

REVISTA IBRACON DE ESTRUTURAS E MATERIAIS IBRACON STRUCTURES AND MATERIALS JOURNAL

Numerical and experimental evaluation of masonry prisms by finite element method

Avaliação numérico-experimental de prismas de alvenaria estrutural pelo método dos elementos finitos



C. F. R. SANTOS ^a carolrezende@usp.br

R. C. S. S. ALVARENGA ^b rcassia.alvarenga@gmail.com

> J. C. L. RIBEIRO ^b jcarlos.ribeiro@ufv.br

L. O. CASTRO ^b lucascastro.ecivil@gmail.com

> R. M. SILVA ° roberto@dees.ufmg.br

A. A. R. SANTOS d alexrezendeufv@gmail.com

G. H. NALON ^b gustavohnalon@gmail.com

Abstract

This work developed experimental tests and numerical models able to represent the mechanical behavior of prisms made of ordinary and high strength concrete blocks. Experimental tests of prisms were performed and a detailed micro-modeling strategy was adopted for numerical analysis. In this modeling technique, each material (block and mortar) was represented by its own mechanical properties. The validation of numerical models was based on experimental results. It was found that the obtained numerical values of compressive strength and modulus of elasticity differ by 5% from the experimentally observed values. Moreover, mechanisms responsible for the rupture of the prisms were evaluated and compared to the behaviors observed in the tests and those described in the literature. Through experimental results it is possible to conclude that the numerical models have been able to represent both the mechanical properties and the mechanisms responsible for failure.

Keywords: numerical simulation, concrete prisms, prisms failure modes.

Resumo

No presente trabalho desenvolveram-se ensaios experimentais e modelos numéricos capazes de representar o comportamento mecânico de prismas confeccionados com blocos de concreto comuns e de alta resistência. Foram realizados ensaios experimentais de prismas e, para a análise numérica, adotou-se como estratégia de modelagem, a micromodelagem detalhada, onde cada material (bloco e argamassa) foi representado por suas propriedades mecânicas. A validação dos modelos numéricos foi realizada com base em resultados experimentais realizados. Verificou-se que os valores obtidos numericamente de resistência à compressão e módulo de elasticidade diferem 5% em relação aos valores observados experimentalmente. Ainda foram avaliados quais os mecanismos responsáveis pela ruptura dos prismas, comparando-se tanto com o comportamento verificado nos ensaios, quanto com os descritos na literatura. Por meio dos resultados experimentais conclui-se que os modelos numéricos foram capazes de representar tanto as propriedades mecânicas quanto os mecanismos responsáveis pela ruptura.

Palavras-chave: simulação numérica, prismas de concreto, modos de ruptura prismas.

Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, SP, Brasil;

Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, Brasil; Professor Titular, Universidade Federal de Minas Gerais, MG, Belo Horizonte, Brasil; Universidade Federal de Lavras, Viçosa, MG, Brasil.

Received: 02 Jun 2016 • Accepted: 30 Ago 2016 • Available Online: 17 Apr 2017

1. Introdução

A alvenaria estrutural é um sistema construtivo onde os elementos que desempenham a função estrutural são os mesmos que fazem a vedação da estrutura, permitindo assim uma maior racionalização. Como este sistema tem sido cada vez mais utilizado na construção civil surge a necessidade de que a indústria desenvolva novos materiais.

Segundo (Castro [1]), a utilização de minerais (sílica ativa, argila calcinada) e aditivos plastificantes tem proporcionado blocos com maior resistência e menor permeabilidade, sendo denominados blocos de elevada resistência. Entretanto, apesar do desenvolvimento de novos materiais e da utilização de estruturas cada vez mais esbeltas, as normas de cálculo não acompanharam essas evoluções, devido principalmente à falta de modelos experimentais e matemáticos que expliquem o complexo comportamento das unidades e juntas trabalhando como um material compósito.

Como um programa experimental de ensaios em paredes é oneroso, grande parte dos autores concorda que é possível estabelecer uma relação entre a carga e modo de ruptura das paredes, estudando-se o comportamento dos prismas, o que permitiria a redução dos custos dos ensaios. Ainda dentro da possibilidade de redução de custos, uma alternativa bastante utilizada para se estudar um determinado fenômeno diz respeito a simulações numéricas, uma vez que estas, desde que calibradas, são capazes de fornecer informações sobre o comportamento estrutural e dar subsídios para determinar, com segurança, os parâmetros a serem utilizados em normas de projeto.

Para que o modelo numérico seja confiável e preciso é necessário que seja feita uma descrição completa do material com base nos resultados experimentais. Uma vez calibrado o modelo, podem--se variar os parâmetros desejados e verificar o efeito isolado de cada um. De acordo com (Oliveira [2]), pelo fato das juntas de argamassa atuarem como planos de ruínas, essas são responsáveis pela maior parte dos fenômenos não lineares que ocorrem na estrutura, o que torna o processo de modelagem computacional ainda mais complexo.

Dentro deste contexto, pretende-se com este trabalho apresentar a calibração de modelos numéricos de prismas, com base nos resultados experimentais obtidos por (Oliveira [2]) e pelos autores deste trabalho. Utilizando os resultados da modelagem numérica serão estudados os mecanismos responsáveis pela ruptura, comparando-se com comportamento observado durante os ensaios.

2. Contextualização

Com o objetivo de embasar a discussão dos resultados (item 4), serão apresentadas algumas conclusões, acerca de prismas, obtidas por outros pesquisadores.

2.1 Comportamento das argamassas na alvenaria

As alvenarias quando submetidas a um carregamento vertical geram um estado de tensões que provoca, na argamassa de assentamento, tensões horizontais devidas à aderência existente entre a unidade e a argamassa. Logo, em um prisma ou parede, esta encontra-se submetida a um estado triaxial de tensões, apresentando, portanto, comportamento diferente do obtido em ensaios uniaxiais. Ressalta-se que, sob um estado triaxial de tensões, ocorrem mudanças nas propriedades mecânicas tais como: resistência à compressão, variação do módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson. Segundo (Mohamad [3]) e (Khoo [4]), o estudo do comportamento das argamassas confinadas é fundamental para se entender os mecanismos de ruptura em prismas e pare-





Figura 1

Ruptura em prismas de blocos de concreto, com assentamento parcial, (Mohamad (3))

des (tração no bloco, esmagamento localizado nas faces do bloco, ou esmagamento da interface). Assim, os dois autores estudaram o aumento da resistência à compressão da argamassa em função do aumento da tensão confinante, possibilitando a obtenção de envoltórias de rupturas. A equação (1) e (2) correspondem às envoltórias propostas por (Mohamad [3]) e (Khoo [4]), respectivamente, para argamassa de traço 1:1:6.

$$f_{\rm arg} *= f_{\rm arg} + 2.6 \cdot f_{\rm im} \tag{1}$$

$$f_{\rm arg} *= f_{\rm arg} + 2,3 \cdot f_{tm} \tag{2}$$

onde:

 $f_{\rm arg}$ * corresponde à resistência à compressão da argamassa confinada;

 $f_{\rm arg}$ corresponde à resistência à compressão uniaxial da argamassa;

 f_{im} corresponde à tensão de confinamento transversal.

2.2 Resistência ao cisalhamento na interface

A resistência ao cisalhamento das juntas de argamassa possui um comportamento que pode ser descrito através da lei de Coulomb, dada pela equação (3), (Riddington [5]).

$$\tau_u = f_{vo} + tan\varphi \cdot \sigma \tag{3}$$

onde:

 τ_{u} é a resistência ao cisalhamento da junta horizontal ou vertical; f_{v0} é a resistência ao cisalhamento por aderência inicial, também denominada coesão;

 σ é a tensão de pré-compressão normal à junta;

arphi é o ângulo de atrito do material.

2.3 Modos de ruptura dos prismas

É de consenso entre pesquisadores que o modo de ruptura dos prismas e paredes varia em função das propriedades mecânicas de seus materiais constituintes, tais como módulo de deformação e capacidade resistente da argamassa.

Estudos conduzidos por (Hamid e Drysdale [6]) sugerem que o mecanismo de ruptura na alvenaria ocorre devido ao surgimento de um estado biaxial tração e compressão, por consequência da pouca rigidez da argamassa. De acordo com os autores, o impe-

Tabela 1

Resultados experimentais, Autores



Figura 2

Curva de ruptura dos prismas não-grauteados, (Juste (9))

dimento da deformação lateral da argamassa, pela unidade, faz com que surjam tensões de confinamento na mesma, de modo que a capacidade resistente desta aumenta consideravelmente. Analisando os resultados experimentais, concluiu-se que quando a tensão atuante/resistência à compressão dos prismas (σ/f_{pk}) atinge cerca de 80%, acontece o surgimento de microfissuras ao longo de toda extensão dos prismas.

Assim como os autores, (Mohamad [3]) realizou testes experimentais em prismas de blocos de concreto assentados com argamassa somente nas faces longitudinais. Foi observado na ruptura, o desenvolvimento de tensões de tração na face lateral causadas pela rotação e esmagamento dos apoios. Este mecanismo de ruptura é semelhante ao de vigas, onde o esmagamento da argamassa lateral induz tensões horizontais que levam o material à ruptura por flexão, podendo ser visualizado na Figura 1.

Em seus ensaios, (Romagna [7]) avaliou o comportamento mecânico de prismas de concreto submetidos à compressão. O autor observou que além de se desenvolver intensa fissuração na interseção entre os septos transversais e longitudinais, ocorria o esfacelamento da superfície do bloco. Ainda foi relatado, que, em pontos específicos havia o fendilhamento das paredes dos blocos,

Dados experimentais (Autores)									
Blocos* Prisma** Argamassa*									
Dimensão (cm)	f _{bm} (MPa)	E _{cm} (MPa)	f _{tb,ind} (MPa)	f _{pm} (MPa)	E _{pm} (MPa)	f _a (MPa)	E _a (MPa)		
15 x 19 x 29	15 x 19 x 29 35,19 35,37 1,76 10,60 8006,00 11,80 9293,05								
*Resultados dados em relo	ação à área líqu	ida; ** Dados na	área bruta						

Tabela 2

Resultados experimentais, (Oliveira (2))

Dados experimentais (Oliveira (2))									
Blocos* Prisma** Argamassa*									
Dimensão (cm)	f _{bm} (MPa)	E _{cm} (MPa)	f _{tb,ind} (MPa)	f _{pm} (MPa)	E _{pm} (MPa)	f _a (MPa)	E _a (MPa)		
14 x 19 x 39	14 x 19 x 39 18,65 18,10 0,91 4,49 8420,00 3,52 6800,00								
*Resultados dados em rel	ação a área líqu	ida; ** Dados na	área bruta						

tal situação é decorrente da perda da capacidade resistente da argamassa nesses pontos, levando à sobreposição das unidades e consequente esmagamento das mesmas.

Dentro deste contexto, pode-se ainda mencionar a pesquisa realizada por (Cheema e Klingner [8] *apud* Juste [9]), em que estes desenvolveram expressões matemáticas capazes de prever a tensão de compressão necessária para ocorrência de cada tipo de ruptura (tração no bloco, esmagamento do bloco ou esmagamento da argamassa), em função da relação entre os módulos de



Figura 3

Modo de ruptura de prismas de blocos de concreto, Autores e (Oliveira (2))



Figura 4 Aspecto geral das malhas para os prismas

elasticidade da argamassa e do bloco, presentes em prismas não grauteados. Com base nessas expressões foi possível traçar o gráfico indicado na Figura 2, onde para relações $E_{arg}/E_b \ge 0,66$ a ruptura ocorre, preferencialmente, por esmagamento da junta de argamassa (região 2 da Figura 2), para $E_{arg}/E_b < 0,66$ a ruptura acontece por tração no bloco (região 1 da Figura 2).

3. Material e métodos

Neste trabalho, foi realizada a simulação numérica dos prismas ensaiados pelos autores deste trabalho e por (Oliveira [2]). Em ambos, os prismas foram produzidos utilizando argamassamento parcial e blocos de concreto, sendo que os autores deste trabalho utilizaram blocos de elevada resistência e (Oliveira [2]) utilizou blocos comuns. Para calibração e validação dos modelos numéricos foram utilizados os resultados experimentais e a descrição dos modos de ruptura certificados experimentalmente.

3.1 Material

Na Tabela 1 e Tabela 2, são apresentados os resultados experimentais utilizados na construção e validação dos modelos numéricos obtidos pelos autores e (Oliveira [2]), respectivamente. Na Figura 3ab, são apresentados os modos de ruptura visualizados nos ensaios experimentais pelos e autores e (Oliveira [2]), respectivamente. Deve-se ressaltar que para realização da modelagem numérica, via Método dos Elementos Finitos, utilizou-se o software comercial ABAQUS.





Figura 5 Condição de contorno para os prismas

3.2 Métodos

Para modelagem numérica dos prismas optou-se por realizar uma micromodelagem detalhada, em que cada componente do prisma foi representado por suas próprias propriedades mecânicas e dimensões. Foi ainda necessário o fornecimento de parâmetros para completa discriminação da interface bloco/argamassa (item 3.5).

3.3 Descrição dos modelos

O elemento finito utilizado para geração da malha dos blocos e argamassas foi o C3D8, que é um elemento sólido de oito nós

com interpolação linear e integração completa, capaz de representar as translações em x, y e z, uma vez que possui três graus de liberdade por nó.

A fim de facilitar a descrição dos modelos optou-se por identificar os modelos numéricos por PA e PO, sendo PA e PO relativos aos modelos numéricos cujos resultados experimentais utilizados para calibração e validação foram obtidos pelos presentes autores e por (Oliveira [2]), respectivamente.

Realizando-se os testes de malha decidiu-se por utilizar, para o modelo PA, elementos com dimensão de 1 cm para os blocos e 5 mm para a argamassa, enquanto que, para o modelo PO utilizaram--se elementos de 2 cm para os blocos e 5 mm para a argamassa.



Figura 6 Continuação condição de contorno para os prismas

Numerical and experimental evaluation of masonry prisms by finite element method





Figura 7

Influência do parâmetro K_c sobre a forma da superfície de escoamento Fonte: Aguiar (2014)

A diferença entre a malha dos dois modelos ocorre devido a menor quantidade de interfaces no modelo PA, o que permitiu um maior refinamento da malha dos blocos a um custo computacional ainda razoável. Na Figura 4 é apresentado o aspecto geral das malhas para os modelos. A respeito do carregamento, optou-se por impor deslocamento prescrito (de 1,0 cm) a toda superfície superior, deste modo todos os nós da superfície encontram-se sujeitos a um movimento de corpo rígido. O método de análise para os modelos foi o *Static General, Newton Raphson.*

Com relação às vinculações, ambos os modelos tiveram as mesmas condições de contorno apresentadas na Figura 5abc, sendo: a) restrição à translação em z, na base do bloco inferior, Figura 5a; b) restrição ao deslocamento em x tanto no bloco (1), quanto na argamassa (2), Figura 5b; c) restrição ao deslocamento em y tanto no bloco (1) (as restrições x e y apresentadas para os blocos e juntas, foram impostas, respectivamente, a todos os blocos e juntas do modelo) quanto na argamassa (2), Figura 5c.



Figura 8 Comportamento do concreto à compressão, curva genérica

3.4 Modelo constitutivo

O modelo constitutivo utilizado para representar o comportamento mecânico dos blocos e argamassas foi o *Concrete Damaged Plasticity*. Segundo (Kmiecik e Kaminski [10]), este modelo é uma adaptação do modelo de Drucker-Prager, que também é utilizado para representar o comportamento mecânico de materiais frágeis. No *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), a equação que define a superfície de Drucker Prager é modificada por um parâmetro K_c igual à 2/3, Figura 7. Vale ressaltar que este modelo foi proposto por (Lubliner *et al.* [11]).

Ainda em relação ao modelo constitutivo, para que este seja utilizado, é necessário definir parâmetros essenciais para sua calibração. Sendo eles:

3.4.1 Comportamento à compressão uniaxial em domínio inelástico

No modelo constitutivo (CDP) as deformações elásticas (\mathcal{E}_{cl}) e inelásticas (\mathcal{E}_{inel}) são calculadas de maneira independente, sendo posteriormente somadas para se obter a deformação total (\mathcal{E}), onde as \mathcal{E}_{cl} dependem apenas do módulo de deformação e do coeficiente de Poisson e as \mathcal{E}_{inel} são obtidas a partir da curva tensão *versus* deformação.

Entretanto em muitos casos é difícil obter essas curvas experimentalmente, no entanto, alguns autores e normas apresentam formulações empíricas, na qual basta que o pesquisador forneça parâmetros, que geralmente, são de fácil determinação.

A curva de compressão utilizada neste trabalho foi proposta por (Guo [12]). Na qual a fase elástica, considerada até 30% da tensão máxima, é obtida a partir da relação entre o módulo de elasticidade e a deformação, enquanto que a fase inelástica é dada pela formulação proposta por (Guo [12]). Na Figura 8, apresenta-se um esquema de como ficará a curva tensão *versus* deformação.

Como relatado, a curva é composta por dois trechos, sendo, as



Variação do parâmetro α_d . Fonte: Guo (2014)

formulações que compõem cada trecho, dadas pelas equações (4),(5),(6),(7),(8) e (9): - 1º trecho elástico

$$\sigma_c = E_{cm} \cdot \varepsilon \tag{4}$$

- 2º trecho inelástico

$$\sigma_c = f_{bm} \cdot [\alpha_a x + (3 - 2\alpha_a)x^2 + (\alpha_a - 2)x^3] \quad x \le 1$$
 (5)

$$\sigma_c = \frac{f_{bm}}{\alpha_d (x-1)^2 x} \quad x > 1$$

onde:

$$x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}}$$



Figura 10

Curva tensão versus deformação inelástica, curva genérica

$$\alpha_a = \frac{E_{cm}}{E_{c1}} \tag{8}$$

$$1.5 \le \alpha_d \le 3 \tag{9}$$

em que:

- $E_{_{\rm CM}}$ corresponde ao módulo elástico inicial (considerando uma tensão de 0,3 $f_{_{\rm hur}}$);

- E_{c1} corresponde ao módulo secante (considerando a tensão máxima).

Tabela 3

Parâmetros de entrada para curva tensão versus deformação, (Oliveira (2))

	(Oliveira (2))										
Blocos* Argamassa											
f _{bm} (MPa)	E _{cm} (MPa)	α_{d}	ε _{c1} (‰)¹	ε _{cu} (‰)	f _a (MPa)	E _a (MPa)	α _d	ε _{c1} (‰) ¹	ε _{cu} (‰)		
18,64	18115,0	2,3	2,24	30	3,52	6796,7	0,4	1,883	10		
		~			~ ~	10					

(7)

*As propriedades dos blocos são relativas à área líquida; 10 valor da deformação específica na carga de pico foi determinado a partir da curva tensão versus deformação obtida experimentalmente.

Tabela 4

Parâmetros de entrada para curva tensão versus deformação, Autores

	Autores									
		Blocos*			Argamassa					
f _{bm} (MPa)	E _{cm} (MPa)	α_{d}	ε _{c1} (‰)¹	ε _{cu} (‰)	f _a (MPa)	E _a (MPa)	α_{d}	ε _{c1} (‰) ¹	ε _{cu} (‰)	
35,37	35,37 35459,14 2,3 2,3 30 11,80 9293,05 0,4 1,9 30									
*As propried	ades dos bloc	os são relativo	is à área líquid le 2012 (16)	a; 10 valor da c	leformação esp	ecífica na carg	a de pico foi de	eterminada a po	artir dos valores	

Numerical and experimental evaluation of masonry prisms by finite element method



Figura 11 Curva tensão *versus* deformação inelástica,

curva genérica compressão

O parâmetro α_d afeta o trecho descendente da curva, Figura 9, e deve ser calibrado.

Deve-se fornecer ao programa apenas a parcela relativa à deformação inelástica da curva tensão *versus* deformação, logo é necessário subtrair da deformação total a parcela relativa à deformação elástica. Para isso, utiliza-se a equação (10):

$$\varepsilon_{inel} = \varepsilon - \frac{\sigma_c}{E_{cm}}$$
(10)

Aplica-se esta equação a todos os pares ordenados, construindo, assim, a curva a ser fornecida ao software, Figura 10.



Figura 12

Curva tensão *versus* deformação inelástica, curva genérica tração

Os valores dos parâmetros necessários para construção da curva analítica tensão *versus* deformação dos blocos e argamassa são apresentados na Tabela 3 e Tabela 4. Os valores de α_{d} foram obtidos a partir do formato das curvas experimentais obtidas por (Oliveira [2]). Para as curvas dos autores adotaram-se os mesmos valores obtidos por (Oliveira [2]).

3.42 Comportamento à tração uniaxial em domínio inelástico

De mesmo modo que na compressão, deve-se indicar o comportamento à tração do material. Desta forma, é preciso fornecer a curva tensão *versus* deformação à tração, sendo também composta de uma parcela elástica e outra inelástica, (Guo [12]), Figura 11. A fase elástica é dada pela equação (11) e a fase inelástica dada

Tabela 5

Parâmetros de entrada para curva tensão versus deformação, (Oliveira (2))

	(Oliveira (2))										
Blocos* Argamassa											
f _{btm} (MPa)	$ \begin{array}{c c} & & \\ \hline a \\ \hline a \\ \hline \end{array} \end{array} = \begin{array}{c c} E_{cm}(MPa) & \varepsilon_{c1}(\%)^1 & \varepsilon_{cu}(\%) \\ \hline \end{array} \\ $ \\ \hline \end{array} \\ \\ \hline \end{array} \\ \\ \end{array} \\ \hline \end{array} \\ \\ \end{array} \\ \\ \hline \end{array} \\ \\ \hline \end{array} \\ \\ \hline \end{array} \\ \\ \\ \hline \end{array} \\ \\ \\ \hline \end{array} \\ \\ \\ \end{array} \\ \\										
2,11	2,11 18115,1 0,1164 0,9 0,7 6796,7 0,1021 0,9										
*As propriedade	es dos blocos são	relativas à área lío	auida.								

*As propriedades dos blocos sao relativas a area líquic

Tabela 6

Parâmetros de entrada para curva tensão versus deformação, Autores

	Autores									
	Blo	nassa								
f _{btm} (MPa)	E _{cm} (MPa)	ε _{ct1} (‰) ¹	ε _{cu} (‰)	$ \begin{array}{ c c c c c } \hline f_{at} & E_{cm}(MPa) & \epsilon_{c1}(\%)^1 & \epsilon_{cu}(\%) \\ \hline (MPa) & \end{array} $						
3,23	3,23 35459,14 0,0912 0,9 1,97 9293 0,2 0,9									
*As propriedade	es dos blocos são	relativas à área lío	quida.							



Degradação da Rigidez do material, SIMULIA (13) Fonte: Simulia (2012)

pelas equações (12), (13), (14) e (15).

$$f_{btm} = E_{cm} \cdot \varepsilon \tag{11}$$

- 2º trecho inelástico

$$\sigma_t = f_{btm} \frac{x}{\alpha_t \left[x - 1 \right]^{1,7} + x}$$
(12)

onde:

$$\alpha_t = 0.312 \cdot f_{btm} \tag{13}$$

$$x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ct}}$$
(14)

$$\varepsilon_{ct} = \frac{f_{btm}}{E_{cm}} \tag{15}$$

em que:

- E_{cm} corresponde ao módulo de elasticidade tangente inicial; - f_{btm} corresponde à resistência à tração do material.

Para concreto, a (ABNT NBR 6118:2014 [17]) estima a resistência à tração como sendo $f_{ctm} = 0,3 \cdot (f_{ck})^{2/3}$. No entanto, como não existe nenhuma especificação quanto à resistência à tração para blocos e argamassas, foi adotado que essa é dada pela equação (16):

$$f_{btm} = 0.3 \cdot (f_{bm})^{2/3}$$
 (16)

Assim como na compressão, deve-se fornecer a parcela relativa à deformação inelástica da curva tensão *versus* deformação (Figura 11), para isto, subtrai-se da deformação total a parcela relativa à deformação elástica, conforme foi feito na equação (10).

Os parâmetros de entrada utilizados na modelagem são apresentados na Tabela 5 e Tabela 6.

3.4.3 Degradação da rigidez do material

Quando a tensão no material ultrapassa a fase elástica, ocorre degradação da rigidez em função das deformações plásticas que surgem. Esta degradação pode ser determinada descarregando--se o material e verificando a inclinação do módulo secante no ponto em que se descarregou, comparado com a elasticidade inicial. Como simplificação é admitido que este comportamento ocorra apenas no ramo pós-pico da curva tensão *versus* deformação, Figura 13.

A redução da inclinação é governada por duas variáveis independentes, d_c (dano à compressão uniaxial) e d_t (dano à tração uniaxial). Essas variáveis assumem valores de zero (0), para material não danificado, até um (1), para material totalmente danificado. Segundo (Cardoso [14]), estas variáveis podem ser definidas através das equações (17) e (18):

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c}{f_{bm}} \tag{17}$$

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t}{f_{ctm}} \tag{18}$$

3.4.4 Parâmetros do modelo constitutivo Concrete Damaged Plasticity

Além dos parâmetros anteriormente citados, é necessário fornecer ao ABAQUS outros parâmetros, responsáveis por permitir a expansão das equações de comportamento dos materiais em estado uniaxial para o estado multiaxial (Aguiar [15]). Sendo eles:

- $\sigma_{b0} / \sigma_{c0}$: parâmetro que descreve a razão entre as tensões de escoamento no estado biaxial e uniaxial, sendo adotado neste trabalho, o valor default de 1,16 fornecido pelo ABAQUS, (SIMU-LIA [13]).
- Ângulo de dilatância (\UV): Segundo (Cardoso [13]), esse parâmetro está relacionado à inclinação que o potencial plástico alcança para altas tensões de confinamento, enquanto que, (Kmiecik e Kaminski [10]) definem o ângulo de dilatância como sendo o ângulo de atrito interno do concreto e ainda recomendam a adoção de



Tangencial Behavior, SIMULIA (13) Fonte: Simulia (2012)

 $\psi = 36^{\circ}.$

- Parâmetro de viscosidade (µ): parâmetro cuja função é facilitar o processo de convergência dos modelos numéricos, regularizando as equações constitutivas admitindo a viscoplasticidade. Neste trabalho foi adotado o valor de µ = 10⁻⁶, com base em um estudo preliminar em que se procurou o menor valor de viscoplasticidade de modo que facilitasse o processo de convergência sem afetar os resultados.
- Parâmetro de excentricidade ρ : de acordo com a teoria de Drucker Prager, a superfície de escoamento no plano dos meridianos possui a forma de uma reta ($\rho = 0$). No entanto, ensaios experimentais indicam que a superfície de escoamento assume a forma de uma hipérbole próximo do encontro com o eixo hidrostático ($\rho = 0,1$). Neste trabalho adotou-se $\rho = 0$.
- 3.5 Descrição da interface bloco/argamassa

Para que o bloco e a argamassa trabalhassem em conjunto, foi necessário definir a interação entre eles. Isso foi feito utilizando-se o módulo *Interactions* do ABAQUS. Uma das opções de contato entre duas superfícies, encontradas neste módulo, chama-se *surface-to-surface contact*, a partir da qual, foram definidas três

propriedades de contato, sendo elas: *Hard, Tangencial Behavior, Coesive Behavior e Damage.*

- O contato do tipo Hard possui como propriedade a capacidade de impedir que uma superfície penetre na outra e ao mesmo tempo permite que haja uma separação entre elas após o contato.
- O contato do tipo *Tangencial Behavior* serve para reproduzir o atrito que ocorre na ligação entre os materiais, sendo definido pelo coeficiente de atrito estático φ . Ele obedece à lei Coulomb, em que ocorre o aumento da resistência ao cisalhamento em função do acréscimo da tensão de compressão. Duas características neste tipo de contato devem ser levadas em consideração: a primeira, é que a parcela relativa à coesão é desprezada, e a segunda, é que é possível estabelecer uma tensão cisalhante crítica $\mathcal{T}_{máx}$, de modo que, independente da magnitude da tensão normal, irá ocorrer deslizamento entre as superfícies sem aumento da resistência ao cisalhamento, quando a tensão cisalhante alcançar este valor crítico, Figura 14.
- O contato do tipo Coesive Behavior funciona como um tipo de borracha de espessura igual a zero, na qual é possível especificar a rigidez normal K_{nn} e tangencial K_s, K_n da interface. Pode-se ainda atribuir a este tipo de contato uma degradação da rigidez da interface, denominado Damage, na qual é necessário fornecer apenas a energia de fratura da interface.

Na Tabela 7 e Tabela 8, são apresentados os parâmetros de entrada para definição das propriedades das interfaces.

Na Figura 15ab e na Figura 16ab, são mostradas as localizações das interfaces nos modelos de prisma. As posições das interfaces foram definidas a partir dos resultados experimentais, e correspondem àquelas onde ocorreram as fissuras.

4. Resultados e discussão

4.1 Resistência à compressão e módulo de deformação

A seguir serão apresentados os resultados obtidos a partir das modelagens numéricas, comparando-os com os resultados obtidos experimentalmente apresentados no item 3.1. Uma vez validados os modelos numéricos, para cada caso, serão discutidos os possíveis modos de ruptura. Vale ressaltar que as propriedades dos blocos e argamassas que foram empregadas nas modelagens numéricas dos prismas são decorrentes dos resultados de carac-

Tabela 7

Parâmetros de entrada para curva tensão versus deformação, Autores

(Autores) – Propriedades de interface									
Tangential behavior Coevise behavior- N/m Damage initiation - MPa Damage evo								Damage evolution	
φ	τ _{máx} (MPa)	K _{nn}	K _{ss}	K _{tt}	† _n °	†°	t,°	E _r (Nm)	
0,5	10,5	5000	2,1 106	2,1 106	0,91	0,23	0,23	50	

Tabela 8

Parâmetros de entrada para curva tensão versus deformação, (Oliveira (2))

	(Oliveira (2)) - Propriedades de interface									
Tangential behavior Cohesive behavior - N/m Damage initiation - MPa Damage evolu										
φ	τ _{max} (MPa)	K _{nn}	K _{ss}	K _{tt}	t _n °	t _s °	t _t °	E _r (Nm)		
0,5	10,5	5000	2,1 106	2,1 106	1,47	0,23	0,23	50		





Localização das interfaces com Coesive Behavior

terização mecânica obtidos experimentalmente.

Apenas relembrando a convenção utilizada para identificação do modelo numérico tem-se: PO refere-se à modelagem numérica dos prismas ensaiados por (Oliveira[2]) e PA modelagem dos prismas ensaiados pelos autores deste trabalho.

Na Tabela 9 e Tabela 10 são apresentadas comparações entre os resultados alcançados experimentalmente e numericamente para

os prismas de (Oliveira [2]) e pelos autores, relativos à resistência à compressão uniaxial e ao módulo de deformação, determinado entre 0,5 MPa e 30% da carga máxima de ruptura.

Observa-se pela Tabela 9 e Tabela 10 que ambos os modelos numéricos dos prismas representaram bem o comportamento mecânico obtido experimentalmente, do ponto de vista da carga de ruptura e módulo de deformação, sendo a maior diferença





Figura 16 Localização das interfaces com Tangential Behavior e Hard contact

Tabela 9

Comparação entre resultados experimentais e numéricos, PO

Comparação entre resultados experimentais de (Oliveira (2)) e numéricos obtido neste trabalho										
ID	Resistência à compressão dos prismas (f _p) MPa**	Módulo de Def. (GPa)**	Resistência à compressão dos prismas (f _p) MPa***	Módulo de Def. (GPa)***						
PO – Exp.	5,16	8,17	9,42	14,92						
PO – Num.	5,02	7,97	9,17	14,55						
Diferença %1	Diferença % ¹ - 3% - 3% - 3%									
** Resultados dados em rel	lação à área bruta; *** Resulto	ados dados em relação à ć	irea líquida; ¹ Em relação ao mod	delo experimental.						

Tabela 10

Comparação entre resultados experimentais e numéricos, PA Autores

Comparação entre resultados experimentais e numéricos - Autores									
ID	IDResistência à compressão dos prismas (f_p) MPa**1Módulo de Def. (MPa)**Resistência à compressão dos prismas (f_p) MPa***Módulo de Def. (MPa)**IDIDMódulo de Def. (MPa)***Módulo de Def. (MPa)***Módulo de Def. (MPa)***Módulo de Def. (MPa)***								
PA – Exp.	10,60	8006,40	18,47	13948,43					
PA – Num.	10,11	7790,80	17,61	13572,82					
Diferença %1 - 5% - 3% - 5% - 3%									
Resultados dados em rela	ação à área bruta: *Resulta	dos dados em relação à áre	a líquida ^{, 1} Em relação ao resulto	ado experimental					

S, Max. Print, (Avg: 75%) +1.252e+06 +9.100e+05 +7.619e+05 -6.139e+05 -58e+05 -05 ñš 04 .156e 265e+05 -2 .746e+05 .227e+05 .707e+05 -4.2270+05 -5.7070+05 -7.1880+05 -8.6690+05 S, Max. Principal (Avg: 75%) +4.460e+06 +1.760e+06 +1.558e+06 +1.357e+06 +1.155e+06 +9.534e+05 -7.518e+05 +3.485e+05 +1.469e+05 -5.476e+04 -2.564e+05 -4.580e+05 -6.597e+05 ODB: P3B-M1-10m1.odb Abaqus/Standard 6.12-1 ODB: P2BL-RMV2.odb Abaqus/Standard 6.12-1 Step: carregamento Increment 243: Step Time = 0.4551 XPrimary Var: S, Max. Principal Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +2.000e+01 Step: Aplicação de carga Increment 84: Step Time = 0.3077 Primary Var: S, Max. Principal Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +2.000e+01 Α В

Figura 17

Tensão principal máxima obtida numericamente em Pa - apenas blocos: a) modelo PO; b) modelo PA



Tensão principal mínima obtida numericamente em Pa - apenas blocos: a) modelo PO; b) modelo PA

de cerca de 5% em relação ao modelo numérico dos autores. No entanto, é válido realizar uma comparação dos modos de ruptura, a fim de verificar a compatibilidade de comportamento entre o modelo experimental e numérico. Para tal, será verificado o estado de tensões principais atuantes no instante da carga de ruptura.

4.2 Tensões principais nos blocos

É apresentado na Figura 17ab o estado de tensão principal máxima que estava atuando (apenas nos blocos) no instante da carga de ruptura, para os modelos de PO e PA.

Pode-se observar na Figura 17a e Figura 17b que, no instante da carga de ruptura, a tensão à tração indireta na área líquida obtida



Figura 19

a) Tensão principal máxima; b) Tensão principal mínima - ambas obtidas numericamente em Pa - apenas argamassa: modelo PO



a) Tensão principal máxima; b) Tensão principal mínima - ambas obtidas numericamente em Pa - apenas argamassa: modelo PA

experimentalmente (0,91 MPa para blocos dos autores e 1,47 MPa para os de [2]) já havia sido ultrapassada, sendo este comportamento evidenciado nos flanges laterais que estavam sujeitos à flexão em função do argamassamento parcial. Tal comportamento também foi evidenciado no ensaio experimental, de acordo com os autores e [2]. Analisando-se somente a Figura 17b nota-se que, no instante da carga de ruptura, as paredes longitudinais mais externas dos blocos apresentam tensões de tração maiores que a tensão à tração indireta dos blocos. Este comportamento deve-se ao esforço gerado pela tendência à expulsão das bordas externas da argamassa (devido ao carregamento vertical), de modo que não foi ultrapassada a resistência ao cisalhamento que se desenvolve entre o bloco e a argamassa, em função do atrito entre eles. Como na parte mais externa do cordão de argamassa o efeito do confinamento é menor, a argamassa tende a sofrer uma maior deformação dando origem ao efeito descrito. Foi observa-

Tabela 11

```
Envoltórias de ruptura, PO - Argamassa
```

		Mohamad (3)	Khoo (4)	Resultado numérico	
f _{arg} ¹ (MPa)	f _{tm} (MPa)	f _{arg} * (MPa)	f _{arg} * (MPa)	f _{arg} * (MPa)	f _{tm} ² (MPa)
	1,00	6,12	5,82		
	2,50	10,02	9,27		
2.50	5,00	16,52	15,02	0414	11.40
3,52	7,50	23,02	20,77	24,10	11,40
	10,00	29,52	26,52	-	
	12,50	36,02	32,27		
		l da araamana foi obti	de experimentalmente pa		

¹ O valor da resistência à compressão uniaxial da argamassa foi obtido experimentalmente por Oliveira (2);

² O valor da tensão de confinamento foi obtido considerando o valor médio das tensões verticais que estavam atuando nas proximidades da máxima tensão principal mínima, ver (3).

Tabela 12

Envoltórias de ruptura, PA - Argamassa

		Mohamad (3) Khoo (4) Resul		Resultado	numérico
f _{arg} 1 (MPa)	f _{tm} (MPa)	f _{arg} * (MPa)	f _{arg} * (MPa)	f _{arg} * (MPa)	f _{tm} ² (MPa)
	1,00	2,60	2,30		
	5,00	13,00	11,50		
11.0	10,00	26,00	23,00	(417	01.07
11,8	15,00	39,00	34,50	04,17	21,27
	20,00	52,00	46,00		
	35,00	91,00	80,50		
¹ O valor da resistêncio	a à compressão uniaxia	Il da argamassa foi obtic	do experimentalmente po	r Castro (1);	

² O valor da tensão de confinamento foi obtido considerando o valor médio das tensões verticais que estavam atuando nas proximidades da menor tensão principal mínima.



Figura 21 Envoltórias de ruptura, PO - Argamassa

do nesta pesquisa que, durante a realização dos ensaios, havia ocorrência da ruptura dos septos transversais, indicando assim o efeito de tração.

Na Figura 18ab é apresentado o estado de tensão principal mínima que estava atuando (apenas nos blocos) no instante da carga de ruptura, para os modelos PO e PA.

Observando a Figura 18a e Figura 18b no instante da carga de ruptura, a menor tensão principal mínima atuante nos blocos também já apresentava valores próximos aos obtidos nos ensaios à compressão uniaxial na área líquida (18,64 MPa para PO e 35,37 MPa para PA). Note que em ambos os modelos, as faces longitudinais mais externas se encontram solicitadas a tensões próximas a carga de ruptura à compressão, o que indica que o fluxo de carregamento tende a se concentrar nas faces longitudinais. Nos experimentos realizados pelos autores, observou-se que, logo após a carga máxima, ocorria intensa fissuração das paredes longitudinais causando o seu esfacelamento.

Na Figura 18b é mostrado que para o modelo PA, a parte do bloco mais solicitada à compressão corresponde ao cruzamento dos septos longitudinais e transversais. Este efeito é decorrente do maior confinamento da argamassa nesta região, uma vez que a parte central do cordão se encontra restringida ao deslocamento de ambos os lados. Observa-se ainda que este fenômeno não ocorre para o modelo de PO, haja visto, que a relação entre os módulos de deformação do bloco e da argamassa e o atrito, que se desenvolve na interface entre ambos, não são suficientes para manter um maior nível de confinamento, na parte central do cordão de argamassa. Para melhor entendimento deste efeito será verificado o estado de tensões ao qual as argamassas encontram-se submetidas.

4.3 Tensões principais nos cordões de argamassa

Na Figura 19ab e na Figura 20ab são apresentados os estados de tensões principais nos cordões de argamassa para os modelos PO e PA.

Analisando a Figura 19a (modelo PO) pode-se constatar que, devido ao efeito do confinamento, esta apresenta-se totalmente comprimida em suas duas direções. Enquanto que para o modelo PA (Figura 20a), o cordão de argamassa não se encontra totalmente submetido a um estado triaxial de compressão, sendo a



Figura 22 Envoltórias de ruptura, PA - Argamassa

parte externa submetida à tração da ordem de 0,9 MPa, indicando assim o baixo confinamento nesta região. Este efeito não foi verificado no modelo PO, devido a menor relação $E_{\rm arg}/E_b = 0,375$. Com base na Figura 19b, verifica-se que em todos os pontos do

cordão de argamassa, a tensão atuante de compressão foi maior que a obtida no ensaio uniaxial (PO – 3,52 MPa). Um comportamento similar foi verificado na Figura 20b, onde toda a área em preto corresponde à tensão superior à obtida no ensaio de compressão simples (PA – 11,80 MPa). Em ambos os casos, tal situação é decorrente do efeito do confinamento, uma vez que, sob estado triaxial de tensões, como é o caso, a resistência à compressão do material aumenta significativamente.

Admitindo a equação (1) proposta por (Mohamad [3]) e a equação (2) obtida por (Khoo [4]), serão reproduzidas as envoltórias de ruptura, de modo a verificar se a menor tensão mínima principal (obtida numericamente) ultrapassa as envoltórias, para o nível de carga de ruptura. A intenção é verificar se houve o esmagamento da argamassa confinada triaxialmente.

Utilizando-se as equações e sabendo que a menor tensão mínima principal vale 24,16 MPa e 64,17 MPa (PO e PA, respectivamente), apresentam-se na Tabela 11 e Tabela 12 os valores das envoltórias de ruptura. Na Figura 21 e na Figura 22 são demostradas as envoltórias de ruptura para os dois modelos estudados.

Considerando-se a Figura 21 e a Figura 22 é possível afirmar que no instante em que os modelos atingiam as cargas de ruptura, o modelo PO apresentava a menor tensão principal mínima próxima à máxima resistência à compressão triaxial. Enquanto que para o modelo PA, a menor tensão principal mínima já havia ultrapassado as duas envoltórias de ruptura. Vale ressaltar que apesar das duas envoltórias estimadas por (Mohamad [3]) e (Khoo [4]) serem apenas estimativas, (uma vez que para melhor avaliação deveria ser realizado o estudo do comportamento triaxial das argamassas utilizadas pelos autores e por [2]), podem ser consideradas como ferramentas para auxiliar na determinação dos possíveis modos de ruptura.

4.4 Avaliação dos modos de ruptura

Com base nos itens 4.2 e 4.3 pode-se dizer que a ruptura do prisma PO ocorreu devido a uma combinação de fatores, ou seja, possuía extensas fissuras por flexão das paredes transversais, além de esmagamento no bloco e na argamassa, sendo que a tração na flexão foi forma de ruptura mais evidenciada no ensaio experimental. Comparando o modelo proposto por (Chema e Klinger [8]), indicado no item 2.3 e as conclusões obtidas numericamente, tem-se que para a relação $E_{\rm arg}/E_b = 0,375$ a ruptura seria dada por tração no bloco, comportamento este também evidenciado na análise numérica.

Para o modelo PA tem-se que, no instante em que atinge a carga de ruptura, alguns pontos da argamassa já haviam superado sua resistência à compressão confinada, permitindo deste modo o esmagamento localizado da junta. Este comportamento foi verificado em alguns pontos dos prismas durante a realização da pesquisa. De acordo com (Chema e Klinger [8]), o esmagamento da argamassa, ainda que localizado, pode causar concentração de tensões levando ao surgimento de fissuras por compressão nos blocos. Nota-se que na Figura 18, a menor tensão principal mínima no bloco ultrapassou o valor da resistência à compressão uniaxial deste, indicando também o esmagamento localizado no bloco.

Desta forma, o modo de ruptura do prisma PA consistiu simultaneamente da ruptura dos septos transversais, em função da flexão causada pelo argamassamento parcial (indução de tensões de tração), assim como do esmagamento localizado dos cordões de argamassa, responsáveis por induzir esmagamento localizado nos blocos. Novamente comparando o modelo proposto por (Chema e Klinger [8]) com o resultado numérico, tem-se que para a relação $E_{arg} / E_{b} = 0,46$ (indicado no item 2.3) a ruptura seria dada por tração no bloco, comportamento este, também evidenciado na análise numérica.

5. Conclusões

Com base nos resultados apresentados pode-se concluir que os modelos numéricos foram capazes de reproduzir, além do comportamento mecânico, o modo de ruptura de prismas compostos tanto por blocos de concreto comuns quanto de alta resistência. Sendo que a diferença entre a resistência à compressão e o módulo de deformação dos prismas obtidos numericamente e experimentalmente foi da ordem de 3% para o modelo PO e 5% para o modelo PA. Ainda foi verificado que a ruptura dos prismas PA e PO ocorreram devido a uma combinação de fatores, entre eles, e comum aos dois modelos, pode-se dizer que a tração devido à flexão dos septos transversais decorrentes do argamassamento parcial foi o modo de ruptura mais evidenciado tanto do ponto de vista experimental quanto numérico.

Ainda que ambos os modelos evidenciaram o efeito de flexão dos flanges, tem-se que cada um, em função das propriedades mecânicas de cada material, apresentou algumas particularidades quanto aos mecanismos presentes no passo de carga correspondente a carga máxima de ruptura.

Observando o modelo PO tem-se o atrito que se desenvolve entre as interfaces bloco/argamassa foi suficiente para manter a argamassa totalmente confinada, no entanto, na iminência do esmagamento do bloco, decorrente do esmagamento localizado da argamassa confinada, ocorreu a ruptura por tração dos septos.

Considerando o modelo PA tem-se que este, em regiões próximas a face mais interna dos blocos, apresentou esmagamento localizado da argamassa seguido de esmagamento localizado dos blocos. Enquanto que na face externa, devido à tendência de expulsão da argamassa, ocorreu o surgimento de tensões de tração no bloco e na argamassa. Tal efeito não foi verificado no modelo PO, em virtude da menor relação entre o módulo de elasticidade do bloco e da argamassa.

6. Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer à Fapemig, à Capes e ao

Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Viçosa, pelo suporte concedido para a execução deste trabalho.

7. Referências bibliográficas

- [1] CASTRO, L. O. Avaliação experimental da interação de paredes de blocos de concreto de alta resistência sob ações verticais. 2015. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2015.
- [2] OLIVEIRA, L. M. F. Estudo teórico e experimental do comportamento das interfaces verticais de paredes interconectadas de alvenaria estrutural. 2014. 272f. Tese (Doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos, São Paulo, 2014.
- [3] MOHAMAD, G. Mecanismos de ruptura da alvenaria de blocos à compressão. 2007. 290f. Tese (Doutorado), Escola de Engenharia, Universidade do Minho, Portugal, 2007.
- [4] KHOO, C.L. A failure criterion for brickwork in axial compression. Ph.D. Thesis, University of Edinburgh, Edinburgh, Scotland, 1972.
- [5] RIDDINGTON, J. R., FONG, K. H.; JUKES, P. Numerical study of failure initiation in different joint shear tests. University of Sussex. Masonry international Journal, vol, 11, N° 2, 1997.
- [6] HAMID, A. A.; DRYSDALE R. G. Suggested failure criteria for grouted concrete masonry under axial compression. American Concrete Institute- Journal Proceedings. Vol. 76 (n. 10):1047-1062. Out. 1979.
- [7] ROMAGNA R. H. Resistência à compressão de prismas de blocos de concreto grauteados e não grauteados. 2000.
 195f. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, 2000.
- [8] CHEEMA, T.S.; KLINGNER, R. E. Compressive strength of a concrete masonry prism. American Concrete Institute Journal. January-February, 1986. p. 88-97.
- [9] JUSTE, A.E. Estudo da resistência e da deformabilidade da alvenaria de blocos de concreto submetida a esforços de compressão. 2001. 255f. Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos, São Paulo. 2001.
- [10] KMIECIK P.; KAMINSKI, M. Modelling of Reinforced Concrete Structures and Composite Structures with Concrete Strength Degradation Taken Into Consideration. Archives of Civil and Mechanical Engineering, vol. Vol.-XI, No. 3, 2011.
- [11] LUBLINER J., OLIVER J., OLLER S, OÑATE E. A plasticdamage model for concrete, International Journal of Solids and Structures. Vol. 25, 1989, pp. 299–329.
- [12] GUO, Zhenhai. Principles of Reinforced Concrete. 1^a edição. Oxford, Elsevier, 2014. 587 f.
- [13] SIMULIA Software ABAQUS 6.12. Dassault Systèmes, USA, 2012.
- [14] CARDOSO, H. S (2014). Estudo Teórico-Experimental de Parafusos Utilizados como Dispositivos de Transferência de Carga em Pilares Mistos Tubulares Preenchidos com Concreto. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.
- [15] AGUIAR, O. P. Estudo do comportamento de conectores Crestbond em pilares mistos tubulares preenchidos com concreto. 230 f. Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.
- [16] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETÓN. CEB-FIP mode code 2012. Bulletin d'Information, 2012.
- [17] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118:2014 – Projetos de estrutura de concreto - procedimentos. Rio de Janeiro, 2008.