

---

# ANÁLISE E IMPLEMENTAÇÃO DE RETIFICADORES PWM TRIFÁSICOS COM RESPOSTA DE TEMPO MÍNIMO UTILIZANDO DESACOPLAMENTO POR RETROAÇÃO DE ESTADOS

**Robinson F. de Camargo\***

robinsonfc@bol.com.br

**Marcelo Hey Duarte\***

m.h.d@terra.com.br

**Fernando Botterón\***

botteron@mail.ufsm.br

**Jéferson Marques\***

jeferson@nhs.com.br

**Humberto Pinheiro\***

humberto@ctlab.ufsm.br

\*Universidade Federal de Santa Maria

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – Grupo de Eletrônica de Potência e Controle  
CEP 97105-900, Santa Maria, RS, Brasil, +55 55 3220 8463

---

## ABSTRACT

This paper develops a systematic design procedure based on discrete decoupling by state feedback applied to three-phase PWM rectifiers. A discrete model for synchronous frame is developed for three-phase PWM rectifier with an  $L$  filter. This model takes into account the computational delays presents in the discrete implementation. Deadbeat response is obtaining without the requirement of a current controller in the axis  $d$ . Moreover, discrete servo controllers to ensure unit displacement power factor and regulated DC link voltage are developed. Finally, experimental results are presented to demonstrate the feasibility of the proposed procedure, algorithms and the performance of the overall system.

**KEYWORDS:** Three-phase PWM rectifier; deadbeat response; decoupling by state feedback.

## RESUMO

Este trabalho desenvolve um procedimento de projeto sistemático para o controle das correntes de entrada e da tensão de saída de retificadores PWM trifásicos. Primeiramente é apresentado o modelo discreto em eixos síncronos  $dq$  do retificador PWM trifásico com filtro de entrada  $L$ , o qual leva em conta o tempo de processamento necessário para a implementação em tempo real. A operação do retificador com resposta de tempo mínimo é obtida utilizando o método de desacoplamento por retroação de estados no domínio discreto, sem a necessidade de um controlador de corrente adicional no eixo  $d$ . Além disso, são desenvolvidos servos controladores de corrente e tensão a fim de garantir fator de deslocamento unitário e regulação de tensão no barramento CC respectivamente. Finalmente, resultados experimentais são apresentados, a fim de validar o procedimento proposto e verificar o desempenho do retificador PWM trifásico.

**PALAVRAS-CHAVE:** Retificador PWM trifásico; resposta de tempo mínimo; desacoplamento por retroação de estados.

---

### ARTIGO CONVIDADO:

Versão completa e revisada de artigo apresentado no CBA-2004

Artigo submetido em 16/02/2004

1a. Revisão em 09/05/2005

Aceito sob recomendação do Editor Associado

Prof. José Antenor Pomílio

# 1 INTRODUÇÃO

Retificadores PWM vêm sendo largamente utilizados em aplicações industriais, tais como acionamentos de motores (Bilgin et. al., 2002), aerogeradores (Nicolás et. al., 2002), e fontes ininterruptas de potência (UPS) (Kawabata et. al., 1991), a fim de realizar a interface com a rede elétrica. Estes, se comparados com os tradicionais retificadores não controlados ou controlados por tiristores, apresentam como atrativo as seguintes vantagens: (i) fornecimento de tensão CC regulada com baixa ondulação mantendo a corrente de entrada senoidal (Cichowlas et. al., 2002); (ii) fator de deslocamento unitário (Espinoza et. al., 1998); (iii) fluxo bidirecional de potência (Malinowski et. al., 2002).

Várias técnicas de controle tanto analógicas como digitais foram desenvolvidas para retificadores PWM trifásicos. Entre as técnicas de controle digital, as técnicas com resposta de tempo mínimo, ou mais usualmente chamada de *dead-beat* encontram-se entre as mais utilizadas. Destacam-se as aplicações em retificadores PWM (Malesani et. al., 1999), filtros ativos de potência (Hamasaki et. al., 2003), inversores multiníveis (Park et. al., 2003), acionamento de motores (Kojima et. al., 2004) e UPS (Mattavelli, 2005). Como vantagens as técnicas de controle com resposta de tempo mínimo apresentam rápida resposta ao sinal de referência desejado e simplicidade no algoritmo a ser implementado. Entretanto, como desvantagem pode-se citar que a variação dos parâmetros da planta pode degradar a performance do sistema e levar o mesmo em casos extremos à instabilidade.

Para o projeto de controladores com resposta de tempo mínimo, os seguintes critérios precisam ser atendidos segundo (Rech, 2001):

- i) O sistema deve possuir erro em regime permanente nulo, a cada instante de amostragem para um sinal de entrada específico;
- ii) O tempo necessário para que a saída alcance o valor de referência, em regime permanente, deve ser finito e mínimo.

Este trabalho desenvolve um procedimento de projeto sistemático para o controle das correntes de entrada e da tensão de saída de retificadores PWM trifásicos. Primeiramente, é apresentado o modelo discreto em eixos síncronos  $dq$  para o retificador PWM trifásico com filtro de entrada  $L$ , o qual leva em conta o tempo de processamento necessário para a implementação digital. A seguir são desenvolvidas duas malhas de controle distintas, uma malha interna para o controle de corrente e uma malha externa para a regulação da tensão no barramento CC.

Como contribuições este trabalho propõe o desenvolvimento

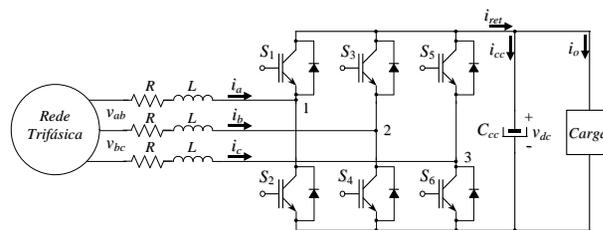


Figura 1: Retificador PWM trifásico com filtro de entrada  $L$  e carga no barramento CC.

de um controlador para a malha de corrente utilizando o método de desacoplamento por retroação de estados no domínio discreto, a fim de simplificar o projeto dos controladores através do desacoplamento entre as variáveis nos eixos  $d$  e  $q$ . Ainda, o controle da malha de corrente não necessita de um controlador adicional para o eixo  $d$ , diminuindo a complexidade do algoritmo e assegurando, mesmo assim, a resposta de tempo mínimo. Além disso, de modo a garantir fator de deslocamento unitário entre as tensões da rede e correntes de entrada do retificador foi adicionado um servo controlador no eixo  $q$  na malha interna de corrente.

O método de desacoplamento utilizando uma abordagem entrada-saída já foi utilizado por (Kawabata et. al., 1991), porém, este apresenta o projeto do controlador de corrente de uma forma empírica. Quanto ao método de desacoplamento por retroação de estados, este foi apresentado por (Kasmierkowski et. al., 1998) e (Ye et. al., 2001), porém no domínio de tempo contínuo.

Para a malha de tensão, um servo controlador é desenvolvido a fim de fornecer regulação da tensão do barramento CC com ondulação reduzida. Este controlador inclui ainda um algoritmo de limitação da ação de controle, que limita as amplitudes das correntes no retificador.

Finalmente, resultados experimentais são apresentados, a fim de demonstrar o desempenho do procedimento e algoritmos propostos, bem como algumas conclusões referentes ao projeto do retificador PWM com um todo.

## 2 SINCRONIZAÇÃO E MODELAGEM DISCRETA EM EIXOS SÍNCRONOS

Um típico retificador PWM trifásico com filtro de entrada  $L$  e carga é mostrado na Figura 1. A seguir será apresentado o método de sincronização utilizado e a modelagem no domínio discreto do retificador PWM trifásico.

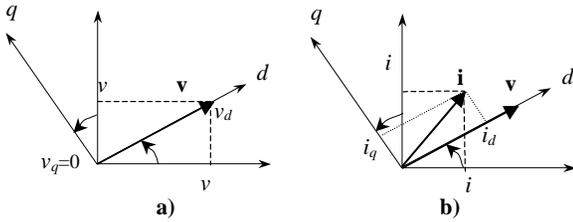


Figura 2: Rotação dos eixos  $\alpha$  e  $\beta$  do sistema de coordenadas  $\alpha\beta$  para o sistema de coordenadas  $dq$  para os vetores de (a) tensão e (b) corrente

## 2.1 Sincronização do Retificador PWM com as Tensões da Rede

Vários métodos de sincronização de conversores PWM com a rede foram desenvolvidos. Entre eles, destacam-se os que utilizam métodos de sincronização em malha fechada como em (Deckmanm et. al., 2003) e (Costa et. al., 2003). Apesar de apresentar como vantagens correntes de entrada do retificador que praticamente independem de desequilíbrios e harmônicos da rede, estes algoritmos necessitam detectar a frequência fundamental da tensão da rede o que aumenta a complexidade do mesmo. Visando obter uma maior simplicidade, neste trabalho é utilizado o método de sincronização em malha aberta desenvolvido por (Soares et. al., 1997). Sendo que, a partir das tensões e correntes em um sistema trifásico representado em coordenadas estacionárias  $abc$ , este pode ser transformado, em um sistema de coordenadas estacionárias  $\alpha\beta$  (Clark) e posteriormente no sistema de coordenadas girantes  $dq$  (Park), estabelecido pela rotação dos eixos  $\alpha$  e  $\beta$  de um ângulo  $\theta$ , conforme mostrado na Figura 2.

Alinhando o eixo  $d$  da Figura 2b com a projeção do vetor de tensão  $\mathbf{v}_{\alpha\beta}$ , no plano  $\alpha\beta$ , tem-se:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_\alpha}{v_{\alpha\beta}} & \frac{v_\beta}{v_{\alpha\beta}} \\ -\frac{v_\beta}{v_{\alpha\beta}} & \frac{v_\alpha}{v_{\alpha\beta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Note que o vetor  $\mathbf{v}_{\alpha\beta}$  é a norma Euclidiana do vetor de tensão  $[v_\alpha \ v_\beta]^T$ , dado por:

$$v_{\alpha\beta} = \|\mathbf{v}_{\alpha\beta}\|_2 = \sqrt{v_\alpha^2 + v_\beta^2}. \quad (2)$$

A partir de (1), e considerando que as tensões da rede são equilibradas e sem a presença de harmônicos, é possível relacionar as componentes das tensões da rede com o seno e cosseno, ou seja:

$$\text{sen}(\theta) = \frac{v_\beta}{v_{\alpha\beta}} \text{ e } \cos(\theta) = \frac{v_\alpha}{v_{\alpha\beta}}. \quad (3)$$

Neste caso, os seno e cosseno nada mais são que as componentes normalizadas das tensões em coordenadas  $\alpha\beta$ , com  $\theta=2\pi f$  em (3), sendo  $f$  a frequência fundamental da tensão da rede.

## 2.2 Modelo discreto normalizado do retificador PWM trifásico em eixos síncronos $dq$

Agora, considerando que a tensão da rede e a tensão no barramento CC são fontes de tensões ideais, e, além disso, desprezando a impedância da rede e a resistência do filtro de entrada  $L$ , o retificador pode ser modelado, conforme (Botterón et. al., 2001). Portanto, a seguinte representação por espaço de estado em eixos síncronos  $dq$ , do retificador PWM trifásico, dado na Figura 1, com as indutâncias do filtro de entrada ( $L$ ) e rede é obtida:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{d-pwm} \\ u_{q-pwm} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix}, \quad (4)$$

com “ $\omega$ ” é a frequência angular da rede.

A equação (4) pode ser expressa de forma mais compacta por:

$$\dot{\mathbf{x}}_{dq}(t) = \mathbf{A}_{dq}\mathbf{x}_{dq}(t) + \mathbf{B}_{dq}\mathbf{u}_{dq}(t) + \mathbf{F}_{dq}\mathbf{w}_{dq}(t) \quad (5)$$

com:

$$\mathbf{x}_{dq}(t) = [i_d \ i_q]^T, \mathbf{u}_{dq}(t) = [u_{d-pwm} \ u_{q-pwm}]^T \text{ e } \mathbf{w}_{dq}(t) = [v_d \ v_q]^T.$$

Note que, em (5), estão representadas em eixos síncronos as correntes de entrada do retificador,  $i_d$  e  $i_q$ , as tensões produzidas pelo retificador,  $u_{d-pwm}$  e  $u_{q-pwm}$ , e as tensões da rede,  $v_d$  e  $v_q$ .

Com o objetivo de obter-se uma equação discreta a partir do modelo apresentado em (5) as seguintes hipóteses, segundo (Botterón et. al., 2003) são assumidas: (i) a frequência de amostragem é muito maior que a frequência fundamental, (ii) a ondulação sobre as variáveis amostradas é considerada ser muito pequena ou as variáveis são amostradas em seus valores médios.

Ainda, considerando o atraso computacional associado à implementação digital, o qual pode ser modelado introduzindo um vetor de estado adicional no modelo discreto. Assim solucionando (5) em um período de discretização,  $T_s$ , a se-

guinte equação de estados discreta pode ser obtida:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{dq}(k+1) \\ \mathbf{v}_{dq-d}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{dq} & \mathbf{H}_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{dq}(k) \\ \mathbf{v}_{dq-d}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}_{dq}(k) + \begin{bmatrix} -\mathbf{H}_0 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{w}_{dq}(k) \quad (6)$$

com:  $\mathbf{G}_{dq} = e^{\mathbf{A}_{dq}T_s}$ ,  $\mathbf{H}_0 = e^{\mathbf{A}_{dq}(T_s-T_d)}\mathbf{A}_{dq}^{-1}(e^{\mathbf{A}_{dq}T_d} - \mathbf{I})\mathbf{B}_{dq}$ ,  $\mathbf{H}_1 = \mathbf{A}_{dq}^{-1}[e^{\mathbf{A}_{dq}(T_s-T_d)} - \mathbf{I}]\mathbf{B}_{dq}$ ,  $T_d$  é o período relacionado ao atraso computacional e  $\mathbf{v}_{dq-d}$  é vetor de estado adicional.

Agora considerando que  $T_s = T_d$ , as matrizes  $\mathbf{G}_{dq}$ ,  $\mathbf{H}_0$  e  $\mathbf{H}_1$  resultam em:

$$\mathbf{G}_{dq} = \begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_0 = \frac{V_{base}}{\omega L I_{base}} \begin{bmatrix} -s & c-1 \\ -c+1 & -s \end{bmatrix} e$$

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

com:  $s = \text{seno}(\omega T_s)$  e  $c = \text{cosseno}(\omega T_s)$

Agora, definindo um novo vetor de estados  $\psi(k) = [\mathbf{x}_{dq}(k) \quad \mathbf{v}_{dq-d}(k)]^T$  e as matrizes  $\mathbf{G}_p$ ,  $\mathbf{H}_p$  e  $\mathbf{F}_p$  dadas por:

$$\mathbf{G}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{dq} & \mathbf{H}_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} e \quad \mathbf{F}_p = \begin{bmatrix} -\mathbf{H}_0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

A equação que representa o comportamento dinâmico do retificador PWM trifásico em tempo discreto assume a seguinte forma:

$$\psi(k+1) = \mathbf{G}_p\psi(k) + \mathbf{H}_p\mathbf{u}_{dq}(k) + \mathbf{F}_p\mathbf{w}_{dq}(k) \quad (7)$$

com:

$$\mathbf{G}_p = \frac{T_s V_{base}}{\omega L I_{base}} \begin{bmatrix} c & s & -s & (c-1) \\ -s & c & (-c+1) & -s \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H}_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_p = \frac{V_{base}}{\omega L I_{base}} \begin{bmatrix} s & -c+1 \\ c-1 & s \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} e$$

$$\mathbf{C}_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

A Figura 3 apresenta o diagrama em blocos do sistema discreto em eixos síncronos  $dq$ , incluindo as matrizes da planta e da rede considerada como distúrbio.

A fim de verificar a presença de um possível acoplamento entre as componentes de eixos  $d$  e  $q$  do sistema, conforme

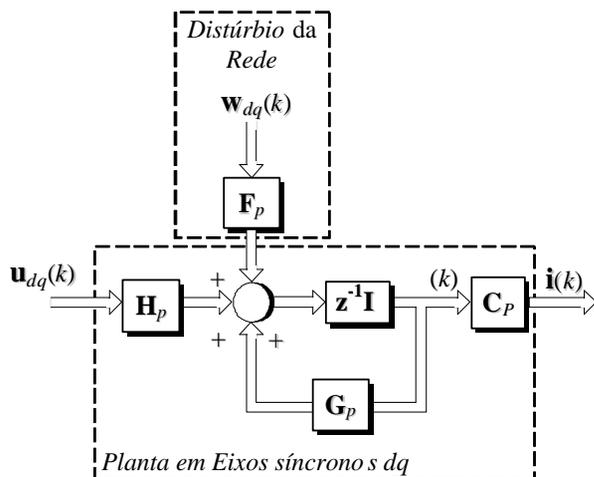


Figura 3: Diagrama em blocos do sistema em eixos síncronos  $dq$ .

Figura 3, será obtida a função de transferência entre as correntes de entrada do retificador e a tensão da rede, ou seja,

$$\frac{\mathbf{i}(k)}{\mathbf{u}_{dq}(k)} = \mathbf{G}(z) = \mathbf{C}_p(z\mathbf{I} - \mathbf{G}_p)^{-1} \mathbf{H}_p, \quad (8)$$

ou ainda:

$$\mathbf{G}(z) = \frac{1}{\omega L I_{base}} \begin{bmatrix} \frac{-s(z-1)}{z^3-2z^2c+z} & \frac{(c-1)(z+1)}{z^3-2z^2c+z} \\ \frac{(-c+1)(z+1)}{z^3-2z^2c+z} & \frac{-s(z-1)}{z^3-2z^2c+z} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Pode-se observar por (9), que o sistema em questão apresenta um acoplamento entre as componentes de eixos síncronos  $d$  e  $q$ , dado pelas componentes da matriz  $\mathbf{G}(z)$  da diagonal secundária, de modo que, as dinâmicas do sistema no eixo  $d$  interferem nas dinâmicas do eixo  $q$  e vice-versa.

A fim de obter dois sistemas SISO independentes, de forma a simplificar o projeto do controlador para a malha de corrente, a seguir será aplicada uma técnica de desacoplamento por retroação de estados, a qual é desenvolvida no domínio discreto e cujo teorema é apresentado em detalhes no Apêndice.

### 3 DESACOPLAMENTO DO SISTEMA POR RETROAÇÃO DE ESTADOS NO DOMÍNIO DISCRETO

Com o objetivo de desacoplar (9) será utilizado o teorema apresentado no Apêndice, sendo que aplicando a equação A-2 e A-3, em (9) e sabendo que  $d_1 = d_2=1$ , assim a matriz  $\mathbf{E}$  torna-se:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\omega L I_{base}} \begin{bmatrix} -s & (c-1) \\ (-c+1) & -s \end{bmatrix} \quad (10)$$

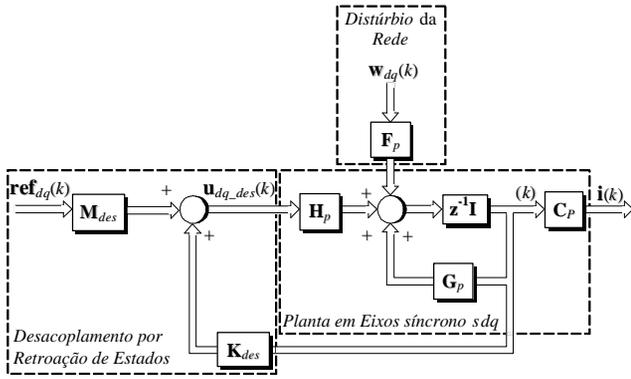


Figura 4: Diagrama em blocos do sistema em eixos síncronos  $dq$  incluindo as matrizes de desacoplamento e de compensação do distúrbio da rede.

Uma vez que,  $T_s \geq 0$ ,  $\mathbf{E}$  é uma matriz não singular. Logo o sistema MIMO pode ser desacoplado por retroação de estados e as matrizes de desacoplamento  $\mathbf{M}_{des}$  e  $\mathbf{K}_{des}$  são dadas por:

$$\mathbf{M}_{des} = \frac{1}{2} \frac{\omega L I_{base}}{V_{base}} \begin{bmatrix} \frac{-s}{(-c+1)} & 1 \\ -1 & \frac{-s}{(-c+1)} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{des} = - \begin{bmatrix} \frac{s\omega L I_{base}}{V_{base}} \frac{c-1/2}{c-1} & -\frac{\omega L I_{base}}{V_{base}} (c+1/2) & c & s \\ \frac{\omega L I_{base}}{V_{base}} (c+1/2) & \frac{s\omega L I_{base}}{V_{base}} \frac{c-1/2}{c-1} & -s & c \end{bmatrix} \quad (11)$$

A Figura 4 apresenta o diagrama em blocos do sistema incluindo as matrizes da planta ( $\mathbf{G}_p$ ,  $\mathbf{H}_p$ ), desacoplamento ( $\mathbf{M}_{des}$ ,  $\mathbf{K}_{des}$ ) e distúrbio da rede ( $\mathbf{F}_p$ ).

A nova equação de estados considerando o desacoplamento do sistema por retroação de estados é dada por:

$$\psi(k+1) = \mathbf{G}_p \psi(k) + \mathbf{H}_p \mathbf{u}_{dq\_des}(k) + \mathbf{F}_p \mathbf{w}_{dq}(k) \quad (12)$$

$$\mathbf{u}_{dq\_des}(k) = \mathbf{K}_{des} \psi(k) + \mathbf{M}_{des} \mathbf{ref}_{dq}(k) \quad (13)$$

com:  $\mathbf{ref}_{dq}(k) = [ref_{id}(k) \quad ref_{iq}(k)]^T$  sendo  $ref_{id}$  e  $ref_{iq}$  as referências para as componentes de eixo direto e de quadratura respectivamente.

Considerando agora o sistema desacoplado resultante da retroação de estado a seguinte função de transferência é obtida:

$$\mathbf{G}_f(z, \mathbf{K}_{des}, \mathbf{M}_{des}) = \mathbf{C}_p (z\mathbf{I} - \mathbf{G}_p - \mathbf{H}_p \mathbf{K}_{des})^{-1} \mathbf{H}_p \mathbf{M}_{des}, \quad (14)$$

ou ainda,

$$\mathbf{G}_f(z, \mathbf{K}_{des}, \mathbf{M}_{des}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{z^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{z^2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

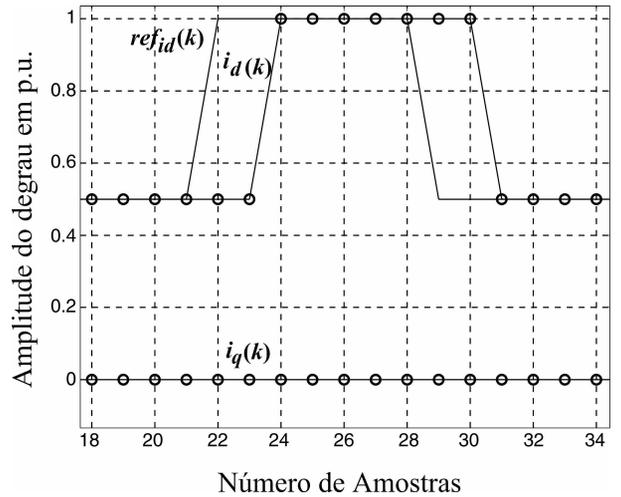


Figura 5: Resultado de simulação do controlador para a malha de corrente com aplicação de um degrau em  $ref_{id}(k)$ .

Note que (15) é uma matriz função de transferência diagonal, logo pode-se tratar o retificador PWM como sendo dois sistemas SISO.

A fim de verificar o desacoplamento das correntes em eixos síncronos  $dq$  obtido em (15), bem como a resposta de tempo mínimo com atraso de dois períodos de amostragem foi aplicado um degrau na referência de corrente no eixo  $d$ ,  $ref_{id}(k)$ , no qual pode-se observar pela Figura 5 o desempenho esperado para o controlador de corrente.

Ainda, de forma a compensar erros em regime permanente devido à presença da rede, a qual é considerada como um distúrbio, a seguir será proposta uma realimentação para compensação deste distúrbio.

## 4 REALIMENTAÇÃO PARA COMPENSAÇÃO DO DISTÚRBO DA REDE

De modo a compensar a influência da rede sobre as correntes de entrada do retificador, sendo que tal influência pode provocar erros em regime permanente nestas correntes, é proposta uma realimentação para compensação do distúrbio da rede, com a inclusão de uma matriz de compensação de distúrbio,  $\mathbf{R}_p$ , conforme mostrado na Figura 6. Tal matriz,  $\mathbf{R}_p$ , pode ser obtida redefinindo a equação (13) conforme (16),

$$\mathbf{u}_{dq\_des}(k) = \mathbf{K}_{des} \psi(k) + \mathbf{R}_p \mathbf{w}_{dq}(k-1). \quad (16)$$

Nesta equação, foi desprezada a parcela relativa a  $\mathbf{ref}_{dq}(k)$  e adicionada a parcela referente a compensação do distúrbio dado pelo segundo termo do lado direito da equação (16).

Então, substituindo (16) em (12), obtém-se a seguinte equação

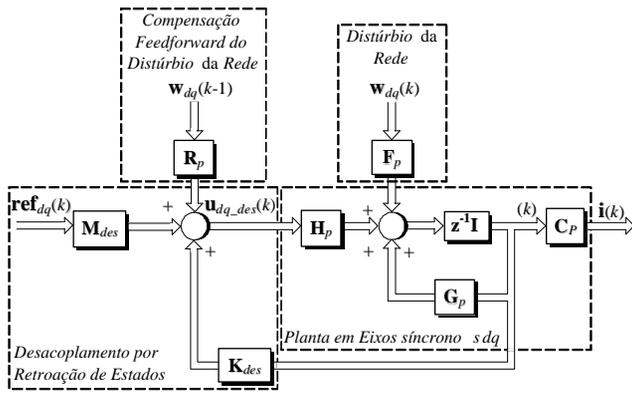


Figura 6: Diagrama em blocos do sistema em eixos síncronos dq incluindo as matrizes de desacoplamento e de compensação do distúrbio da rede.

ção de estados:

$$\psi(k+1) = \mathbf{G}_p \psi(k) + \mathbf{H}_p (\mathbf{K}_{des} \psi(k) + \mathbf{R}_p \mathbf{w}_{dq}(k-1)) + \mathbf{F}_p \mathbf{w}_{dq}(k) \quad (17)$$

Note que, geralmente a tensão da rede em eixos síncronos varia lentamente, podendo assim ser considerada constante. Então a seguinte aproximação é válida  $\mathbf{w}(k) \cong \mathbf{w}(k-1)$ . Ainda considerando que em regime permanente  $\psi(k+1) \cong \psi(k) \cong \psi_c$  e  $\mathbf{w}(k) \cong \mathbf{w}(k-1) \cong \mathbf{w}_c$ , sendo  $\psi_c$  e  $\mathbf{w}_c$  são valores constantes dos estados considerados.

Logo, (17) pode ser reescrita por:

$$\psi_c = \mathbf{G}_p \psi_c + \mathbf{H}_p (\mathbf{K}_{des} \psi_c + \mathbf{R}_p \mathbf{w}_c) + \mathbf{F}_p \mathbf{w}_c \quad (18)$$

Ainda, isolando a parcela na qual se encontra a matriz  $\mathbf{R}_p$ , tem-se:

$$[\mathbf{I} - (\mathbf{G}_p + \mathbf{H}_p \mathbf{K}_{des})] \psi_c - \mathbf{F}_p \mathbf{w}_c = \mathbf{H}_p \mathbf{R}_p \mathbf{w}_c. \quad (19)$$

com:  $\psi_c = [\psi_{c_d} \ \psi_{c_q}]^T$ ,  $\mathbf{w}_c = [w_{c_d} \ w_{c_q}]^T$  e

$$\mathbf{R}_p = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix}.$$

Agora, fazendo as devidas substituições das matrizes já definidas e simplificando os dois lados da equação (19), obtém-se um sistema de quatro equações e quatro incógnitas relacionadas às componentes da matriz  $\mathbf{R}_p$ , conforme (20):

$$\begin{aligned} \frac{V_{base}}{I_{base}} \frac{T_s}{L} (\psi_{c_d} - w_{c_d}) &= 0 \\ \frac{V_{base}}{I_{base}} \frac{T_s}{L} (\psi_{c_q} - w_{c_q}) &= 0 \\ 2\psi_{c_d} + \omega T_s \psi_{c_q} &= r_{11} w_{c_d} + r_{12} w_{c_q} \\ -\omega T_s \psi_{c_d} + 2\psi_{c_q} &= r_{21} w_{c_d} + r_{22} w_{c_q} \end{aligned} \quad (20)$$

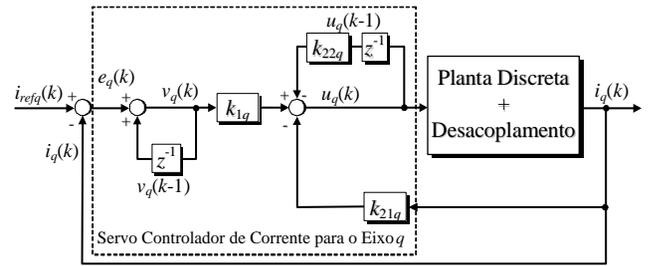


Figura 7: Representação por diagrama de blocos da componente de eixo  $q$  da planta em malha aberta.

A partir dos dois primeiros conjuntos de equações em (20), tem-se que:  $\psi_{c_d} = w_{c_d} e \psi_{c_q} = w_{c_q}$ . Ainda considerando que as tensões da rede são equilibradas  $w_{c_q} = 0$ , logo  $\psi_{c_q} = 0$ . Resolvendo os dois últimos conjuntos de equações em (20) e realizando as devidas substituições, obtém-se a matriz de compensação do distúrbio da rede dada por:

$$\mathbf{R}_p = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -\omega T_s & 0 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Com o intuito de garantir que o retificador PWM trifásico opere com fator de deslocamento unitário mesmo quando ocorram variações paramétricas no sistema, um servo controlador para a malha de corrente no eixo  $q$ , é proposto a seguir.

## 5 SERVO CONTROLADOR DE CORRENTE PARA O EIXO Q

Devido a uma possível diferença entre o valor de indutância real e a utilizada no projeto, é possível que o fator de deslocamento não seja unitário. Logo, será projetado um servo controlador de corrente para o eixo  $q$ , a fim de garantir que o fator de deslocamento seja unitário. Logo, conforme (15), o projeto do controlador de corrente para a componente de eixo  $q$  pode ser realizado independente do eixo  $d$ .

Desta forma, definindo-se a função de transferência para a componente de eixo  $q$  no domínio  $z$ , em (15), ou seja,  $i_q(z)/u_q(z) = 1/z^2$ , a equação de estados resultante da retroação de estados desacoplada no domínio discreto para a componente de eixo de quadratura é dada por:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_q(k+1) &= \mathbf{G}_{pq} \mathbf{x}_q(k) + \mathbf{H}_{pq} u_q(k) \\ e i_q(k) &= \mathbf{C}_{pq} \mathbf{x}_q(k) \end{aligned} \quad (22)$$

com:

$$\mathbf{G}_{pq} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{H}_{pq} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{C}_{pq} = [1 \ 0].$$

A Figura 7 mostra o diagrama em blocos do controlador de corrente de eixo de quadratura proposto. A equação de estado do servo controlador de corrente pode ser definida como:

$$v_q(k) = v_q(k-1) + [i_{refq}(k) - i_q(k)] = v_q(k-1) + e_q(k) \quad (23)$$

Na equação (23),  $v_q$  e  $i_q$  são respectivamente as componentes do servo controlador e de saída de eixo  $q$ . Ainda  $u_q$  e  $e_q$  são as componentes de ação de controle e do erro.

A equação da ação de controle discreta, a qual é aplicada na matriz de desacoplamento, pode ser escrita como:

$$u_q(k) = k_{1q}v_q(k) - [k_{21q} \quad k_{22q}] \mathbf{x}_q, \quad (24)$$

com:  $\mathbf{x}_q = [i_q(k) \quad u_q(k-1)]^T$ , desprezando-se o bloco relacionado a *Planta Discreta+Desacoplamento* na Figura 7.

A fim de obter os ganhos  $k_{1q}$ ,  $k_{21q}$  e  $k_{22q}$  do servo controlador foi utilizada a técnica de projeto por alocação de pólos. Logo, pode-se obter a matriz de ganhos para a resposta de tempo mínimo da seguinte forma:

$$[k_{21q} \quad k_{22q} \quad k_{1q}] = [\mathbf{K}_i + [0 \quad 0 \quad 1]] \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{pq} - \mathbf{I}_2 & \mathbf{H}_{pq} \\ \mathbf{C}_{pq} \mathbf{G}_{pq} & \mathbf{C}_{pq} \mathbf{H}_{pq} \end{bmatrix}^{-1} \varphi(\mathbf{G}_{pq})$$

com:

$$\mathbf{K}_i = [0 \quad 0 \quad 1] \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{pq} & \mathbf{G}_{pq} \mathbf{H}_{pq} & \mathbf{G}_{pq}^2 \mathbf{H}_{pq} \end{bmatrix}^{-1} \varphi(\mathbf{G}_{pq}) \quad (25)$$

$$e \varphi(\mathbf{G}_{pq}) = \mathbf{G}_{pq}^3.$$

De forma a regular a tensão no barramento CC e obter-se a referência para a malha interna de corrente, a seguir será apresentado o controlador de tensão do barramento CC, bem como seu respectivo algoritmo de limitação da ação de controle.

## 6 CONTROLADOR DE TENSÃO DO BARRAMENTO CC E ALGORITMO DE LIMITAÇÃO

Para o controle da tensão do barramento CC um servo controlador para a malha de tensão é proposto, a fim de regular a tensão CC em um valor desejado. Este servo controlador é desenvolvido através do controle da potência ativa do retificador em eixos síncronos  $dq$  para o sistema representado na Figura 8.

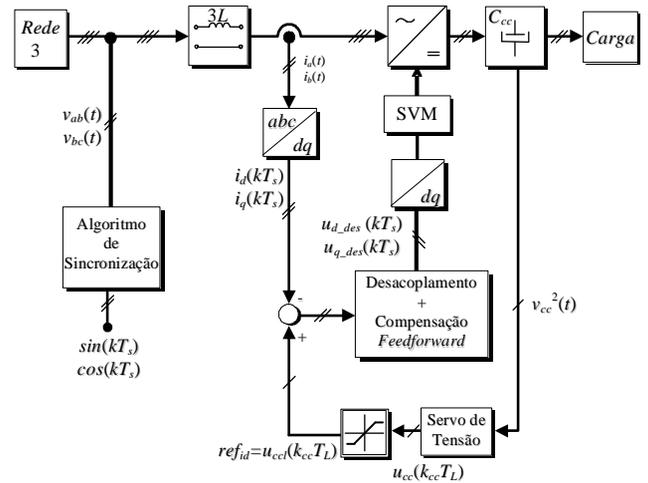


Figura 8: Diagrama em blocos do retificador PWM trifásico totalmente controlado.

Desprezando a dinâmica da malha de corrente, as perdas no retificador, e aplicando o teorema de *Tellegen* tem-se:

$$P_{capacitor} = P_{rede} - P_{carga} \quad (26)$$

ou ainda,

$$\frac{1}{2} C_{cc} \left( \frac{dv_{cc}^2}{dt} \right) = (v_d i_d + v_q i_q) - P_{carga} \quad (27)$$

Assumindo para o caso em questão que, o retificador opera com fator de deslocamento unitário, e que as tensões da rede são equilibradas e sem harmônicos, tem-se que  $v_q=0$ . Logo, (27) torna-se:

$$\frac{1}{2} C_{cc} \left( \frac{dv_{cc}^2}{dt} \right) = (v_d i_d) - P_{carga} \quad (28)$$

Ainda, assumindo que o período de discretização da malha de tensão,  $T_L$ , é maior que  $T_s$  e que a resposta da malha de corrente é de tempo mínimo, pode-se afirmar que  $i_d \cong ref_{id}$ , logo a corrente de entrada  $i_d$  pode ser expressa em função de  $u_{cc}$ , ou seja,

$$i_d = u_{cc}, \quad (29)$$

na qual  $u_{cc}$  é a referência para a malha de corrente.

Agora, normalizando a equação (28), multiplicando ambos os lados da mesma por  $1/V_{base}^2$  e aplicando a equação (29), tem-se:

$$\frac{1}{2} C_{cc} \left( \frac{dv_{ccn}^2}{dt} \right) = u_{cc} \left( \frac{v_d}{V_{base}} \right) - \left( \frac{P_{carga}}{V_{base}^2} \right) \quad (30)$$

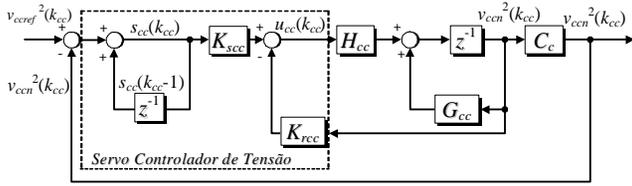


Figura 9: Diagrama do controlador de tensão do barramento CC.

Com o objetivo de obter o modelo discreto para realizar o controle da tensão  $v_{ccn}^2$ , integra-se a equação (30) em um período de discretização  $T_L$ . Note que,  $u_{cc}(k_{cc}T_L)$  é considerado constante ao longo de um período  $T_L$ . Logo é possível obter a seguinte representação por espaço de estado:

$$\begin{aligned} x_{cc}[(k_{cc} + 1)T_L] &= \mathbf{G}_{cc}x_{cc}(k_{cc}T_L) + \mathbf{H}_{cc}u_{cc}(k_{cc}T_L) + \\ &\quad \mathbf{F}_{cc}w_{cc}(k_{cc}T_L), \\ v_{ccn}^2(k_{cc}T_L) &= \mathbf{C}_{cc}x_{cc}(k_{cc}T_L), \end{aligned} \quad (31)$$

com:  $\mathbf{G}_{cc} = \mathbf{C}_c = 1$ ,  $\mathbf{H}_{cc} = \sqrt{6}V_{p-d}T_L/C_{cc}V_{base}^2$ ,  $\mathbf{F}_{cc} = -2T_L/C_{cc}V_{base}^2$  e  $V_{p-d}$  é a amplitude da componente de eixo direto de tensão.

A Figura 9 mostra de forma detalhada o diagrama em blocos do laço externo de controle de  $v_{ccn}^2$ .

De acordo com esta Figura, as equações do erro, servo e ação de controle, são dadas respectivamente por:

$$e_{cc}(k_{cc}T_L) = v_{ccref}^2(k_{cc}T_L) - v_{ccn}^2(k_{cc}T_L), \quad (32)$$

$$s_{cc}(k_{cc}T_L) = s_{cc}[(k_{cc} - 1)T_L] + e_{cc}(k_{cc}T_L), \quad (33)$$

$$u_{cc}(k_{cc}T_L) = K_{scc}s_{cc}(k_{cc}T_L) - K_{rcc}v_{ccn}^2(k_{cc}T_L), \quad (34)$$

Para o projeto dos ganhos do servo controlador de tensão foi usada a técnica de projeto do regulador linear quadrático discreto em regime permanente (*LQR*), conforme apresentado em (Blume, 2002).

## 6.1 Limitação da Ação de Controle

De forma a limitar a componente de ação de controle,  $u_{cc}$ , apresentada em (34), devido à presença do integrador no servo controlador, foi proposto um algoritmo de limitação de  $u_{cc}$  dado por:

$$u_{ccL}(k_{cc}T_L) = \begin{cases} 1 & \text{se } u_{cc}(k_{cc}T_L) > 1 \\ -1 & \text{se } u_{cc}(k_{cc}T_L) < -1 \\ u_{cc} & \text{se } -1 < u_{cc}(k_{cc}T_L) < 1 \end{cases} \quad (35)$$

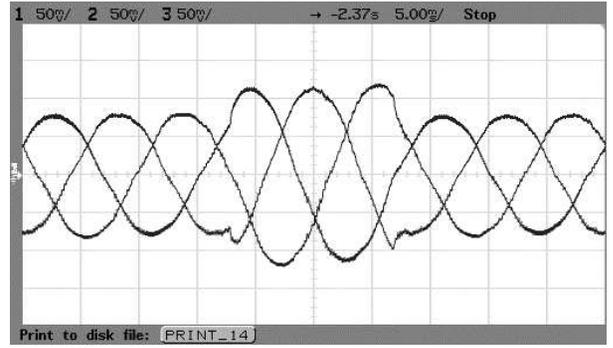


Figura 10: Resultados experimentais. Correntes trifásicas na entrada do retificador com um degrau na referência de corrente de 50 %, ou seja,  $i_{ref}$  variando de 0.6 pu a 1.2 pu. Escala Horizontal: 5 ms/div. Escala Vertical: 5 A/div.

sendo que  $u_{ccL}$  é o valor limitado da ação de controle.

Logo  $u_{cc}$  varia entre +1 e -1 p.u., sendo que nesta faixa de variação é garantida a operação linear do retificador. Além disso, para evitar oscilações, a ação integral  $s_{cc}$  deve ser atualizada para que no próximo período de amostragem o seu valor se corresponda com o par estado-saída  $\{v_{ccn}^2, u_{ccL}\}$ .

Note que, a referência para a malha interna de corrente é gerada diretamente por  $u_{cc}$ , conforme mostrado na Figura 8, e que o aumento de  $u_{cc}$  se traduz diretamente em um aumento da amplitude da referência de corrente e, portanto, da amplitude da potência ativa absorvida da rede.

## 7 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Esta seção apresenta resultados experimentais para o retificador PWM trifásico com os algoritmos e controladores propostos. A Tabela 1 apresenta os principais parâmetros utilizados no projeto do protótipo experimental do retificador PWM trifásico.

A Figura 10 apresenta o resultado da aplicação de um degrau na referência na malha interna das correntes de entrada do retificador, na qual é observada a resposta de tempo mínimo no comportamento das correntes. A Figura 11 apresenta a tensão e corrente em uma das fases do retificador (fase *a*), na qual se observa a operação, do mesmo, com fator de deslocamento unitário.

A Figura 12 mostra os resultados experimentais com a utilização do algoritmo de limitação da ação integral no controlador das tensões do barramento CC e a Figura 13 mostra os resultados experimentais sem esta limitação para a malha de tensão do barramento CC, os quais justificam a utilização de (35) para o controle das tensões no barramento CC do retifi-

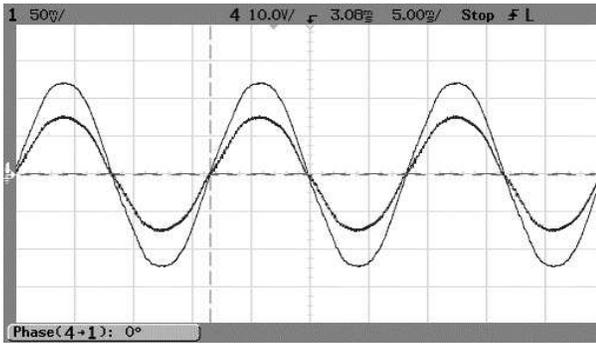


Figura 11: Resultados experimentais. Corrente de entrada do retificador e tensão da rede na fase *a*. Retificador operando com fator de deslocamento unitário. Escala Horizontal: 5 ms/div. Escala de corrente: 5 A/div. Escala de tensão: 10V/div.

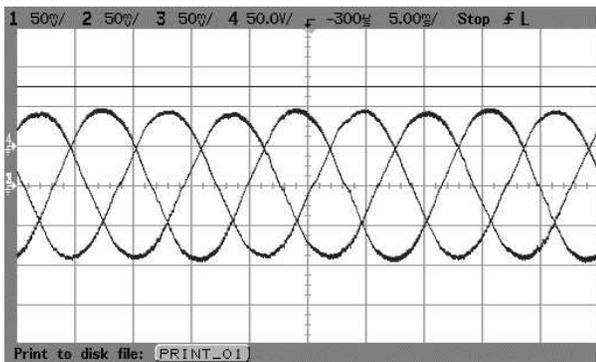


Figura 12: Resultados experimentais. Correntes trifásicas na entrada do retificador e tensão no barramento CC com o algoritmo de limitação da ação de controle na malha de tensão operando com carga resistiva nominal ( $R=10\ \Omega$ ). Escala Horizontal: 5 ms/div. Escala de corrente: 5 A/div. Escala de tensão: 50 V/div.

gador.

A Figura 14 apresenta a aplicação de um degrau de carga no barramento CC. Em um primeiro instante, toda a carga (carga nominal de  $R=10\ \Omega$ ) é retirada do retificador, e em um segundo instante toda carga é recolocada no barramento CC do retificador. Pode-se observar por esta figura o bom desempenho do algoritmo de regulação de tensão.

## 8 CONCLUSÃO

A partir dos resultados obtidos é possível comprovar as seguintes contribuições deste trabalho: i) a obtenção de uma resposta de tempo mínimo para o retificador sem a necessidade de um controlador adicional para o eixo *d* da malha de

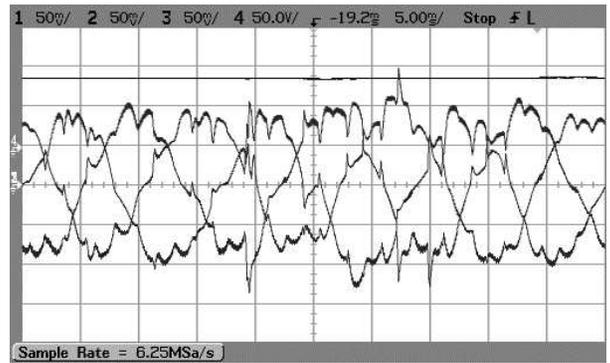


Figura 13: Resultados experimentais. Correntes trifásicas na entrada do retificador e tensão no barramento CC sem o algoritmo de limitação da ação de controle na malha de tensão e com carga resistiva nominal ( $R=10\ \Omega$ ). Escala Horizontal: 5 ms/div. Escala de corrente: 5 A/div. Escala de tensão 50 V/div.

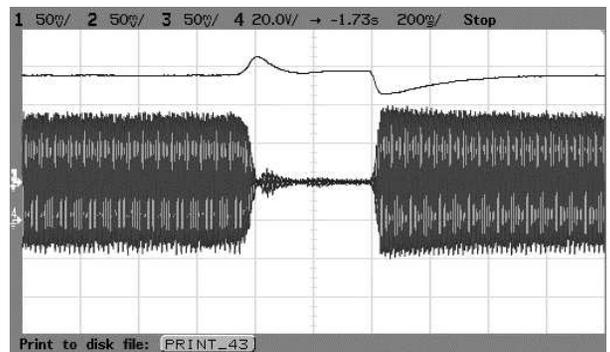


Figura 14: Resultados experimentais. Correntes trifásicas na entrada do retificador e tensão no barramento CC com aplicação de um degrau de carga no barramento CC. Escala Horizontal: 200ms/div. Escala de corrente: 5 A/div. Escala de tensão: 20 V/div.

corrente; ii) a utilização do método de desacoplamento por retroação de estados, proposto agora no domínio discreto, e ainda a aplicação do mesmo em retificadores PWM trifásicos, operando com fator de deslocamento unitário e resposta de tempo mínimo.

A vantagem deste procedimento é que, os algoritmos de controle e limitação podem ser facilmente implementados em um DSP de ponto fixo. O modelo discreto usado para o projeto inclui ainda o tempo de processamento necessário para a implementação discreta. Além disso, os resultados comprovam a necessidade de utilização do algoritmo de limitação do vetor da ação de controle proposto para o controle da tensão no barramento CC.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES, CNPq e FAPERGS pelo apoio financeiro e a Texas Instruments pelo DSP fornecido.

## REFERÊNCIAS

Bilgin, H. F., Köse, K. N., Zenginobuz, G., Ermis, M., Nalcaçi, E., Çadirci, I., Köse, H. (2002). A unity-power-factor buck-type PWM rectifier for medium/high-power DC motor drive applications. *IEEE Trans. on Industry Applications*, 38: 1412-1425.

Nicolás, C. V., Blázquez, F., Ramírez, D., Lafoz, M., Iglesias, J. (2002). Guidelines for the design and control of electrical generator systems for new grid connected wind turbine generators. *IEEE IECON Proc.*: 3317-3325.

Kawabata T., Miyashita T., Yamamoto Y. (1991). Dead beat control of three-phase PWM inverter. *IEEE Trans. on Power Electronics*, 6(1): 62-72.

Cichowlas, M., Kamierkowski, M.P. (2002). Comparison of current control techniques for PWM rectifiers. *IEEE ISIE proc.*: 1259-1263.

Espinoza, J.R., Joos, G. (1998). State variable decoupling and power flow control in PWM current-source rectifiers. *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, 45(1): 78-87.

Malinowski M., Kasmierkowski, M. P. (2002). Direct power control of three-phase PWM rectifier using space vector modulation-Simulation study. *IEEE ISIE proc.*: 1114-1118.

Malesani L., Mattavelli P., Buso S. (1999). Robust dead-beat current control for PWM rectifiers and active filters. *IEEE Trans. on Industry Applications*, 35: 613-620.

Hamasaki, S., Kawamura, A. (2003). Improvement of current regulation of line-current-detection-type active filter based on deadbeat control. *IEEE Trans. on Industry Applications*, 39 (2): 536-541.

Park S.-J., Kang F.-S., Lee M. H., Kim C.-U. (2003). A new single-phase five-level PWM inverter employing a dead-beat control scheme. *IEEE Trans. on Power Electronics*, 18(3):831-843.

Kojima, M., Hirabayashi, K., Kawabata, Y., Ejiogu, E. C., Kawabata, T. (2004). Novel vector control system using deadbeat-controlled PWM inverter with output LC filter. *IEEE Trans. on Industry Applications*, 40 (1): 162-169.

Mattavelli, P. (2005). An improved deadbeat control for UPS using disturbance observers. *IEEE Trans. On Industrial Electronics*, 52 (1): 206 – 212.

Rech, C. (2001). Análise e implementação de técnicas de controle digital aplicadas a fontes ininterruptas de energia. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Maria.

Kasmierkowski, M. P., Malesani, L. (1998). Current control techniques for three-phase voltage-source PWM converters: A survey. *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, 45: 691-703.

Ye, Y., Kazerani, M., Quintana, V. H. (2001). A novel modeling and control method for three-phase PWM converters. *IEEE Trans. on Power Electronics*, 18 (1): 11-22.

Deckmanm, S. M., Marafão, F. P., Pádua, M. S. (2003). Single and three-phase digital PLL structures based on instantaneous power theory. *IEEE COBEP proc.*: 225-230.

Costa, D. R. Jr., Rolim, L. G. B., Aredes M. (2003). Analysis and software implementation of robust synchronizing circuit PLL circuit. *IEEE ISIE proc.*: 292-297.

Soares, V., Marques, G. D., (1997). Active power filter control circuit based on the instantaneous active and reactive current id-iq method. *IEEE PESC proc.*: 1096-1101.

Botterón, F., Hey, H. L., Gründling, H. A., Pinheiro, J. R., Pinheiro, H. (2001). Digital voltage and current controllers for three-phase PWM inverter for UPS applications. *IEEE IAS proc.*: 2667 –2674.

Botterón, F., Pinheiro, H. (2003). An improved discrete model for three-phase voltage-fed space vector modulated converters. *IEEE COBEP'03 proc.*: 911-922.

Blume, R. (2002). Estudo e implementação de uma nova modulação space vector PWM para UPS três braços monofásica on-line. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Maria.

Falb, P. L., Wolovich, W. A. (1967). Decoupling in the design and synthesis of multivariable control systems. *IEEE Trans. on Automatic Control*, AC-12: 651-659.

## APÊNDICE

### TEOREMA

Um sistema MIMO com função de transferência  $\mathbf{G}(z)$  pode ser desacoplado por retroação de estados, da forma  $u(k) = K_{des}x(k) + M_{des}v(k)$ , se e somente se a matriz,

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{E}_i \end{bmatrix}, \quad (36)$$

for não singular.

Considerando que,

$$\mathbf{E}_i = \lim_{z \rightarrow \infty} z^{d_i+1} \mathbf{G}(z), (A - 2) \quad (37)$$

com:

$$d_i = \min[\text{Diferença entre o grau do polinômio em } z \text{ do denominador em relação ao numerador da } i\text{-ésima linha de } \mathbf{G}(z)] - 1 \quad (38)$$

É possível obter as matrizes de desacoplamento  $\mathbf{M}_{des}$  e  $\mathbf{K}_{des}$ , dadas por:

$$\mathbf{K}_{des} = -\mathbf{E}^{-1}\mathbf{N}, \quad (39)$$

$$\mathbf{M}_{des} = \mathbf{E}^{-1}. \quad (40)$$

Sendo que,

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \mathbf{G}_p^{d_1+1} \\ \mathbf{C}_2 \mathbf{G}_p^{d_2+1} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_n \mathbf{G}_p^{d_n+1} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_p \end{bmatrix} \quad (41)$$

A prova deste teorema é semelhante à obtida para sistemas em tempo contínuo apresentada por (Falb et. al., 1967).