

---

# GERAÇÃO DE OSCILAÇÕES AUTO-SUSTENTADAS EM INVERSORES MONOFÁSICOS

**Maurício dos Santos Kaster\***  
mkaster@pg.cefetpr.br

**Daniel Juan Pagano†**  
daniel@das.ufsc.br

\*Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná - CEFET/PR, Unidade de Ponta Grossa  
Curso Superior de Tecnologia Eletrônica  
84016-210 - Ponta Grossa - PR - Brasil

†Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC  
Departamento de Automação e Sistemas - DAS  
88040-100 - Florianópolis - SC - Brasil

---

## ABSTRACT

A new sliding-mode control scheme for the generation of autonomous oscillations in a single-phase inverter is presented. The proposed control scheme is based on an energy shaping approach and no external sinusoidal reference signal is required. Simulation and experimental results obtained considering resistive and nonlinear loads are presented.

**KEYWORDS:** CC-CA Converter, Nonlinear control, Variable structure systems, Sliding mode control, Energy shaping.

## RESUMO

O presente trabalho apresenta uma nova técnica de controle por modo deslizante para a geração de oscilações autônomas em um inversor monofásico. A técnica de controle proposta utiliza a abordagem de modelagem de energia e nenhum sinal de referência senoidal externo é necessário. São apresentados resultados de simulação e experimentais obtidos considerando cargas resistiva e não linear.

---

### ARTIGO CONVIDADO:

Versão completa e revisada de artigo apresentado no CBA-2004

Artigo submetido em 24/01/2005

1a. Revisão em 04/06/2005

2a. Revisão em 02/03/2006

Aceito sob recomendação do Editor Associado

Prof. José Antenor Pomílio

**PALAVRAS-CHAVE:** Conversor CC-CA, Controle não linear, Sistemas de estrutura variável, Controle por modo deslizante.

## 1 INTRODUÇÃO

O uso de controladores de modo deslizante em aplicações de geração de sinais senoidais de saída em inversores monofásicos tem sido bastante estudado (Takahashi et al., 1999; Biel et al., 2001; Biel et al., 2003; Morvan et al., 2004). Em (Carpita and Marchesioni, 1996) é enfatizado o uso de uma superfície de comutação baseada no sinal de erro e sua derivada para obter um sistema robusto com boa dinâmica de resposta. Esta modalidade de controle é conhecida como controle por “tracking”, no sentido de que o sinal de saída é levado a seguir a referência por meio da ação de controle.

Várias formas de controle por *tracking* tem sido propostas na literatura para conversão CC-CA, dependendo de qual processamento é aplicado ao sinal de erro (Kawamura and Hoft, 1984; Maussion et al., 1989; Jezernik et al., 1989; Biel et al., 2003; Olm, 2003; Aracil et al., 2002; Leung et al., 2005). Em todos estes casos, o projeto de controle é baseado em um modelo de estágio de potência conduzindo a formas de onda de saída sensíveis às variações nos parâmetros deste estágio, tais como variações de carga.

O projeto dos sistemas baseados no esquema de controle por *tracking* também irá exigir a implementação de um gerador senoidal programável de baixa potência atuando como sinal de referência.

Como uma alternativa, partindo do esquema de controle por *tracking*, alguns trabalhos apresentam uma metodologia que conduz a uma lei de controle de modo deslizante para a geração de um sinal AC no inversor onde nenhum sinal de referência externo é necessário. Devido à ausência de um sinal de referência, esta modalidade de controle autônomo tem sido referida como um esquema de controle de “geração” de oscilações auto-sustentadas (Takahashi et al., 1999; Biel et al., 2001).

Embora apresente as propriedades de robustez com respeito às variações dos parâmetros da técnica de controle de modo deslizante, a lei de controle de “geração”, por ser dependente apenas dos estados, não tem assegurada a manutenção da fase do sinal senoidal inicial devido a pequenos deslocamentos de fase causados pelas perturbações, o que não acontece com os esquemas de controle de modo deslizante baseados em *tracking*.

Em contrapartida, por não depender da informação de fase do sinal de referência, esta forma de controle propicia tempos menores de recuperação de perturbações, pois na técnica de controle por *tracking* o sinal controlado deve novamente entrar em fase com a referência.

Este artigo apresenta um método para gerar oscilações auto-sustentadas estáveis em um dado sistema através da formulação tipo hamiltoniano onde se utiliza uma função de energia como candidata a função de Lyapunov.

Definindo tensão e corrente sobre o capacitor de saída do inversor como variáveis de estado, dado que ambas são funções senoidais (em quadratura), a representação destas no diagrama de estados é uma elipse, que deve estar relacionada com um ciclo-limite estável. A aplicação da função hamiltoniana ao inversor conduz à obtenção de um sistema oscilatório estável através de uma ação de controle apropriada.

Takahashi et al. (1999) e Biel et al. (2001) apresentam métodos de obtenção da lei de controle que dependem de mais de uma superfície de comutação e do sinal da corrente do capacitor. Essa segunda exigência é necessária para que se possa tornar a superfície de comutação atrativa em toda a sua extensão. Entretanto, um pequeno adiantamento de fase ocorre a cada troca de sinal da corrente. Este efeito indesejado é minimizado com o aumento da frequência de operação do controle mas pode provocar um aumento do *chattering*.

O método aqui apresentado permite obter de uma forma relativamente simples uma lei de controle baseada em uma única

superfície de comutação para um inversor. O controle pode ser realizado puramente em modo deslizante, mas aparece o problema do *chattering*. Pela dificuldade em se realizar analogicamente operações como quadrados e raízes quadradas, o emprego de controle digital microprocessado se faz necessário. Deste modo, a frequência do *chattering* é limitada pela largura de banda de operação do processador digital diretamente relacionada com o ciclo de processamento do programa implementado. Também é apresentado o uso de modulação PWM como limitadora da frequência de operação.

O trabalho está organizado da seguinte maneira: na seção 2 é apresentada a fundamentação teórica sobre o hamiltoniano de uma função de energia e seu emprego na geração de oscilações auto-sustentadas. Na seção 3 é aplicada esta teoria no projeto de controladores de inversores monofásicos visando a obtenção de uma saída senoidal estável e robusta sem a utilização de referências externas, apenas dos próprios estados do sistema. Na seção 4 são apresentados os resultados de simulação da operação de tal sistema operando em modo deslizante e com PWM. Na seção 5 são apresentados resultados obtidos a partir de um protótipo de laboratório. Para testar sua capacidade de rejeição de perturbações e robustez, o inversor foi submetido uma variação abrupta de carga resistiva e a uma carga não linear. Finalmente, na seção 6 são apresentadas as conclusões sobre o trabalho.

## 2 HAMILTONIANO COMO FUNÇÃO DE LYAPUNOV

Seja a função parametrizada

$$P = Ax_1^2 + Bx_2^2 - \mu. \quad (1)$$

onde  $A$ ,  $B$  e  $\mu$  são os parâmetros de uma elipse no plano das variáveis de estado  $(x_1, x_2)$ .

Seja também a função  $H$  definida por

$$H = \frac{|P|}{2} = \frac{\text{sgn}(P) \cdot P}{2}. \quad (2)$$

A função  $H$  é uma função descritiva de energia<sup>1</sup> onde o seu valor mínimo é obtido quando  $P = 0$ . De acordo com o valor do parâmetro  $\mu$ , existem duas situações possíveis para o sistema:

1. Para  $\mu < 0$ , o valor mínimo de  $H$  ocorre em um único ponto, na origem do espaço de estados  $(x_1, x_2)$ . Esse ponto corresponde a um equilíbrio estável do sistema (figura 1).

<sup>1</sup>Função que apresenta proporcionalidade direta com a energia total do sistema, considerado como o hamiltoniano do mesmo.

2. Para  $\mu > 0$ , o valor mínimo de  $H$  ocorre sobre uma curva fechada formando uma trajetória elíptica em torno da origem. Essa elipse corresponde a um ciclo-limite estável do sistema e a origem passa a ser um equilíbrio instável (figura 2).

O valor  $\mu = 0$  corresponde a uma bifurcação de Hopf. A varredura do parâmetro  $\mu$  evidencia tratar-se de uma bifurcação de Hopf supercrítica. O interesse de estudo se dá nos casos onde o parâmetro torna o sistema resultante oscilatório, ou seja, existe um ciclo-limite estável (Aguilar, 2002).

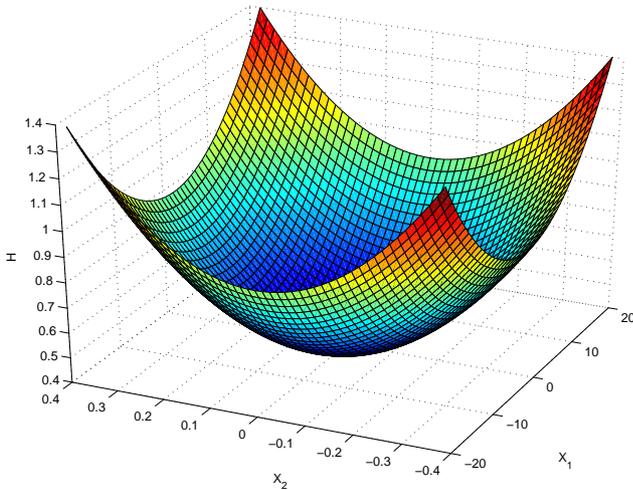


Figura 1: gráfico de  $H$  para  $\mu < 0$ .

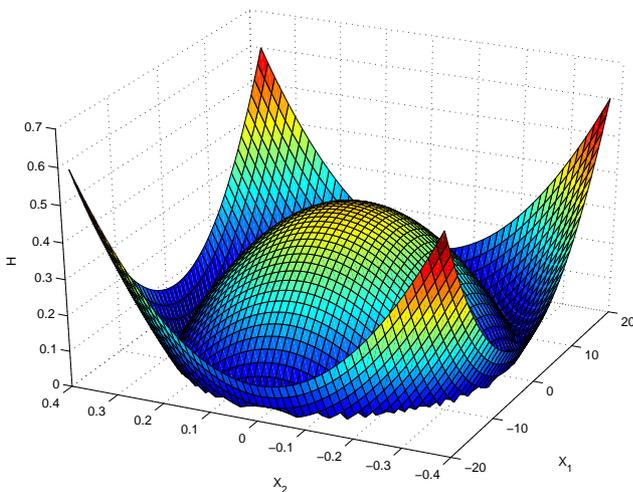


Figura 2: gráfico de  $H$  para  $\mu > 0$ .

A figura 2 mostra a função  $H$  quando  $\mu > 0$ . Da figura tem-se que o conjunto  $\Gamma = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 / P = 0\}$  descreve uma elipse cujos semi-eixos são dados por  $1/\sqrt{A}$  e  $1/\sqrt{B}$ .

A forma de  $H$  nos leva a considerar sistemas onde  $H$  seja uma função de Lyapunov. Para isso, define-se um sistema Hamiltoniano generalizado modificado como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\text{sgn}(P)} \\ -\frac{1}{\text{sgn}(P)} & -k_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial H / \partial x_1 \\ \partial H / \partial x_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

onde  $k_a > 0$  é um termo dissipativo (coeficiente de amortecimento) (Aguilar, 2002).

O sistema resulta em

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{2} \frac{\partial P}{\partial x_2} \quad (4)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{2} \frac{\partial P}{\partial x_1} - k_a \frac{\text{sgn}(P)}{2} \frac{\partial P}{\partial x_2}. \quad (5)$$

A derivada temporal de  $H$  é

$$\dot{H} = \left( \frac{\partial H}{\partial x} \right)^T \dot{x}$$

onde  $T$  é o transposto e  $x = (x_1, x_2)$ .

Para o caso em que  $k_a = 0$  (ausência de amortecimento), obtém-se  $\dot{H} = 0$  indicando um sistema conservativo. Para o caso  $k_a > 0$  temos

$$\dot{H} = -\frac{1}{4} k_a \left( \frac{\partial P}{\partial x_2} \right)^2.$$

Sendo  $H$  uma função de Lyapunov, como  $H > 0$  e  $\dot{H} < 0$  para todo  $(x_1, x_2) \neq (0, 0)$ , o sistema é globalmente assintoticamente estável.

Substituindo-se  $P$  de (1) em (4) e (5) obtém-se

$$\dot{x}_1 = Bx_2 \quad (6)$$

$$\dot{x}_2 = -Ax_1 - \text{sgn}(P)k_a Bx_2 \quad (7)$$

Verifica-se aqui que o termo  $\text{sgn}(P)k_a Bx_2$  é derivado da existência de dissipação na função de energia  $H$ . Ele se anula quando o sistema alcança um equilíbrio estável, que normalmente é a condição de energia mínima, que pode ser um ponto ( $\mu < 0$ ) ou um ciclo-limite ( $\mu > 0$ ). A nulidade deste termo acontece quando  $\text{sgn}(P) = 0$  ou  $x_2 = 0$ .

Considerando  $\mu > 0$ , em regime permanente a trajetória dos estados do sistema deverá descrever uma elipse em torno da origem. Isso implica que, nos pontos da trajetória onde  $x_2 \neq 0$ , o termo  $\text{sgn}(P) = 0$ . Em sistemas físicos reais, o que se verifica é que  $P$  tende a zero, e seu sinal nunca é

nulo. Nas imediações de  $P = 0$ ,  $P$  troca de sinal continuamente configurando um modo deslizante. Deste modo,  $P$  representa a superfície de comutação do sistema comutado (6)-(7).

### 3 APLICAÇÃO DO MÉTODO AO CONTROLE DE UM INVERSOR

A figura 3 mostra o diagrama de um inversor típico.

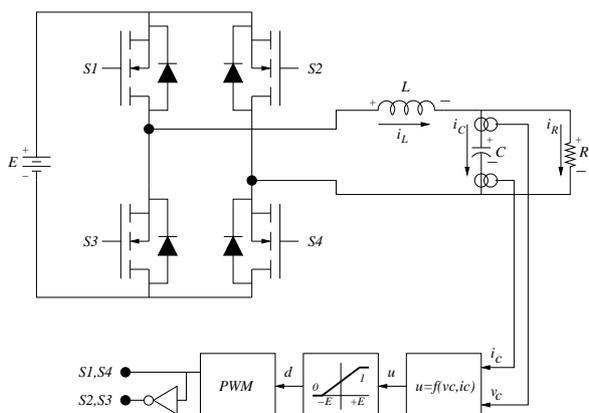


Figura 3: Circuito inversor ponte completa.

Para cargas resistivas, o sistema pode ser descrito pelas equações

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{C}x_2 \quad (8)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{L}x_1 - \frac{1}{RC}x_2 + \frac{1}{L}u \quad (9)$$

onde  $x_1 = v_c$  é a tensão sobre o capacitor (tensão de saída),  $x_2 = i_c$  é a corrente sobre o capacitor e  $u = qE$ , onde  $q \in \{-1, 1\}$ , é o controle. A variável  $q$  é definida como:

$$\begin{aligned} q = 0 & \text{ quando } S1, S4 : \text{OFF e } S2, S3 : \text{ON} \\ q = 1 & \text{ quando } S1, S4 : \text{ON e } S2, S3 : \text{OFF.} \end{aligned}$$

Será considerado inicialmente um sistema genérico na forma

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{C}x_2 \quad (10)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{L}x_1 + g(u). \quad (11)$$

Neste caso,  $g(u)$  é visto como o termo dissipativo que faz o sistema alcançar a mínima energia quando  $g(u) = 0$ . Para que esse sistema assuma o comportamento dado pelas equações (6) e (7), define-se

$$g(u) = -\text{sgn}(P)k_a Bx_2.$$

Para que esta equação seja satisfeita para o sistema dado por (8) e (9), a entrada de controle deve ser

$$u = L \left( \frac{1}{RC}x_2 - \text{sgn}(P)k_a Bx_2 \right). \quad (12)$$

Deste modo, o sistema (10)-(11) assume a forma

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{C}x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{L}x_1 - \text{sgn}(P)k_a Bx_2.$$

Observe que o termo  $\frac{L}{RC}x_2$  cancela o segundo termo de (9). Isto também evidencia que o controle é dependente dos parâmetros do inversor e da carga. A dependência do valor da carga é um fator indesejado. A robustez do sistema só poderá ser garantida se a sua significância for pequena no controle. O segundo termo da equação de controle (12) apresenta um parâmetro de ajuste  $k_a$  que pode ser definido convenientemente grande de modo a garantir o funcionamento esperado diante das variações de carga, o que será visto na próxima seção.  $k_a$  é um parâmetro relacionado com a intensidade de convergência das trajetórias do sistema à superfície.

A entrada de controle (12) é um sinal contínuo que deve sofrer modulação PWM, portanto, este sinal deve ser normalizado para uma razão cíclica equivalente, que será usada para gerar o sinal PWM que comandará os interruptores. O esquema para geração do sinal PWM a partir do sinal de controle está representado na figura 4. Pode-se normalizar a entrada  $u$  para corresponder a uma razão cíclica fazendo

$$d = \frac{u + E}{2E}, \quad 0 \leq d \leq 1.$$

Embora a entrada de controle seja um sinal contínuo, para

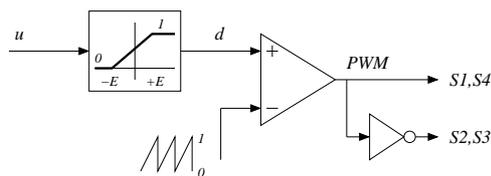


Figura 4: Geração do sinal PWM.

valores elevados de  $k_a$  essa entrada assume valores que saturam o modulador PWM fazendo o controle se comportar como em modo deslizante puro.

### 4 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Para o sistema (8) e (9) o objetivo de controle é obter os seguintes sinais

$$\begin{aligned} v_c &= V_c \sin \omega t \\ i_c &= \omega C V_c \cos \omega t \end{aligned}$$

onde  $V_c$  é a amplitude da tensão de saída e  $\omega$  é a frequência em rad/s.

Partindo deste objetivo, a trajetória de  $v_c$  e  $i_c$  no diagrama de estados deve representar uma elipse com semi-eixos  $V_c$  e  $\omega CV_c$ , dada pela função

$$P = \left(\frac{v_c}{V_c}\right)^2 + \left(\frac{i_c}{\omega CV_c}\right)^2 - 1 = 0.$$

Essa é a mesma função  $P$  da equação (1) onde

$$A = \frac{1}{V_c^2}, \quad B = \frac{1}{\omega^2 C^2 V_c^2}, \quad \mu = 1.$$

Esta função é aqui vista como uma superfície de comutação elíptica que atrai as trajetórias dos estados do sistema em torno dela.

Assim sendo, pela análise feita na seção anterior, a ação de controle deve ser

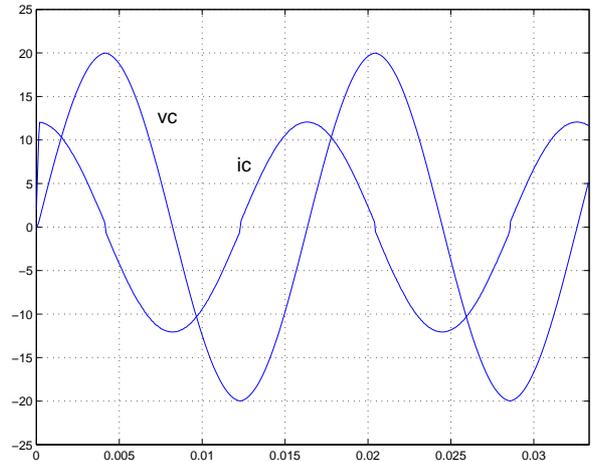
$$u = \left(\frac{L}{RC} - \frac{\text{sgn}(P)k_a L}{\omega^2 C^2 V_c^2}\right) x_2.$$

Para o inversor, foram adotados os valores:  $L = 0,02\text{H}$ ,  $C = 47\mu\text{F}$  e  $E = 30\text{V}$ . Para o controlador, foram adotados os valores:  $k_a = 7000$ ,  $f = 60\text{Hz} \Rightarrow \omega = 2\pi f$  e  $V_c = 20\text{V}$ . Em uma primeira análise, será observado o comportamento do sistema próximo do ideal adotando-se uma frequência de comutação elevada:  $f_s = 1\text{MHz}$ .

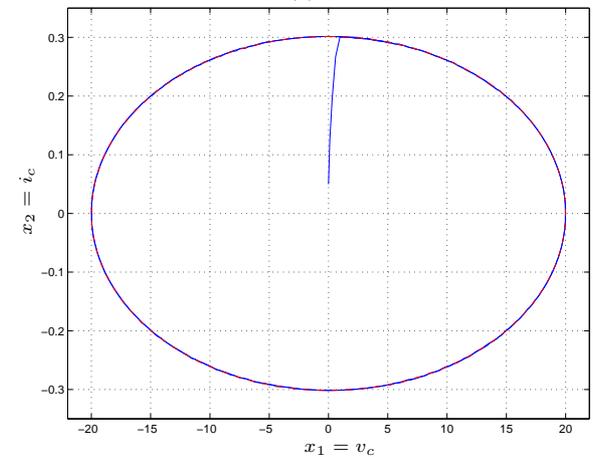
A figura 5-a mostra as formas de onda da tensão e da corrente sobre o capacitor do inversor alimentando uma carga resistiva  $R = 100\Omega$ .

O seguimento da superfície de comutação é mostrado na figura 5-b. O parâmetro  $k_a$  determina o grau de atratividade desta superfície e seu valor deve ser suficientemente grande para garantir a atratividade da superfície em toda a sua extensão. Da equação (7) fica claro que o termo dissipativo é função de  $k_a x_2$ . Para valores grandes de  $x_2$  o valor do parâmetro  $k_a$  não precisa ser muito elevado. Entretanto, há problemas quando  $x_2$  se aproxima de zero. Em uma primeira abordagem, por simplicidade, foi adotado um valor constante bastante elevado para  $k_a$  (7000), suficiente para levar o pico da forma de onda de tensão a 19,98V, sendo o erro de 0.1%.

As figuras 6-a e 6-b mostram o detalhe do diagrama de estados onde  $v_c = 20\text{V}$ . Neste detalhe é possível observar a incapacidade da superfície ser atrativa próximo aos valores de pico da tensão justamente pelo fato de  $x_2$  estar muito próximo de zero. Para valores pequenos de  $k_a$  essa incapacidade é acentuada na vizinhança de  $x_2 = 0$ . Em contrapartida, para valores grandes de  $k_a$ , o controle opera fortemente saturado nos pontos da trajetória dos estados onde  $x_2$  é grande.



(a)



(b)

Figura 5: (a) Formas de onda da tensão e corrente sobre o capacitor para uma carga  $R = 100\Omega$  e frequência de operação  $f_s = 60\text{Hz}$ . (b) Diagrama de espaço de estados das variáveis  $(v_c, i_c)$ .

Uma possível solução para este problema é definir o ganho  $k_a$  como sendo

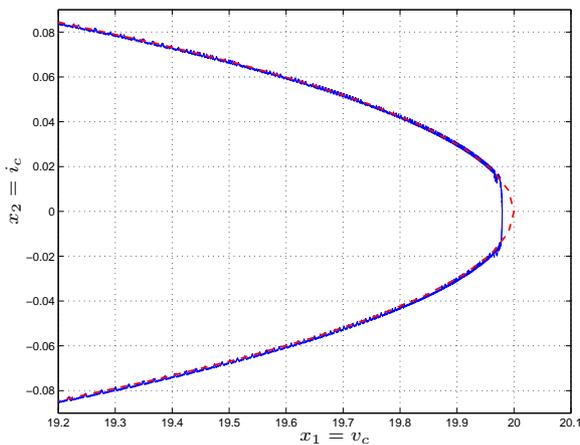
$$k_a = \alpha \frac{1}{|x_2|}. \quad (13)$$

Substituindo a eq. (13) na eq. (7) e considerando que  $\text{sgn}(x_2) = x_2 / |x_2|$ , tem-se

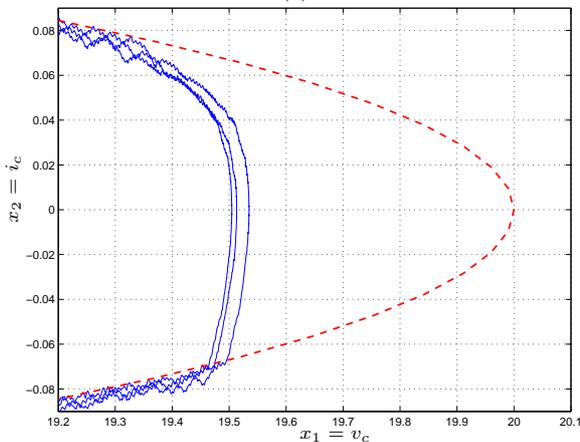
$$\dot{x}_2 = -Ax_1 - \alpha B \text{sgn}(P) \text{sgn}(x_2),$$

de onde se verifica que o termo dissipativo se tornou constante e não depende mais da amplitude de  $x_2$ , apenas do seu sinal.

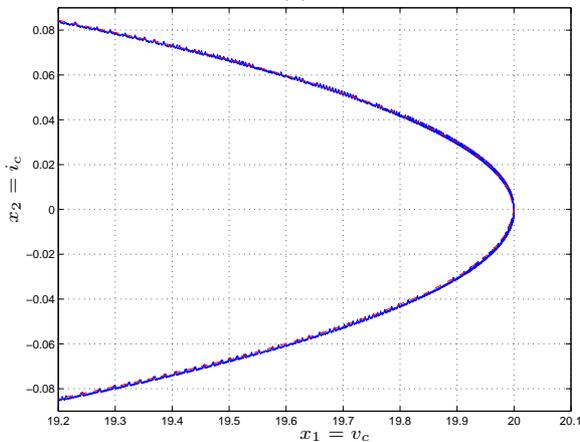
Esta modificação também se reflete no sinal de controle, que



(a)



(b)



(c)

Figura 6: Detalhe do diagrama de espaço de estados  $(v_c, i_c)$  na proximidade de  $v_c = 20V$ . (a)  $k_a = 7000$ . (b)  $k_a = 1000$ . (c)  $k_a = \frac{\alpha}{|x_2|}$  com  $\alpha = 100$ .

agora passa a ser

$$u = \frac{L}{RC}x_2 - \alpha LB \operatorname{sgn}(P \cdot x_2) \quad (14)$$

com  $B = \frac{1}{\omega^2 C^2 V_c^2}$ .

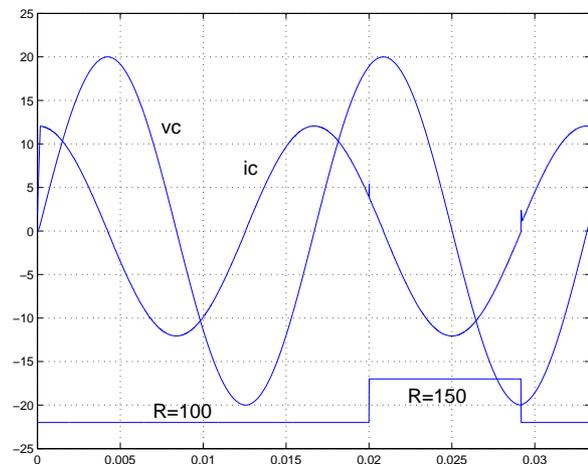


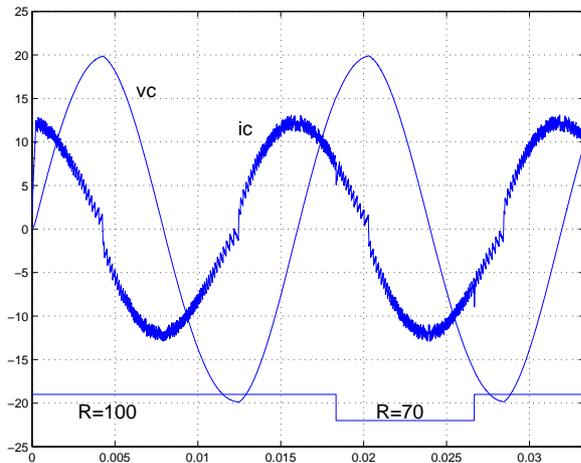
Figura 7: Formas de onda da tensão  $(v_c)$  e corrente  $(i_c \times 40)$  com  $f_s = 60\text{Hz}$  considerando a mudança na estratégia de controle da eq. (14).

A figura 6-c mostra o detalhe do diagrama de estados nas proximidades de  $v_c = 20V$  onde se pode verificar a eficácia da modificação proposta, com manutenção da atratividade da superfície para valores de  $x_2$  próximos de zero. A figura 7 mostra as formas de onda do sistema utilizando esta modificação e submetido a uma variação de carga de 50%.

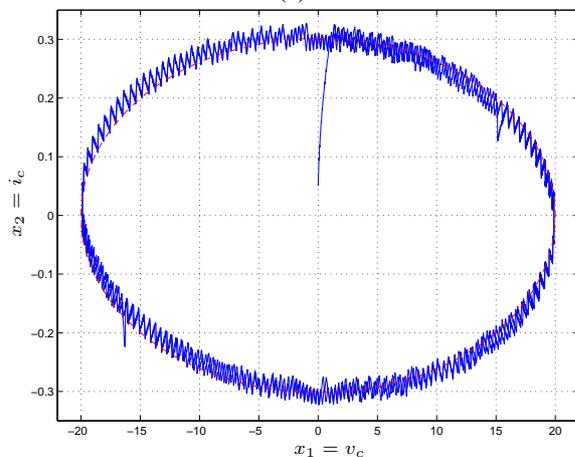
Os resultados obtidos até aqui se referem ao sistema operando em uma frequência de comutação PWM muito elevada, da ordem de 1 MHz. A operação em frequências bastante elevadas permite que o efeito do controle sobre o sistema seja considerado contínuo. Entretanto, dadas as desvantagens em se trabalhar com frequências muito elevadas, deve-se buscar alternativas que permitam ao sistema operar satisfatoriamente com frequência mais baixa. A modulação PWM permite o acionamento do estágio de potência a uma frequência fixa determinada.

Em uma segunda análise, será observado o comportamento mais realístico do sistema, usando-se frequências de comutação PWM de 50 KHz e 100 KHz.

A figura 8-a mostra as formas de onda de tensão e corrente sobre o capacitor com PWM operando a 50 KHz submetido a uma perturbação de carga de 30%. O diagrama de estados é mostrado na figura 8-b. O sistema se mostrou eficaz na rejeição às perturbações mas a forma de onda de corrente apresenta pequenas descontinuidades nas proximidades de  $i_c = 0$  que, por consequência, deformam levemente os picos da forma de onda de tensão. O efeito corresponde a pequenos deslocamentos de fase causando uma leve alteração na frequência de oscilação.



(a)

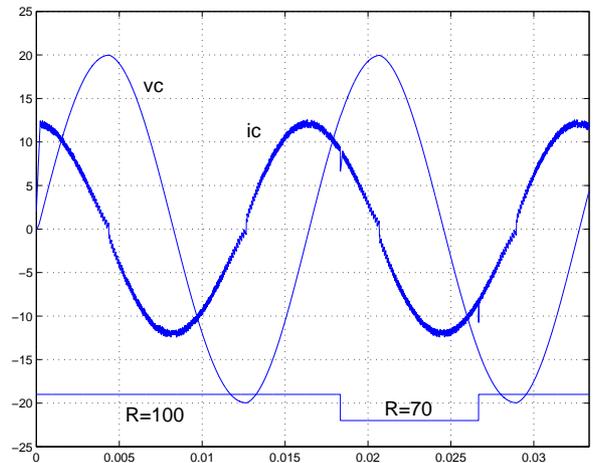


(b)

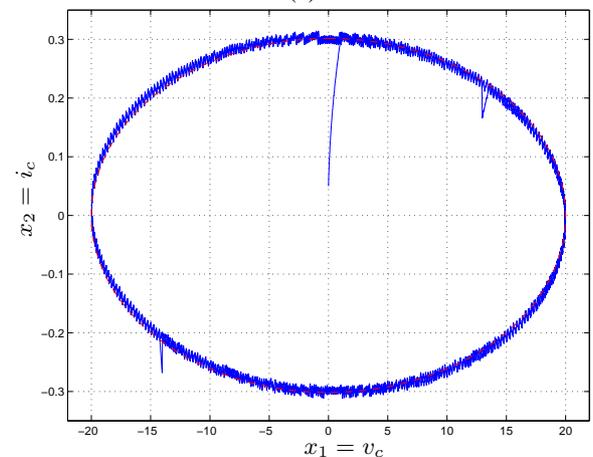
Figura 8: (a)  $v_c$  e  $i_c \times 40$  para o sistema operando com frequência do PWM=50KHz. (b) Diagrama de espaço de estados das variáveis  $(v_c, i_c)$ .

A figura 9-a mostra as formas de onda de tensão e corrente do sistema com PWM operando a 100 KHz submetido à mesma perturbação de carga. O sistema se mostrou eficaz na rejeição às perturbações e possui um comportamento bastante próximo do ideal.

Na eq. (14) observa-se que a lei de controle depende do valor da carga, o que não é desejável. Entretanto, o efeito do termo de cancelamento  $\frac{L}{RC}x_2$  é compensado pelo termo descontínuo  $\alpha LB \operatorname{sgn}(P) \operatorname{sgn}(x_2)$  cuja significância sobre a lei de controle é tanto maior quanto maior o valor de  $\alpha$ , até os limites de saturação do controle. Para valores apropriados de  $\alpha$ , esse termo de cancelamento pode até ser totalmente retirado da lei de controle que, ainda assim, o sistema é capaz de operar satisfatoriamente. Observa-se pelas figuras 7, 8 e 9 que o sistema demonstrou ser capaz de permanecer funci-



(a)



(b)

Figura 9: (a)  $v_c$  e  $i_c \times 40$  para o sistema operando com frequência do PWM=100KHz. (b) Diagrama de espaço de estados das variáveis  $(v_c, i_c)$ .

onando com carga diferente da inicialmente estabelecida no termo de cancelamento da lei de controle.

## 5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

O protótipo construído para os testes é mostrado na figura 10. Este sistema utiliza  $L = 0,02\text{H}$ ,  $C = 50\mu\text{F}$ ,  $R = 25\Omega$  e  $E = 30\text{V}$ , operando a uma frequência de comutação PWM de  $f_s = 33\text{KHz}$ .

O protótipo não possui a pretensão de ser um inversor comercial, apenas de servir como protótipo de testes em escala reduzida com a finalidade de validar a técnica de controle. Deste modo, a escolha de  $L$  e de  $C$  foi definida a partir da especificação da variação percentual máxima da corrente no indutor (20%) e da variação percentual máxima da tensão de

saída (5%). Devido à baixa potência envolvida, os valores resultantes de  $L$  e  $C$  que atendem a estas especificações são consideravelmente grandes, resultando em uma frequência de corte da ordem de 164 Hz. Isto implica em uma pequena atenuação da fundamental, o que exige uma margem adicional necessária da tensão de entrada em relação à tensão de saída. Para inversores de maior potência, o valor de  $L$  deve ser menor. Isto faz crescer a ondulação da corrente no indutor e, por conseqüência, no capacitor. A tendência é o aumento da distorção nas proximidades do valor de pico da tensão de saída. A solução é o aumento do valor do capacitor, o que causa a diminuição do valor da frequência de corte, ou o aumento da frequência de comutação. Diversas simulações demonstraram que, para operação satisfatória a uma frequência de comutação de 30 a 50 KHz, a frequência de corte resulta situar-se entre 100 e 250 Hz.

A robustez do sistema foi verificada através de mudanças de carga entre 25/50  $\Omega$ , conforme esquematizado na figura 11-a, com as formas de onda de tensão e corrente sobre a carga mostradas na figura 12. Também foi utilizada uma carga não linear representando uma fonte CC típica esquematizada na figura 11-b, com as formas de onda de tensão e corrente sobre a carga mostradas na figura 13 e com o diagrama de estados das variáveis ( $v_c, i_c$ ) mostrado na figura 14. Note que os sinais de corrente mostrados nas figuras 13 e 14 não são os mesmos.

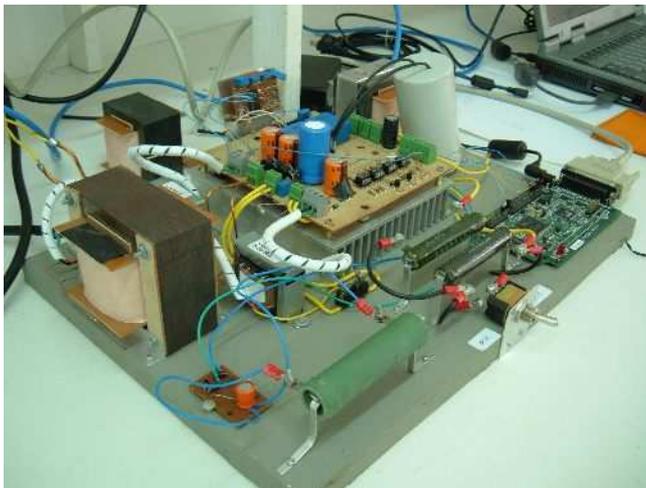


Figura 10: Protótipo construído para testes.

As perturbações que aparecem no diagrama de estados da figura 14 correspondem ao momento em que o capacitor começa a ser carregado em cada semiciclo da forma de onda senoidal de saída do inversor.

O uso de filtros, embora consiga reduzir os níveis de ruído capturados pelos sensores devido à comutação, introduzem

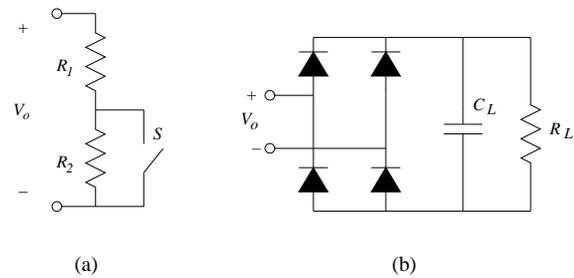


Figura 11: Cargas de teste para o protótipo: (a) Teste de mudança de carga resistiva, usando  $R_1 = R_2 = 25\Omega$ , e (b) Carga não linear usando  $C_L = 4\mu\text{F}$  e  $R_L = 25\Omega$ .

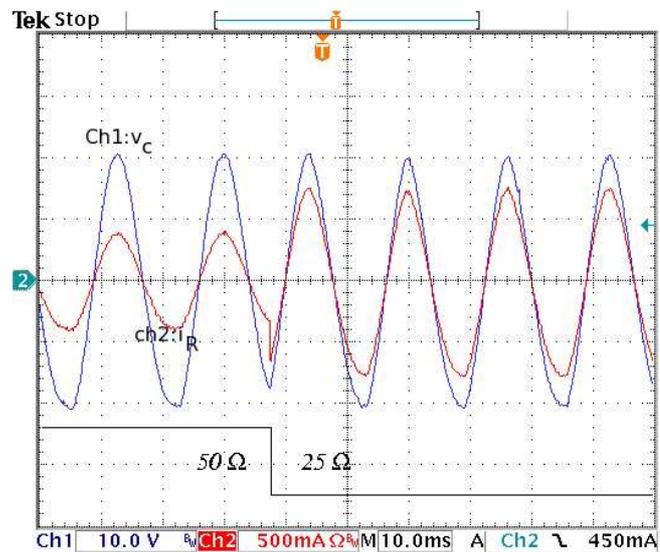


Figura 12: Tensão ( $v_c$ ) e corrente ( $i_R$ ) de saída para uma mudança na carga resistiva de 50 $\Omega$  para 25 $\Omega$ .

um atraso mascarando a exata posição dos estados. O ruído ocorre no momento da comutação e rapidamente se atenua. Neste sentido, o melhor momento para amostrar os sensores é imediatamente antes da comutação. Portanto, a filtragem do ruído é feita realizando-se a amostragem dos sensores 2 $\mu\text{s}$  antes das transições do sinal PWM. Esta estratégia se mostrou bastante eficaz.

## 6 CONCLUSÕES

O método proposto permite construir um inversor gerando oscilações estáveis auto-sustentadas sem necessidade de usar um sinal de referência externo. O sistema com o controle se comporta como um oscilador não linear autônomo. Neste caso, utiliza-se uma superfície de comutação  $P$  representada

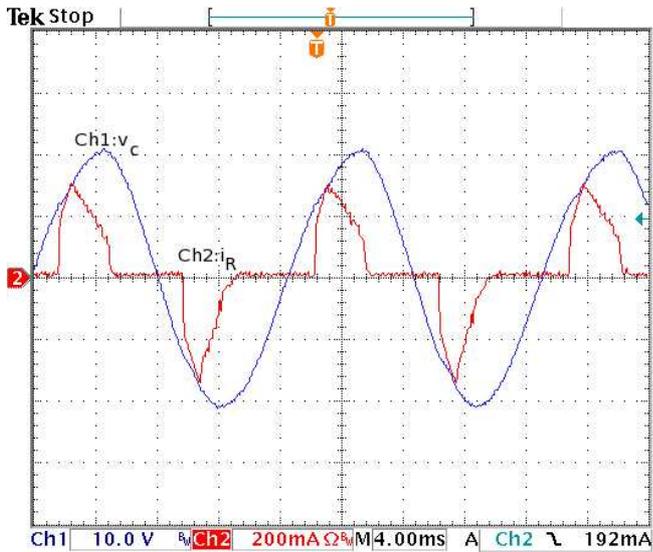


Figura 13: Tensão ( $v_c$ ) e corrente ( $i_R$ ) de saída para a carga não linear.

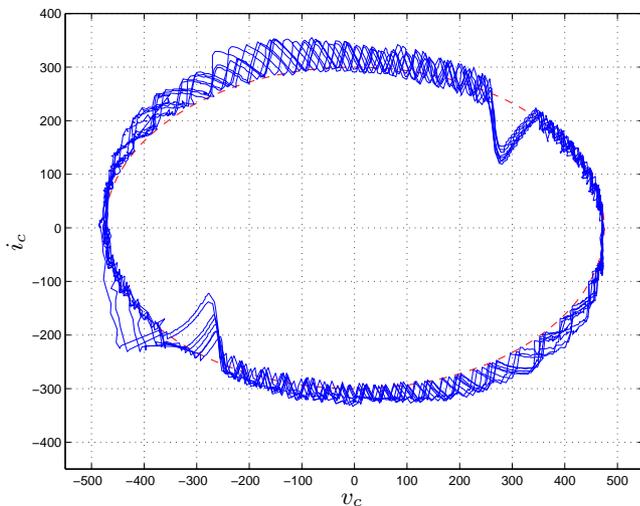


Figura 14: Diagrama de estados dos valores de  $v_c$  e  $i_c$  lidos pelos sensores e convertidos pelo ADC.

por uma elipse. Esse mesmo método permite utilizar diferentes funções  $P$  como superfícies de comutação.

A frequência de oscilação  $\omega$  é dada pela superfície, basicamente pela amplitude do semi-eixo vertical, que corresponde a  $\omega CV_c$ . Dado que a saída sofre ligeiros deslocamentos de fase dados por  $v_c = V_c \sin(\omega t + \theta)$ , poderia-se pensar em realizar o controle da fase fazendo  $\omega = f(\theta)$  onde  $\theta$  é o ângulo de defasagem da saída obtida em relação à saída senoidal ideal desejada, de modo a minimizar o valor de  $\theta$ . Entre-

tanto, esse método implica na geração externa ou através de algoritmo próprio no processador digital de um sinal de referência a ser comparado com o sinal gerado para que se possa obter  $\theta$ .

Tal como se apresenta, a não existência da informação da fase no controle limita a aplicação deste tipo de inversor. Os curtos tempos de resposta e grande robustez às perturbações torna este tipo de inversor atrativo para aplicações CC-CA, tais como UPS. Entretanto, em sistemas onde a informação de fase é importante, como em sistemas de co-geração, UPS que possuem chave estática ou conectados em paralelo, a informação de fase é fundamental. Na grande maioria das aplicações a falta desta informação não é crítica.

O uso de modulação PWM permite uma limitação na frequência de operação do sistema, entretanto, o PWM deve possuir frequência de operação elevada o suficiente para que se obtenham formas de onda de tensão e corrente satisfatórias na saída do inversor.

Um dos termos da lei de controle (termo contínuo) apresenta dependência do valor da carga. Entretanto, o outro termo (termo descontínuo) pode ter o valor do parâmetro  $\alpha$  ajustado apropriadamente para compensar a deficiência do termo contínuo, mesmo operando com uma carga diferente da estipulada.

No projeto de um inversor, busca-se minimizar o efeito da frequência de corte do filtro assim como a frequência de comutação dos transistores. Frequências de corte suficientemente mais altas que a frequência da forma de onda de saída permitem reduzir os custos e dimensões dos elementos passivos (indutor e capacitor) enquanto que a minimização da frequência de comutação dos transistores permite minimizar as perdas devido à comutação. A frequência de corte do filtro de saída é de 164 Hz. Entretanto, esse dado não foi usado no projeto do inversor, que não tinha a pretensão de ser um inversor comercial, apenas de servir como protótipo em escala reduzida para validar a técnica de controle proposta. Para a determinação dos valores de  $L$  e  $C$ , foram especificadas a variação percentual máxima da corrente (variação da corrente relativa à corrente nominal) igual a 20% e variação percentual máxima da tensão de saída, igual a 5%. A diminuição do valor de  $L$  faz aumentar esta variação percentual, para uma mesma frequência de comutação. Pela característica de baixa potência do protótipo, este valor de  $L$  atendeu as especificações. Além do mais, por ser projetado para baixas correntes, usa fios mais finos e acaba não sendo volumoso. Estas escolhas não afetam a técnica de controle, que pode ser utilizada em inversores de diferentes potências. Diversas simulações demonstraram que para se operar com valores de  $L$  e  $C$  tal que a frequência de corte seja mais elevada deve-se aumentar a frequência de comuta-

ção. Por exemplo, usando-se  $L = 1\text{mH}$  e  $C = 100\mu\text{F}$ , que resultam em  $f_{\text{corte}} = 503\text{Hz}$  (aprox. uma década acima de 60Hz), com uma carga  $R=5\Omega$ , deve-se aumentar a frequência de comutação para  $f_s = 200\text{KHz}$  de modo a atender à especificação de variação percentual aqui adotada. O ganho  $\alpha$  também deve ser apropriadamente ajustado (ex.  $\alpha=13000$ ). Como a frequência de comutação resulta muito alta, a solução para torná-la mais baixa recai sobre os componentes do filtro de saída. Para utilizar uma frequência de chaveamento de 30 a 50 KHz deve-se escolher  $L$  e  $C$  tal que a frequência de corte se situe entre 100 e 250 Hz.

As normas exigem uma THD inferior a 5% com carga linear ou não linear. Infelizmente, não foi realizada a medição da THD, entretanto, uma inspeção visual nos permite concluir que seu valor deve situar-se acima de 1% e abaixo de 5%, atendendo, portanto, às normas.

A técnica de controle proposta pode ser adaptada ao caso trifásico. Uma das propostas nesse sentido é apresentada em (Gordillo et al., 2004) onde se mostra o controle sendo realizado sobre as variáveis obtidas a partir da transformada de Park.

## 7 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem as contribuições dos revisores para o aprimoramento deste artigo. Também ao Instituto de Eletrônica de Potência (INEP) da UFSC pelo suporte dado ao projeto e ao prof. Clovis Petry pelo auxílio na construção do protótipo. Finalmente, ao CNPq pelo apoio financeiro (projeto nº 302468/2003-0).

## REFERÊNCIAS

- Aguilar, F. G.-E. (2002). *Control de Sistemas no Lineales Basado en la Estructura Hamiltoniana*, PhD thesis, Escuela Superior de Ingenieros de la Universidad de Sevilla, Sevilla.
- Aracil, J. and Gordillo, F. (2002). On the control of oscillations in DC-AC converters, *Proceedings of International Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON'02)*, Sevilla, Spain.
- Aracil, J., Gordillo, F. and Estérn, F. G. (2002). Stabilization of autonomous oscillations in cascade nonlinear systems and the hopf bifurcation, *Internal procedure*, Dep. Ingeniería de Sistemas y Automática, Escuela Superior de Ingenieros, Sevilla, Spain.
- Biel, D., Fossas, E., Guinjoan, F., Alarcón, E. and Poveda, A. (2001). Application of sliding-mode control to the design of a buck-based sinusoidal generator, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **48**(3): 563–571.
- Biel, D., Fossas, E., Ramos, R. R. and Guinjoan, F. (2003). A fixed frequency quasi-sliding control algorithm: Application to power inverters design by means of fpga implementation, *IEEE Transactions on Power Electronics* **18**(1): 344–355.
- Carpita, M. and Marchesioni, M. (1996). Experimental study of a power conditioning using sliding mode control, *IEEE Transactions on Power Electronics* **11**: 731–742.
- Fossas, E. and Olm, J. M. (2002). Asymptotic tracking in dc-to-dc power converters, *Discrete and Continuous Dynamical Systems. Series-B*. **2**: 295–307.
- Gordillo, F., Aracil, J. and Gómez-Estern, F. (2002). Stabilization of autonomous oscillations and the hopf bifurcation in the ball and beam, *Proceedings of the Conference on Decision and Control (CDC'02)*.
- Gordillo, F., Pagano, D. J. and Aracil, J. (2004). Autonomous oscillation generation in electronic converters, *Proceedings of the IEEE International Workshop on Electronics and System Analysis - IWESA'04*, Bilbao, Spain.
- Jezernik, K., Milanovic, M. and Zdravec, D. (1989). Microprocessor control of PWM inverter for sinusoidal output, *Proceedings of the 3rd European Conference on Power Electronics (EPE'89)*, pp. 47–51.
- Kawamura, A. and Hoft, R. G. (1984). Instantaneous feedback controlled PWM inverter with adaptive hysteresis, *IEEE Transactions on Industrial Applications* **IA-20**: 706–712.
- Leung, K. K. S., Chiu, J. Y. C. and Chung, H. S. H. (2005). Boundary control of inverters using second order switching surface, *36th IEEE Power Electronic Specialists Conference - PESC'2005*, Recife, Brazil.
- Maussion, P., Grandpierre, M., Faucher, J. and Hapiot, J. C. (1989). Instantaneous feedback control of a single-phase PWM inverter with nonlinear loads by sine wave tracking, *Proceedings of International Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON'89)*, pp. 130–135.
- Morvan, C., Richard, P. Y., Cormerais, H. and Buisson, J. (2004). Sliding mode control of switching systems with boolean inputs, *Proceedings of the 6th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*, Stuttgart, Germany.
- Olm, J. M. (2003). *Asymptotic Tracking with DC-to-DC Bilinear Power Converters*, PhD thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.
- Takahashi, R. H. C., Peres, P. L. D. and Barbosa, L. L. S. (1999). A sliding mode controlled sinusoidal voltage source with ellipsoidal switching surface, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications* **46**(6): 714–721.