizer bas-

¹E-mail: toni@if.ufrj.br.

tante coisa a seu respeito, sua carga, sua massa, embora tenhamos problema em “visualizá-lo”, por exemplo, através de analogias clássicas. O máximo que podemos fazer é criar modelos dualistas sobre o seu comportamento, ora como onda, ora como partícula, para tentar descrever com o que o elétron se parece. Estas analogias são formadas por nossos valores. O conhecimento científico surge quando testamos estes modelos com experimentos. Então, coisas fundamentais como o elétron podem apenas ser descritas em termos de representações mentais, analogias, conceitos matemáticos. Isto ajuda bastante as pessoas a utilizarem de modo prático estas coisas que de fato não visualizamos; o fato de não podermos ver um elétron não impossibilitou sua utilização no rádio, televisão e muitos outros sistemas eletro-eletônicos.

Sabemos por experiência que coisas interessantes acontecem no espaço ao redor do que chamamos corpos eletricamente carregados, embora, assim como no caso do elétron, tenhamos problema em visualizar o que está ocorrendo. O padrão formado por limalhas de ferro ao redor de um ímã ou de serragem ao redor de um corpo eletrificado, levou Faraday a sugerir que o espaço ao redor de tais objetos é preenchido com linhas de força. Maxwell foi profundamente influenciado pela idéia do que ele chamou de campo eletromagnético: “Faraday ... viu linhas de força que atravessam todo o espaço onde os matemáticos enxergaram apenas centros de força de atração à distância; Faraday viu um meio onde eles não viram nada, a não ser a distância; Faraday procurou a origem dos fenômenos em ações reais acontecendo no meio, eles (os matemáticos) estavam satisfeitos que tinham encontrado a dependência com a distância. Quando eu traduzi o que considerava ser as idéias de Faraday em uma forma matemática, descobri que, em geral, os resultados dos dois métodos coincidiam ... mas que os métodos de Faraday lembravam aqueles em que começamos com o todo e chegamos às partes em análise, enquanto que os métodos comuns matemáticos foram fundados no princípio de começar pelas partes e construir o todo pela síntese” (tradução livre) [3].

A questão-foco que nos propomos a responder é: Como introduzir o conceito de linhas equipotenciais para alunos do ensino médio? Apresentamos um recurso didático adequado para uma escola que não tem laboratório didático de Física adequado, mas dispõe de um laboratório de informática.

No que tange o estudo de linhas de campo, um método experimental bastante conhecido e apresentado em diversos livros didáticos é o da cuba eletrostática [4], que é uma alternativa às medidas quantitativas de campos eletrostáticos que são bastante difíceis realizar em um laboratório de ensino. Além da exigência de equipamentos com altíssima impedância interna, como um voltímetro eletrostático. O experimento da cuba eletrostática baseia-se na analogia entre a distribuição de

correntes em um eletrólito com eletrodos a potenciais diferentes, onde em cada ponto do espaço entre os eletrodos a corrente terá a direção do campo local e a distribuição de campos eletrostáticos. Pontos de mesmo potencial eletrostático em relação aos eletrodos serão pontos de mesmo potencial no campo de correntes.

A grande maioria das escolas de nível médio, em particular as da rede pública, não está equipada com laboratório de física. No entanto, o número de escolas equipadas com laboratórios de informática é crescente. A utilização de planilha de dados no ensino de ciências, incluindo física não é novidade. Dentre suas características, podemos destacar o processamento rápido dos resultados e a grande acessibilidade aos resultados [5]. A planilha EXCEL para uso em ambiente Windows satisfaz estes requisitos. Neste trabalho, descrevemos algumas aplicações no estudo da eletrostática. A novidade reside na utilização da escala de cores, possível a partir da versão 2007 do programa.

2. A estratégia do ensino por analogias

Uma analogia é uma comparação baseada em similaridades entre estruturas de dois domínios de conhecimento diferentes, um conhecido e outro desconhecido [6],[7],[8]. Analogia pode ser encarada como um mapeamento M ($M: B \rightarrow A$) de um domínio base B (por exemplo o campo gravitacional) a um domínio alvo, A (por exemplo o campo elétrico), denominado como mapeamento de estrutura (*structure-mapping*) [9], conforme ilustrado na Fig. 1. Assim, utilizar uma analogia é realizar um mapeamento de uma estrutura conceitual a outra. Neste mapeamento, é suposto que os alunos possuem um conhecimento satisfatório sobre o domínio base B e pouco ou nenhum conhecimento sobre o domínio alvo A . Finalmente supõe-se que os alunos aceitem a analogia e sejam capazes de completar o mapeamento corretamente.

Figura 1 - A analogia vista como um mapeamento $A \rightarrow B$, entre um domínio base e um domínio alvo.

O reconhecimento da importância da analogia no ensino levou vários autores a discutirem as potencialidades da sua utilização no ensino de ciências, porém há debates sobre algumas das dificuldades/problemas que

se encontram na sua implementação [6]. Entre elas podemos citar: a analogia pode ser interpretada como o conceito em estudo, ou dela serem apenas retidos os detalhes mais evidentes e apelativos, sem se chegar a atingir o que se pretendia; pode não ocorrer um raciocínio analógico que leve à compreensão da analogia; a analogia pode não ser reconhecida como tal, não ficando explícita a sua utilidade; os alunos podem centrar-se nos aspectos positivos da analogia e desvalorizar as suas limitações [6].

Utilizando a estratégia do ensino por analogia, na próxima seção apresentaremos alguns exemplos de resolução da equação de Laplace, utilizando a planilha de dados EXCEL.

3. A equação de Laplace em coordenadas retangulares e o método da relaxação

A equação de Laplace é uma das equações mais importantes em física e em engenharia. É a base da for-

mulação matemática da teoria do potencial e também é útil para descrever estados estacionários de sistemas de praticamente todas as principais áreas da física. A equação de Laplace pode ser obtida a partir de sistemas elétricos simples uni-, bi- ou tridimensionais, utilizando analogias conforme ilustraremos a seguir.

No caso bidimensional, o potencial dependerá das coordenadas x e y , ou seja, $V = V(x, y)$ e a equação de Laplace fica

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0. \quad (1)$$

Considere uma distribuição bidimensional em torno do ponto (x_o, y_o) , com representado na Fig. 2. Seja $V(x_o, y_o) = V_o$ e os seus quatro pontos vizinhos; ponto 1: $V(x_o + \Delta x, y_o) = V_1$, ponto 2: $V(x_o - \Delta x, y_o) = V_2$, ponto 3: $V(x_o, y_o + \Delta y) = V_3$, ponto 4: $V(x_o, y_o - \Delta y) = V_4$. Se desenvolvermos $V = V(x, y)$ em série de Taylor na vizinhança de (x_o, y_o) (vide Fig. 2), e após algumas manipulações obtemos (Ref. [4])

$$V(x_o, y_o) = \frac{[V(x_o + \Delta x, y_o) + V(x_o - \Delta x, y_o) + V(x_o, y_o + \Delta y) + V(x_o, y_o - \Delta y)]}{4} = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + V_4}{4}. \quad (2)$$

Ou seja: “A média aritmética dos potenciais nos vértices de um quadrado que se encontra em um campo plano que satisfaça a equação de Laplace é igual ao potencial no centro deste quadrado a menos de termos de ordem superior” [4].

Se conhecemos o potencial nos pontos 1, 2, 3 e 4, então de acordo com a Eq. (2), o potencial no ponto (x_o, y_o) é facilmente calculado. Em outras palavras, o significado físico da equação de Laplace é simplesmente que o potencial em um ponto deve ser a média do potencial dos quatro pontos vizinhos.

Este é o ponto de partida método da relaxação. Este método é bastante conhecido e amplamente utilizado em física e engenharia. Com este método podemos obter soluções numéricas da equação de Laplace, algumas delas inclusive impossíveis de determinar analiticamente. Podemos modelar campos eletrostáticos a partir da criação de eletrodos, no presente caso, utilizando coordenadas cartesianas no plano. Campos eletrostáticos podem ser modelados como soluções de um problema com condições de contorno determinadas a partir da equação de Laplace.

Esta técnica é aplicada em uma distribuição bidimensional de pontos representando eletrodos e não eletrodos. O objetivo é obter a melhor estimativa dos potenciais para aqueles pontos pertencentes à distribuição

correspondentes aos não-eletrodos.

O método da relaxação utiliza a iteração, uma técnica de aproximações sucessivas. A relaxação tem a vantagem de: os erros serem minimizados, as soluções estáveis, e não requerer uma grande memória de armazenamento.

Figura 2 - Construção para encontrar o potencial no ponto (x_o, y_o) através de seus quatro pontos vizinhos.

O potencial de cada ponto no arranjo é estimado através da Eq. (2), exceto os eletrodos. Cada vez que varremos o arranjo de novo mudanças realizadas na iteração anterior são propagadas através do arranjo de pontos. Os potenciais dos não eletrodos mudam cada vez menos e menos entre iterações sucessivas. Em certo ponto, quando estas mudanças são muito pequenas, o arranjo de potencial é considerado refinado para o propósito desejado.

4. Analogia com circuitos elétricos

Uma forma de apresentar os resultados acima para alunos do ensino médio PE recorrer à analogia entre a malha da Fig. 2 e um circuito elétrico. Considere um circuito mostrado na Fig. 3, onde os pontos 1, 2, 3 e 4 correspondem às posições de mesma numeração na malha da Fig. 2. Podemos aplicar a lei de Kirchhoff (o somatório das correntes chegando ou partindo de um nó é nula) no ponto O e nos pontos adjacentes.

$$\frac{V_1 - V_o}{R} + \frac{V_2 - V_o}{R} + \frac{V_3 - V_o}{R} + \frac{V_4 - V_o}{R} = 0. \quad (3)$$

Como os resistores são iguais, temos que $V_o = (V_1 + V_2 + V_3 + V_4)/4$, que é o equivalente discreto bidimensional da equação de Laplace que apresentamos na Eq. (2).

Figura 3 - Discretização de um sistema bidimensional.

5. Sugestão de atividades

A seguir apresentamos algumas atividades que podem ser desenvolvidas pelos alunos. No Apêndice, apresentamos passo-a-passo como utilizar a planilha EXCEL.

5.1. Efeitos de borda em capacitores

A capacitância de um capacitor de placas paralelas é proporcional à área das placas e o campo elétrico é com

muito boa aproximação perpendicular às estas placas. No entanto, nas bordas, o campo elétrico se estende a um volume além das bordas das placas do capacitor (Fig. 4). Isto significa, que o cálculo da capacitância $C = \epsilon A/d$, onde ϵ é permissividade do dielétrico entre as placas, A é a área das placas e d a distância entre elas, não é exato. No entanto, na maioria dos casos, o efeito de borda é uma pequena correção e é geralmente ignorado.

Figura 4 - Linhas equipotenciais para um capacitor real.

Aqui o professor pode explorar vários conceitos importantes. Digamos por exemplo que cada célula equivale a 1 mm. O professor pede ao aluno para calcular, com base na Fig. 5, a magnitude do campo elétrico em diversos pontos do espaço bem como sua direção e sentido. Pode ainda explorar as diferenças entre energia eletrostática e diferença de potencial, pedindo, por exemplo, para calcular o trabalho realizado pela força elétrica sobre uma carga para levá-la de um ponto ao outro. O aluno pode escolher as tensões aplicadas nas placas, bastando apenas digitar o valor nas células B25 e B26 e tecendo ENTER. A planilha calculará a nova distribuição no espaço em instantes. O aluno pode acompanhar simultaneamente a evolução dos cálculos pela nova distribuição de cores que se formará.

A Fig. 6, ilustra um gráfico em três dimensões (x, y, z), referente à distribuição de potencial da Fig. 5. As coordenadas x e y referem-se às coordenadas espaciais e a coordenada z ao valor do potencial, $V(x, y)$, utilizando a planilha EXCEL.

5.2. Transistor por efeito de campo (FET)

O exemplo a seguir pode ser utilizado em aulas dos cursos técnicos em eletrônica.

O transistor por efeito de campo (Field-Effect Transistor) é um dispositivo importante que é capaz de amplificar sinais. Um esquema de um FET tipo canal-n é mostrado na Fig. 7, juntamente com o seu símbolo (parte superior à esquerda). O dispositivo consiste de um canal de um semicondutor tipo-n com contactos ôhmicos em cada extremidade. Estes contactos são chamados de *dreno* e *fonte*. Ao longo da parte lateral estão às regiões compostas por semicondutores tipo-p conectados eletricamente entre si e ao terminal *porta*.

Figura 5 - Resultado numérico da equação de Laplace para um capacitor de placas paralelas. Os valores numéricos locais do potencial estão indicados e a escala de cor ajuda a “visualizar” as linhas equipotenciais. Neste exemplo, fica claro o efeito de borda.

Figura 6 - Distribuição de potencial referente à Fig. 5, utilizando o programa EXCEL.

A junção pn entre a porta e o canal constitui um canal retificador similar à junção pn de um diodo. Em quase todas as aplicações, a junção entre a porta e o canal é polarizada reversamente, e praticamente nenhuma corrente flui através do terminal *porta* (a região tipo-p é negativamente polarizada com respeito à região tipo-n no caso de polarização reversa). Então, a porta é polarizada negativamente em relação ao canal no caso de operação normal de FET tipo canal-n.

Aplicando uma tensão reversamente polarizada en-

tre a porta e o canal cria uma camada de canal próxima à porta de modo a tornar-se não condutora. Esta camada é chamada de camada de deplexão. Quanto mais reversamente polarizada, mais espessa torna-se a camada de deplexão. Eventualmente, a camada não condutora se estende totalmente através do canal, e ocorre uma *tensão de estrangulamento*, conforme ilustrado na Fig. 8.

Figura 7 - Esquema simplificado de um FET e seu símbolo (parte superior à esquerda).

Figura 8 - A camada não condutora de deplexão torná-se mais espessa com o aumento da polarização reversa. Note que em B) as duas regiões se conectam.

Em operação normal de um dispositivo tipo canal-n, aplicamos uma tensão positiva ao dreno com respeito à fonte. Uma corrente (convencional) flui para o dreno, através do canal saindo da fonte. Como a resistência do canal depende da tensão porta-fonte, a intensidade da corrente é controlada pela tensão porta-fonte. Podemos pensar em um FET como o análogo de uma válvula ou torneira para o escoamento de um fluido (corrente). Quando a tensão de estrangulamento

é aplicada, a válvula está fechada e não permite que o fluido escorra.

Neste exemplo, o aluno pode aplicar valores à porta, ao dreno e à fonte (células B1, B2, e B3, respectivamente na Fig. 9) e observar a formação do estrangulamento (em vermelho na região central da figura). A Fig. 10 apresenta a distribuição de potencial referente à Fig. 9.

Figura 9 - Simulação da tensão de estrangulamento em um FET. Os potenciais da porta, fonte de dreno são calculados através dos valores indicados nas células B1, B2 e B3, respectivamente.

Figura 10 - Distribuição de potencial referente à Fig. 9, utilizando o programa EXCEL. (o gráfico está girado de 90 graus em relação à Fig. 9).

5.3. Campos elétricos em tempestades

Nuvens carregadas podem originar diferenças de potenciais altíssimas, conforme ilustrado na Fig. 11, resultando em descargas elétricas (raios). Ribeiro e Brosion [11] mediram as linhas equipotenciais em uma cuba usando um voltímetro de alta impedância. Em função da dificuldade da realização da experiência com a cuba eletrostática, propomos a simulação conforme a Fig. 12.

Aqui o professor pode chamar a atenção do aluno

para a diferença de potencial entre a cabeça e o solo de uma pessoa. Esta diferença existe mesmo na ausência de nuvens carregadas. Próximo à superfície da Terra, há um campo elétrico da ordem de 100 V/m devido às ionizações de moléculas do ar por radiação cósmica. Na figura há também um buraco. Embora ocorra uma penetração das linhas equipotenciais no buraco, o aluno facilmente perceberá que o campo elétrico é bem menor dentro do buraco, sendo um bom lugar para se proteger de raios.

Figura 11 - Potencial devido à presença de uma nuvem carregada (adaptada de [10]).

Figura 12 - Simulação da distribuição de tensão devido a nuvens carregadas.

6. Conclusões

A planilha de dados possui um grande potencial de utilização em sala de aula. Dentre as razões para isso, podemos citar: é de fácil utilização, amplamente disponível, fácil compreensão dos cálculos envolvidos, não demanda demasiado tempo, o que possibilita maior tempo para discussões e interpretações dos resultados. Adotando a metodologia do ensino por analogias, sugerimos algumas atividades com planilha de dados de modo a ajudar aos alunos não só a visualizar as linhas equipotenciais, mas também a compreender como o campo elétrico é formado no espaço a partir de uma dada distribuição de cargas. Dois alunos do ensino médio da rede pública estadual, bolsistas do programa Jovens Talentos da FAPERJ participaram do desenvolvimento das planilhas. O método é altamente acessível e de baixo custo, uma vez que planilhas de dados, como o EXCEL, estão largamente disponíveis. É particularmente útil na utilização na rede pública onde os recursos são limitados, evitando o uso de pacotes altamente sofisticados e poupando tempo no desenvolvimento de programas complexos. Esta metodologia é de fácil implementação, uma vez que não exige pré-requisitos como conhecimentos em cálculo numérico por parte do professor e/ou do aluno e principalmente, é divertido.

7. Apêndice

A seguir, apresentamos alguns exemplos de aplicação do método da relaxação utilizando o programa EXCEL. Uma característica interessante é que podemos acompanhar a evolução dos campos até que se atinja uma configuração estável. As versões mais recentes permitem atribuir uma escala de cores às células conforme o seu valor numérico. Este recurso é muito importante, pois permite ao aluno visualizar as linhas de campo.

Nos cálculos utilizaremos a ferramenta referência circular, ou seja, formulas que se refiram a si mesmas. Por exemplo, o potencial no ponto (x_o, y_o) depende do potencial em $(x_o + \Delta x, y_o)$ que por sua vez também depende do potencial em (x_o, y_o) . O Excel foi desenvolvido de modo a permitir este tipo de cálculo. Uma outra característica é possibilidade de utilizar o *cálculo automático* ou o *cálculo manual*.

Nos exemplos a seguir, utilizaremos a *referência circular*. Este recurso permite que utilizemos fórmulas que se refiram a si mesmas. Em todos os exemplos, inicialmente o aluno “monta” a geometria de estudo. No caso de um capacitor, parte de uma linha da planilha representa uma das placas e parte de outra linha representa a outra placa (Fig. 13). Para indicar que as placas são eletrodos, atribuímos cores às respectivas células. Para indicar o valor do potencial dos eletrodos, atribuímos um valor numérico às células correspondentes aos eletrodos. Para variar facilmente o valor dos eletrodos, atribuímos o valor de cada célula o valor de uma célula que chamaremos de controle. Por exemplo, na Fig. 13, a célula B25 controla os valores da placa positiva, enquanto a célula B26 controla os valores da placa negativa. Ao mudarmos o valor das células B25 ou B26, automaticamente os valores das placas do capacitor serão atualizados.

O passo seguinte é utilizar o método da relaxação. Para tanto, atribua a cada célula não eletrodo, um valor que seja a média aritmética dos seus vizinhos. Por exemplo, a célula F14 assumira o valor: $(G14+E14+F13+F15)/4$. Repita esta operação para todas as células não-eletrodo dentro da região de interesse. O resultado será que o valor da célula F14 dependerá do valor da célula F13, mas o valor da célula F13 dependerá do valor da célula F14. Isto chama-se *referencia circular* e provavelmente receberemos um do programa (Fig. 14).

Figura 13 - Começando a praticar. As linhas em cores representam as placas de um capacitor de placas paralelas. Os valores numéricos indicam os potenciais aplicados às placas que são controlados pelos valores indicados nas células B25 e B26.

Figura 14 - Aviso de referência circular.

A planilha não pode realizar cálculos que envolvam referência circular a menos que o habilitemos para tal tarefa. Para tanto, no menu opções do Excel e seguida clique em *fórmulas* e aparecerão as opções conforme

mostrado na Fig. 15. Marque a opção *Habilitar cálculo iterativo*. Você pode escolher o número máximo de iterações e o número máximo de alterações.

Feito isto, e após atribuir às células de interesse o valor de seus vizinhos, o próximo passo é utilizar o recurso de formatação condicional das células. Clique em formatação condicional (Fig. 16) e em seguida em Escalas de Cor. Você pode escolher uma escala bicolor ou tricolor. Podemos escolher a cor da célula de maior valor numérico, a de menor valor numérico e a de valor intermediário.

Figura 15 - Menu Opções do Excel, onde podemos habilitar a possibilidade de cálculo iterativo.

Figura 16 - O menu de formatação condicional das células.

8. Agradecimentos

Os autores agradem ao Prof. C.E. Aguiar pela revisão cuidadosa deste manuscrito.

Referências

- [1] M.C. Pocovi and F. Finley, *Science & Education* **11**, 459 (2002).
- [2] A. B. Arons, *Teaching Introductory Physics* (John Wiley & Sons, Nova Iorque, 1997).
- [3] J.C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism* (Dover New York, 1954), p. ix. Republicação da terceira edição publicada por Clarendon Press em 1891.
- [4] D. Schiel, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **1**, 6 (1979).
- [5] T. Goodfellow, *Sch. Sci. Rev.* **71**, 257 (1990)
- [6] M.C. Duarte, *Investigações em Ensino de Ciências* **10**, 7 (2005).
- [7] W. Jorge, *Cad. Bras. Ens. Fís.* **7**, 196 (1990).
- [8] S. Arruda, *Cad. Bras. Ens. de Fís.* **10**, 25 (1993).
- [9] D. Gentner, *Cogn. Sci.* **7**, 155 (1983).
- [10] J.D. Kraus and D.A. Fleisch, *Electromagnetics with Applications* (WCB McGraw-Hill, London, 1999), fifth edition.
- [11] C.A. Ribeiro, P. Brosson, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **3**, 22 (1981).