Valores-Trabalho e Preços de Produção em Sistemas Econômicos Sraffianos com Terra Homogênea*

Rodolfo Hoffmann**
Marina Silva da Cunha***

Sumário: 1. Introdução; 2. Determinação dos preços de produção e da renda da terra; 3. Determinação dos valores-trabalho; 4. Exemplo numérico: o cultivo intensivo de uma mercadoria agrícola básica; 5. Conclusões.

Palavras-chave: valores-trabalho; mais-valia; renda da terra; renda intensiva; modelo sraffiano.
Códigos JEL: E11; B14 e B24.

Este artigo analisa a determinação dos valores-trabalho e da mais-valia em um modelo econômico sraffiano-marxista com terra homogênea e escassa. O mesmo modelo analisa a determinação dos preços de produção, da taxa de lucro e da renda da terra. Uma das conclusões é que a existência de mais-valia positiva não é condição suficiente para lucros positivos.

This paper analyses the determination of labour values and surplus-value in a Sraffian-Marxist economic model with homogenous and scarce land. The determination of production prices, profit rate and land rent is also analysed. One of the conclusions is that positive surplus value is not a sufficient condition for positive profits.

1. Introdução

A utilização da terra como insumo em um sistema econômico foi analisada por Sraffa em um capítulo de seu conciso livro, considerando dois tipos de renda, a extensiva e a intensiva. Nas palavras de Sraffa (1985:238): "Enquanto o caso das terras de qualidades diferentes será facilmente reconhecido como o resultado de um processo de rendimentos decrescentes 'extensivos', pode ser menos óbvio que existe uma conexão similar entre o emprego de dois métodos de produzir cereal na terra de uma só qualidade e um processo de rendimentos decrescentes 'intensivos'(...)". No que se refere à determinação da renda da terra em sistemas econômicos sraffianos, cabe mencionar, entre outros, os trabalhos de Montani (1975), Kurz (1978), Quadrio-Curzio (1980), Hoffmann e Venter (1990) e Venter e Hoffmann (1991).

*Artigo recebido em fev. e aprovado em out. 2000. Os autores agradecem as sugestões de dois pareceristas desta Revista.

**Professor do IE/Unicamp e da Esalq/USP, com apoio do CNPq.
***Professora da PME/UEM.

Neste artigo desenvolvemos um sistema econômico sraffiano, com os setores industrial e agrícola, admitindo a existência de terras absolutamente homogêneas e analisando a determinação dos preços de produção e dos valores-trabalho.[1] O sistema com terras heterogêneas e renda extensiva foi analisado por Cunha e Hoffmann (2000).

Os primeiros trabalhos utilizando a abordagem sraffiana na escola marxista analisavam o problema da transformação de valores em preços, como o trabalho de Médio (1973). Os modelos utilizados nestes trabalhos podem ser denominados de sraffiano-marxistas, caracterizando-se pelo fato de o custo do pagamento da mão-de-obra ou o capital variável de Marx ser incluído no montante sobre o qual se calculam os lucros. Nos esquemas analisados por Sraffa os salários são pagos no final do período de produção, contrariando a idéia clássica e marxista de que os salários são parte do capital adiantado.

Ao tratarmos da determinação dos preços de produção, utilizamos os modelos e conceitos estabelecidos em Sraffa (1985) e Pasinetti (1977 e 1980). Ao tratarmos da determinação dos valores-trabalho, utilizamos a contribuição de Morishima (1976) e Morishima e Catephores (1980), que propõem uma nova maneira de calcular os valores-trabalho, os valores verdadeiros, dados pela solução de um problema de programação linear no qual se minimiza o tempo de trabalho necessário para obter determinado produto líquido.

O objetivo é analisar a determinação de valores-trabalho, taxa de mais-valia, preços de produção, salário, taxa de lucro e renda intensiva da terra em um sistema econômico sraffiano-marxista com terra homogênea. Dentro da tradição sraffiana, consideramos a variação do salário real dentro do intervalo de valores que tornam o sistema econômico viável. Será dada atenção especial à relação entre taxa de mais-valia e taxa de lucro.

A próxima seção apresenta o modelo de um sistema sraffiano-marxista com terra homogênea e analisa a determinação dos preços de produção e da renda da terra. A seção 3 discute a determinação dos valores-trabalho e a seção 4 apresenta um exemplo numérico para ilustrar as questões conceituais que surgem ao longo da exposição. As principais conclusões são relembradas na seção final.

---

[1] *Seria impossível, no âmbito deste artigo, rever toda a polêmica sobre a relevância ou não do conceito de valor-trabalho. Para uma defesa cautelosa da relevância deste conceito, ver Sen (1978).*

2. Determinação dos Preços de Produção e da Renda da Terra

Considere-se uma economia em estado estacionário, que a cada ano produz a mesma quantidade física de cada mercadoria, dividida em dois setores, o industrial e o agrícola. O setor industrial produz n_a mercadorias, admitindo-se, por simplicidade, que cada mercadoria é produzida por um único método que produz apenas uma mercadoria.[2] Na agricultura, uma única mercadoria homogênea, denominada cereal, é produzida em apenas uma qualidade de terra, com n_z diferentes métodos de produção. Para cada método (m, com $m = 1, \cdots, n_z$) de produção da mercadoria agrícola existe uma técnica de produção específica para a economia como um todo, mas também podem ser usadas técnicas envolvendo simultaneamente dois métodos de produção do cereal. O excedente econômico é distribuído entre salários, lucros e, eventualmente, renda da terra. Há $n_a + n_z$ atividades: n_a indústrias e n_z métodos de produzir a mercadoria agrícola. Além disso, todos os meios de produção necessários para a produção de cada mercadoria são consumidos durante o período de produção e devem ser inteiramente repostos, ou seja, todo capital é circulante. Admite-se, ainda, que a força de trabalho é homogênea.

Sejam $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ matrizes retangulares $(n_a + 1) \times (n_a + n_z)$, com elementos a_{ij} e b_{hj} (i ou $h = 1, \cdots, n_a + 1$ e $j = 1, \cdots, n_a + n_z$), respectivamente, em que a_{ij} indica a quantidade da mercadoria i que entra como insumo na produção das mercadorias que constam na j-ésima coluna de $\mathbf{B}$ (quantidades b_{hj}, com $h = 1, \cdots, n_a + 1$). Seja $\mathbf{f}$ o vetor-linha com $n_a + n_z$ elementos (f_j), que são as quantidades de trabalho empregadas em cada atividade. Quando não há produção conjunta, cada coluna de $\mathbf{B}$ tem apenas um elemento diferente de 0. Neste caso as matrizes $\mathbf{A}$, $\mathbf{f}$ e $\mathbf{B}$ podem ser "normalizadas", de maneira que os elementos diferentes de 0 em $\mathbf{B}$ sejam todos iguais a 1, fazendo com que a_{ij} seja a quantidade da mercadoria i que entra como insumo na atividade j para obter *uma unidade* do seu produto e f_j seja a correspondente quantidade de trabalho dispendida. Então, $\mathbf{A}$ e $\mathbf{f}$ são matrizes de *coeficientes técnicos* de produção.

Seja $\mathbf{h}$ um vetor-linha cujos n_z elementos (h_m, com $m = 1, \cdots, n_z$) representam a área de terra homogênea, em hectares, utilizada no método m para produzir a quantidade da mercadoria agrícola indicada na correspondente co-

---

[2] *Embora não se considere, neste artigo, a produção conjunta ou o problema da escolha de técnicas no setor industrial, isso não altera as expressões matriciais básicas do modelo apresentado adiante.*

luna da matriz $\mathbf{B}$ (coluna $k = n_a + m$). Seja t a renda da terra por unidade de área, que é *uniforme*, pois a terra é homogênea.

Os preços de produção são representados por um vetor-linha $\mathbf{p}$ com $n_a + 1$ elementos: os n_a preços das mercadorias industriais e o preço da mercadoria agrícola.

Para esse sistema econômico sraffiano-marxista com terras homogêneas temos a seguinte equação:

$$(\mathbf{pA} + w\mathbf{f})(1 + r) + [\mathbf{0} \quad t\mathbf{h}] = \mathbf{pB} \tag{1}$$

em que w é o salário, r é a taxa de lucro e $\mathbf{0}$ é um vetor-linha com n_a elementos iguais a 0. Seguindo a tradição clássico-marxista, admite-se que o salário é previamente fixado, em termos físicos, de acordo com as necessidades de consumo dos trabalhadores e de suas famílias, ou seja, tem-se $w = \mathbf{pd}$, em que $\mathbf{d}$ é um vetor-coluna com as quantidades físicas da cesta de bens que constitui o salário real de subsistência por trabalhador. Então, da equação (1), temos:

$$(\mathbf{pA} + \mathbf{pdf})(1 + r) + [\mathbf{0} \quad t\mathbf{h}] = \mathbf{pB} \tag{2}$$

ou

$$\mathbf{p}(\mathbf{A} + \mathbf{df})(1 + r) + [\mathbf{0} \quad t\mathbf{h}] = \mathbf{pB} \tag{3}$$

Quando toda a terra é homogênea e escassa, haverá, normalmente, o uso simultâneo de dois métodos de produção do cereal (Sraffa, 1985).[3] Neste caso, o sistema (1) tem $n_a + 2$ equações e $n_a + 4$ incógnitas (os n_a preços das mercadorias industriais, o preço da mercadoria agrícola, a taxa de lucro, o salário e a renda da terra). Considerando uma das mercadorias como numerário, o sistema continua com um grau de liberdade e, como no esquema original de Sraffa (1985), podemos fixar exogenamente uma das variáveis distributivas, w ou r, para completar o sistema e obter uma solução única. É o que ocorre no sistema (2), se for dado o vetor $\mathbf{d}$.

Veremos adiante que, tanto no caso em que a mercadoria agrícola é não-básica quanto no caso em que ela é básica , a partir do sistema (2) é possível obter um subsistema com n_a ou $n_a + 1$ equações, denominado *subsistema preços de produção-taxa de lucro*, que permite determinar os preços de produção das mercadorias básicas e a taxa de lucro. Quando a mercadoria

[3] *A análise desse fenômeno pode ser encontrada em Venter & Hoffmann (1991).*

agrícola é não-básica, esse subsistema equivale a um sistema com produção simples, sendo bem conhecidas as condições para que ele tenha uma solução economicamente significativa.[4]

Posteriormente, determinaremos a renda da terra, utilizando as equações restantes, que formam o *subsistema renda.*

Antes de analisarmos mais pormenorizadamente a determinação da renda da terra, examinaremos o conceito de mercadoria básica em um sistema sraffiano-marxista. Sraffa (1985) denomina de básica uma mercadoria que entra, direta ou indiretamente, na produção de todas as mercadorias. Caso contrário, a mercadoria é denominada não-básica. Pasinetti (1977) mostra que no modelo de Sraffa a distinção de mercadorias básicas e não-básicas está associada à possibilidade de decomposição da matriz $\mathbf{A}$. Se há mercadorias não-básicas no sistema, a correspondente matriz $\mathbf{A}$ é *redutível*; se for formado um sistema apenas com as mercadorias básicas, a correspondente matriz $\mathbf{A}$ é *irredutível.* Em um modelo sraffiano-marxista a matriz relevante passa a ser $\mathbf{A}^{+} = \mathbf{A} + \mathbf{db}$, e não apenas a matriz $\mathbf{A}$. Os elementos não-nulos em $\mathbf{d}$ são "insumos" em toda atividade que utiliza trabalho. Como o trabalho entra, direta ou indiretamente, na produção de todas as mercadorias, todos os elementos não-nulos em $\mathbf{d}$ correspondem a mercadorias básicas em um sistema sraffiano-marxista.

2.1 Determinação da renda intensiva para uma mercadoria agrícola não-básica

Examinaremos, inicialmente a determinação da renda da terra em um sistema em que a mercadoria agrícola é não-básica. A razão para isso é puramente "didática", já que tipicamente o "cereal" é parte do vetor $\mathbf{d}$ e, conseqüentemente, é uma mercadoria básica.

Se a mercadoria agrícola é não-básica, seu preço não aparece nas n_a primeiras equações do sistema (2), que constituem o subsistema preços de produção-taxa de lucro. Neste caso, a matriz $\mathbf{A}$ pode ser decomposta da seguinte maneira:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_a & \mathbf{a}_\alpha & \mathbf{a}_\beta \\ \mathbf{0} & a_{z\alpha} & a_{z\beta} \end{bmatrix} \tag{4}$$

[4] *Sobre a solução de um sistema com produção simples, ver Pasinetti (1977).*

em que $\mathbf{A}_a$ é a matriz $n_a \times n_a$ dos insumos utilizados na produção das n_a mercadorias industriais, $\mathbf{a}_\alpha$ é um vetor-coluna com as quantidades das mercadorias industriais usadas como insumos na produção do cereal no método α, e $a_{z\alpha}$ é a quantidade de cereal utilizada como insumo neste método. No caso do método β, temos, analogamente, $\mathbf{a}_\beta$ e $a_{z\beta}$.

Fazendo a decomposição correspondente em $\mathbf{B}$ e $\mathbf{f}$, temos:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_a & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & b_{z\alpha} & b_{z\beta} \end{bmatrix} \tag{5}$$

e

$$\mathbf{f} = [\mathbf{f}_a \;\; f_\alpha \;\; f_\beta] \tag{6}$$

Sejam $\mathbf{p}_a$ e $\mathbf{d}_a$ os vetores formados pelos n_a primeiros elementos de $\mathbf{p}$ e $\mathbf{d}$, respectivamente. Como o último elemento de $\mathbf{d}$ é nulo (para que a mercadoria agrícola seja não-básica), temos $w = \mathbf{pd} = \mathbf{p}_a\mathbf{d}_a$. Então, o subsistema preços de produção-taxa de lucro é:

$$(\mathbf{p}_a\mathbf{A}_a + \mathbf{p}_a\mathbf{d}_a\mathbf{f}_a)(1+r) = \mathbf{p}_a\mathbf{B}_a \tag{7}$$

Adotando uma das mercadorias industriais como numerário, o sistema (7) fica com n_a incógnitas: $n_a - 1$ preços e a taxa de lucro.

A seguir, analisaremos a determinação do preço da mercadoria agrícola e da renda da terra.

O preço da mercadoria agrícola pode ser determinado de três maneiras, cada uma correspondendo a uma *técnica* de produção: cada método de produção do cereal pode ser utilizado individualmente, ou ambos os métodos podem ser empregados lado a lado. No primeiro caso a terra não é escassa e, portanto, não existe o pagamento de renda. Assim, se apenas o método α está sendo utilizado, o preço da mercadoria agrícola (p_α) é determinado, em geral, como segue:

$$(\mathbf{p}_a\mathbf{a}_\alpha + p_\alpha a_{z\alpha} + \mathbf{p}_a\mathbf{d}_a f_\alpha)(1+r) = p_\alpha b_{z\alpha} \tag{8}$$

Ou seja, conhecendo as condições técnicas ($\mathbf{a}_\alpha$, $\alpha_{z\alpha}$, f_α e $b_{z\alpha}$), o vetor $\mathbf{d}$, a taxa de lucro e os preços das mercadorias industriais (obtidos no subsistema preços de produção-taxa de lucro), determinamos o preço do cereal (p_α) produzido com o método α. Note-se que na equação (8) fizemos $t = 0$.

De maneira análoga, se apenas o método β é utilizado, então o preço da mercadoria agrícola será p_β, determinado por meio da seguinte equação:

$$(\mathbf{p}_a\mathbf{a}_\beta + p_\beta a_{z\beta} + \mathbf{p}_a\mathbf{d}_a f_\beta)(1+r) = p_\beta b_{z\beta} \tag{9}$$

Por fim, quando os dois métodos estão sendo utilizados simultaneamente, a terra é escassa e uma renda homogênea passa a ser paga, sendo válidas as equações:

$$(\mathbf{p}_a\mathbf{a}_\alpha + p_{\alpha\beta} a_{z\alpha} + \mathbf{p}_a\mathbf{d}_a f_\alpha)(1+r) + th_\alpha = p_{\alpha\beta} b_{z\alpha} \tag{10}$$

$$(\mathbf{p}_a\mathbf{a}_\beta + p_{\alpha\beta} a_{z\beta} + \mathbf{p}_a\mathbf{d}_a f_\beta)(1+r) + th_\beta = p_{\alpha\beta} b_{z\beta} \tag{11}$$

Assim, temos duas incógnitas ($p_{\alpha\beta}$, o preço da mercadoria agrícola, e t, a renda da terra) e duas equações.

A técnica mais eficiente será aquela que possuir o menor preço de produção: p_α, p_β ou $p_{\alpha\beta}$.

Devemos salientar que a determinação do preço da mercadoria agrícola dependerá da demanda final por cereal. Esta indicará a necessidade de se produzir apenas com o método mais eficiente ou com ambos os métodos. Quando apenas um método, utilizado em uma parte da terra homogênea, é suficiente para suprir a demanda, não existe renda, pois não há escassez. Por outro lado, quando é necessária a utilização de ambos os métodos lado a lado para suprir a demanda por cereal, surge a renda da terra devido à escassez de terra.

Quando ocorre o pagamento de renda, devemos satisfazer a condição econômica de uma renda não-negativa. Para tanto, o método com maior produção por unidade de área deverá apresentar o maior custo por unidade de produto (Sraffa, 1985). O custo por unidade produzida de cereal (φ) inclui o lucro, o salário e o valor dos meios de produção, adotando como unidade monetária uma mercadoria que não seja o próprio cereal. Assim, tendo em vista as equações (10) e (11), definimos o custo de produção por unidade do cereal como:

$$\varphi_m = \frac{1}{b_{zm}}\Big(\mathbf{p}_a\mathbf{a}_m + p_{\alpha\beta} a_{zm} + \mathbf{p}_a\mathbf{d}_a f_m\Big)(1+r) \tag{12}$$

em que $m = \alpha$ ou β.

A produção por unidade de terra é $\dfrac{b_{zm}}{h_m}$, com $m = \alpha$ ou β.

Podemos reescrever as equações (10) e (11) da seguinte maneira:

$$\varphi_\alpha + \frac{th_\alpha}{b_{z\alpha}} = p_{\alpha\beta} \tag{13}$$

$$\varphi_\beta + \frac{th_\beta}{b_{z\beta}} = p_{\alpha\beta} \tag{14}$$

Resolvendo as equações (13) e (14) para t, obtemos

$$t = \frac{\varphi_\alpha - \varphi_\beta}{\dfrac{h_\beta}{b_{z\beta}} - \dfrac{h_\alpha}{b_{z\alpha}}} = \frac{\varphi_\alpha - \varphi_\beta}{\dfrac{h_\alpha h_\beta}{b_{z\alpha} b_{z\beta}} \left(\dfrac{b_{z\alpha}}{h_\alpha} - \dfrac{b_{z\beta}}{h_\beta} \right)} \tag{15}$$

Essa expressão mostra que a renda da terra só é positiva se o método com maior custo unitário também for aquele com maior produção por unidade de área da terra homogênea.

2.2 Determinação da Renda Intensiva para uma Mercadoria Agrícola Básica

No caso em que a mercadoria agrícola é básica, como as demais mercadorias do sistema, qualquer elemento da última linha da matriz **A** pode ser diferente de 0, pois o "cereal" pode ser um insumo em qualquer atividade. Então a matriz **A** não poderá, em geral, ser decomposta da maneira indicada em (4). Passamos, então, a indicar por $\mathbf{a}_\alpha$ e $\mathbf{a}_\beta$ as duas últimas colunas de **A**, que são vetores-coluna com $n_a + 1$ elementos, mostrando todos os insumos usados na produção das quantidades $b_{z\alpha}$ e $b_{z\beta}$ da mercadoria agrícola. Note-se que a decomposição de **B** apresentada em (5) e a decomposição de **f** em (6) continuam válidas.

Neste caso, o subsistema preços de produção-taxa de lucro é composto por n_a equações referentes às mercadorias industriais mais uma equação referente à mercadoria agrícola. Esta equação referente à mercadoria agrícola pode ser estabelecida de três maneiras, gerando três alternativas de construção do subsistema preços de produção-taxa de lucro, correspondendo a três técnicas de produção.

As duas primeiras alternativas consistem em utilizar cada método de produção do cereal isoladamente, ou seja, uma equação referente ao setor agrícola é obtida quando apenas o método α está sendo empregado e a outra quando apenas o método β está sendo utilizado, descritas respectivamente por:

$$(\mathbf{pa}_\alpha + \mathbf{pd}f_\alpha)(1+r) = p_\alpha b_{z\alpha} \tag{16}$$

ou

$$(\mathbf{pa}_\beta + \mathbf{pd}f_\beta)(1+r) = p_\beta b_{z\beta} \tag{17}$$

Nestes dois primeiros casos não existe renda da terra.

A terceira alternativa ocorre quando os dois métodos estão sendo empregados simultaneamente. Neste caso temos as equações:

$$(\mathbf{pa}_\alpha + \mathbf{pd}f_\alpha)(1+r) + th_\alpha = p_{\alpha\beta} b_{z\alpha} \tag{18}$$

e

$$(\mathbf{pa}_\beta + \mathbf{pd}f_\beta)(1+r) + th_\beta = p_{\alpha\beta} b_{z\beta} \tag{19}$$

Dessas duas equações podemos obter uma equação sem a renda da terra (t). Para isso, multiplicamos a equação (18) por $1/h_\alpha$ e a equação (19) por $(-1/h_\beta)$ e, em seguida, somamos as duas equações, membro a membro. Desse modo, eliminamos t e obtemos uma equação, que pode ser agregada às n_a equações referentes ao setor industrial, formando o terceiro subsistema preços de produção-taxa de lucro, com $n_a + 1$ equações. Para um vetor $\mathbf{d}$ fixado exogenamente, esse subsistema permite determinar os preços de produção e a taxa de lucro. Em seguida, podemos determinar a renda da terra utilizando as equações (18) ou (19).

A análise dos custos realizada anteriormente para o caso de uma mercadoria agrícola não-básica pode ser empregada, também, neste caso. Tendo em vista as equações (18) e (19), definimos os custos por unidade produzida (φ) como segue:

$$\varphi_m = \frac{1}{b_{zm}}(\mathbf{pa}_m + \mathbf{pd}f_m)(1+r) \tag{20}$$

em que $m = \alpha$ ou β. Substituindo em (18) e (19) e resolvendo para t, obtemos:

$$t = \frac{\varphi_\alpha - \varphi_\beta}{\dfrac{h_\beta}{b_{z\beta}} - \dfrac{h_\alpha}{b_{z\alpha}}} = \frac{\varphi_\alpha - \varphi_\beta}{\dfrac{h_\alpha h_\beta}{b_{z\alpha} b_{z\beta}}\left(\dfrac{b_{z\alpha}}{h_\alpha} - \dfrac{b_{z\beta}}{h_\beta}\right)} \tag{21}$$

Como anteriormente, o método que produzir com o maior custo por unidade de produto deverá apresentar maior produção por unidade de área, para garantir uma renda positiva.

3. Determinação dos Valores-trabalho

Nesta seção adotamos a proposta de Morishima (1976) e Morishima e Catephores (1980) para a determinação dos valores-trabalho, os valores verdadeiros. Esta maneira de calcular os valores-trabalho surgiu no debate sobre produção conjunta de Morishima com Steedman (Steedmann, 1975, 1976 e 1977; Morishima, 1974 e 1976).

Seja s a quantidade de terra disponível e $\mathbf{h}$ um vetor-linha com as áreas (h_m, com $m = 1, \cdots, n_z$), em hectares, utilizadas com cada um dos métodos alternativos para produzir as quantidades da mercadoria agrícola indicadas nas últimas n_z colunas da matriz $\mathbf{B}$. Então, o valor verdadeiro de uma mercadoria composta representada por um vetor-coluna $\mathbf{y}$ é obtido resolvendo o problema de programação linear a seguir, que consiste em minimizar

$$\nu_y = \mathbf{fq} \tag{22}$$

com

$$\mathbf{Bq} \geq \mathbf{Aq} + \mathbf{y} \qquad \text{ou} \qquad (\mathbf{B} - \mathbf{A})\mathbf{q} \geq \mathbf{y} \tag{23}$$

ou

$$\mathbf{hq}_z \leq s \qquad \text{ou} \qquad [\mathbf{0} \quad \mathbf{h}]\,\mathbf{q} \leq s \tag{24}$$

$$\mathbf{q} \geq \mathbf{0} \tag{25}$$

Na equação (23) $\mathbf{B}$ e $\mathbf{A}$ são matrizes com dimensão $(n_a + 1) \times (n_a + n_z)$. Como o vetor-coluna $\mathbf{q}$ possui $n_a + n_z$ elementos, que são os multiplicadores das atividades, temos que $\mathbf{Bq}$ é o vetor-coluna das quantidades totais produzidas e $\mathbf{Aq}$ é o vetor-coluna das quantidades de cada mercadoria usada como insumo. Assim, a equação (23) indica que o produto total de cada mercadoria do sistema tem de ser, no mínimo, igual ao que é gasto desta mercadoria como insumo mais a mercadoria composta $\mathbf{y}$ cujo valor-trabalho está sendo determinado.

A segunda restrição, equação (24), está relacionada ao fato de que a área total ocupada com os diversos métodos de produção não pode ultrapassar o total disponível. O vetor-coluna $\mathbf{q}_z$, nessa equação, é formado pelos últimos n_z elementos de $\mathbf{q}$. Na segunda forma de escrever essa restrição, o $\mathbf{0}$ representa um vetor-linha com n_a zeros. Por fim, a equação (25) implica que a solução do problema não pode incluir multiplicadores q_j negativos, pois não existe produção negativa.

Para Morishima e Catephores (1980) os valores individuais das mercadorias podem ser obtidos de duas formas. Primeiro, o valor verdadeiro de uma mercadoria i é definido como o valor verdadeiro da mercadoria composta que contém apenas uma unidade da mercadoria i, sendo todos os outros elementos no vetor $\mathbf{y}$ iguais a 0. Assim, para obter os valores individuais, basta modificar o vetor $\mathbf{y}$ na equação (23) e resolver, novamente, o problema de programação linear. Indicando esses valores individuais por ν_{yi} e sendo y_i os elementos de $\mathbf{y}$ no problema original, para Morishima & Catephores (1980) tem-se $\nu_y \leq \Sigma\nu_{yi}y_i$. Contudo, considerando o setor agrícola, com terras homogêneas, podemos obter $\nu_y > \Sigma\nu_{yi}y_i$, como veremos adiante, contrariando a afirmação anterior.

Segundo, podemos relacionar os valores verdadeiros ao que Morishima denominou de valores ótimos. Os valores ótimos (ν_{oi}, formando o vetor-linha $\mathbf{v}_o$, com n_a+1 elementos) são as soluções de um problema de maximização que é o dual do problema de minimização apresentado. Seja ν_t o valor-sombra da terra homogênea. O dual do problema primitivo de minimização é maximizar

$$Z = [\mathbf{v}_0 \quad -\nu_t]\begin{bmatrix}\mathbf{y}\\ s\end{bmatrix} \tag{26}$$

com

$$\mathbf{v}_0(\mathbf{B}-\mathbf{A}) - [\mathbf{0} \quad \nu_t\mathbf{h}] \leq \mathbf{f} \tag{27}$$

$$\mathbf{v}_0 \geq \mathbf{0} \qquad \text{e} \qquad \nu_t \geq 0 \tag{28}$$

Se Z^0 é a solução do problema de maximização e $\mathbf{fq}^0$ é a solução do problema de minimização (11)–(24), então, pelo teorema da dualidade teremos:

$$\mathbf{fq}^0 = Z^0 \tag{29}$$

ou

$$\nu_y = \mathbf{v}_0\mathbf{y} - \nu_t s \tag{30}$$

Esta última equação mostra que, quando consideramos o setor agrícola, o valor verdadeiro (ν_y) da mercadoria composta $\mathbf{y}$ é igual ao somatório dos valores ótimos dos seus componentes ($\mathbf{v}_0\mathbf{y}$) menos o valor-sombra das terras. Como Morishima e Catephores (1980:68) não consideram a produção agrícola, concluem que "o valor verdadeiro de uma mercadoria composta é igual ao valor total de seus componentes avaliados a valores ótimos". Na realidade, em um sistema com uso de terra escassa, o valor-trabalho de uma mercadoria composta $\mathbf{y}$ é, em geral, menor do que o somatório dos valores ótimos (ou valores-sombra) de seus componentes: $\nu_y \leq \Sigma \nu_{oi} y_i$.

Morishima e Catephores (1980) analisaram as três maneiras de quantificar a exploração discutidas no capítulo X, volume I, de *O capital*, de Marx.

Admite-se que cada assalariado trabalha T horas por período e recebe uma cesta de bens, $\mathbf{d}$, para sua manutenção. Admite-se, ainda, que existem N trabalhadores homogêneos. Então, $N\mathbf{d}$ é o vetor com os montantes de bens consumidos por todos os trabalhadores do sistema. Pode-se obter o valor-trabalho desse vetor, ν_{Nd}, ou seja, o tempo de trabalho necessário, substituindo $\mathbf{y}$ por $N\mathbf{d}$ na equação (23) do problema (22)–(25). Seja ν_d o valor-trabalho da cesta de consumo de um trabalhador, obtido substituindo $\mathbf{y}$ por $\mathbf{d}$ na equação (23) do problema (22)–(25). Com isto, podemos calcular as seguintes relações:

$$e_1 = \frac{TN - \nu_{Nd}}{\nu_{Nd}} \tag{31}$$

$$e_2 = \frac{T - \nu_d}{\nu_d} \tag{32}$$

$$e_3 = \frac{\nu_y - \nu_{Nd}}{\nu_{Nd}} \tag{33}$$

onde e_1 representa a relação entre trabalho excedente e trabalho necessário, e_2 é a razão entre o trabalho não-remunerado e o trabalho remunerado por trabalhador e, por fim, e_3 é a razão entre a mais-valia e o capital variável. Para Marx as, três razões acima eram equivalentes, o que efetivamente ocorre na ausência de produção conjunta e técnicas alternativas. Para Morishima e Catephores (1980), em geral tem-se $e_1 = e_2 \geq e_3$. Mas, quando analisamos um sistema econômico com produção agrícola em terras heterogêneas (Cunha & Hoffmann, 2000) ou diferentes métodos de produzir uma mercadoria em uma terra homogênea, teremos $e_2 \geq e_1 \geq e_3$.

4. Exemplo Numérico: o Cultivo Intensivo de uma Mercadoria Agrícola Básica

Nesta seção analisamos um exemplo numérico de uma economia com uma mercadoria industrial e uma mercadoria agrícola, esta participando diretamente na produção da mercadoria industrial e na sua própria produção, ou seja, a mercadoria agrícola ou cereal é uma mercadoria básica. Este sistema possui três atividades, a primeira referente à mercadoria industrial e as duas últimas relacionadas aos dois métodos, α e β, de produção do cereal na terra homogênea. Supomos que a demanda por cereal não poderá ser atendida apenas com o uso do método α, mesmo utilizando toda a área disponível, mas poderá ser atendida utilizando apenas o método β, sem o cultivo de toda a área disponível. Então a demanda por cereal poderá ser atendida, também, com o uso dos métodos α e β, lado a lado.

Segue-se uma representação esquemática da economia a ser analisada:

$$8 \text{ merc. } 1 \oplus 1 \text{ merc. } 2 \oplus 1 \text{ trabalho} \rightarrow 16 \text{ merc. } 1 \qquad \text{(indústria)} \tag{34}$$

$$2 \text{ merc. } 1 \oplus 2 \text{ merc. } 2 \oplus 0{,}05 \text{ trabalho} \oplus 1 \text{ terra} \rightarrow 6 \text{ merc. } 2 \quad (\text{método } \alpha) \tag{35}$$

$$1 \text{ merc. } 1 \oplus 2 \text{ merc. } 2 \oplus 1{,}5 \text{ trabalho} \oplus 1 \text{ terra} \rightarrow 8 \text{ merc. } 2 \quad (mtodo\beta) \tag{36}$$

Neste esquema o símbolo $\oplus$ significa "combinado com" e $\rightarrow$ significa "para produzir".

A mercadoria 1 é o produto industrial e a mercadoria 2 é o cereal.

Para esse exemplo numérico temos:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 8 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \tag{37}$$

$$\mathbf{f} = [1 \quad 0,05 \quad 1,5] \tag{38}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 8 \end{bmatrix} \tag{39}$$

$$\mathbf{h} = [1 \quad 1] \tag{40}$$

Inicialmente examinaremos a determinação dos preços de produção e da taxa de lucro. Adotando o cereal como unidade monetária e indicando por p o preço do produto industrial, a partir do esquema (34)–(36), podemos escrever as seguintes equações:

$$(8p + 1 + w)(1 + r) = 16p \tag{41}$$

$$(2p + 2 + 0,05w)(1 + r) + t = 6 \tag{42}$$

$$(p + 2 + 1,5w)(1 + r) + t = 8 \tag{43}$$

Segue-se que podemos formar três subsistemas preços de produção-taxa de lucro, com duas equações, sendo a primeira sempre a equação (41). A segunda equação do subsistema será (42) com $t = 0$ se admitirmos que apenas o método α é utilizado; será (43) com $t = 0$ se admitirmos que apenas o método β é utilizado; e será a diferença, membro a membro, entre (42) e (43) (operação algébrica que elimina t neste caso) se admitirmos que as duas técnicas são simultaneamente utilizadas. Em cada um desses três subsistemas há duas equações e três incógnitas: r, w e p. Eliminando p, obtemos, em cada caso, uma relação w-r. A figura 1b mostra as curvas correspondentes às três relações w-r.

Vamos admitir que o salário real seja dado por:

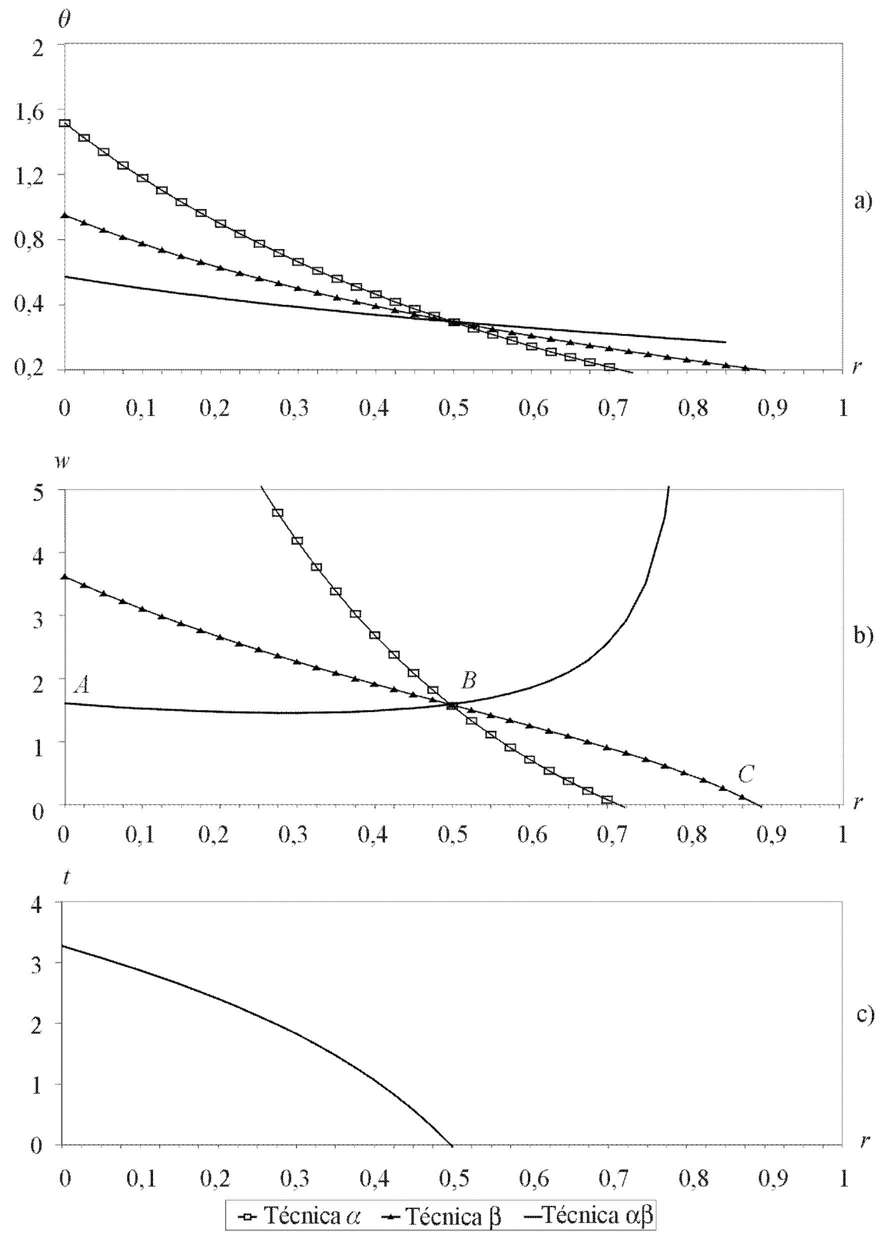
$$\mathbf{d} = \theta \begin{bmatrix} 4 \\ 1,5 \end{bmatrix} \tag{44}$$

Isto significa que, na cesta consumida pelos trabalhadores, as quantidades da mercadoria industrial e do cereal estão na proporção fixa de 4 para 1,5, mas o coeficiente θ permite variar a quantidade desta cesta que é consumida. Segue-se que:

$$w = \theta(4p + 1,5) \tag{45}$$

Substituindo (45) em (41), (42) e (43), obtemos um novo sistema de equações em que a incógnita w é substituída por θ. Por um procedimento análogo ao usado para obter as três relações w-r, podemos obter três relações θ-r que estão graficamente representadas na figura 1a.

Figura 1
Relações θ-r, w-r e t-r para um modelo sraffiano-marxista com produção agrícola em terra homogênea



Observa-se que as três relações w-r se cruzam no ponto de abcissa $r = 0,5$ (mais exatamente, $r = 0,4976$). A abcissa do ponto de cruzamento das três relações θ-r é, necessariamente, a mesma. À direita deste ponto, a técnica β é mais eficiente do que a técnica α pois, fixada a taxa de lucro, permite maior remuneração do trabalho. Como o método β tem maior produção por hectare, possibilitando atender a demanda por cereal sem usar toda a área disponível, a técnica β será utilizada para valores de r entre 0,5 e 0,89, que é a taxa de lucro máxima, obtida com a técnica β na situação extrema em que $w = \theta = 0$.

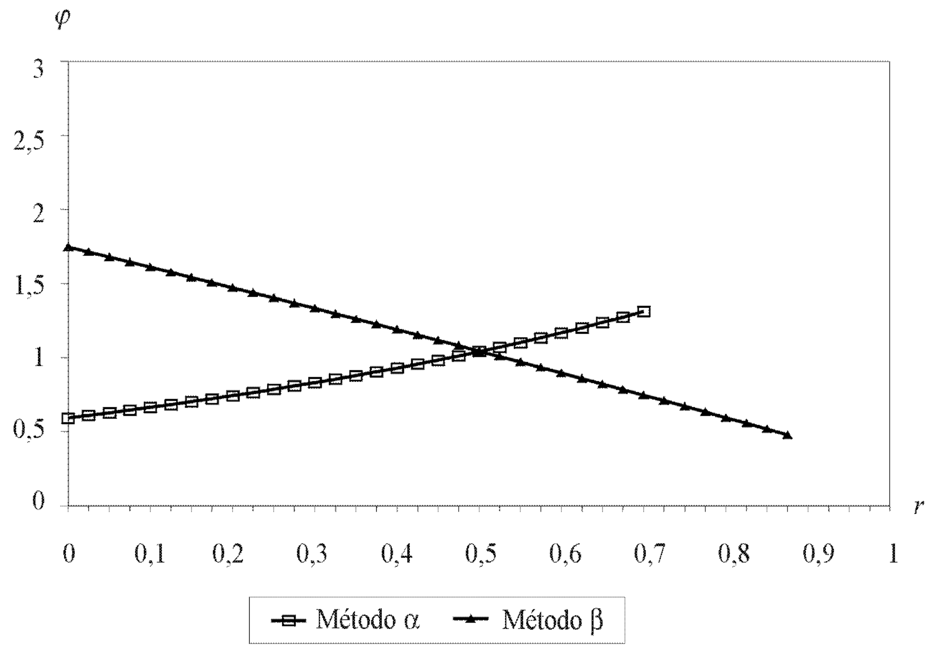
Para valores de r entre 0 e 0,5 a técnica α é mais eficiente do que a técnica β. Como o uso exclusivo do método de produção α não permite atender a demanda por cereal, será necessário usar a técnica $\alpha\beta$, isto é, usar simultaneamente os dois métodos de produção do cereal. Nesse intervalo de valores de r, a curva relevante é a referente ao uso da técnica $\alpha\beta$, com utilização total da área disponível e valor positivo da renda da terra, como mostra a figura 1c.

O fato de o método α ser muito menos intensivo em trabalho está, obviamente, associado com o fato de a técnica α ser mais lucrativa do que a técnica β para salários relativamente elevados (ou ser mais eficiente do que a técnica β para r abaixo de 0,5).

A figura 2 mostra a variação do custo unitário de produção do cereal (φ, incluindo os custos dos insumos e da mão-de-obra e o lucro) em função de r, para os métodos α e β. Verificamos que o método com maior produção por hectare, que é o β, tem custo unitário maior do que o método α para r entre 0 e 0,50. Então, de acordo com o que foi visto anteriormente, é só neste intervalo que há renda da terra positiva. É interessante notar que o fato de a terra ser ou não escassa não depende apenas da demanda por cereal e da área disponível. Depende, também, de variáveis estritamente econômicas, como w e r. Para r maior do que 0,50, o método β tem menor custo unitário e, nas condições estabelecidas, será possível atender a demanda sem usar toda a área disponível, não havendo escassez de terra.

Nas condições estabelecidas, a fronteira tecnológica para esse sistema é a curva que passa pelos pontos A, B e C da figura 1b. No ponto A temos $r = 0$ e $w = 1,60$. A relação w-r é decrescente até o ponto de coordenadas $r = 0,29$ e $w = 1,45$ (aproximadamente) e depois é crescente até o ponto B, cujas coordenadas são $r = 0,4976$ e $w = 1,585$. A relação volta a ser decrescente entre B e C.

Figura 2
Variação do custo unitário de produção do cereal
(φ) em função da taxa de lucro (r) para os métodos α e β



O ponto correspondente a A na figura 1a tem ordenada $\theta = 0,5724$. Este é o valor máximo de θ, para que a economia capitalista seja viável. O lucro só é positivo para valores menores de θ.

Cabe lembrar que em sistemas de produção simples, sem renda da terra, as relações w-r são sempre decrescentes, como demonstrou o próprio Sraffa, caracterizando o conflito distributivo entre salários e lucros. Ocorrendo o uso de terra escassa, o conflito distributivo passa a envolver três parcelas: salários, lucros e renda da terra. Neste exemplo numérico, a existência de uma fronteira tecnológica crescente para valores de r entre 0,29 e 0,50 deve ser associada ao fato de que a renda da terra, nesse intervalo, é positiva e decrescente.

Neste exemplo numérico ocorre um fenômeno interessante, que permite ilustrar o conflito distributivo entre lucros e renda da terra. Fixando o valor de w em 1,5, há três pontos sobre a fronteira tecnológica: $r = 0,13$, $r = 0,42$ ou $r = 0,52$, aproximadamente. Os dois primeiros pontos estão sobre a relação w-r referente à técnica $\alpha\beta$ (com uso simultâneo dos dois métodos de produção do cereal) e o terceiro ponto pertence à relação w-r da técnica β. Os valores da renda da terra são, respectivamente, 2,7, 0,9 e 0. Não há nada no modelo que permita estabelecer em qual dos três pontos o sistema vai ficar se o salário for fixado em 1,5. Isso vai depender de condições sociais e políticas que não foram explicitadas. Mais especificamente, e admitindo que se trate de classes distintas, vai depender do poder relativo de capitalistas e proprietários de terra.

A seguir analisaremos a determinação dos valores-trabalho no exemplo descrito pelo esquema (34)-(36) e pela expressão (44). As matrizes $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{f}$ e $\mathbf{h}$ para esse exemplo numérico estão nas expressões (37)-(40). Admite-se que a área de terra disponível seja igual a 2 hectares ($s = 2$). De acordo com (22)-(25), o valor-trabalho de uma cesta de mercadorias ou mercadoria composta $\mathbf{y}' = [y_1 \quad y_2]$ é dado pela solução do problema de programação linear a seguir, que consiste em minimizar

$$\nu_y = q_1 + 0,05q_2 + 1,5q_3 \tag{46}$$

com

$$\begin{bmatrix} 8 & -2 & -1 \\ -1 & 4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \mathbf{y} \tag{47}$$

$$q_2 + q_3 \leq 2 \tag{48}$$

$$q_1 \geq 0, \qquad q_2 \geq 0 \ \text{ e } \ q_3 \geq 0 \tag{49}$$

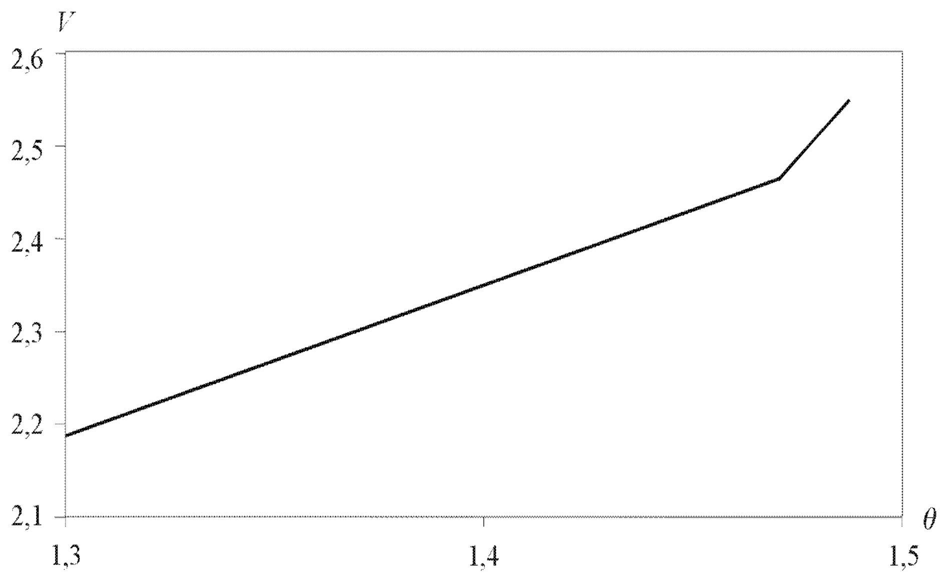
Vamos admitir que o salário real por unidade de trabalho (o vetor $\mathbf{d}$) seja estabelecido da maneira indicada na equação (44). De acordo com o esquema (34)-(36), o total de unidades de trabalho empregadas no sistema (TN) é igual a 2,55. Para dado valor do parâmetro θ, o capital variável (V) é obtido substituindo o vetor $\mathbf{y}$ na equação (47) pelo vetor $N\mathbf{d}$ e resolvendo o problema (46)-(49).

Seguindo Morishima (1974), $e_1 = \sigma$ será utilizado como medida do grau de exploração ou taxa de mais-valia, que neste caso é dada por:

$$\sigma = e_1 = \frac{2,55 - V}{V} \tag{50}$$

As figuras 3 e 4 mostram como V e σ variam em função de θ para o exemplo numérico considerado.

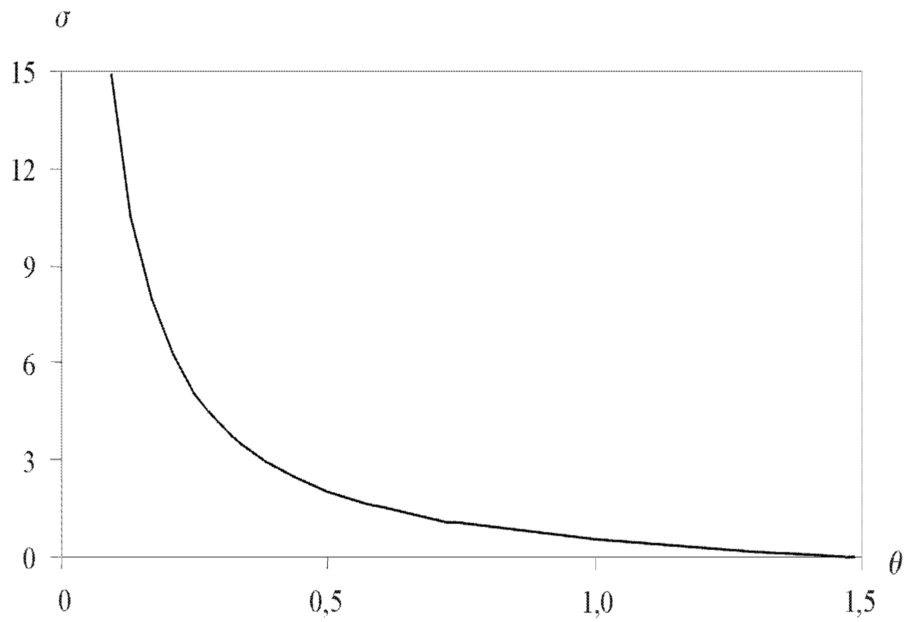
Figura 3
A relação entre mais-valia e θ (relação V-θ)



Pode-se verificar que a relação entre o capital variável (V) e o coeficiente θ é representada por uma poligonal que passa pela origem do sistema de eixos, já que $V = 0$ quando $\theta = 0$. Para valores de θ até 1,4705, o consumo dos trabalhadores pode ser produzido utilizando apenas o método α de produção do cereal, sem usar totalmente os 2 hectares disponíveis. Neste intervalo temos $V = 1,683\ \theta$, com o crescimento da demanda sendo atendido pelo aumento da escala de produção. Para $\theta = 1,4706$, o consumo dos trabalhadores já não pode ser produzido usando exclusivamente o método α, tornando-se necessário usar também o método β, que é mais exigente em mão-de-obra, fazendo com que a inclinação da relação V-θ aumente para 4,455. Quando θ atinge o valor 1,4874, o consumo dos trabalhadores exige, para sua produção, todo o trabalho disponível ($V = 2,55$), e a mais-valia fica igual a 0.

Cada valor de V dá origem a um valor da taxa de mais-valia (σ), por meio da relação (50), sendo possível obter a relação σ-θ ilustrada na figura 4. Por outro lado, cada valor de θ está associado a um valor de r, conforme a linha correspondente à fronteira tecnológica na figura 1a. Podemos, então, obter a relação entre a taxa de lucro (r) e a taxa de mais-valia (σ) apresentada na figura 5.

Figura 4
A relação entre taxa de mais-valia e θ (relação $\sigma-\theta$)

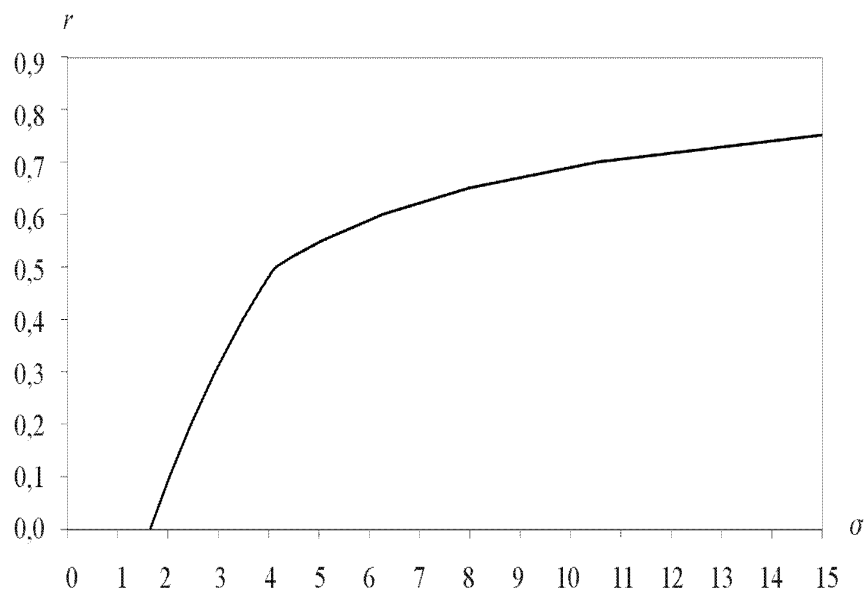


Ao examinar a figura 1, vimos que o sistema econômico analisado deixa de ser lucrativo para $\theta \geq 0,58$. Entretanto, a mais-valia é positiva para $\theta \leq 1,48$. Há, então, uma faixa de valores de θ para a qual a mais-valia é positiva, mas já não é possível a produção lucrativa. Isto corresponde, na figura 5, ao fato de r ser positivo somente para σ maior do que 1,647. Concluímos, portanto, que em um sistema econômico em que há escassez de terra e mais de um método de produção, a mais-valia positiva não é condição suficiente para que haja taxa de lucro positiva.

Se admitirmos que o esquema (34)-(36) não estabelece apenas as relações entre recursos utilizados e o produto *dentro* de cada atividade, mas reproduz o fluxo de mercadorias na economia, verificamos que o produto líquido nessa economia é:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 5 \\ 9 \end{bmatrix}$$

Figura 5
A relação entre taxa de lucro e taxa de mais-valia (relação r–σ)



Substituindo esse vetor em (47) e resolvendo o problema (46)-(49), obtemos os seguintes resultados:

a) os multiplicadores ótimos são $q_1 = q_2 = q_3 = 1$;
b) todas as restrições são limitantes, com os valores-sombra (ou valores ótimos) de $\nu_{o1} = 0,202941$, $\nu_{o2} = 0,623529$ e $\nu_t = 2,038235$;
c) o valor verdadeiro do produto líquido $\mathbf{y}$ é $\nu_y = 2,55$, que é o total de trabalho direto empregado;
d) $\nu_{o1}y_1 + \nu_{o2}y_2 = 6,62647$ e $\nu_t s = 4,07647$, permitindo verificar a validade da equação (30).

Segue-se, obviamente, que

$$\nu_y \leq \Sigma \nu_{oi} y_i \tag{51}$$

O valor verdadeiro de uma unidade do produto industrial é obtido resolvendo o problema (46)-(49) para $\mathbf{y}' = [1 \quad 0]$. Obtemos $\nu_{y1} = 0,135$. Analogamente, obtemos o valor de uma unidade do cereal: $\nu_{y2} = 0,08$. Utilizando esses valores unitários, o valor do produto líquido do sistema seria:

$$\Sigma \nu_{yi} y_i = 0,135 \times 5 + 0,08 \times 9 = 1,395$$

Verificamos, portanto, que

$$\Sigma \nu_{yi} y_i < \nu_y \tag{52}$$

Cabe ressaltar que as desigualdades (51) e (52) também ocorrem para sistemas econômicos sraffiano-marxistas com terras de diferentes qualidades e renda *extensiva* (Cunha & Hoffmann, 2000).

5. Conclusões

Analisamos a determinação de preços de produção, salário, taxa de lucro, valores-trabalho e taxa de mais-valia em um sistema econômico sraffiano-marxista com terra homogênea e renda intensiva.

Determinamos os valores-trabalho pelo procedimento proposto por Morishima, resolvendo um problema de programação linear no qual minimizamos o tempo de trabalho para obter determinada cesta de mercadorias, dadas as condições técnicas de produção. Este procedimento respeita as características básicas do conceito marxista de valor-trabalho, mas produz valores que não são aditivos.

Verificamos que o valor-trabalho do produto líquido do sistema é igual ao somatório dos valores ótimos (ou valores-sombra) de seus componentes menos o valor-sombra da terra (quando esta é escassa). Como o valor-sombra da terra é algo que supera o valor-trabalho do produto líquido, fica claro que ele não faz parte da mais-valia. Isto é coerente com a idéia marxista de que a renda da terra não pode ser "atribuída" à terra em si. Ela se caracteriza como apropriação de parte do excedente por pessoas que são reconhecidas como *proprietárias* de um recurso escasso.

Verificamos, no exemplo numérico, que há uma situação em que há mais-valia, mas a taxa de lucro é 0. Isto significa que todo o excedente, mesmo aquele gerado no setor industrial, é apropriado pelos donos da terra. Indica, novamente, que não há uma parte específica da mais-valia destinada a gerar "renda da terra". A renda da terra é determinada juntamente com os preços de produção e a taxa de lucro, e não no domínio dos valores-trabalho.

A situação descrita no parágrafo anterior mostra, também, que uma taxa de mais-valia positiva não é condição suficiente para lucros positivos. O teorema marxista fundamental de Morishima *não* é válido quando o sistema inclui um setor agrícola com terras escassas.

O uso de terras escassas também faz com que o valor-trabalho de uma cesta de mercadorias possa ser *maior* do que o somatório dos valores de seus componentes, calculados utilizando o valor-trabalho por unidade de cada mercadoria, uma situação não prevista por Morishima e Catephores (1980).

A renda intensiva pode ser associada com a renda absoluta de Marx, pois ambas podem existir mesmo que a terra seja absolutamente homogênea. Mas a analogia termina aí. Não há, em Marx, nada que sugira o processo de determinação da renda intensiva em um modelo sraffiano-marxista.

Cabe ressaltar, finalmente, que a análise de preços de produção e valores-trabalho desenvolvida neste artigo indica que é inviável, nestes modelos com renda de terra, "transformar valores em preços". Tanto valores-trabalho quanto preços são obtidos das condições técnicas de produção, mas usando procedimentos distintos. Os preços são obtidos algebricamente de um sistema de equações, enquanto os valores-trabalho o são resolvendo problemas de programação linear.

Referências Bibliográficas

Cunha, M. S. da & Hoffmann, R. Valores-trabalho e preços de produção em um sistema econômico sraffiano com renda extensiva. *Revista de Economia Política, 20*(2),120-40, abr./jun. 2000.

Hoffmann, R. & Venter, P. R. A renda extensiva da terra em um sistema sraffiano. *Pesquisa e Planejamento Econômico, 20*(3):601-12, dez. 1990.

Kurz, H. Rent theory in a multisectoral model. *Oxford Economic Papers, 30*(1):16-37, 1978.

Marx, K. *O capital: crítica da economia política.* 4 ed. São Paulo, Difel, 1985.

Médio, A. Profits and surplus-value: appearance and reality in capitalist production. In: Hunt, E. K. & Schwartz, J. G. (ed.). *A critique of economic theory.* Hardmonsworth, Penguin Books, 1973. p. 312-46.

Montani, G. Scarce natural resources and income distribution. *Metroeconomica, 17*(1):68-101, Jan./Apr. 1975.

Morishima, M. Marx in the light of modern economic theory. *Econometrica, 42*(4):611-32, July 1974.

________. Positive profits with negative surplus value: a comment. *The Economic Journal, 86*:599-603, Sept. 1976.

________; Catephores, G. *Valor, exploração e crescimento: Marx à luz da teoria econômica moderna.* Rio de Janeiro, Zahar, 1980.

Pasinetti, L. I. *Lectures on the theory of production.* New York, Columbia University Press, 1977.

________. *Essays on the theory of joint production.* New York, Columbia University Press, 1980. p. 12-7.

Quadrio-Curzio, A. Rent, income distribuition, and orders of efficiency and rentability. In: Pasinetti, L. L. *Essays on theory of joint production.* New York, Columbia University Press, 1980. p. 218-40.

Sen, A. K. On the labour theory of value: some methodological issues. *Cambridge Journal of Economics, 2*:175-90, 1978.

Sraffa, P. *Produção de mercadorias por meio de mercadorias: prelúdio a uma crítica da teoria econômica.* 2 ed. São Paulo, Abril Cultural, 1985. p. 172-258. (Os Economistas.)

Steedman, I. Positive profits with negative surplus value. *The Economic Journal, 85*(337):114-23, Mar. 1975.

________. Positive profits with negative surplus value: a reply. *The Economic Journal, 86*:604-8, Sept. 1976.

________. *Marx after Sraffa.* London, Unwin Brothers Limited, 1977.

Venter, P. R. & Hoffmann, R. A renda intensiva em sistemas sraffianos. *Revista de Economia e Sociologia Rural, 29*(3):183-208, jul./set. 1991.