

AVALIAÇÃO DE MODELOS DE AFILAMENTO SEGMENTADOS NA ESTIMAÇÃO DA ALTURA E VOLUME COMERCIAL DE FUSTES DE *Eucalyptus* sp.¹

Carlos Alberto Martinelli de Souza², Gilson Fernandes da Silva³, Alexandre Cândido Xavier³, José Franklim Chichorro³, Carlos Pedro Boechat Soares⁴, Agostinho Lopes de Souza⁴

RESUMO – Este trabalho teve como objetivo avaliar diferentes modelos de afilamento na estimativa da altura comercial, do volume comercial e de volumes ao longo do fuste de *Eucalyptus* sp., de modo a garantir resultados mais precisos na obtenção de multiprodutos. Foram avaliados os modelos de afilamento de Max e Burkhart (1976), Demaerschalk e Kozak (1977) e Parresol et al. (1987). Empregaram-se dados de cubagem rigorosa de árvores de *Eucalyptus* sp., com idade de 16 anos, sendo utilizadas 41 árvores-amostra no ajuste dos modelos. Baseado na análise gráfica dos resíduos e nas estatísticas desvio médio (dm), média das diferenças (MD) e desvio-padrão das diferenças (DPD), verificou-se que o modelo de Max e Burkhart (1976) foi superior aos outros em todas variáveis avaliadas, seguido pelo modelo de Demaerschalk e Kozak (1967). O modelo de Parresol et al. (1987) teve resultados tendenciosos, à exceção da estimativa de volumes de toras entre 25 e 35% da altura total.

Palavras-chave: Multiprodutos, inventário florestal e equações.

EVALUATION OF SEGMENTED TAPER MODELS IN THE ESTIMATION OF HEIGHT AND MERCHANTABLE VOLUME OF *Eucalyptus* sp. BOLE

ABSTRACT – The objective of this work was to evaluate different models for estimating merchantable height, merchantable volume and volumes along the bole of *Eucalyptus* sp., in order to guarantee more accurate results for obtaining wood multiproducts. The taper models by Max & Burkhart (1976), Demaerschalk & Kozak (1977) and Parresol et al., (1987) were evaluated. Data from rigorous tree scaling of 16-year-old *Eucalyptus* sp., using 41 sample trees for model adjustment. Based on the residue graphic analysis and on the statistics bias (B), average of the differences (MD), and Standard deviation of differences (DPD), the Max & Burkhart model was found to fit better all evaluated variables than the others, followed by the Demaerschalk & Kozak model. The Parresol et al. model produced biased results except for the estimate of log volumes between 25% and 35% of the total height.

Keywords: Multiproducts, forest inventory and equations.

1. INTRODUÇÃO

Com a evolução da tecnologia e da crescente necessidade de informações mais detalhadas sobre os povoamentos florestais, os inventários tornaram-

se mais complexos e passaram a informar muitos detalhes adicionais que simplesmente o volume de madeira existente na floresta. Hoje, com a crescente demanda por multiprodutos da madeira, diversificaram-se as

¹ Recebido em 23.03.2007 e aceito para publicação em 19.05.2008.

² Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria-RS. E-mail: <camartinelli5@hotmail.com>.

³ Centro de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), Alegre-ES. E-mail: <gfsilva@cca.ufes.br>.

⁴ Departamento de Engenharia Florestal da Universidade Federal de Viçosa (UFV), Viçosa-MG. E-mail: <csoares@ufv.br>.

informações dos diferentes tipos de volumes resultantes do inventário, como: volume total, volume comercial e volumes comerciais para diversos fins específicos (PÉLICO NETO e BRENA, 1997).

Segundo Leite et al. (2006), cada vez mais o mercado exige produtos diversificados e de qualidade. Como os produtos florestais não fogem à regra, faz-se necessário utilizar técnicas de quantificação e qualificação desses produtos, entre as quais se têm os modelos de afilamento (*taper*) que possibilitam a determinação do volume total e comercial de madeira para qualquer diâmetro ou altura especificado. De acordo com Prodan (1968), modelos de afilamento constituem importante ferramenta estatística de uso corrente na determinação dos perfis de troncos, pois permitem ao usuário estimar três características básicas das árvores: diâmetro em qualquer ponto do fuste; altura total ou a que se encontra em um diâmetro-limite especificado no fuste; e o volume entre pontos quaisquer do fuste.

A integral de um modelo de afilamento permite estimar o volume entre quaisquer segmentos ao longo do fuste - procedimento denominado sortimento - e, desse modo, maximiza-se o aproveitamento de uma árvore e, conseqüentemente, de um povoamento florestal. O estudo do sortimento de povoamentos de florestas de produção (nativas ou plantadas) é uma das ferramentas importantes no planejamento da utilização dos recursos florestais e na avaliação do manejo empregado, em razão de permitir a quantificação da matéria-prima, classificando-a de acordo com as dimensões e qualidade, com relação aos múltiplos usos da madeira (MÜLLER, 2005).

Segundo Guimarães e Leite (1992), esta é uma técnica já bastante difundida nos países com maior tradição florestal, onde constitui fator importante nas decisões de manejo e planejamentos florestais e, portanto, na maximização do aproveitamento da madeira produzida.

A utilização de modelos de afilamento é uma consequência natural do desenvolvimento do setor florestal no Brasil, em que o aperfeiçoamento das técnicas de inventário e a necessidade de flexibilização da informação dos estoques de madeira despertaram maior interesse no aprimoramento das informações de inventário (SCOLFORO, 1998).

De acordo com Husch et al. (1982), os fustes podem diferenciar-se em diferentes formas, com a base se aproximando de um neilóide, a porção central a um parabolóide e o topo similar a um parabolóide ou um cone. Isso justifica o uso dos modelos segmentados, pois estes consistem em submodelos onde cada um descreve uma parte do fuste e são unidos com a condição de que cada função se conecte corretamente nos pontos de união para formar um modelo segmentado.

Muitos são os trabalhos relacionados a esse assunto, no entanto é importante ressaltar que a maioria dos estudos avalia somente o desempenho das equações ajustadas em relação ao diâmetro em qualquer parte do tronco e em relação ao volume comercial, não se preocupando em verificar o comportamento dessas equações ao se estimar a altura para um diâmetro comercial preestabelecido.

Nesse contexto, este estudo foi desenvolvido com os objetivos de: Avaliar a acurácia de três modelos de afilamento segmentados para estimar altura em um diâmetro preestabelecido; estudar a precisão dos modelos de afilamento segmentados na estimativa do volume comercial; e analisar a precisão dos modelos de afilamento segmentados na estimativa dos volumes das partes do fuste simulando um traçamento das toras.

2. MATERIAL E MÉTODOS

Os dados deste estudo foram coletados na empresa Aracruz Celulose S.A., localizada no Município de Caravelas, no Estado da Bahia, que tem as seguintes coordenadas geográficas 17° 37' 48" de latitude sul e 39° 15' 41" de longitude oeste de Greenwich. Utilizou-se um talhão com área de 4,31 ha plantado com *Eucalyptus* sp., aos 16 anos de idade, proveniente de propagação semínifera e plantados com espaçamento inicial de 3 x 3 m.

Foram cubadas rigorosamente 41 árvores para o ajuste dos modelos. Os diâmetros foram medidos com o auxílio de uma suta, na altura de 1,30 m, e a 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 10%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85% e 95% da altura total da árvore. No cálculo do volume com casca das seções, empregou-se o método de Smalian. Para o ajuste dos modelos de Max e Burkhart (1976) e Parresol et al. (1987), utilizou-se o software SAS e para o modelo de Demaerschalk e Kozak (1977), o software Statística 6.0. No Quadro 1, mostra-se a distribuição de frequência das 41 árvores-amostra.

Quadro 1 – Distribuição de freqüência das árvores-amostra, por classes de diâmetro e altura
Table 1 – Distribution of frequency of the sample trees, by diameter class and height

Classes de Altura (m)	Classes de Diâmetro (cm)				TOTAL
	37,5	42,5	47,5	52,5	
37	2				2
39	1	2	1		4
41	3	6	6	1	16
43		6	4	1	11
45		1	5		6
47					0
49		1		1	2
TOTAL	6	16	16	3	41

2.1. Modelos Segmentados

Neste trabalho foram testados os três modelos segmentados mais empregados na área florestal, como detalhados a seguir:

a) *Modelo de Max e Burkhart (1976)*

$$d_i = D * \left[\beta_1(X-1) + \beta_2(X^2-1) + \beta_3(a_1-X)^2 I_1 \right]^{0,5} + e_i$$

$$+ \beta_4(a_2-X)^2 I_2$$

Integrando o modelo que propicia a estimativa do diâmetro em relação a qualquer valor de h_i , tem-se a expressão que permite estimar os volumes comerciais de uma altura h_1 até a altura h_2 . Quando $h_2 = H$ e $h_1 = 0$, tem-se o volume total da árvore.

$$V = KD^2 H \left[\begin{array}{l} \frac{\beta_2}{3} \left(\left(\frac{h_2}{Ht} \right)^3 - \left(\frac{h_1}{Ht} \right)^3 \right) + \frac{\beta_1}{2} \left(\left(\frac{h_2}{Ht} \right)^2 - \left(\frac{h_1}{Ht} \right)^2 \right) \\ (\beta_1 + \beta_2) \left(\left(\frac{h_2}{Ht} \right) - \left(\frac{h_1}{Ht} \right) \right) - \frac{\beta_3}{3} \left(\left(a_1 - \frac{h_2}{Ht} \right)^3 I_1 - \left(a_1 - \frac{h_1}{Ht} \right)^3 I_1 \right) \\ \frac{\beta_4}{3} \left(\left(a_2 - \frac{h_2}{Ht} \right)^3 I_2 - \left(a_2 - \frac{h_1}{Ht} \right)^3 I_2 \right) \end{array} \right]$$

Sendo:



$$K = \frac{P}{40.000}$$

$$I_i = \begin{cases} = 1 & \text{se } X \leq a_i; \\ = 0 & \text{se } X > a_i; \end{cases}$$

$X = h_i / Ht$; $i = 1, 2$;

a_1 e a_2 = os pontos de ligação dos polinômios;

d_i = diâmetro comercial (cm); Ht = altura total da árvore (m);

h_i = altura ao longo do fuste da árvore (m); D = diâmetro a 1,3 (m) do solo;

β_i = parâmetros da regressão, sendo $i = 0, 1, \dots, n$;

e_i = erro aleatório.

b) *Modelo de Demaerschalk e Kozak (1977)*

$$d_t = \left[\left(\frac{h/Ht}{RH} \right)^{\beta_1} \beta_2 \left(1 - \frac{h/Ht}{RH} \right) \right] DI$$

$$d_b = \left[\beta_3 - (\beta_3 - 1) \left(\frac{1 - h/Ht}{RHI} \right)^{\beta_4} \right] DI$$

em que:

dt = diâmetro comercial na parte do fuste abaixo do ponto de inflexão;

db = diâmetro comercial na parte do fuste acima do ponto de inflexão;

RH = altura relativa do DI ao topo;

RHI = altura relativa do DI até o nível do solo; e

DI = diâmetro no ponto de inflexão.

hi, Ht e β_i já foram definidos anteriormente.

A altura comercial, quando ocorre em qualquer ponto abaixo do ponto de inflexão, é obtida por:

$$h_i = \left[1 - RHI \left(\frac{\beta_3 - d/DI}{\beta_3 - 1} \right)^{1/\beta_4} \right] Ht$$

c) *Modelo de Parresol et al. (1987)*

$$d_i = D \left\{ Z^2 (\beta_1 + \beta_2 Z) + (Z - a)^2 [\beta_3 + \beta_4 (Z + 2a)] \right\}^{0,5} + e_i$$

a = ponto de ligação dos polinômios;

$$I_i = \begin{cases} = 1 & \text{se } Z \geq a; \\ = 0 & \text{se } Z < a; \end{cases}$$

$$Z = \frac{1}{h_i/Ht}$$

d_i, D, h_i, Ht e β_i já foram definidos anteriormente.

Integrando o modelo que propicia a estimativa do diâmetro para qualquer altura hi, tem-se a expressão que permite a estimativa dos volumes.

$$V = KH \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{D^2 (\beta_2 + \beta_4 I)}{4} (Z_2^4 - Z_1^4) \right] + \\ & \left[\frac{D^2 (\beta_1 + \beta_3 I)}{3} (Z_2^3 - Z_1^3) \right] + \\ & \left[\frac{-aID^2 (2\beta_3 + 2a\beta_4)}{2} (Z_2^2 - Z_1^2) \right] + \\ & \left[a^2 ID^2 (\beta_3 + 2a\beta_4) (Z_2 - Z_1) \right] \end{aligned} \right\}$$

Deve-se ressaltar que foram analisadas as estimativas de volume e de altura a partir do ajuste do modelo na sua forma original. Para a obtenção da altura nos modelos de Max & Burkhart, Demaerschalk & Kozak (quando a altura de interesse ocorreu abaixo do ponto de inflexão) e Parresol et al., foi necessária a utilização de processos iterativos. Então, para isso foi utilizado o algoritmo de Newton, por meio da ferramenta Solver, do programa Microsoft Excel. Para o modelo de Demaerschalk & Kozak, quando o volume de interesse ocorreu na parte abaixo do ponto de inflexão, foi obtido através da integração da equação do diâmetro na base. Em caso contrário, isso foi feito através da integração numérica da equação do diâmetro acima do ponto de inflexão.

2.2. Avaliação dos modelos

A precisão das equações ajustadas foi avaliada por meio do coeficiente de determinação (R^2) e do erro-padrão da estimativa em porcentagem (S_{yx} %). Pelo fato de existirem neste estudo modelos lineares e não-lineares, o coeficiente de determinação usado foi calculado segundo a metodologia proposta por Kvalset (1985), que atende a todas as condições impostas para comparação entre os modelos com suas eventuais características. Assim, o coeficiente de determinação (R^2) foi calculado da seguinte forma:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}$$

Para fins deste estudo, foi selecionado um diâmetro mínimo comercial ($d = 28$ cm) utilizado regularmente pela empresa Aracruz Celulose S.A. para obtenção de madeira para serraria. Para simular um traçamento de toras e testar a exatidão das equações ajustadas na estimação do volume das toras traçadas, calculou-se os volumes entre o ponto de corte e 10%, entre 10% e 15%, entre 15% e 25%, entre 25% e 35% e entre 35% e 45% da altura total das árvores-amostra.

Para o diâmetro mínimo comercial e para partes oriundas do traçamento, fizeram-se testes de acordo com a metodologia utilizada por Lima (1986). Primeiramente, confeccionaram-se os gráficos dos resíduos. Os valores residuais utilizados na construção dos gráficos são expressos por:

$$\text{Erro (\%)} = \frac{\hat{Y} - Y}{Y} 100$$

em que:

\hat{Y} = valores estimados pela equação e Y = valores observados.

Fizeram-se, também, testes complementares, por meio das seguintes estatísticas: desvio médio (*DM*); média das diferenças absolutas (*MD*) e desvio-padrão das diferenças (*DPD*). Para cada equação, a exatidão foi examinada para volume e altura comercial, considerando-se o diâmetro mínimo comercial preestabelecido. A partir da análise das estatísticas *B*, *MD* e *DPD*, procedeu-se à ordenação das funções segundo o maior ou menor grau de precisão, sendo atribuídos pesos de 1 a 3, de acordo com os resultados de cada equação e com o diâmetro mínimo comercial em questão. Considerou-se como mais acurado o modelo que resultou em menor somatório nas notas para o diâmetro mínimo avaliado. No Quadro 2 são apresentadas as estatísticas para avaliação do ajuste dos modelos.

Quadro 2 – Critérios para avaliação do ajuste e validação dos modelos

Table 2 – Criteria for evaluation of the adjustment and validation of the models

Desvio Médio (<i>DM</i>)	$B = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i}{n}$
Média das diferenças absolutas (<i>MD</i>)	$MD = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \hat{Y}_i }{n}$
Desvio-padrão das diferenças (<i>DPD</i>)	$DPD = \sqrt{\frac{\left(\sum_{i=1}^n d_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n d_i\right)^2 / n\right)}{n - p}}$

Em que: Y_i = valor observado; \hat{Y}_i = valor estimado; n = número de observações; e p = número de parâmetros

de cada modelo, $d_i = \left(Y_i - \hat{Y}_i\right)$

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os parâmetros estimados, coeficiente de determinação (R^2) e erro-padrão das estimativas em

porcentagem (S_{yx} %), nos três modelos avaliados, são apresentados no Quadro 3, para o ajuste feito com todos os dados. Fazendo uma análise das medidas de precisão das equações referentes aos três modelos, pode-se observar que praticamente não há diferença entre os coeficientes de determinação e erro-padrão das estimativas das equações de Max & Burkhart e Demaerschalk & Kozak. Porém, a equação de Parresol et al. proporcionou menor valor para o coeficiente de determinação e maior valor para o erro-padrão residual. No entanto, essas estatísticas não fornecem nenhum indicativo do comportamento das estimativas ao longo do perfil do fuste, sendo necessários outros cálculos que proporcionem uma análise mais detalhada, a fim de escolher o modelo mais adequado com maior segurança.

Percebe-se que as equações de Max & Burkhart e Demaerschalk & Kozak apresentaram resultados satisfatórios, uma vez que não existiu tendenciosidade nas estimativas da altura comercial. Além disso, os erros calculados ficaram na sua grande maioria, contidos em um intervalo de mais ou menos 20% como pode ser visto na Figura 1. É importante ressaltar que o modelo de Max & Burkhart foi ainda melhor que os outros, pois apresentou os erros variando em intervalos menores. Ainda de acordo com essa análise gráfica, o modelo de Parresol et al. apresentou tendência ao superestimar a altura comercial das árvores com $DAP < 40$ cm.

Analisando os dados das estatísticas apresentadas no Quadro 4, verifica-se que a equação de Max e Burkhart apresentou melhores resultados para altura comercial, apesar de a equação de Demaerschalk & Kozak apresentar menor valor do desvio médio (*DM*). Ao se fazer o somatório das notas atribuídas a todas as estatísticas, observou-se uma coerência com a análise gráfica residual, ressaltando-se que a diferença entre os modelos de Max & Burkhart e Demaerschalk e Kozak foi pequena, e os dois proporcionaram resultados satisfatórios. As estatísticas também confirmaram que a equação de Parresol et al. teve desempenho inferior, uma vez que resultou em tendência na estimativa da altura comercial das árvores com menores valores de *DAP*.

Quadro 3 – Estatística das equações ajustadas em sua forma original
Table 3 – Statistic of the equations adjusted in their original form

Modelos	Estimativas dos Parâmetros						R ²	S _{YX} (%)
	a ₁	a ₂	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$		
M & B	0,0682	0,8823	-6,6811	3,3474	85,6420	-3,1292	99,80%	6,02
D & K	-	-	-	0,8078	1,2876	-	98,21%	7,07
Parresol	0,8670	-	2,3650	-1,8165	-600,1	230,5	65,67%	20,47

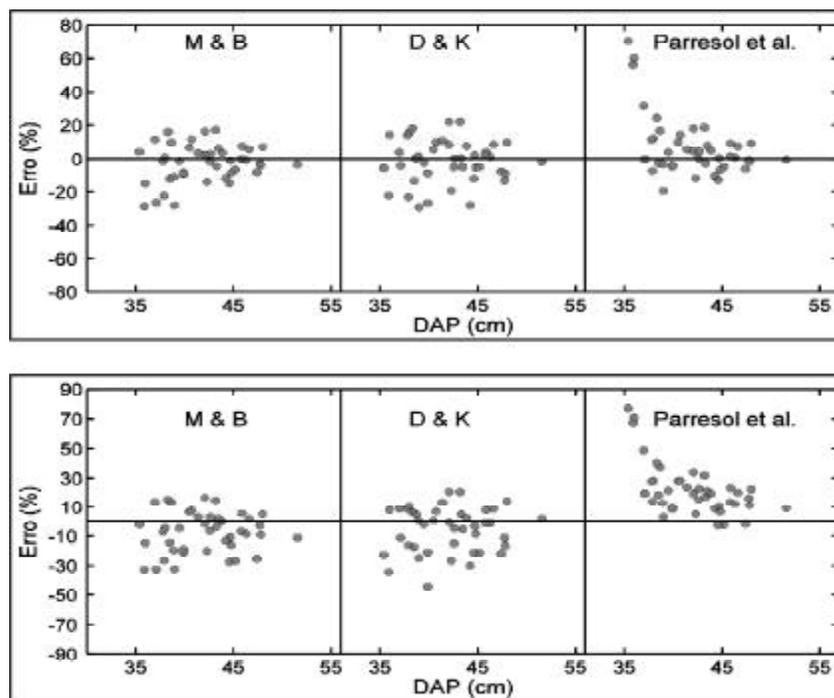


Figura 1 – Distribuições dos resíduos da altura comercial e do volume comercial, em porcentagem, em função do DAP, dos modelos de Max & Burkhart, Demaerschalk & Kozak e Parresol et al.

Figure 1 – Distributions of residues of the merchantable height and merchantable volume, in percentage, as a function of the DBH, for the models of Max & Burkhart, Demaerschalk & Kozak and Parresol et al.

Quadro 4 – Resultado das estatísticas desvio médio (DM), média das diferenças (MD) e desvio-padrão das diferenças (DPD) das estimativas da altura comercial

Table 4 – Result of the statistic bias (b), average of the differences (MD) and standard deviation of the differences (DPD) for estimates of merchantable height

Modelo	Estatísticas			Classificação
	DM	MD	DPD	
M & B	-0,1572 (2)	1,4108 (1)	1,7882 (1)	4
D & K	0,0565 (1)	1,6740 (2)	2,1747 (2)	5
Parresol	1,0096 (3)	1,7461 (3)	2,2967 (3)	9

Valores entre parentes referem-se às notas.

Através da Figura 2, nota-se que as equações tiveram desempenho menos satisfatório, comparando-se com as estimativas da altura comercial. Assim como na variável altura, os resíduos da equação de Max & Burkhart variaram em intervalos menores que as outras equações e apresentaram melhor distribuição dos erros. A equação de Demaerschalk & Kozak também proporcionou resultado satisfatório com estimativas de volumes próximas às obtidas pela equação de Max e Burkhart, porém com maior intervalo entre os erros. Já o modelo de Parresol

et al. apresentou forte tendência em superestimar o volume. Em um trabalho realizado com a espécie *Pinus taeda* coletados no Município de Jaguaraíva, PR, Assis (2000) concluiu que o modelo de Max & Burkhart, apesar de apresentar pequena tendenciosidade, pode ser utilizado para estimar volumes parciais ou totais. Nesse mesmo estudo, a autora também concluiu que o modelo de Parresol et al., por apresentar baixa precisão nas estimativas dos diâmetros e dos volumes ao longo de todo o fuste, não foi adequado para estimar essas variáveis.

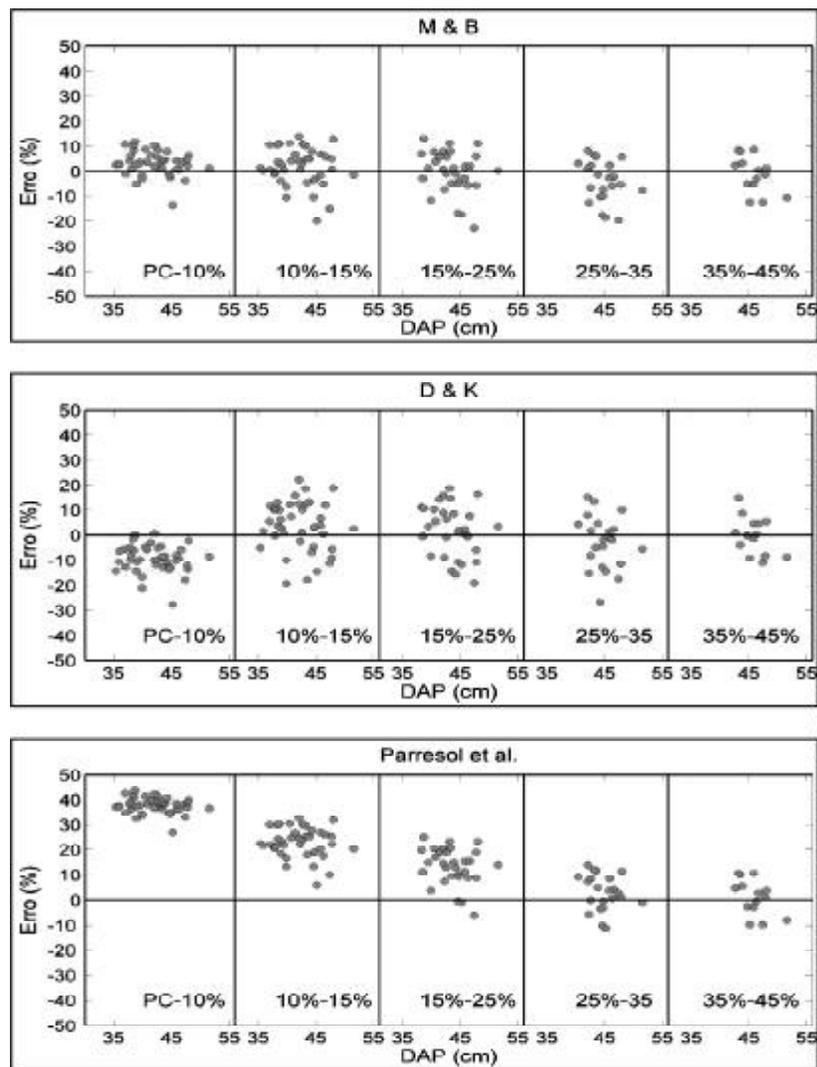


Figura 2 – Distribuições dos resíduos do volume das toras ao longo dos fustes, em porcentagem, em função do DAP, dos modelos de Max & Burkhart, Demaerschalk & Kozak e Parresol et al.

Figure 2 – Distributions of residues of the log volume along the bole, in percentage, function of the DBH, for the models of Max & Burkhart, Demaerschalk & Kozak and Parresol et al.

Verifica-se, pelas estatísticas demonstradas no Quadro 5, que o modelo de Max & Burkhardt foi superior aos demais, sendo mais apropriado para estimar essa variável. Também, é importante ressaltar que o modelo de Demaerschalk & Kozak teve resultado favorável e que o de Parresol et al. apresentou tendências.

Quadro 5 – Resultado das estatísticas desvio médio (DM), média das diferenças (MD) e desvio-padrão das diferenças (DPD) das estimativas do volume comercial

Table 5 – Result of the statistics bias (b), average of the differences (MD) and standard deviation of the differences (DPD) for the estimates of merchantable volume

Modelo	Estatísticas			Classificação
	DM	MD	DPD	
M & B	0,0887 (2)	0,1792 (1)	0,2059 (1)	4
D & K	0,0583 (1)	0,1895 (2)	0,2395 (3)	6
Parresol	0,3191 (3)	0,3245 (3)	0,2129 (2)	8

Valores entre parentes referem-se às notas.

Na Figura 2 são apresentados os resíduos das estimativas dos volumes das toras ao longo dos fustes. À exceção das toras entre 10% e 15% da altura total que tiveram tamanho médio de 2 m, as outras apresentaram, em média, 4 m de comprimento. Pela avaliação gráfica dos resíduos, nota-se que todas as equações apresentaram tendências nas estimativas do volume das toras entre a altura de corte e 10% da altura total, e as obtidas pelas equações de Max & Burkhardt e Parresol et al., de forma geral, superestimaram e aquelas obtidas pela equação de Demaerschalk & Kozak subestimaram. Porém, a equação de Max & Burkhardt, apesar da tendência apresentada, proporcionou desvios inferiores a 10%. A equação de Parresol et al. novamente apresentou desempenho pouco satisfatório, ressaltando-se que entre a altura de corte e 10% da altura total os valores dos erros foram superiores a 25%. Assis (2000) também mostrou que os modelos de afilamento têm grandes tendências nas estimativas de variáveis na base dos fustes.

Nas toras entre 10% e 15% da altura total, verificou-se uma melhoria nas estimativas de volume das três equações com relação à tora da base do fuste, o que mostra que, quanto mais próximo da base, pior a estimativa. Nota-se, através dos resíduos (Figura 2), que nessa seção do fuste a equação de Max & Burkhardt também

foi melhor, pois apresentou erros menores em todo conjunto amostral, apesar de superestimar as estimativas do volume de forma geral.

Com relação às toras entre 15% e 25% da altura total, verificou-se melhoria na estimativa dos volumes, e isso confirma que os modelos de afilamento têm maior acurácia à medida que as variáveis estimadas se afastam da base. Observa-se que a equação de Max & Burkhardt foi a que melhor estimou o volume, seguida da de Demaerschalk & Kozak. A equação de Parresol et al. mais uma vez gerou estimativas tendenciosas.

Em relação às toras entre 25% e 35% da altura total, observou-se que houve melhoria nas estimativas de volume obtidas pela equação de Parresol et al., que nas toras tomadas nas partes mais inferiores do fuste superestimou o volume, quase que na totalidade do conjunto da amostra. Apesar da melhora, constatou-se que ainda existe tendência à superestima do volume, porém com amplitude de erros menores do que aquela apresentada pelas outras equações que tenderam a subestimar o grupo de árvores com maior DAP. Nesse caso, as equações de Max e Burkhardt e Demaerschalk e Kozak proporcionaram resultados semelhantes, com a diferença de que o segundo apresentou erros com intervalos maiores.

Já ao observar as toras entre 35% e 45% da altura total, notou-se a semelhança entre as equações dos três modelos, bem como grande melhoria de todas com maior acurácia na estimativa do volume. Percebeu-se, novamente, que, à medida que foi aumentada a porcentagem da altura total em que foram tomadas as referidas estimativas, o número de árvores decresceu em quantidade e as estimativas volumétricas melhoraram. O decréscimo no número de árvores se explica pelo fato de que essas medidas foram feitas até onde ocorreu o diâmetro de 28 cm, com a ressalva de que, para algumas árvores amostradas, esse limite ocorreu a uma altura menor que 15% da altura total. As toras até 10% da altura total foram as únicas que tiveram todo o conjunto de árvores completo.

Entre a altura de corte e 10% da altura total, apesar de ter apresentado superestimação (Quadro 6), a equação de Max & Burkhardt foi a que teve o melhor resultado, seguido da equação de Demaerschalk & Kozak, que, no entanto, subestimou o volume. A equação do modelo de Parresol et al. teve forte tendência a superestimar as estimativas volumétricas das toras dessa seção.

Nas toras entre 10% e 15% da altura total, os valores de *DM* e *MD* foram inferiores em relação aos valores dessas estatísticas nas toras que foram tomadas entre a altura de corte e 10% da altura total do fuste. Isso, mais uma vez, comprova a melhoria das estimativas de acordo com o afastamento da base. As notas atribuídas com base nos valores das estatísticas das toras dessa parte do fuste, também confirmaram o melhor desempenho da equação de Max e Burkhart e pior desempenho da equação de Parresol et al.

As estatísticas obtidas entre 15% e 25% da altura total indicam que a equação de Max & Burkhart proporcionou estimativas mais precisas quando comparadas com estimativas obtidas pelas outras equações e, principalmente, em relação à equação de Parresol et al.

Entre 25% e 35% da altura total, percebeu-se a melhoria que a equação de Parresol et al. apresentou quando comparada com as estimativas obtidas nas seções anteriores e quando se fez comparação entre os modelos nessa parte do fuste. As estatísticas apontaram que a equação de Parresol et al. apresentou melhores resultados, o que não havia acontecido

anteriormente; isso evidencia que essa melhoria se deve ao afastamento da base. É válido ressaltar que, apesar de apresentar melhoria nas estimativas, este, assim como os outros, apresentaram tendências não desejáveis.

Os valores apresentados das estatísticas e as respectivas notas da última seção (35% e 45% da altura total) indicaram que as três equações proporcionaram estimativas semelhantes. Mais uma vez, deve-se ressaltar que os resultados são melhores do que aqueles encontrados na base, comprovando a tendenciosidade nas estimativas na parte mais inferior do fuste.

Em seus estudos, Souza (2007), avaliando as estimativas de altura comercial, volume comercial e volume ao longo do fuste obtidas por três modelos segmentados e seis não-segmentados, encontrou melhores resultados com os modelos não-segmentados, sendo o modelo de Biging (1984) o que apresentou os melhores resultados nas estimativas das variáveis altura comercial e volume comercial. Esse resultado é bastante interessante, pelo fato de os modelos não-segmentados serem menos complexos e, conseqüentemente, com maior facilidade de serem ajustados e manuseados.

Quadro 6 – Resultado das estatísticas desvio médio (*DM*), média das diferenças (*MD*) e desvio-padrão das diferenças (*DPD*) das estimativas dos volumes ao longo do fuste

Table 6 – Result of the statistics bias (*b*), average of differences (*MD*) and standard deviation of the differences (*DPD*) for estimates of volumes along the bole

	Estatísticas				
	Modelo	<i>DM</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>	Classificação
PC - 10%	Max & Burkhart	0,0148 (1)	0,0221 (1)	0,0238 (1)	3
	Demaershalk & Kozak	-0,0461 (2)	0,0462 (2)	0,0282 (2)	6
	Parresol et al.	0,1837 (3)	0,1837 (3)	0,0446 (3)	9
10% - 15%	Max & Burkhart	0,0047 (1)	0,0159 (1)	0,0183 (1)	3
	Demaershalk & Kozak	0,0089 (2)	0,0204 (2)	0,0249 (2)	6
	Parresol et al.	0,0527 (3)	0,0527 (3)	0,2352 (3)	9
15% - 25%	Max & Burkhart	0,0003 (1)	0,0275 (1)	0,0373 (1)	3
	Demaershalk & Kozak	0,0093 (2)	0,0371 (2)	0,0472 (2)	6
	Parresol et al.	0,0590 (3)	0,0609 (3)	0,2569 (3)	9
25% - 35%	Max & Burkhart	-0,0136 (3)	0,0260 (2)	0,0307 (2)	7
	Demaershalk & Kozak	-0,0089 (1)	0,0298 (3)	0,0394 (3)	7
	Parresol et al.	0,0120 (2)	0,0223 (1)	0,0276 (1)	4
35% - 45%	Max & Burkhart	-0,0035 (2)	0,0190 (1)	0,0269 (2)	5
	Demaershalk & Kozak	-0,0003 (1)	0,0193 (3)	0,0279 (3)	7
	Parresol et al.	0,0041 (3)	0,0192 (2)	0,0265 (1)	6

Valores entre parenteses referem-se às notas.

4. CONCLUSÕES

De acordo com os resultados deste estudo, pode-se concluir que, para a estimativa da altura comercial, o modelo de Max & Burkhart foi o que apresentou o melhor resultado, seguido do modelo proposto por Demaerschalk & Kozak; o modelo de Parresol et al. proporcionou resultados com forte tendência a subestimar essa variável.

Em relação ao volume comercial, os resultados foram bastante semelhantes aos encontrados para altura comercial, sendo os resultados mais precisos para altura.

Na estimativa dos volumes das toras ao longo do fuste, o modelo de Max & Burkhart foi o mais preciso, salvo em toras entre 25% e 35% da altura total, que teve o modelo de Parresol et al. com melhor resultado.

5. REFERÊNCIAS

- ASSIS, A. L.; SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M. de; ACERBI JÚNIOR, J. W.; OLIVEIRA, A. D. de. Comparação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*. **Cerne**. v.7, n.1, p.20-40, 2001.
- BIGING, G. S. Taper equations for second mixed-conifers of Northern California. **Forest Science**, v.30, n.4, p.1103-1117, 1984.
- DEMAERSCHALK, J. P.; KOZAK, A. The whole-bole system: a conditional dual equation system for precise prediction of tree profiles. **Canadian Journal for Research**, v.7, p.488-497, 1977.
- GUIMARÃES, D. P.; LEITE, H. G. Um novo modelo para descrever o perfil do tronco. **Revista Árvore**, v.16, n.2, p.170-180, 1992.
- HUSCH, B.; MILLER, C.L.; BEERS, T.E. **Forest mensuration**. 3. ed. New York: J. Willey & Sons, 1982. 397p.
- KAVALSETH, T. O. Cautionary note about R^2 . **The American Statistician**, v. 39, n.4, p.279-285, 1985.
- LEITE, H. G., GAMA., J. R. V., CRUZ, J. P., SOUZA, A. L. Função de afilamento para *Virola surinamensis* (ROLL.) WARB. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.30, n.1, p.99-106, 2006.
- LIMA, F. **Análise de funções de “taper” destinadas à avaliação de multiprodutos de árvores de *Pinus elliottii***. Viçosa: UFV. 1986. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, 1986.
- MAX, T.A.; BURKHART, H.E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Washington, v.22, n.3, p.283-289, 1976.
- MENDONÇA, A. R. Avaliação de funções de afilamento visando a otimização de fustes para multiprodutos. **Cerne**, Lavras, v.13, n.1, p.71-82, jan./mar. 2007.
- MÜLLER, J.; FINGER, C.A.G.; SCHNEIDER, P.R. Forma de tronco e sortimentos de madeira de *eucalyptus grandis* hill ex maiden, na região sudeste do estado do rio grande do sul. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v.15, n.3, p.293-305.
- PARRESOL, B. R.; HOTVEDT, J. E.; CAO, Q. V. “A Volume and taper prediction system for bald cypress. **Canadian J. of Forest Research**, Ottawa, v. 17, n.3, p. 250-259, 1987.
- PELLICO NETO, S.; BRENA, D. A. **Inventário Florestal**. Curitiba: UFPR. 1997.
- PRODAN, M., PETERS, R., COX, F. **Mensura forestal**. San José, Costa Rica: IICA, 1997. 586p.
- SCOLFORO, J. R. S., RIOS, M. S., OLIVEIRA, A. D., MAESTRI, R. Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil do fuste de *pinus elliottii*. **Cerne**, Lavras, v.4, n.1, p.100-122, 1998.
- SOUZA, C. A. M. **Avaliação de modelos de taper não segmentados e segmentados na estimação da altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp.** 2007. 115f. Dissertação (Mestrado em Produção Vegetal) – Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre, 2007.
- ASSIS, A. L.; SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M. de; ACERBI JÚNIOR, J. W.; OLIVEIRA, A. D. de. Comparação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*. **Cerne**. v.7, n.1, p.20-40, 2001.

- BIGING, G. S. Taper equations for second mixed-conifers of Northean California. **Forest Science**, v.30, n.4, p.1103-1117, 1984.
- DEMAERSCHALK, J. P.; KOZAK, A. The whole-bole system: a conditional dual equation system for precise prediction of tree profiles. **Canadian Journal for Research**, v.7, p.488-497, 1977.
- GUIMARÃES, D. P.; LEITE, H. G. Um novo modelo para descrever o perfil do tronco. **Revista Árvore**, v.16, n.2, p.170-180, 1992.
- HUSCH, B.; MILLER, C.L.; BEERS, T.E. **Forest mensuration**. 3. ed. New York: J. Willey & Sons, 1982. 397p.
- KAVALSETH, T. O. Cautionary note about R^2 . **The American Statistician**, v.39, n.4, p.279-285, 1985.
- LEITE, H. G., GAMA., J. R.V., CRUZ, J. P., SOUZA, A. L. Função de afilamento para *Virola surinamensis* (ROLL.) WARB. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.30, n.1, p.99-106, 2006.
- LIMA, F. **Análise de funções de “taper” destinadas à avaliação de multiprodutos de árvores de *Pinus elliottii***. Viçosa: UFV. 1986. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, 1986.
- MAX, T.A.; BURKHART, H.E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Washington, v.22, n.3, p.283-289, 1976.
- MENDONÇA, A. R. Avaliação de funções de afilamento visando a otimização de fustes para multiprodutos. **Cerne**, Lavras, v.13, n.1, p.71-82, jan./mar. 2007.
- MÜLLER, I; FINGER, C.A.G.; SCHNEIDER, P.R. Forma de tronco e sortimentos de madeira de *eucalyptus grandis* hill ex maiden, na região sudeste do estado do rio grande do sul. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v.15, n.3, p.293-305.
- PARRESOL, B. R.; HOTVEDT, J. E.; CAO, Q. V. “A Volume and taper prediction system for bald cypress. **Canadian J. of Forest Research**, Ottawa, v.17, n.3, p.250-259, 1987.
- PELLICO NETO, S.; BRENA, D. A. **Inventário Florestal**. Curitiba: UFPR. 1997.
- PRODAN, M., PETERS, R., COX, F. **Mensura forestal**. San José, Costa Rica: IICA, 1997. 586p.
- SCOLFORO, J. R. S., RIOS, M. S., OLIVEIRA, A. D., MAESTRI, R. Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil do fuste de *pinus elliottii*. **Cerne**, Lavras, v.4, n.1, p.100-122, 1998.
- SOUZA, C. A. M. **Avaliação de modelos de taper não segmentados e segmentados na estimação da altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp.** 2007. 115f. Dissertação (Mestrado em Produção Vegetal) – Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre, 2007.