

Artigo

Modelagem Hidrológica Estocástica Aplicada ao Rio Tocantins para a Cidade de Marabá-PA

Renata Kelen Cardoso Câmara¹, Edson José Paulino Rocha¹, João Marcelo Brazão Protázio², Joaquim Carlos Queiroz¹, Wanda Maria do Nascimento Ribeiro¹, Ionara Santos Siqueira¹, Aline Maria Meiguins De Lima¹

¹*Instituto de Geociências, Universidade Federal do Pará, Belém, PA, Brasil.*

²*Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Federal do Pará, Belém, PA, Brasil.*

Recebido 21/08/2013 – Aceito 4/5/2015

Resumo

Estudos na área da hidrologia mostraram que podemos evitar desastres naturais através de previsões hidrológicas. Nesse trabalho foi utilizada a metodologia de Box-Jenkins de séries temporais multivariadas para previsão diária de nível fluviométrico do rio Tocantins para o município de Marabá- PA, que sofre anualmente com eventos de enchentes, ocasionado pelo aumento periódico do rio Tocantins e pela situação de vulnerabilidade da população que residem em áreas de riscos. Foram utilizados dados de níveis diários observados nas estações fluviométricas de Marabá e Carolina e Conceição do Araguaia da Agência Nacional de Águas (ANA), do período de 01/12/2008 a 31/03/2011. Evidenciou-se que o modelo ajustado conseguiu capturar a dinâmica das séries temporais, com bons prognósticos para o período de sete dias, com erro absoluto máximo de 0,08m, e com precisão na previsão acima de 99,00%. Assim, a pesquisa mostrou que o modelo de previsão teve um bom ajuste apresentando bons resultados, podendo ser utilizado como ferramentas de apoio para Defesa Civil, auxiliando no planejamento e preparo de ações preventivas para o município de Marabá.

Palavras chave: bacias hidrográficas, modelos estocásticos multivariados, previsões.

Hydrological Stochastic Modeling applied to the Tocantins River to the City of Maraba (PA)

Abstract

Hydrology studies show that it is possible to avoid natural disasters through the proper use of hydrological forecasts. In this work we used the Box-Jenkins Methodology (Time Series Analysis) to model the daily level of the Tocantins river in the city of Maraba - PA, in order to predict floods caused by its regular increase, an event that usually puts the resident population of risk areas in vulnerable situations. For the study, we used the daily levels of data observed in gauged stations of Maraba and Carolina and Conceição do Araguaia National Water Agency (ANA), the period of 01/12/2008 to 31/03/2011. It was evident that the adjusted model was able to capture the dynamics of time series with good prognosis for a period of seven days with a maximum absolute error of 0.08 m and with precision in forecasting over 99%. The forecasting model showed good results and can then be used as support tools for Civil Defense, assisting in the planning and preparation of preventive actions for the city of Maraba.

Keywords: river basins, multivariate stochastic models, forecast.

1. Introdução

Os modelos de previsão com o objetivo de alertar a sociedade sobre a ocorrência de eventos extremos devem ser continuamente aperfeiçoados para geração de informações que deem suporte às medidas de prevenção de impactos gerados pela ação de fenômenos naturais (en-

chentes, estiagem e outros), minimizando assim os danos e prejuízos ocasionados as populações afetadas. Portanto, estudos na área da hidrologia mostraram que se podem evitar grandes desastres naturais através de previsões hidrológicas, sendo que as primeiras experiências de previsão estão relacionadas com a busca do homem em prever a ocorrência de enchentes (Rodda, 2000).

Segundo Tucci (2002) a modelagem é uma ferramenta desenvolvida para entender, representar e prever o comportamento do ciclo hidrológico de uma bacia hidrográfica. A simulação hidrológica é limitada pela heterogeneidade física da bacia e pelos processos envolvidos, sendo que o modelo por si só não é um objetivo, mas uma ferramenta para alcançá-lo. Este é usado para antecipar os eventos críticos, com a possibilidade, por exemplo, avaliar os impactos da urbanização de uma bacia para que se possam efetivar as medidas preventivas necessárias.

A estrutura do modelo hidrológico é determinada a partir do objetivo que se pretende alcançar; podendo ser adotados modelos físicos (determinísticos e chuva-vazão) e/ou estocásticos (Daniel *et al.*, 2011); os primeiros procuram representar os processos físicos de transformação de chuva em vazão, enquanto que os modelos estocásticos baseiam-se na análise da estrutura de dependência temporal das séries de aflúências.

Nos modelos físicos, as previsões são obtidas a partir de dados de precipitações observadas ou estimadas, enquanto que os modelos estocásticos contêm variáveis aleatórias que seguem distribuições probabilísticas que permitem previsões de vazões para o planejamento de médio e curto prazos. Carvalho (2001) empregando séries diárias de vazões afluentes aos aproveitamentos de Jupuí, Sobradinho, Tucuruí e Foz do Areia, utilizou uma modelagem estocástica, para previsão de curto prazo (7 dias).

Santos (2008) desenvolveu um modelo hidrometeorológico para a Bacia do rio Tocantins (TO), com a finalidade de prever enchentes (dezembro a maio) e estiagens (junho a novembro) para Marabá-PA, onde foi usado um modelo estatístico empírico e estocástico baseado no método de regressão linear múltipla. Neste foram empregadas séries temporais fluviométricas (vazão) e pluviométricas (chuva) como ferramenta principal do modelo para previsão com antecedência de 2 e 4 dias para enchente e de 3 e 5 para estiagem.

Modelos tipo ARIMA foram utilizados por Modarres e Eslamian (2006) para modelar vazões médias mensais do rio Zayandehrud, localizado na Província de Isfahan Ocidental, no Irã. Lucas *et al.* (2009) aplicaram dois modelos, um determinístico e outro estocástico do tipo ARIMA, para simular a vazão média mensal das sub-bacias da região hidrográfica do Xingu no Estado do Pará. Segundo os autores, o modelo estocástico ARIMA conseguiu capturar a dinâmica das séries temporais, apresentando resultados muito satisfatórios na simulação da vazão média mensal.

Souza (1989) afirma que os modelos multivariados (ARIMA e Função de Transferência) são modelos capazes de realizar várias previsões ao mesmo tempo, as séries de interesse são explicadas em função não apenas do comportamento da própria série, mas também de outras séries, permitindo, desta forma, obter relações de interdependência e causalidade. Esses modelos apresentam uma estrutura

capaz de estimar a curto, médios e longos prazos diversas séries simultaneamente.

Lucas (2007) sugere que o modelo deve ser aplicado com cautela no período chuvoso, quando ocorrem eventos extremos de precipitação e conseqüentemente vazões de pico. As pesquisas realizadas com a utilização da metodologia de Box & Jenkins (Anderson, 1977) indicam que a mesma consegue simular o comportamento do nível (vazão) dos rios para uma previsão de curto prazo (Ghanbarpour *et al.*, 2010; Meghea, 2011; Musa, 2013).

Musa (2013) afirma que os modelos de series temporais multivariados que usam função de transferência são modelos capazes de realizar boas previsões. Neste caso, as séries de interesse são explicadas em função não apenas do comportamento da própria série, mas também de outras séries, permitindo a obtenção de relações de interdependência e causalidade, fatores estes necessários no processo de previsão de ocorrências de cheias.

Considerando a recorrente frequência de eventos de cheias nos rios amazônicos que trazem conseqüências sociais e econômicas em função do processo de ocupação nas margens das drenagens que cruzam os centros urbanos, este trabalho teve por objetivo desenvolver um modelo hidrológico estocástico de curto prazo que realize previsões diárias, aplicado a sede municipal de Marabá (bacia hidrográfica do rio Tocantins) no Estado do Pará, que anualmente é afetada pela cheia do rio Tocantins com geração direta de diversos prejuízos socioeconômicos.

Para tanto, utilizou-se o modelo hidrológico empírico e estocástico, com base em dados diários de níveis e na metodologia de Box e Jenkins (BJ) ou ARIMA “Auto Regressive Integrated Moving Average”. Este método tem como vantagem em relação aos outros, usar o modelo de regressão linear, e ainda utilizar o modelo ARIMA para suavização de erros aleatórios.

2. Materiais e Métodos

2.1 Caracterização da área de estudo

A área de aplicação do modelo está inserida na Região Hidrográfica Tocantins-Araguaia (RHTA) com cerca de 920.000 km² (aproximadamente 11% do território nacional) abrangendo os estados de Goiás, Tocantins, Pará, Maranhão, Mato Grosso e Distrito Federal.

O clima da RHTA é tropical, com temperatura média anual de 26 °C, apresentando dois períodos climáticos bem definidos: o chuvoso (outubro a abril), que corresponde a aproximadamente mais de 90% da precipitação, com existência de alguns dias secos entre janeiro e fevereiro (verânico); e o seco (maio a setembro), com baixa umidade relativa. No rio Tocantins, a época de cheia estende-se de outubro a abril, com pico em fevereiro, no curso superior, e em março, nos cursos médio e inferior; seu principal afluente, o Araguaia, apresenta cheias mais pronunciadas, que ocorrem com um mês de defasagem em relação ao

Tocantins e o período de estiagem é bem definido, com vazões mínimas em junho e julho (Costa *et al.*, 2003; Brasil, 2006; Fan *et al.*, 2014).

A área de aplicação do modelo foi na sede do município de Marabá-PA (05°21'54" S e 49°42'30" O), situada na confluência dos rios Tocantins e Itacaiúnas (Figura 1). O município de Marabá compreende uma área de 15.092,268 km² e cerca de 233.462 habitantes (censo demográfico 2010 do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) sendo a nona cidade mais populosa da Amazônia. A cidade desenvolveu-se a partir do Distrito Marabá Pioneira e formada basicamente por 5 núcleos urbanos: Marabá Pioneira, Cidade Nova, São Felix, Morada Nova e Nova Marabá, sendo interligados por rodovias e separados por rios ou áreas alagáveis.

Os registros de nível do rio Tocantins em Marabá tiveram início no ano de 1972, pelo Departamento Nacional de Água e Energia Elétrica (DNAEE). Desde o início das observações até a atualidade, em apenas 5 eventos de cheia (1972 - 9.52 m, 1976 - 8.99 m, 1996 - 8.00, 1998 - 7.02 m e 1999 - 9.41 m) o nível de alerta definido pela Defesa Civil (10 m) não foi ultrapassado.

Os períodos das maiores cheias foram marcados por valores superiores a 14 m, com níveis de: 14.47 m (1978), 14.45 m (1979), 17.42 m (1980) e 14.40 (1990) m. Os maiores níveis registrados ocorreram em 1980 e 1990. Foram empregados como referência as estações fluviométricas

métricas instaladas em Carolina e Marabá (no rio Tocantins) e de Conceição do Araguaia (no rio Araguaia).

2.2 Base de dados

No desenvolvimento do modelo de série temporal foram utilizados os níveis médios diários de 858 observações entre 01 dezembro de 2008 a 07 de abril de 2011 (Sistema Hidroweb/Agência Nacional de Águas). E executados os procedimentos de calibração do modelo (456 observações - 01 de janeiro de 2010 a 31 de março de 2011), previsão para sete dias (01 a 07 de abril a 2011) e comparação para o mesmo período de previsão, como forma de validação do modelo.

2.3 Metodologia

Os modelos ARIMA (Auto Regressive Integrated Moving Average) foram propostos no decorrer da década de 1960, pelos professores George Edward Pelham Box e Gwilym M. Jenkins (Box e Jenkins, 1976; Anderson, 1977; Fischer, 1982; Morettin; Toloi, 2006). Para aplicação da metodologia de BJ, tem-se a necessidade primeiramente, de analisar três hipóteses, a fim de obter melhores resultados. A primeira é relativa ao tamanho inicial da amostra, que deve ser no mínimo, 50 observações (Box e Jenkins, 1976). A segunda exige que a série seja estacionária, isto é, que a série varie em torno da média constante e com uma variância constante, e caso a série não seja estacionária,

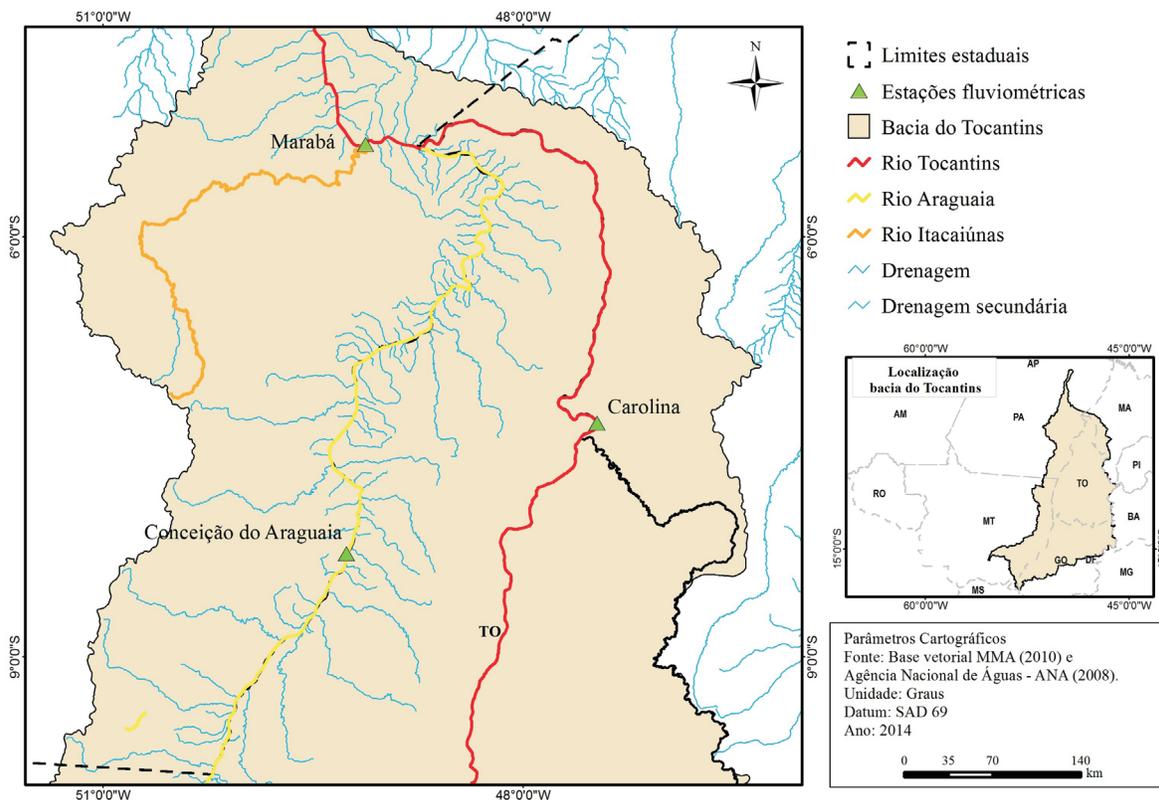


Figura 1 - Área de estudo limitada pelos municípios de Carolina, Conceição do Araguaia e Marabá, inserida na Região Hidrográfica Tocantins-Araguaia, destacando na RHTA os rios Conceição do Araguaia, Tocantins e Itacaiúnas.

faz-se a diferenciação para torna-la estacionária. A terceira hipótese para os modelos ARIMA é de que a série seja homocedástica, isto é, tenha uma variância constante ao longo do tempo (Goldberger, 2001).

A metodologia ARIMA (p, d, q) trata da junção de dois modelos: um Autorregressivo (AR) de parâmetros p e outro de Médias Móveis (MA) de parâmetros q e a parte de integração (d), usada para estabilizar a série de dados. Na implementação do ARIMA adotou as etapas definidas por Makridakis et al. (1998) correspondentes a Identificação, Estimação, Teste de Diagnóstico (ou validação) e Previsão (ou aplicação) (Figura 2).

O modelo ARIMA é adequado para séries multivariadas, utiliza a função de transferência que funciona como vínculo (filtro linear) entre as variáveis explicativas e variáveis respostas. O uso da função de transferência (também conhecida como modelo de função de transferência) serve para encontrar a combinação linear entre duas ou mais séries, utilizando a análise do comportamento das correlações cruzadas entre as variáveis de entrada e saída. Utiliza um modelo estocástico com o menor erro médio quadrático.

Os Modelos de funções de transferências são algumas vezes referidos como modelos de regressão dinâmicos. Consideram que X_t e Y_t são séries adequadamente transformadas de modo que ambas sejam estacionárias. Em um sistema linear de entrada e saída simples, as séries de entrada X_t e saída Y_t são relacionadas através de um filtro linear, mostrado na Eq. (1).

$$Y_t = v(B)X_t + N_t \tag{1}$$

onde $v(B) = \sum_{-\infty}^{\infty} v_j B^j$. É referido como o filtro da função de transferência geral, por Box e Jenkins (1976) e N_t é a série de ruído do sistema que é independente da série de

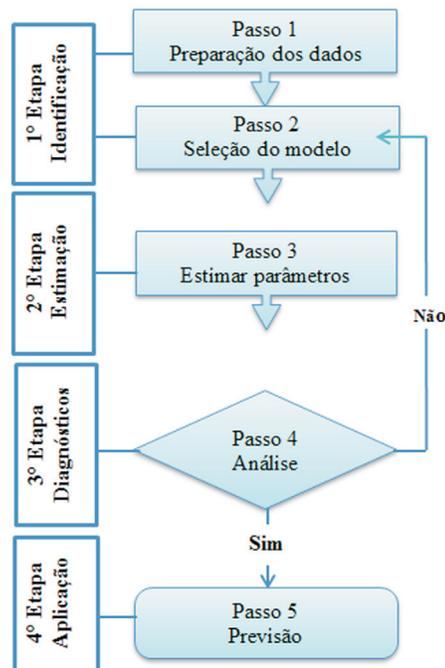


Figura 2 - Estágio de construção do modelo. Fonte: Fluxograma do ciclo iterativo de Box & Jenkins, adaptado de Makridakis et al. (1998) e DeLurgio (1998).

entrada X_t . O sistema da função de transferência é apresentado na Figura 3.

O objetivo da modelagem de função de transferência é identificar e estimar a função de transferência $v(B)$ e o modelo de ruído para N_t com base na informação disponível das séries de entrada X_t e da série de saída Y_t . Os coeficientes do modelo da função de transferência (Eq. (1)) são frequentemente chamados de pesos da resposta impulso. O modelo de função de transferência é considerado estável se

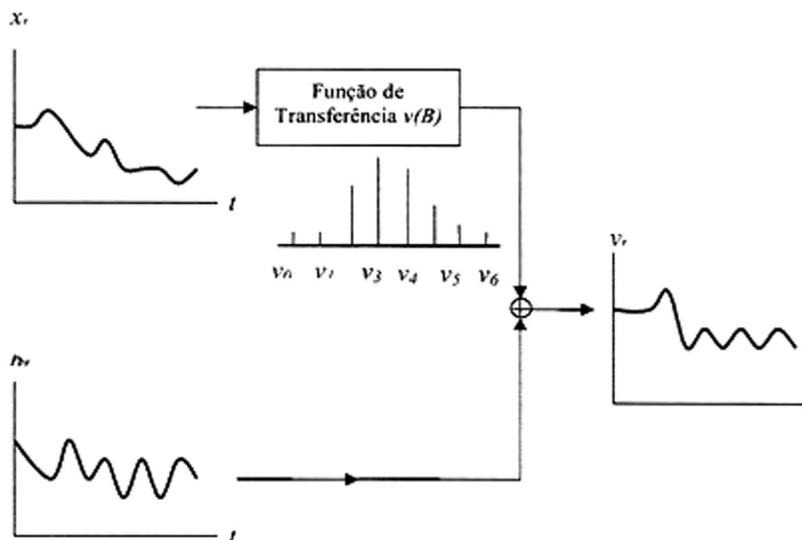


Figura 3 - Sistema da função de transferência (Fonte: Wei, 1990).

a sequência desses pesos da resposta impulso for finita ou absolutamente somável ($\sum |v_i| < \infty$). Portanto, um sistema estável uma entrada limitada sempre produz uma saída limitada, sendo expresso pela Eq. (2).

$$Y_t = v_0 + v_1 X_{t-1} + v_2 X_{t-2} + \dots + N_t \quad (2)$$

A construção do modelo multivariado de função de transferência é realizada em duas etapas. A 1^o etapa é a construção dos modelos univariados com séries temporais dos níveis fluviométrico de Carolina, Conceição do Araguaia e Marabá como equações explicativas do modelo multivariado na 2^o etapa.

2.3.1 Identificação

Segundo Morettin e Toloi (2006) essa etapa é a mais crítica do ciclo iterativo do método de BJ, pois a identificação do modelo é baseada, principalmente, com base nas autocorrelações e autocorrelações parciais. Geralmente, essa técnica é muito eficiente, mas, é importante salientar que pode ser identificado mais de um modelo para mesma série. Os elementos principais considerados são: a execução de diferenciações (d) para tornar a série estacionária; a definição das ordens de p (parte autoregressiva) e q (média móvel) utilizando a Função de Autocorrelação (FAC) e a Função de Autocorrelação Parcial (FACP), para identificação da estrutura do modelo (Gujarati, 2000); e de acordo, com o comportamento dos correlogramas dessas funções, a escolha dos modelos preliminares.

A FAC (Eq. (3)) mede o grau de correlação de uma variável, considerando as observações defasadas (*lags*). O padrão da autocorrelação para o *lag* 1, 2, ..., k , pode ser definido como a razão entre a autocovariância e a variância para um conjunto de dados.

$$\rho = \frac{\sum_{t=0}^{n-k-1} (X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})}{\sum_{t=0}^{n-1} (X_t - \bar{X})^2} \quad (3)$$

onde ρ é o coeficiente de autocorrelação, n representa o comprimento da série temporal (ST), t é o tempo inicial, X_t é o valor observado das observações no instante t , X_{t+k} é o valor observado das observações defasadas (k) e \bar{X} representa a média aritmética da série.

O coeficiente de autocorrelação (ρ) da ST varia entre -1 e 1. Quando ρ assume o valor 1, diz-se que as duas variáveis medidas possuem uma autocorrelação positiva absoluta, caso contrário ($\rho = -1$), diz-se que a autocorrelação é negativa absoluta. Quando ρ assume valor zero, não existe autocorrelação entre as variáveis, ou seja, as observações são independentes (Morettin e Toloi, 2006).

A FACP é um instrumento bastante útil durante a etapa de identificação do modelo a ser ajustado aos dados observados. A FACP representa a correlação entre Y_t e Y_{t-k} como uma função da defasagem k , filtrado o efeito de todas

as outras defasagens sobre Y_t e Y_{t-k} . A FACP é calculada como o valor do coeficiente θ_{kk} (Eq. (4)).

$$X_t = \theta_{k1} X_{t-1} + \theta_{k2} X_{t-2} + \theta_{k3} X_{t-3} + \dots + \theta_{kk} X_{t-k} + e_t \quad (4)$$

O modelo estocástico de série temporal ARIMA é representada pela Eq. (5), denominada *equação de diferenças*, utilizada nas previsões (Fava, 1999).

$$W_t = \gamma + \phi_1 W_{t-1} + \dots + \phi_p W_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (5)$$

onde W_t é série temporal estacionária, γ é o termo constante gerada pelo modelo estimado, a_t é o erro aleatório e ϕ_p e θ_q são, respectivamente, os parâmetros auto-regressivos e de médias móveis a serem estimados.

2.3.2 Estimação

Nessa etapa são estimados os valores dos parâmetros do modelo ARIMA obtidos através correlogramas da FAC e FACP. Esta estimativa é feita por meio da função de máxima verossimilhança com os dados observados, os quais são mais verossímeis e maximizam a função verossimilhança $L(\theta, y)$, onde y é fixo e θ é a variável. O estimador de máxima verossimilhança $\hat{\theta}$ é o vetor que faz $L(\hat{\theta}, y) > L(\bar{\theta}, y)$, onde $\bar{\theta}$ é qualquer outro estimador de θ (Makridakis *et al.*, 1998).

Para decidir entre um ou outro modelo, inicialmente propõe-se analisar medidas associadas ao ajuste do modelo obtido como: a) Erro Padrão (SE – Standard Error) realizado para cada parâmetro; b) Estatística Z ou Z score (Standard score), c) Critério de Informação de Akaike (AIC – Akaike Information Criterion) e d) Critério de Informação Bayesiano de Schwarz (BIC – Baysean Information Criterion), descritos na Tabela 1.

2.3.3 Diagnósticos

Os diagnósticos ou calibragem do modelo objetiva-se em analisar os resíduos do modelo, no qual se pergunta: - Os resíduos resultaram em “ruído branco”? Ou seja, o modelo foi tão bem ajustado que somente restou à aleatoriedade dos dados que não podem ser explicados matematicamente? Essa etapa consiste em verificar se o modelo estimado é adequado. Em caso positivo, pode-se adotá-lo para previsão. Em caso negativo, outra especificação deve ser escolhida para modelar a série, o que implica em refazer as etapas de identificação e estimação (Vasconcellos e Alves, 2000).

No teste do diagnóstico são examinados os resíduos (erro = valor observação – valor ajustado). Calcula-se a FAC e FACP dos resíduos estimados e verifica-se se eles satisfazem a condição de ruído branco (erros são estatisticamente independentes, ou seja, não são autocorrelacionados) (Granger e Newbold, 1986). E as métricas (Tabela 2): Erro Padrão dos Resíduos (RSE), Erro Médio (ME),

Tabela 1 - Critérios de seleção (penalizadores de modelos).

Critério	Descrição
SE	Avalia a precisão do cálculo da média da série. E o valor desta estatística deve ser pequeno, próximo à zero. $S_e = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, onde: σ é o desvio padrão da distribuição e n = número da amostra.
Z	É uma medida estatística para determinar a validade dos resultados obtidos. Baseia-se na curva normal, e mede quanto um determinado resultado (valor) afasta-se da média em unidades de desvio padrão. $Z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$, onde: X = valor qualquer da variável aleatória, \bar{X} = Valor média da distribuição e σ é o desvio padrão da distribuição.
AIC	É um critério e um guia para seleção do número de termos de uma equação. Ele está baseado na soma do quadrado dos resíduos, mas coloca penalidade sobre coeficientes excedentes (Akaike, 1974). O melhor modelo é aquele possuir o menor valor para os AIC será o de melhor ajuste. $AIC = -2\ln(L) + 2k$, onde L = função de verossimilhança n = número de resíduos que podem ser computados para a série de dados temporais e k = número de parâmetros livres.
BIC	É um critério alternativo ao AIC, que reduz ao máximo o fator de verossimilhança, porque o número de parâmetros é igual ao número de parâmetros do modelo de interesse (Schwarz, 1978). O melhor modelo é aquele com menor valor para BIC. $BIC = -2\ln(L) + \ln(n)k$, onde L = função de verossimilhança n = número de resíduos que podem ser computados para a série de dados temporais, k = número de parâmetros livres e \ln = logaritmo de base neperiana.

Tabela 2 - Métricas de diagnóstico.

Métricas	Descrição
RSE	É dado pela raiz quadrada da variância estimada dos resíduos e indica o grau de dispersão dos erros de previsão dentro da amostra.
RSE	$RSE = \sqrt{\frac{\sum(e_t)^2}{n-2}}$ onde $e_t = (A_t - F_t)$ é o erro (resíduos), A_t é o valor observado, F_t é o valor estimado, e n é o número de observações comparadas.
ME	$ME = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (e_t)$ É a média dos erros de previsão
MSE	$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (e_t)^2$ É determinado pelo somatório dos erros, penalizando os erros grandes elevando-os ao quadrado e dividido pelo número de erros usados no cálculo.
MPE	$MPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left(\frac{e_t}{A_t} \right)$ Leva em consideração o erro relativo de cada previsão em relação aos valores observados da série. Se os erros positivos forem compensados pelos erros negativos, o resultado deve ser aproximadamente nulo.

Erro Quadrático Médio (MSE) e Erro Médio Percentual (MPE).

2.3.4 Aplicação

A última etapa corresponde à previsão para Marabá (X_t), e a partir dos modelos univariados: Carolina (Z_t), Conceição do Araguaia (F_t) e Marabá (X_t); e multivariado $M(X_t)$, e considerando como variáveis explicativas os modelos univariados Z_t , F_t e Z_t usando as séries de Carolina e Conceição do Araguaia, todos em instantes de tempo posteriores a n .

Nesse estudo as series de Carolina e Conceição do Araguaia foram consideradas variáveis explicativas (X) usadas na função de transferência, já que o modelo ARIMA aplicado para séries multivariadas utiliza esta função como vínculo (filtro linear) entre as variáveis explicativas e a variável resposta (estação de Marabá). O uso da função de transferência considera que X_t (entrada) e Y_t (saída) são séries estacionárias, relacionadas através de um filtro linear (Eq. (1)).

Na modelagem de função de transferência deve-se identificar e estimar $v(B)$ – função de transferência – e o modelo de ruído para a variável resposta representada pela serie Marabá. Os coeficientes da função de transferência são obtidos pela análise da Função de Correlação Cruzada (FCC) a entre a variável resposta e as variáveis explicativas. A FCC é uma medida útil de direção e intensidade entre duas variáveis aleatórias.

Para dois processos estocásticos X_t e Y_t ($t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) tem-se que X_t e Y_t são variáveis estacionárias se ambas correspondem a processos univariados estacionários; e a covariância (X_t, Y_t) é uma função somente da diferença de tempo $(s - t)$ (wei, 2005) (Eq. (6)).

$$\gamma_{xy}(k) = E[(X_t - \mu_x)(Y_t - \mu_y)] \quad (6)$$

onde E representa a esperança matemática (média). Para $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, sob padronização e σ_x e σ_y , os desvios-padrão de X_t e Y_t , a FCC pode ser representada pela Eq. (7).

$$\rho_{xy}(k) = \frac{\gamma_{xy}(k)}{\sigma_x \sigma_y} \tag{7}$$

É importante notar que a função de covariância cruzada $\gamma_{xy}(k)$ e as funções de correlação cruzada $\rho_{xy}(k)$ são generalizações das funções de autocovariância e autocorrelação porque $\gamma_{xx}(k) = \gamma_x(k)$ e $\rho_{xx}(k) = \rho_x(k)$. Contudo, ao contrário da função de autocorrelação $\rho_x(k)$, que é simétrica em relação à origem, *i.e.*, $\rho_x(k) = \rho_x(-k)$, a função de correlação cruzada não é simétrica, ou seja, $\rho_{xy}(k) \neq \rho_{yx}(-k)$ (Eq. (8)).

$$\begin{aligned} \gamma_{xy}(k) &= E(X_t - \mu_x)(Y_{t-k} - \mu_y) = \\ E(Y_{t-k} - \mu_y)(X_t - \mu_x) &= \delta_{yx}(-k) \end{aligned} \tag{8}$$

Deste modo, a função de correlação cruzada, FCC, mede não somente a intensidade de uma associação, mas também sua direção.

Na etapa final foi realizada a previsão de nível para Marabá adotou-se os modelos univariados (X_t, F_t e Z_t) como variáveis explicativas. Aplicou-se análises estatística: Erro da previsão (FE - Forecast Error), Erro Absoluto (AE - Absolute Error), Porcentagem absoluta do erro (APE- Absolute Percentage of Error) e Precisão da previsão (FA - Forecast Accuracy) para os valores da previsão de sete (7) dias para confirmar a acurácia do modelo estocásticos multivariado.

3. Resultados e Discussões

3.1 Identificação-estimação

O comportamento diário do nível dos rios Araguaia e Tocantins é observado na Figura 4, nota-se, nessa figura, que o nível do rio Tocantins em Carolina (linha contínua), e o nível do rio Araguaia em Conceição do Araguaia (linha pontilhada) segue o mesmo padrão de regime fluviométrico,

do rio de Marabá (linha tracejada), com valores máximos no trimestre de março, abril e maio, valores mínimos no trimestre de agosto, setembro e outubro. Entretanto, em Conceição do Araguaia, o comportamento é mais suavizado.

A análise do gráfico da série de níveis diários de Carolina, Conceição do Araguaia e Marabá (Figura 4) constatou a necessidade de estabilizar as séries para eliminar a componente da tendência. Realizou-se apenas a primeira diferença ($d = 1$), para eliminar essa componente. Deste modo, as séries diferenciadas foram denominadas como: Carolina-D1, Conceição do Araguaia-D1 série Marabá-D1.

Para identificar os modelos univariados foram analisados os correlogramas da FAC e FACP da série de Carolina-D1 (Figuras 5a), Conceição do Araguaia-D1 (Figuras 5b) e Marabá-D1 (Figuras 5c). Para série de Carolina-D1, foram testados modelos usando os lags (1, 3, 4, 9, 16, 23 e 24) significativos da FAC para obter a ordem do modelo de médias móveis (MA), mais adequado. Já no correlograma da FAC e FACP da série de Conceição do Araguaia-D1, foram analisados dos lags significativos (1 a 24) da FAC e os lags (1, 3, 4, 7 e 14) da FACP, assim identificados o modelo autorregressivo de médias móveis, ou seja, um ARMA. E usando as análises do correlograma da FAC e FACP da série de Marabá-D1, para os lags (1, 3, 4, 9, 16, 23 e 24) significativos da FACP foi identificado o modelo autorregressivo (AR).

Os mais apropriados foram o modelo de médias móveis de quarta ordem (MA (4)) para Carolina (Z_t), o modelo autorregressivo de médias móveis de segunda ordem (ARMA (2)) para Conceição do Araguaia (Y_t) e o autorregressivo de quarta ordem (AR (4)) para Marabá (X_t). Os modelos identificados estão representados nas Eqs. (9), (10) e (11), respectivamente.

$$Z_t = \delta_{z_t} + (1 + \theta B + \theta B^2 + \theta B^4 + \theta B^9) a_t \tag{9}$$

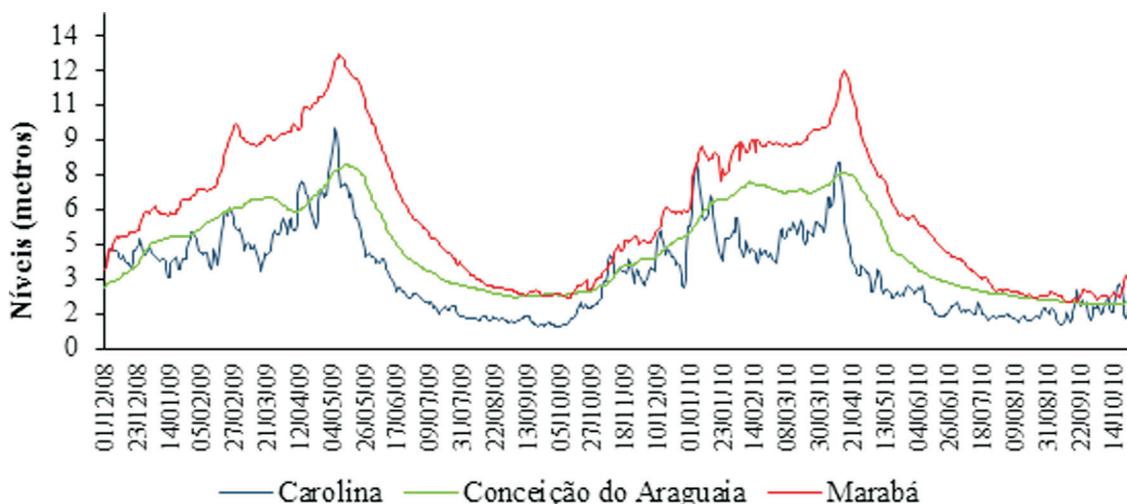


Figura 4 - Comportamento das séries temporais de níveis médios diários do rio Araguaia em Carolina e Conceição do Araguaia, e rio Tocantins em Marabá para o de dezembro de 2008 a outubro de 2010.

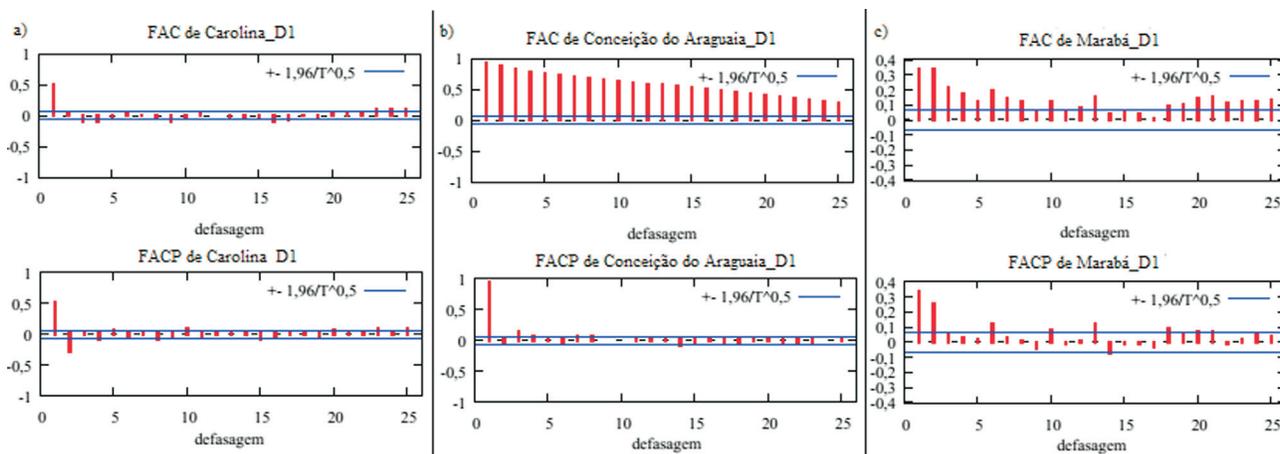


Figura 5 - Correlogramas da FAC e da FACP das séries diferenciadas (a)Carolina-D1, (b)Conceição do Araguaia-D1 e (c)Marabá-D1. As linhas azuis representam o intervalo de confiança e as barras vermelhas são os valores de correlações obtidos para 25 defasagens.

$$(1 + \theta B^2)F_t = \delta_{Y_t} + (1 + \varphi B)a_t \quad (10)$$

$$(1 + \varphi B + \varphi B^2 + \varphi B^6 + \varphi B^{13})X_t = \delta_{X_t} + a_t \quad (11)$$

onde B é o operador diferença, $B^k Z_t = Z_{t-k}$; δ_{Z_t} , δ_{Y_t} e δ_{X_t} é a média aritmética da série, a_t são os erros aleatórios e φ_n e θ_n são parâmetros que ajustam valores passados.

Identificados os modelos para Carolina (MA (4)), Conceição do Araguaia (ARMA (2)) e Marabá (AR (2)), foi estimado os parâmetros φ e θ , usando a máxima verossimilhança. A Tabela 3 apresentadas às estatísticas (erro-padrão e estatística $t(z)$) obtidos para os parâmetros autorregressivos (φ) de acordo com cada modelo. Os parâmetros estimados para modelo Z_t foram $\varphi_1 = -0,66746$, $\varphi_2 = -0,13400$, $\varphi_4 = 0,06668$ e $\varphi_9 = 0,09848$. Os parâmetros estimados foram significativos, sendo que, φ_1 e φ_2 apresen-

taram o nível descritivo $p < 0,001$ e φ_4 e φ_9 apresentaram $p \leq 0,05$. Os resultados dos testes de AIC (-929,6972) e BIC (-905,9652) confirmam que o modelo obtido tem um bom ajuste, com valores bem inferiores aos vários modelos testados.

No modelo Y_t observou-se que todas as estimativas foram significativas a um nível abaixo de $p < 0,001$. Os valores dos parâmetros estimados foram de $\theta_2 = 0,16395$ e $\varphi_1 = 0,95127$. Os valores de AIC (-938,6732) e BIC (-907,9552) enfatiza o desempenho satisfatório do modelo.

Para modelo X_t os parâmetros estimados foram de $\varphi_1 = 0,23931$, $\varphi_2 = 0,22891$ significativos a um nível descritivo $p < 0,001$, e $\varphi_6 = 0,10619$ e $\varphi_{13} = 0,11015$ significativos ao nível descritivo $p \leq 0,05$. A qualidade adequado do ajuste do modelo também foi confirmada com os valores de AIC (-924,5632) e BIC (-904,7652) obtidos.

Tabela 3 - Parâmetros estimados para os modelos univariados Z_t , Y_t e X_t .

Modelos	Estimativas de máxima verossimilhança			
	Parâmetros Estimados	Erro Padrão (SE)	Valor de $t(z)$	P-valor > xxx
Z_t	$\delta_{Z_t} = 0,01148$	0,01178	0,97	0,3298
	$\varphi_1 = -0,66746$	0,03391	-19,68	< 0,0001
	$\varphi_2 = -0,13400$	0,03489	-3,84	0,0001
	$\varphi_4 = 0,06668$	0,02840	2,35	0,0189
	$\varphi_9 = 0,09848$	0,02733	3,60	0,0003
Y_t	$\delta_{Y_t} = 0,00793$	0,01066	0,74	0,4571
	$\theta_2 = 0,16395$	0,03599	4,56	< 0,0001
X_t	$\varphi_1 = 0,95127$	0,01113	85,46	< 0,0001
	$\delta_{X_t} = 0,01051$	0,01488	0,71	0,4802
	$\varphi_1 = 0,23931$	0,03289	7,28	< 0,0001
	$\varphi_2 = 0,22891$	0,03308	6,92	< 0,0001
	$\varphi_6 = 0,10619$	0,03168	3,35	< 0,0008
	$\varphi_{13} = 0,11015$	0,03170	3,47	< 0,0005

Estimados os parâmetros dos modelos univariados, reescrevendo as Eqs. (9), (10) e (11) e substituindo os coeficientes pelos valores dos parâmetros obtidos, temos respectivamente:

$$Z_t = 0,011612 + (1 + 0,66B + 0,134B^2 - 0,666B^4 - 0,098B^9) a_t \tag{12}$$

$$(1 - 0,163B^2) Y_t = 0,006612 + (1 - 0,951B) a_t \tag{13}$$

$$(1 - 0,01B - 0,239B^2 - 0,106B^6 - 0,110B^{13}) X_t = 0,009176 + a_t \tag{14}$$

Após as análises residuais nos modelos univariados, verificou-se que todos (Z_t , Y_t e X_t) tiveram um bom ajuste, uma vez que os resíduos podem ser considerados como ruído branco (média zero e variância constante). Do mesmo modo, Fadiga Jr *et al.* (2008), tratou da previsão diária de vazões para a Bacia Incremental à UHE Itaipu, considerando os resíduos como ruído branco para o modelo estocástico linear (MEL).

3.2 Construção do modelo multivariado

Na identificação do modelo multivariado foram feitos dois correlogramas da Função de Correlação Cruzada (FCC) para 24 defasagens. A Figura 6 representa o correlograma cruzado de Marabá vs. Carolina e a Figura 7 o de Marabá vs. Conceição do Araguaia. Os resultados obtidos para as correlações cruzadas entre Marabá e Carolina, apresentam as seguintes características: i) Correlações significativas em atrasos negativos (-2 e -22), indício de que as séries podem estar defasadas entre si; ii) Correlações significativas nos atrasos 3, 4, 5, 6, 20, 21 e 22.

Os resultados obtidos para as correlações cruzadas entre Marabá e Conceição do Araguaia, apresentam as seguintes características: Correlações significativas em atrasos negativos somente no lag - 19 e correlações significativas somente no atraso 3.

Com base na análise das funções de correlações cruzadas foi identificado o modelo multivariado para Marabá (M_t) apresentado na Eq. (15). Observa-se que o tempo de resposta do movimento da água de Carolina (Z_t) até Marabá (M_t) é de $t - 4$ (atraso), notando que o efeito dessa variável sobre o nível do rio Tocantins em Marabá leva um determinado tempo para ser observado. Já o tempo de resposta do movimento da água de Conceição do Araguaia (Y_t) até Marabá (M_t) é de $t - 3$ (atraso), ou seja, o tempo para fazer efeito no nível do rio em Marabá é menor que o de Carolina. Podendo-se afirmar que a diferença da resposta do movimento d'água, de Carolina e Conceição do Araguaia, até Marabá é de quatro e três dias, respectivamente:

$$\frac{\Delta M_t}{(1 - \phi B^2)} = \mu + (w_{01}) \Delta Z_{t-4} + (w_{02} + w_2 B^2) \Delta F_{t-3} + a_t \tag{15}$$

onde Δ é o operador diferença, $\Delta Z = Z_t - Z_{t-1}$; B é o operador atraso, $BZ_t = Z_{t-1}$; a_t é o erro aleatório; M_t - é a variável resposta (nível em Marabá); μ representa uma constante gerada pelo modelo estimado; w_{01} , w_{02} , w_2 e ϕ são parâmetros do modelo; Z_t é a variável explicativa (Nível em Carolina); Y_t é a variável explicativa (Nível em Conceição do Araguaia);

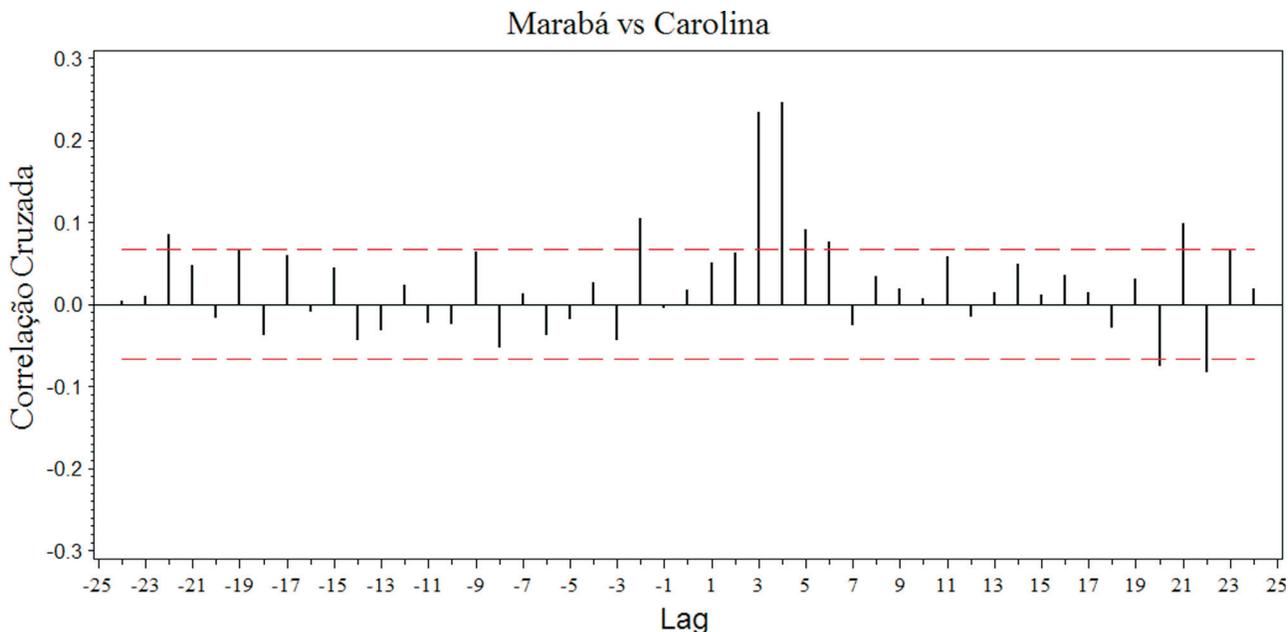


Figura 6 - Correlograma cruzado Marabá vs. Carolina, os limites (linhas tracejadas) são 2 erros-padrão e as barras são as correlações (positivas e negativas) para o intervalo de -25 a 25 lags.

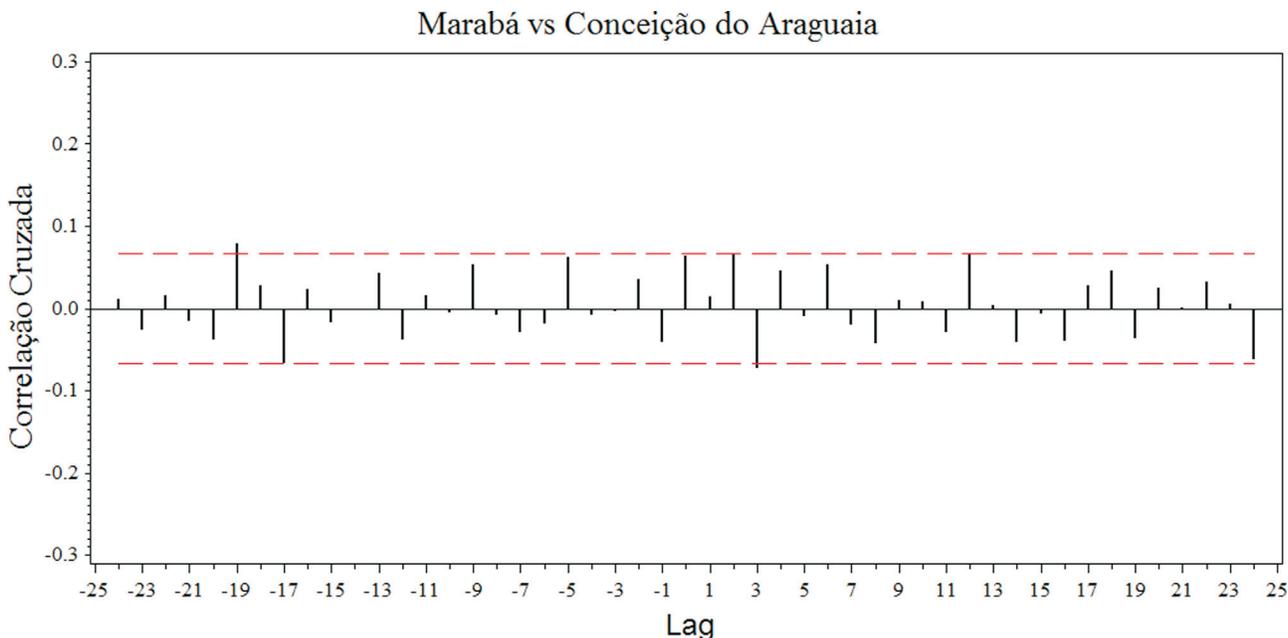


Figura 7 - Correlograma cruzado Marabá vs. Conceição do Araguaia, os limites (linhas tracejadas) são 2 erros-padrão e as barras são as correlações (positivas e negativas) para o intervalo de -25 a 25 lags.

Estimados os parâmetros do modelo multivariado (M_t), reescreve-se a Eq. (15) e substituindo os coeficientes pelos valores dos parâmetros obtidos, temos:

$$\Delta M_t = 0,01 + (0,242)\Delta Z_{t-4} + (0,482 - 0,461B^2)\Delta F_{t-3} + \frac{a_t}{(1 - 0,136B^2)} \quad (16)$$

A avaliação do ajuste da função de transferência foi feita pela observação das correlações cruzadas entre os resíduos e as variáveis de entrada. Para as séries de Carolina e Conceição do Araguaia, essas correlações cruzadas são estatisticamente não significativas. Deste modo, é aceitável considerar que as correlações cruzadas das duas variáveis de entrada com os resíduos do modelo não foram significativas, indicando que o modelo de função de transferência se ajusta aos dados. Na análise residual, as correlações foram não significativas, o que indica a presença de ruído branco e um bom ajuste do modelo aos dados observados.

3.3 Diagnóstico e aplicação do modelo

A Figura 8 mostra o modelo ajustado para um intervalo de confiança de 95% juntamente com os dados observados de Marabá. Pode-se verificar que houve um bom ajuste entre modelo ajustado e os dados observados. A precisão no ajuste é confirmada pelos intervalos de confiança, no qual os valores estimados não ultrapassaram esse intervalo. Lucas (2007) e Ghanbarpour *et al.* (2010) usando a modelagem univariada ARIMA encontraram ajustes satisfatórios, no primeiro caso para simulação de vazões mensais nas estações da bacia hidrográfica do Xingu e no segundo para a avaliação do comportamento das vazões em

uma bacia hidrográfica localizada em áreas cársticas. Os estudos dos autores citados ratificam que a metodologia de Box & Jenkins (BJ) tem excelentes ajustes usando outras variáveis.

A Figura 9 mostra a previsão para sete dias (1 a 7 de abril de 2011), em que o modelo representou bem o comportamento da série, não ultrapassando seus valores do intervalo de confiança. A Tabela 4 apresenta os erros de previsão observados para os modelos multivariados estocásticos de previsão de curto prazo de nível fluviométrico para Marabá e a comparação dos dados observados de níveis fluviométricos com o prognóstico para 7 dias.

O modelo M_t exibiu erros abaixo de 0,08 m. Analisando o FE notou-se que, em geral, os valores foram na maioria positivo, ou seja, a previsão subestimou os valores observados, na maioria das estimações. Os valores de APE foram à maioria abaixo de 1%, indicando uma boa precisão da previsão. No dia 01, o do modelo registou o maior APE de 0,71% e dia 02 teve o menor APE de 0,09%. Os resultados das previsões em relação à acurácia, realizadas pelo FA, mostra que o modelo M_t apresentou uma assertiva acima de 99%, indicando que o prognóstico realizado pelo modelo para o nível do rio Tocantins em Marabá-PA possui uma acurácia considerada ótima.

Os valores obtidos indicam que o modelo multivariado usando a função de transferência é adequado para previsão do Nível do rio Tocantins em Marabá-PA. Este resultado é semelhante ao obtido por Queiroga *et al.* (2005) para quatro modelos estocásticos para previsão de vazão de curto prazo (3, 5 e 7 dias de antecedência) das vazões afluentes à bacia do Rio Grande em Camargos-MG. E foi melhor que o obtido por Santos (2008) também para Mara-



Figura 8 - Comportamento do Modelo ajustado com os dados observados de níveis fluviométricos no rio Tocantins para Marabá, para um intervalo de confiança de 95%.

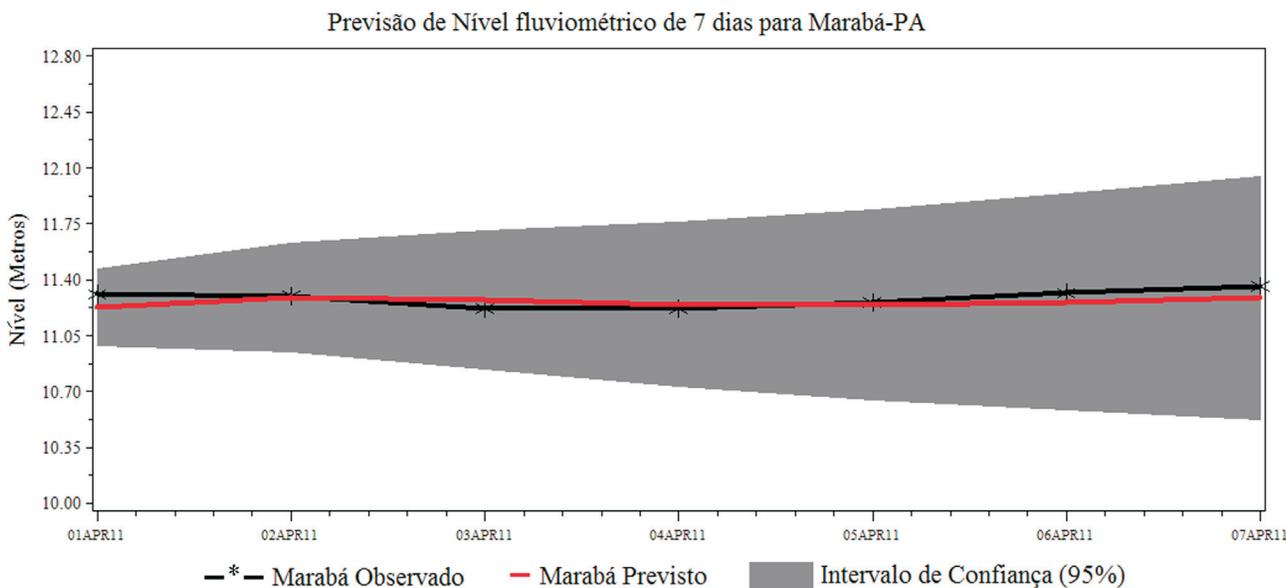


Figura 9 - Comparação da previsão para sete dias com os valores observados.

bá, onde foi empregado um modelo empírico que adotou a regressão linear e o método dos mínimos quadrados ajustados a uma equação.

4. Conclusões

Os modelos estocásticos são historicamente utilizados de maneira satisfatória para descrever o comportamen-

to de variáveis hidrológicas. Neste trabalho foi realizado o ajuste de um modelo estocástico multivariado da classe ARIMA para uma série de dados diários de níveis fluviométricos do rio Tocantins para Marabá-PA. O modelo hidrológico desenvolvido conseguiu simular o regime fluviométrico do rio Tocantins, com pequenos erros absolutos e fornece boas previsões de nível para previsão até sete dias de antecedência, com erro absoluto máximo de 0,12 m. A

Tabela 4 - Comparação dos dados observados de níveis fluviométricos de Marabá-PA, com o prognóstico para 7 dias.

Modelo	Período (dias)	MO	MP	FE	AE	APE (%)	FA (%)
M_t	01/04/2012	11,31	11,23	0,08	0,08	0,71	99,29
	02/04/2012	11,30	11,29	0,01	0,01	0,09	99,91
	03/04/2012	11,22	11,27	-0,05	0,05	0,45	99,55
	04/04/2012	11,22	11,24	-0,02	0,02	0,18	99,82
	05/04/2012	11,26	11,24	0,02	0,02	0,18	99,82
	06/04/2012	11,32	11,26	0,06	0,06	0,53	99,47
	07/04/2012	11,36	11,29	0,07	0,07	0,62	99,38

MO=Marabá Observado; MP= Marabá Previsto; FE= Forecast Error; AE= Absolute Error; APE= Absolute Percentage of Error; FA= Forecast Accuracy.

acurácia mostrou que o modelo M_t , teve uma assertiva muito alta, logo o modelo alcançou o objetivo com uma acurácia considerada ótima.

Portanto as previsões indicam seu uso como ferramenta de auxílio na previsão de riscos de enchentes por parte da Defesa Civil, no sentido de minimizar os impactos ambientais e nas atividades econômicas e sociais do Município. Os modelos hidrológicos para previsão de níveis nos anos de eventos extremos são importantes ferramentas que a Defesa Civil vem utilizando no planejamento e preparo de ações nos locais atingidos. Assim, essa metodologia também poderá ser utilizada para o planejamento urbano das cidades através da definição das áreas de risco que não podem ser alocadas para a construção de residências.

Agradecimentos

A FINEP (Financiadora de Estudos e Projetos) e ao LEMHA (Laboratório de Estudos e Modelagem Hidro-Ambientais) pelo apoio em termos de infraestrutura e recursos financeiros; e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, pelo suporte dado a pesquisa na categoria de bolsista.

Referências

AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE Transactions on Automatic Control.**, Boston, v.19, n.6, p.716-723, Dec. 1974.

ANDERSON, O. D. The Box-Jenkins approach to time series analysis. **Recherche opérationnelle**, tome 11, n. 1, p. 3 - 29, 1977.

BOX, G.; JENKINS, G. **Time series analysis: forecasting and control**. San Francisco, CA, USA: Holden Day, 1976, 575 p.

BRASIL. **Caderno Regional da Região Hidrográfica do Tocantins-Araguaia**. Brasília – DF: Secretaria de Recursos Hídricos, Agência Nacional de Águas, 2006, 50 p.

CARVALHO, A. R. L. **Previsão de aflúências diárias para horizontes de 1 a 7 dias através de uma abordagem estocástica**. 2001. 89f. Dissertação (mestrado em engenharia civil), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

COSTA, M. H.; BOTTA, A.; CARDILLE, J. A. Effects of large-scale changes in land cover on the discharge of the Tocantins

River, Southeastern Amazonia. **Journal of Hydrology**, 283, p. 206 - 217, 2003.

DANIEL, E. B.; CAMP, J. V.; LEBOEUF, E. J.; PENROD, J. R.; DOBBINS, J. P.; ABKOWITZ, M. D. Watershed Modeling and its Applications: A State-of-the-Art Review. **The Open Hydrology Journal**, n. 5, p. 26 - 50, 2011.

FADIGA JR., F. M.; LOPES, J. E. G.; MARTINS, J. R. S. Modelos de Previsão de Vazões para a bacia incremental à UHE Itaipu. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v. 13, n. 2, 2008, p. 65 - 75.

FAN, F.; COLLISCHONN, W.; JIMENÉS, K.; SORRIBAS, M.; BUARQUE, D.; SIQUEIRA, V. Ensemble flood forecasting on the Tocantins River - Brazil. **Geophysical Research Abstracts**, v. 16, p. 1818, 2014.

FAVA, V. L. Análise de Séries de tempo. In: VASCONCELLOS, M. A. S.; ALVES, D. (Org.). **Manual de Econometria: Nível Intermediário**. São Paulo: Atlas, 1999, v. 1, p. 199-204.

FISCHER, S. **Séries univariantes de tempo: metodologia de Box e Jenkins**. Porto Alegre: FEE, 1982. 186 f. Dissertação (Mestrado em Economia), Fundação de Economia e Estatística, 1982.

GHANBARPOUR, M. R.; ABBASPOUR, K. C.; JALALVAND, G.; MOGHADDAM, G. A. Stochastic modeling of surface stream flow at different time scales: Sangsoorakh karst basin, Iran. **Journal of Cave and Karst Studies**, v. 72, n. 1, p. 1 - 10, 2010.

GOLDBERGER, **A course in Econometrics**. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1991. 432p.

GRANGER, C. W. J.; NEWBOLD, P. **Forecasting economic times series**. London: Academic Press, 1986, 211 p.

GUJARATI, D. N. **Econometria Básica**. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2000, 848 p.

HANNA, E. J.; QUINN, B. G. The determination of the order of an autoregression. **Journal of the Royal Statistical Society**, B41, p. 190-195.1979.

LUCAS, E. W. M. S. **Aplicação de modelos hidrológicos determinístico e estocástico mensais na bacia hidrográfica do Xingu - Pará**. 2007. 112f. Dissertação (Mestrado em Meteorologia). Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2007.

MAKRIDAKIS, S.; WHEELWRIGHT, S.C.; HYNDMAN, R. J. **Forecasting: methods and applications**. New York: John Wiley & Sons, 1998, 642 p.

MEGHEA, M. M. Box Jenkins methodology applied to the environmental monitoring data. **Applied Sciences**, v. 13, 2011, p. 74-81, 2011.

- MODARRES, R.; ESLAMIAN, S. S. Streamflow time series modeling of Zayandehrud river. **Iranian Journal of Science & Technology**, Transaction B, Engineering, v. 30, n. B4, p. 565 - 570, 2006.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. **Análise de Séries Temporais**. São Paulo: Edgard Blucher, 2006, 564 p.
- MUSA, J. J. Stochastic Modelling of Shiroro River Stream flow Process. **American Journal of Engineering Research**, v. 2, n. 6, p. 49 – 54, 2013.
- QUEIROGA, Y. G. A.; NAGHETTINI, M. C.; NASCIMENTO, N. O. Avaliação de um método de assimilação de erros nas previsões de vazões de curto prazo afluentes ao reservatório da UHE Camargos. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v. 10, p. 63-74, 2005.
- QUINN, B. G. Order determination for a multivariate autoregression. **Journal of the Royal Statistical Society**, B42, p. 182-185. 1980.
- RODDA, J.C.; RODDA, H.J.E. **Hydrological forecasting: dealing with natural disasters**. The Royal Society, London, 2000. p. 75-99. Disponível em www.royalsoc.ac.uk. Acesso em Fevereiro de 2010.
- SANTOS, D. M. **Análise e modelagem hidrometeorológica na Bacia do rio Tocantins em Marabá**. 2008. 119f. Dissertação (mestrado em ciências ambientais), Universidade Federal do Pará, Museu Paraense Emilio Goeldi, Embrapa, Centro de Geociências, Pós-Graduação em Ciências Ambientais, Belém, 2008.
- SCHWARZ, G. Estimating the dimensional of a model. **Annals of Statistics**, Hayward, v.6, n.2,p.461-464, Mar. 1978.
- SOUZA, R. C. **Modelos estruturais para previsão de séries temporais: abordagens clássica e bayesiana**. Rio de Janeiro, IMPA, 1989. 171p
- TUCCI, C. E. M. **Hidrologia: ciência e aplicação**. 3 ed. Porto Alegre: Ed. da UFRGS/ABRH, 2002. 944p.
- VASCONCELOS, M. A. S.; ALVES, D. C. O. **Manual de econometria: nível intermediário**. São Paulo: Atlas, 2000, 380 p.
- WEI, W. W. S. **Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods**. 2. Ed. Boston: Addison-Wesley, 2005. 624p.

All the contents of this journal, except where otherwise noted, is licensed under a Creative Commons Attribution License CC-BY.