BRAGANTIA

Revista Científica do Instituto Agronômico, Campinas

Vol. 38 Campinas, dezembro de 1979 N.º 24

ANÁLISE DE UM DELINEAMENTO BOX PARA TRÊS FATORES, COM NÍVEIS NÃO EQÜIDISTANTES [1]

JOASSY DE PAULA NEVES JORGE [2], *Divisão de Plantas Alimentícias Básicas, Instituto Agronômico, e* LUIZ M. M. DE FREITAS, *Instituto de Pesquisas IRI, Matão.*

SINOPSE

Procedeu-se à análise estatística para dados provenientes do uso de um delineamento de tratamentos central composto Box para três fatores, com níveis não eqüidistantes, através do estudo de uma superfície de resposta, utilizando um modelo quadrático em X, com dez parâmetros.

São dadas as estimativas dos parâmetros β, suas variâncias e covariâncias e o desenvolvimento da análise da variância, chegando-se ainda à equação em X, que possibilita a análise econômica dos ensaios.

Resultados de um experimento de capim-swannee-bermuda, conduzido durante três anos em solo de cerrado, são analisados estatisticamente seguindo o esquema apresentado.

1. INTRODUÇÃO

Foi conduzido, durante três anos, na Fazenda Experimental do Instituto de Pesquisas IRI, em Matão (SP), um experimento de adubação de capim-swannee-bermuda (**Cynodon dactylon** (L.) Pers.), objetivando caracterizar o potencial de um solo de cerrado e estabelecer as curvas de resposta à aplicação dos nutrientes nitrogênio, fósforo e enxofre.

Utilizou-se o delineamento de tratamentos central composto Box, com quinze tratamentos, mais um tratamento extra 000, colocados em blocos ao acaso com quatro repetições.

Na escolha das doses para caracterização das curvas de resposta, optou-se por um aumento não eqüidistante, em substituição ao aumento aritmético, comumente utilizado, a fim de explorar o efeito de doses bastante mais elevadas

---

(1) Trabalho apresentado na 10.ª Conferência Internacional de Biometria, Guarujá (SP), em agosto de 1979. Recebido para publicação a 20 de setembro de 1979.

(2) Com bolsa de suplementação do CNPq.

dos nutrientes em estudo, sem sacrificar as informações fornecidas pelos efeitos de pequenos incrementos. Assim, em lugar dos níveis 0, 1, 2, 3 e 4 (**2, 4**), foram usados 0, 1, 2, 4 e 8.

Os autores não têm conhecimento, na literatura, de utilização do central composto para três fatores com níveis não eqüidistantes. Para análise estatística dos resultados, foi, então, desenvolvido o estudo de uma superfície de resposta adaptada ao delineamento, através de um modelo quadrático em X, chegando-se à equação que possibilita estudo econômico dos resultados obtidos.

2. CARACTERÍSTICAS DO DELINEAMENTO BOX COM OS NÍVEIS 0, 1, 2, 4 e 8

O delineamento central composto Box, deste experimento, consta de oito tratamentos que compõem um fatorial completo nos níveis 1 e 4; de seis tratamentos radiais, dois para cada fator, nos níveis 0 e 8 de um dos fatores para doses fixas (nível 2) dos outros dois fatores; e de mais um tratamento central 222 totalizando os quinze tratamentos.

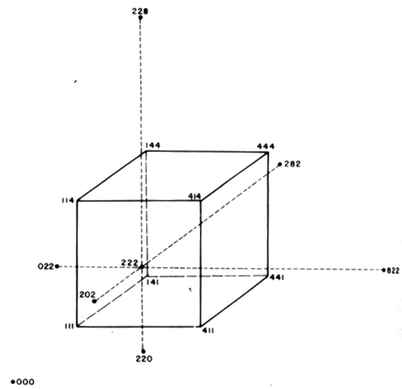
As doses de cada nutriente foram: 0, 150, 300, 600 e 1.200kg/ha de N; 0, 100, 200, 400 e 800kg/ha de P_2O_5 e 0, 20, 40, 80 e 160kg/ha de S; foram utilizados, como fontes de nutrientes, *nitrato de amônio* (33%N), superfosfato triplo (45% P_2O_5) e gesso (15%S). O nitrogênio e o enxofre foram aplicados anualmente, acompanhados de uma dose média de 250kg/ha de K_2O, e o fósforo foi aplicado só no primeiro ano, no plantio.

Os nutrientes N, P_2O_5 e S foram indicados pelos índices i, j e k, e suas doses foram associadas ao nível t, que tomou os valores 0, 1, 2, 4 e 8.

O tratamento 000 não faz parte do delineamento, e foi introduzido somente para dar o nível real de nutrição do solo. Os 16 tratamentos foram colocados, no campo, em blocos ao acaso com 4 repetições.

A figura 1 apresenta o esquema geométrico desse delineamento.

Figura 1. - Esquema geométrico o delineamento Box para três fatores com níveis não eqüidistantes



3. ANÁLISE ESTATÍSTICA E ECONÔMICA

A análise estatística utilizando o modelo quadrático em X para adaptação da superfície de resposta foi realizada com base em Anderson & Bancroft (**1**), Draper & Smith (**5**), Graybill (**6**) e Myers (**7**), entre outros, e foi seguida a mesma seqüência de operações desenvolvida para o delineamento (1/5) (5^3) (**3**).

Os índices i, j e k indicam os macronutrientes nitrogênio, fósforo e enxofre. Os polinômios de 1.º e 2.º grau, adaptados aos níveis de cada fator, são designados por ξ_1 e ξ_2. A equação polinomial expressa em termos dos ξ é dada a seguir:

$$Y_{ijk}=\beta_0\xi_0+\beta_{1i}\xi_{1i}+\beta_{1j}\xi_{1j}+\beta_{1k}\xi_{1k}+\beta_{2i}\xi_{2i}+\beta_{2j}\xi_{2j}+\beta_{2k}\xi_{2k}+\beta_{1i1j}\xi_{1i1j}+\beta_{1i1k}\xi_{1i1k}+\beta_{1j1k}\xi_{1j1k}+\varepsilon_{ijk},$$

onde os β são os coeficientes de regressão, os ϵ_{ijk} são variáveis aleatórias independentes, normalmente distribuídas, com média zero e variância σ^2.

Os polinômios linear e quadrático, impostas as condições de ortogonalidade entre ambos, são da forma:

$$\xi_{1mt}=\frac{-38}{15}+X_{mt} \quad e \quad \xi_{2mt}=\frac{1938}{209}-\frac{1601}{209}X_{mt}+X^2_{mt},$$

onde m = i, j, k; e t = 0, 1, 2, 4, 8.

Os coeficientes são, respectivamente:

$$\xi_{1m0}=-\frac{38}{15};\ \xi_{1m1}=-\frac{23}{15};\ \xi_{1m2}=-\frac{8}{15};\ \xi_{1m4}=\frac{22}{15};\ \xi_{1m8}=\frac{82}{15}$$

$$\xi_{2m0}=\frac{1938}{209};\ \xi_{2m1}=\frac{546}{209};\ \xi_{2m2}=\frac{-428}{209};\ \xi_{2m4}=\frac{-1122}{209};\ \xi_{2m8}=\frac{2506}{209}$$

Os parâmetros β foram estimados pelo método dos quadrados mínimos por meio da expressão:

$$\underline{\hat{\beta}}=S^{-1}\Xi'\underline{Y}$$

No cálculo da matriz Ξ, precisou-se fazer nova parametrização para se ter a média independente dos componentes da interação. Com isso, β_0 não foi estimado diretamente. Através da matriz Ξ reparametrizada, foi estimado o coeficiente η_0, ao qual β_0 está associado através da expressão:

$$\beta_0=\eta_0+\frac{34}{225}(\beta_{1i1j}+\beta_{1i1k}+\beta_{1j1k})$$

A matriz S^{-1} e o vetor $\Xi'\underline{Y}$ são os seguintes:

$$\Xi'\underline{Y} = \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \\ I \\ J \end{pmatrix}$$

onde

$$A = \sum Y_{ijk}$$

$$B = \frac{1}{15}[-23Y_{1..} + 22Y_{4..} - 8Y_{2..} - 38Y_{0..} + 82Y_{8..}]$$

$$C = \frac{1}{15}[-23Y_{.1.} + 22Y_{.4.} - 8Y_{.2.} - 38Y_{.0.} + 82Y_{.8.}]$$

$$D = \frac{1}{15}[-23Y_{..1} + 22Y_{..4} - 8Y_{..2} - 38Y_{..0} + 82Y_{..8}]$$

$$E = \frac{1}{209}[546Y_{1..} - 1122Y_{4..} - 428Y_{2..} + 1938Y_{0..} + 2506Y_{8..}]$$

$$F = \frac{1}{209}[546Y_{.1.} - 1122Y_{.4.} - 428Y_{.2.} + 1938Y_{.0.} + 2506Y_{.8.}]$$

$$G = \frac{1}{209}[546Y_{..1} - 1122Y_{..4} - 428Y_{..2} + 1938Y_{..0} + 2506Y_{..8}]$$

$$H = \frac{1}{225}[563Y_{11.} + 518Y_{44.} - 472(Y_{41.} + Y_{14.}) + 98Y_{22.} + 338(Y_{022} + Y_{202}) - 622(Y_{\ 22} + Y_{282})]$$

$$I = \frac{1}{225}[563Y_{1.1} + 518Y_{4.4} - 472(Y_{4.1} + Y_{1.4}) + 98Y_{2.2} + 338(Y_{022} + Y_{220}) - 622(Y_{822} + Y_{228})]$$

$$J = \frac{1}{225}[563Y_{.11} + 518Y_{.44} - 472(Y_{.41} + Y_{.14}) + 98Y_{.22} + 338(Y_{202} + Y_{220}) - 622(Y_{282} + Y_{228})]$$

$$S^{-1} = \begin{bmatrix}
0{,}0666667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0{,}0255174 & 0{,}0049961 & 0{,}0049961 & 0{,}0017617 & 0{,}0017852 & 0{,}0017852 & 0{,}0089705 & 0{,}0089705 & 0{,}0003118 \\
0 & 0{,}0049961 & 0{,}0255174 & 0{,}0049961 & 0{,}0017852 & 0{,}0017617 & 0{,}0017852 & 0{,}0089705 & 0{,}0003118 & 0{,}0089705 \\
0 & 0{,}0049961 & 0{,}0049961 & 0{,}0255174 & 0{,}0017852 & 0{,}0017852 & 0{,}0017617 & 0{,}0003118 & 0{,}0089705 & 0{,}0089705 \\
0 & 0{,}0017617 & 0{,}0017852 & 0{,}0017852 & 0{,}0030590 & 0{,}0007537 & 0{,}0007537 & 0{,}0017981 & 0{,}0017981 & 0{,}0004199 \\
0 & 0{,}0017852 & 0{,}0017617 & 0{,}0017852 & 0{,}0007537 & 0{,}0030590 & 0{,}0007537 & 0{,}0017981 & 0{,}0004199 & 0{,}0017981 \\
0 & 0{,}0017852 & 0{,}0017852 & 0{,}0017617 & 0{,}0007537 & 0{,}0007537 & 0{,}0030590 & 0{,}0004199 & 0{,}0017981 & 0{,}0017981 \\
0 & 0{,}0089705 & 0{,}0089705 & 0{,}0003118 & 0{,}0017981 & 0{,}0017981 & 0{,}0004199 & 0{,}0233040 & -0{,}0004540 & -0{,}0004540 \\
0 & 0{,}0089705 & 0{,}0003118 & 0{,}0089705 & 0{,}0017981 & 0{,}0004199 & 0{,}0017981 & -0{,}0004540 & 0{,}0233040 & -0{,}0004540 \\
0 & 0{,}0003118 & 0{,}0089705 & 0{,}0089705 & 0{,}0004199 & 0{,}0017981 & 0{,}0017981 & -0{,}0004540 & -0{,}0004540 & 0{,}0233040
\end{bmatrix}$$

Os valores $\hat{\beta}$ são dados a seguir:

$\hat{\eta}_0$ = 0,0666667 A

$\hat{\beta}_{1i}$ = 0,0255174 B + 0,0049961 (C + D) + 0,0017617 E + 0,0017852 (F + G) + + 0,0089705 (H + I) + 0,0003118 J

$\hat{\beta}_{1j}$ = 0,0255174 C + 0,0049961 (B + D) + 0,0017617 F + 0,0017852 (E + G) + + 0,0089705 (H + J) + 0,0003118 I

$\hat{\beta}_{1k}$ = 0,0225174 D + 0,0049961 (B + C) + 0,0017852 (E + F) + 0,0017617 G + + 0,0089705 (I + J) + 0,0003118 H

$\hat{\beta}_{2i}$ = 0,0017617 B + 0,0017852 (C + D) + 0,0030590 E + 0,0007537 (F + G) + + 0,0017981 (H + I) + 0,0004199 J

$\hat{\beta}_{2j}$ = 0,0017617 C + 0,0017852 (B + D) + 0,0030590 F + 0,0007537 (E + G) + + 0,0017981 (H + J) + 0,0004199 I

$\hat{\beta}_{2k}$ = 0,0017617 D + 0,0017852 (B + C) + 0,0030590 G + 0,0007537 (E + F) + + 0,0017981 (I + J) + 0,0004199 H

$\hat{\beta}_{1ij}$ = 0,0089705 (B + C) + 0,0003118 D + 0,0017981 (E + F) + 0,0004199 G + + 0,0233040 H — 0,0004540 (I + J)

$\hat{\beta}_{1ik}$ = 0,0089705 (B + D) + 0,0003118 C + 0,0017981 (E + G) + 0,0004199 F + + 0,0233040 I — 0,0004540 (H + J)

$\hat{\beta}_{1jk}$ = 0,0089705 (C + D) + 0,0003118 B + 0,0017981 (F + G) + 0,0004199 E + + 0,0233040 J — 0,0004540 (H + I)

Para o caso presente, em que há quatro repetições para os tratamentos,

$$\underline{\hat{\beta}} = \frac{1}{4} S^{-1} \Xi' \left(\sum_{r=1}^{4} \underline{Y} \right)$$

Com os valores de $\underline{\hat{\beta}}$ podemos calcular a soma de quadrados da regressão, com dez parâmetros.

$$\text{SQ regressão} = \underline{\hat{\beta}}' \Xi' (\Sigma \underline{Y}) = \hat{\eta}_0 A + \hat{\beta}_{1i} B + \hat{\beta}_{1j} C + \ldots + \hat{\beta}_{1jk} J$$

A análise da variância é apresentada no quadro 1.

QUADRO 1. — Análise da variância relativa ao delineamento central composto Box com níveis não equidistantes e com r repetições

F.V.	S.Q.	G.L.
Total	$\Sigma \Sigma Y^2_{ijkr} - C$	59
Repetições	$\Sigma (\Sigma Y_{ijk})^2_r \div 15 - C$	3
Tratamentos	$\Sigma (\Sigma Y_r)^2_{ijk} \div 4 - C$	14
Regressão (10 p.)	$\underline{\hat{\beta}}' \Xi' (\Sigma \underline{Y})$	10
C	$\hat{\eta}_0 A$	1
Regressão (9 p.)	$\hat{\beta}_{1i} B + \ldots \hat{\beta}_{1jk} J$	9
Desvio da regressão	Trat. — Regressão (9 p.)	5
Resíduo	Total — Repet. — Trat.	42

Os testes F serão feitos em relação ao resíduo. O desvio da regressão (Lack of Fit) com cinco graus de liberdade poderá ser também testado para verificar o grau de adaptação da superfície de resposta.

Pode ser escrita a equação de resposta em ξ e, a partir dela, a equação em X.

$$\hat{Y}_{ijk} - \hat{\eta}_0 A + \hat{\beta}_{1i}\xi_{1i} + \hat{\beta}_{1j}\xi_{1j} + \hat{\beta}_{1k}\xi_{1k} + \hat{\beta}_{2i}\xi_{2i} + \hat{\beta}_{2j}\xi_{2j} + \hat{\beta}_{2k}\xi_{2k} + \hat{\beta}_{1i1j}(\xi_{1i1j} + \frac{34}{225}) + \hat{\beta}_{1i1k}(\xi_{1i1k} + \frac{34}{225}) + \hat{\beta}_{1j1k}(\xi_{1j1k} + \frac{34}{225})$$

$$\hat{Y}_{ijk} = [\hat{\eta}_0 - \frac{38}{15}(\hat{\beta}_{1i} + \hat{\beta}_{1j} + \hat{\beta}_{1k}) + \frac{1938}{209}(\hat{\beta}_{2i} + \hat{\beta}_{2j} + \hat{\beta}_{2k}) + \frac{1478}{225}(\hat{\beta}_{1i1j} + \hat{\beta}_{1i1k} + \hat{\beta}_{1j1k})] + (\hat{\beta}_{1i} - \frac{1601}{209}\hat{\beta}_{2i} - \frac{38}{15}\hat{\beta}_{1i1j} - \frac{38}{15}\hat{\beta}_{1i1k})X_i + (\hat{\beta}_{1j} - \frac{1601}{209}\hat{\beta}_{2j} - \frac{38}{15}\hat{\beta}_{1i1j} - \frac{38}{15}\hat{\beta}_{1j1k})X_j + (\hat{\beta}_{1k} - \frac{1601}{209}\hat{\beta}_{2k} - \frac{38}{15}\hat{\beta}_{1i1k} - \frac{38}{15}\hat{\beta}_{1j1k})X_k + \hat{\beta}_{2i}X_i^2 + \hat{\beta}_{2j}X_j^2 + \hat{\beta}_{2k}X_k^2 + \hat{\beta}_{1i1j}X_iX_j + \hat{\beta}_{1i1k}X_iX_k + \hat{\beta}_{1j1k}X_jX_k$$

O cálculo da renda líquida máxima é feito diferenciando em relação a X_i, X_j e X_k a equação

$$L = (\hat{Y}_{ijk} - \hat{Y}_{000})P_Y - (X_iP_i + X_jP_j + X_kP_k),$$

e igualando a zero as diferenciais encontradas.

O sistema resultante é dado por:

$$\begin{cases} 2\hat{\beta}_{2i}X_i + \hat{\beta}_{1i1j}X_j + \hat{\beta}_{1i1k}X_k = P_i/P_Y - \hat{\beta}'_{1i} \\ \hat{\beta}_{1i1j}X_i + 2\hat{\beta}_{2j}X_j + \hat{\beta}_{1j1k}X_k = P_j/P_Y - \hat{\beta}'_{1j} \\ \hat{\beta}_{1i1k}X_i + \hat{\beta}_{1j1k}X_j + 2\hat{\beta}_{2k}X_k = P_k/P_Y - \hat{\beta}'_{1k} \end{cases}$$

onde

$$\hat{\beta}'_{1i} = \hat{\beta}_{1i} - \frac{1601}{209}\hat{\beta}_{2i} - \frac{38}{15}(\hat{\beta}_{1i1j} + \hat{\beta}_{1i1k})$$

$$\hat{\beta}'_{1j} = \hat{\beta}_{1j} - \frac{1601}{209}\hat{\beta}_{2j} - \frac{38}{15}(\hat{\beta}_{1i1j} + \hat{\beta}_{1j1k})$$

$$\hat{\beta}'_{1k} = \hat{\beta}_{1k} - \frac{1601}{209}\hat{\beta}_{2k} - \frac{38}{15}(\hat{\beta}_{1i1k} + \hat{\beta}_{1j1k})$$

Resolvido o sistema e encontrados os valores de X_i, X_j e X_k, que proporcionam a receita líquida máxima, calculam-se: $\hat{Y}_e$, produção mais econômica; A, aumento da produção ($A = \hat{Y}_e - \hat{Y}_{000}$); o valor desse aumento ($A \times P_Y$); a *receita líquida máxima* ($A \times P_Y$ —Ca, onde $CA = X_iP_i + X_jP_j + X_kP_k$); e, finalmente, pode-se calcular a rentabilidade [Rent. $= (L \div CA) \times 100$.]

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Serão mostrados a seguir os resultados estatísticos relativos ao estudo da superfície de resposta adaptada aos dados do quadro 2.

QUADRO 2. — Valores observados e esperados da produção de matéria seca de capim-swannee-bermuda, em quilograma por hectare, média de quatro repetições dos diversos tratamentos com N, P_2O_5 e S, em 1963, 1964 e 1965

TRATAMENTO	1963		1964		1965	
	obs.	esp.	obs.	esp.	obs.	esp.
111	16632	15033	19962	17884	19905	15715
411	17720	17224	21852	22404	25432	23390
141	23330	24182	22768	23095	20305	19416
441	23518	23682	25500	25326	30148	31674
114	18365	17240	19740	18984	20378	18670
414	20198	19373	24448	23731	25000	26117
144	24318	24167	25330	24502	20408	22101
444	23400	23608	26410	26960	34242	34130
222	19452	20033	21632	22099	25788	21861
022	18090	18501	16678	18242	11095	13568
822	19050	19166	23362	23258	29258	29070
202	10688	12993	16820	18069	13545	17640
282	25158	24894	26258	26216	28672	28160
220	19148	18674	21420	21146	17318	20261
228	20660	20953	23885	24148	29018	28736
Média geral	19982		22404		23367	
000	10018	7891	13018	12480	9740	9561

A análise da variância anual, com os quinze primeiros tratamentos, considerou os efeitos de blocos e de tratamentos, apresentando coeficientes de variação iguais a 10,8%, 14,1% e 9,1%. Uma análise que introduzisse o tratamento 000 teria elevado esses coeficientes de variação, respectivamente, para 24,2%, 44,7% e 20,2%. Para a análise global do período, foram consideradas as interações com anos e com repetições, e o coeficiente de variação foi de 10%, conforme se vê no quadro 3.

QUADRO 3. — Análise da variância dos dados de produção de matéria seca de capim-swannee-bermuda

F.V.	S.Q.	G.L.	Q.M.	F
Total	4.938.911.511	179		
Repetições	34.385.048	3		
Tratamentos	2.744.333.744	14		
Regressão (9p.)	2.511.789.144	9	279.087.683	6,54**
Desvios da regressão	232.544.600	5	46.508.920	2,63n.s.
Trat. x Rep.	402.650.518	42	9.586.917	2,00**
Anos	365.188.431	2		
A_L	343.882.163	1	343.882.163	72,04**
A_Q	21.306.268	1	21.306.268	4,46*
Rep. x Anos	47.126.898	6		
Trat. x Anos	994.274.385	28	33.724.085	7,06**
Regr. x Anos	767.883.695	18	42.660.205	8,93**
Regr. x A_L	673.527.353	9	74.836.372	15,67**
Regr. x A_Q	94.356.342	9	10.484.038	2,19*
Desv. Regr. x Anos	173.390.690	10	17.639.069	3,69*
Resíduo	400.952.486	84	4.773.244	

C.V. = 10,0%; R^2 = 91,5%

O modelo quadrático com dez parâmetros, adaptado aos dados dos três anos, resultou na expressão abaixo, em que se consideram as interações dos parâmetros com os efeitos linear e quadrático para anos, uma vez que esses efeitos foram significativos:

$$\begin{aligned}\widehat{Y}_{ijk} = {} & 21917{,}7887+952{,}7088\xi_{1i}+1294{,}7967\xi_{1j}+533{,}2923\xi_{1k}-232{,}9766\xi_{2i}-212{,}4700\xi_{2j}-13{,}1609\xi_{2k}- \\ & -14{,}7651\left(\xi_{1i1j}+\frac{34}{225}\right)-2{,}1956\left(\xi_{1i1k}+\frac{34}{225}\right)-80{,}9360\left(\xi_{1j1k}+\frac{34}{225}\right)+1692{,}8341\xi_{0L}+1180{,}9959\xi_{1iL}+ \\ & +152{,}1416\xi_{1jL}+421{,}5257\xi_{1kL}-127{,}1423\xi_{2iL}+103{,}0584\xi_{2jL}+54{,}5234\xi_{2kL}+404{,}1215\xi_{1i1jL}- \\ & -9{,}4427\xi_{1i1kL}+108{,}4629\xi_{1j1kL}-243{,}2779\xi_{0Q}+187{,}1399\xi_{1iQ}+168{,}7385\xi_{1jQ}+60{,}2835\xi_{1kQ}- \\ & -8{,}0368\xi_{2iQ}-23{,}1843\xi_{2jQ}+1{,}8662\xi_{2kQ}+119{,}7834\xi_{1i1jQ}-13{,}7471\xi_{1i1kQ}-57{,}5479\xi_{1j1kQ}\end{aligned}$$

Os coeficientes de determinação, considerando o modelo quadrático original com nove parâmetros (excluindo a média), foram, respectivamente, 93,8%, 91,7% e 86,7%, em cada ano, e 91,5% para o período global.

Os desvios da regressão (5G.L.) foram todos não significativos, tanto em cada ano como para o período total.

Em termos das variáveis originais, as equações para os três anos e para a média do período são as que se seguem:

1.º ano

$$\hat{Y}_{ijk}=7891{,}2+1605{,}3X_i+5289{,}4X_j+1318{,}3X_k-113{,}9X_i^2-338{,}7X_j^2-65{,}8X_k^2-299{,}1X_iX_j-6{,}5X_iX_k-246{,}9X_jX_k$$

2.º ano

$$\hat{Y}_{ijk}=12480{,}0+2820{,}2X_i+2787{,}5X_j+391{,}5X_k-216{,}9X_i^2-166{,}1X_j^2-16{,}9X_k^2-254{,}3X_iX_j+25{,}3X_iX_k+34{,}2X_jX_k$$

3.º ano

$$\hat{Y}_{ijk}=9561{,}3+3915{,}5X_i+1417{,}6X_j+824{,}3X_k-368{,}2X_i^2-132{,}6X_j^2+43{,}2X_k^2+509{,}1X_iX_j-25{,}4X_iX_k-30{,}0X_jX_k$$

Média do período

$$\hat{Y}_{ijk}=9977{,}5+2780{,}3X_i+3164{,}8X_j+844{,}7X_k-233{,}0X_i^2-212{,}5X_j^2-13{,}2X_k^2-14{,}8X_iX_j-2{,}2X_iX_k-80{,}9X_jX_k$$

As equações canônicas calculadas revelaram ponto de máximo para o 2.º ano e para a média geral do período, tendo acusado ponto de sela no 1.º e no 3.º ano. Os pontos de máximo encontrados se localizaram além dos níveis estudados de enxofre; as equações foram refeitas, considerando-se as duas doses mais altas de enxofre (80 e 160kg/ha de S) e, para elas, que correspondem a se ter $X_k = 4$ e $X_k = 8$ nas equações, foram construídas as curvas de produção variando os níveis de nitrogênio e fósforo.

Pelas figuras 2, 3, 4, tem-se idéia de que não há quase interação do enxofre, nos níveis 4 e 8, com nitrogênio e potássio.

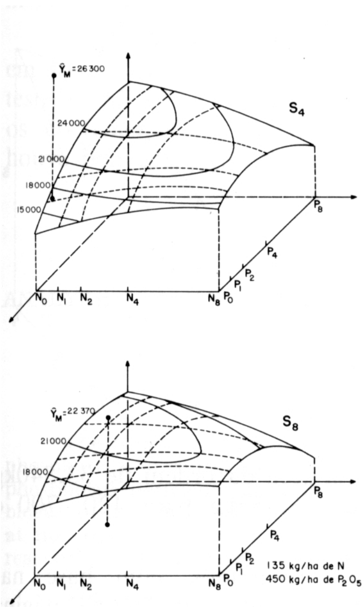


Figura 2. - Superfícies de resposta aos nutrientes N e P_2O_5, curvas de isoprodução e ponto de *produção máxima, em 1963, para os níveis* 4 e 8 de enxofre

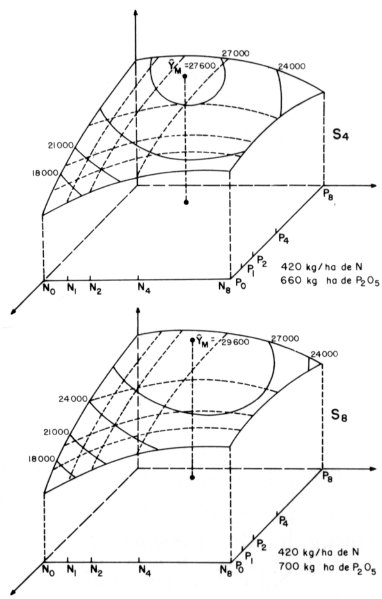


Figura 3. - Superfície de resposta aos nutrientes N e P_2O_5, curvas de isoprodução e ponto de *produção máxima, em 1964, para os* 4 e 8 de enxofre

No primeiro ano, com 160kg/ha de S, foi encontrada solução de produção máxima de matéria seca (22.373kg) utilizando os níveis aproximados $X_i = 0{,}9$ e $X_j = 4{,}5$, correspondendo a 135kg/ha de N e 450kg/ha de P_2O_5.

Para o segundo ano, foi obtida solução de produção máxima tanto para 80kg/ha como para 160kg/ha de enxofre; para uma mesma quantidade de nitrogênio ($X_i = 2{,}8$, correspondendo a 420kg/ha de N), se forem utilizados 80kg/ha de S e 660kg/ha de P_2O_5, atinge-se a produção de 27.620kg de matéria seca, e, sendo utilizados 160kg/ha de S e 700kg/ha de P_2O_5, atingem-se 29.600kg de matéria seca.

O último ano apresentou ponto de sela para as duas quantidades fixadas de S, não se podendo, portanto, tirar conclusões baseadas em suas equações. Se se supusesse, entretanto, a utilização das mesmas doses do segundo ano,

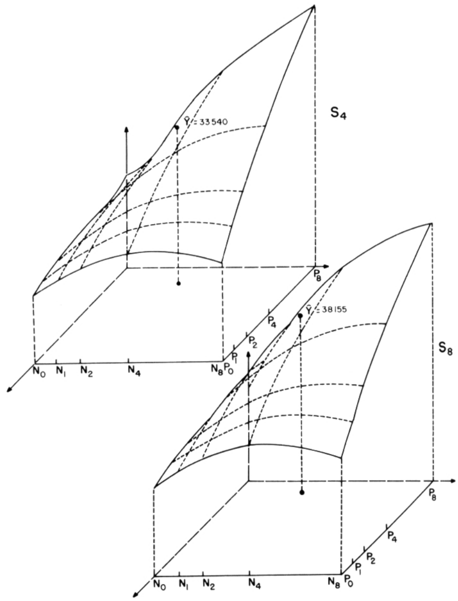


Figura 4. - Superfícies de resposta aos nutrientes N e P_2O_5 e *curvas de isoprodução para 1965*, e ponto de produção correspondente ao máximo do ano anterior

poder-se-ia esperar uma produção média de matéria seca da ordem de 33.540kg para 420, 660 e 80kg/ha de N, P_2O_5 e S, e de 38.155kg para 420, 700 e 160kg/ha dos mesmos elementos.

Não foi realizada análise econômica dos resultados, com base nas equações normalmente utilizadas para esse estudo, e apresentadas na página 243, visto que, em experimentos com plantas forrageiras, seria interessante o cálculo com ganho em peso de animais e não com base em preço do produto agrícola.

5. CONCLUSÕES

No desenvolvimento estatístico para estudo da superfície de resposta adaptada a resultados provenientes de um delineamento central composto Box para três fatores, com níveis não eqüidistantes, realizado através de um modelo quadrático em X, com dez parâmetros, podem ser ressaltadas as seguintes características:

a) Embora tenham sido impostas condições de ortogonalidade entre os componentes linear e quadrático, somente a média pôde ser estimulada independentemente.

b) Mesmo havendo covariâncias entre todos os coeficientes, exceto a média, elas são da grandeza de 50%, em relação à variância, somente para os componentes quadráticos; para os componentes lineares e interações, elas não chegam a 30%.

c) A utilização de doses não eqüidistantes possibilitou, com êxito, que no estudo de resposta à aplicação de nutrientes no solo, fossem experimentadas doses bem mais elevadas que as usualmente empregadas, sem perda de avaliação dos primeiros aumentos. Pode-se estender o uso do delineamento a casos de diversas concentrações de elementos que guardem proporcionalidade com os níveis 0, 1, 2, 4 e 8.

d) Para os experimentos de adubação com o capim-swannee-bermuda, em solos de cerrado, nos anos de 1963 a 1965, a não-inclusão do tratamento testemunha entre os tratamentos do delineamento reduziu em mais de 50% os coeficientes de variação. Para os quinze tratamentos do delineamento, houve boa adaptação do modelo quadrático em X.

ANALYSIS OF A CENTRAL COMPOSITE BOX DESIGN FOR THREE FACTORS, WITH NON-EQUIDISTANT LEVELS

SUMMARY

The response of swannee bermuda grass (**Cynodon dactylon** (L.) Pers.) to nitrogen, phosphate and sulfur fertilization was studied, during three years, on a leached and phosphorus deficient "cerrado" soil. The experiment was conducted in four randomized blocks, using the treatment combinations specified in the Box composite design, but at non-equidistant levels (0, 1, 2, 4, 8); an extra point 000 was added, for economical reasons; the basic rates were 150, 100 and 20 kg/ha of N, P_2O_5, and S, respectively.

The main objective of the present paper is to determine the response surface fitted to the data of the experiment, allowing, later on, the economical analysis of the results.

A quadratic model with ten parameters was fitted to the annual data.

$$Y_{ijk}=\beta_0\xi_0+\beta_{1i}\xi_{1i}+\beta_{1j}\xi_{1j}+\beta_{1k}\xi_{1k}+\beta_{2i}\xi_{2i}+\beta_{2j}\xi_{2j}+\beta_{2k}\xi_{2k}+\beta_{1i1j}\xi_{1i1j}+\beta_{1i1k}\xi_{1i1k}+\beta_{1j1k}\xi_{1j1k}+\varepsilon_{ijk},\ \textit{where}$$

$$\varepsilon_{ijk}\sim N(0,\sigma^2);\beta_0=\eta_0+\frac{34}{225}(\beta_{1i1j}+\beta_{1i1k}+\beta_{1j1k});$$

$$\xi_{1mt}=-\frac{38}{15}+X_{mt}\ \text{and}\ \xi_{2mt}=\frac{1938}{209}-\frac{1601}{209}X_{mt}+X_{mt}^2,\ \text{with}\ m=i,j,k$$

and t = 0, 1, 2, 4, 8. (The linear and quadratic components ξ_1 and ξ_2 are orthogonal.)

The β parameters were estimated through the least squares procedures; as the dosages were not equidistant, the sum of squares due to the regression was not available independently for each component. The coefficients of variation for the three years were 10,8%, 14,1%, and 9,1%, and the coefficients of determination were 93,8%, 91,7% and 86,7% respectively.

The general equation for the total of the period, including linear and quadratic year coefficients and their interactions with the β coefficients, was determined.

The canonical equations showed negative signs for the λ values; the point of maximum was outside the experimental regions.

The X equations were given; so that the economical analysis of the experiment can be easily performed.

LITERATURA CITADA

1. ANDERSON, R. L. & BANCROFT, T. A. Statistical theory in research. New York, McGraw-Hill, 1952. 399p.
2. BOX, G. E. P. & WILSON, K. B. On the experimental attainment of optimum conditions. J. R. statist Soc., B, 13:1-45, 1951.
3. CONAGIN, A. & JORGE, J. de P. N. Delineamentos (1/5) (5⁵). Bragantia, Campinas, 36:23-58, 1977
4. DAVIES, O. L., ed. Design and analysis of industrial experiments. Edinburgh, Oliver and Boyd, 1954. 636p.
5. DRAPER, N. R. & SMITH, H. Applied regression analysis. New York. J. Wiley, 1966. 407p.
6. GRAYBILL, F. A. An introduction to linear statistical models. New York, McGraw-Hill, 1961. 463p.
7. MYERS, R. H. Response surface methodology. Boston, Allyn and Bacon, 1971. 243p.