

Significado de la tabla estadística en libros de texto españoles de educación secundaria

Meaning of the statistical table in Spanish secondary education textbooks

Jocelyn D. Pallauta*

 ORCID iD 0000-0001-5508-4924

María Magdalena Gea**

 ORCID iD 0000-0002-5229-0121

Carmen Batanero***

 ORCID iD 0000-0002-4189-7139

Pedro Arteaga****

 ORCID iD 0000-0002-8347-7669

Resumen

El objetivo del trabajo es describir el significado pretendido de la tabla estadística en una muestra de dieciocho libros de texto españoles de educación secundaria (12 a 15 años), analizando la configuración de objetos y procesos matemáticos en la actividad matemática que se plantea al estudiante. Utilizando el análisis de contenido, identificamos las situaciones problema planteadas, lenguaje utilizado, conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos que organizan el significado pragmático en torno a la tabla estadística. Los resultados muestran diferencias entre las editoriales seleccionadas en la actividad matemática planteada, tanto en número de tareas como tipo de situación, aspecto que puede pasar inadvertido para el profesor en su labor educativa. No se encuentran diferencias en conceptos, propiedades y argumentos, siendo el tratamiento del lenguaje similar en variedad y complejidad tanto por editorial como nivel educativo.

Palabras clave: Tabla estadística. Libros de texto españoles. Educación secundaria. Análisis semiótico.

Abstract

The aim of this paper is to describe the intended meaning of statistical tables, in a sample of 18 Spanish secondary school textbooks (12 to 15 years old), by analyzing the configuration of mathematical objects and processes in the mathematical activity posed to the student. Through content analysis, we identified the type of problems situations posed, language used, concepts, properties, procedures, and arguments, which organize the pragmatic meaning about the statistical table. The results show differences between the selected publishers in the mathematical activity proposed to the student, both in number of tasks and type of situation and these aspects may go unnoticed by the

* Máster en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Granada (UGR). Estudiante de Doctorado en Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada (UGR), Granada, España. E-mail: jocelyndiaz@correo.ugr.es.

** Doctora en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Granada (UGR). Profesora del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada (UGR), Granada, España. E-mail: mmgea@ugr.es.

*** Doctora en Matemática por la Universidad de Granada (UGR). Catedrática colaboradora del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada (UGR), Granada, España. E-mail: batanero@ugr.es.

**** Doctor en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Granada (UGR). Profesor del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada (UGR), Granada, España. E-mail: parteaga@ugr.es.

teacher. There are no differences in concepts, properties, and arguments, the treatment of language is similar in variety and complexity, both by publisher and educational level.

Keywords: Statistical Tables. Spanish Textbooks. Secondary Education. Semiotic Analysis.

1 Introducción

A diario encontramos abundantes gráficas y tablas estadísticas, que se utilizan para representar, resumir y comunicar información, lo que requiere de los ciudadanos unas capacidades mínimas para interpretarlas y desenvolverse con éxito en el quehacer cotidiano (BATANERO, 2019; SPROESSER; KUNTZE; ENGEL, 2018). Por este motivo, directrices curriculares de diferentes países (CCSSI, 2010; MECD, 2014; NCTM, 2014), incorporan la estadística desde temprana edad, incluyendo la representación de la información mediante tablas y su traducción a otros registros gráficos o numéricos. En particular, el currículo para educación primaria en España (6-11 años) concreta el siguiente estándar de aprendizaje evaluable en la enseñanza del tema: “Recoge y clasifica datos cualitativos y cuantitativos, de situaciones de su entorno, utilizándolos para construir tablas de frecuencias absolutas y relativas” (MECD, 2014, p. 19393).

De manera progresiva, en educación secundaria (12-15 años) se incorpora el estudio de otros tipos de tablas (frecuencia acumulada, con datos acumulados en intervalos etc.). En primer y segundo curso (12-13 años) se indica como estándar de aprendizaje evaluable: “Organiza datos, obtenidos de una población, de variables cualitativas o cuantitativas en tablas, calcula sus frecuencias absolutas y relativas, y los representa gráficamente” (MECD, 2015, p. 413), haciendo hincapié en el manejo de calculadora y herramientas tecnológicas. En tercer curso (14 años) y en la doble opcionalidad de matemáticas (orientadas a enseñanzas aplicadas o académicas, siendo esta última opción más completa en contenidos) se indica como estándar de aprendizaje evaluable: “Elabora tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias y obtiene información de la tabla elaborada” (MECD, 2015, p. 394 y p. 403). En cuarto curso (15 años) se profundiza en el estudio de la tabla estadística bidimensional y sus respectivas tablas de frecuencias marginales y condicionadas (MECD, 2015).

En este trabajo nos interesamos en el libro de texto, por ser un recurso ampliamente utilizado en la clase de matemáticas (ALKHATEEB, 2019), que proporciona un puente entre el currículo pretendido y el finalmente implementado (BELLENS *et al.*, 2018) y ofrece oportunidades para el aprendizaje en diferentes temáticas (VALVERDE *et al.*, 2002). El análisis del libro de texto permite comprender la forma en que se planifica la actividad matemática y

resolución de problemas en el aula (ZHU; FAN, 2006) y su estudio aporta a los profesores herramientas para la selección de un texto para la enseñanza de un determinado tema (VAN DEN HAM; HEINZE, 2018). El rol que está adquiriendo se muestra en el incremento de investigaciones sobre el libro de texto de matemáticas (FAN; ZHU; MIAO, 2013).

El objetivo de este trabajo es caracterizar el significado pretendido de la tabla estadística, desde el enfoque ontosemiótico (GODINO, 2002; GODINO; BATANERO; FONT, 2007, 2019), en una muestra de libros de texto españoles de educación secundaria. Se elige este contenido por su relevancia en el aprendizaje de la estadística, las dificultades en su comprensión (SPROESSER; KUNTZE; ENGEL, 2018) y la escasa literatura que se centra en la educación estadística. De este modo, proporcionamos información al profesor para organizar su enseñanza en esta etapa educativa.

2 Fundamentos

2.1 Elementos teóricos

La tabla estadística es una representación matemática que permite interpretar los datos recogidos sobre una situación o fenómeno de estudio mediante su clasificación y organización en filas y columnas (ESTRELLA, 2014). Estrella, Mena-Lorca y Olfos (2017) describen la evolución de su uso a lo largo de la historia, comenzando por servir de medio para extender la memoria humana (registro o listado de datos mediante el que los escribas conservaban información) hasta convertirse en herramienta de cálculo o análisis de información, cuya funcionalidad permite generar conocimiento. En esta última acepción, la elección de su estructura (filas y columnas que componen la tabla o tipo de número que se represente en ella, entre otros factores) es primordial para su interpretación (KOSCHAT, 2005).

En el enfoque ontosemiótico (EOS) se concibe el significado de un objeto matemático como el sistema de prácticas que realiza una persona (significado personal) o se realizan y comparten en una institución (significado institucional) para resolver las situaciones problema de las que emerge el objeto (en nuestro caso, la tabla estadística). Las prácticas pueden ser operativas (por ejemplo, al calcular el total en una columna de una tabla estadística) o discursivas (por ejemplo, al argumentar mediante la propiedad de que todas las frecuencias relativas de una distribución estadística suman 1) (FONT; GODINO; GALLARDO, 2013).

En nuestro trabajo nos centramos en el análisis del significado institucional de la tabla estadística, a nivel de educación secundaria; en el EOS se diferencia entre *referencial* que se

refiere al significado amplio del tema en la propia matemática), *pretendido* (significado planificado en un proceso de instrucción; por ejemplo, en el libro de texto), *implementado* (el que realmente el profesor trabaja en el aula) y *evaluado* (el que efectivamente es considerado en el proceso de evaluación). El objetivo es caracterizar el *significado pretendido* de la tabla estadística en una muestra de libros de texto.

Para ello, usamos la noción de *configuración ontosemiótica*, que permite modelizar la actividad matemática y responde a un nivel de análisis descriptivo de la práctica matemática, pues trata de identificar la diversidad de objetos que se relacionan al resolver una situación problema. De este modo, nos permite caracterizar los elementos de los que emerge el significado de un objeto matemático (GODINO, 2002). Se trata de una herramienta ampliamente utilizada en el análisis de textos en otros temas (BALCAZA; CONTRERAS; FONT, 2017; BURGOS *et al.*, 2020; FONT; GODINO, 2006; GODINO; FONT; WILHELMI, 2006).

En el EOS el objeto matemático se concibe de una forma muy amplia. Como indican Godino, Batanero y Font (2007, 2019), en la práctica matemática se identifican seis tipos de objetos primarios: las situaciones problema (aplicaciones intra o extra matemáticas); lenguaje (términos, expresiones, notaciones etc.); conceptos (definiciones implicadas en la práctica); proposiciones o propiedades (enunciados sobre conceptos que se utilizan); procedimientos (operaciones, algoritmos, técnicas etc. que se emplean para resolver las situaciones problema); y argumentos o razonamientos empleados en la justificación del sistema de prácticas empleado (deductivo, inductivo etc.). Estos objetos se relacionan entre sí, formando configuraciones, y nos interesamos por describir las referidas al significado institucional pretendido de la tabla estadística, que son configuraciones epistémicas (FONT; GODINO; GALLARDO, 2013).

Por tanto, para analizar el significado de la tabla estadística adoptamos el enfoque ontológico del EOS en su dualidad unitaria-sistémica, desde los diferentes objetos implicados en su naturaleza y que regulan su uso (FONT; GODINO; GALLARDO, 2013). De este modo, aunque la tabla pueda ser entendida como una expresión o signo en términos de Steinbring (2006), en este trabajo la concebimos como un objeto matemático, desde una perspectiva sistémica tanto por su estructura, sus elementos constitutivos, como por las situaciones donde cobra significado (para un análisis detallado del EOS en torno a teorías semióticas y enfoques de la noción de significado, véase GODINO; BURGOS; GEA, 2021).

2.2 Investigaciones previas

Aunque algunas investigaciones analizan la tabla estadística en los libros de texto, son prácticamente nulas en el nivel educativo que abordamos.

En Brasil, Guimarães *et al.* (2007) examinaron las actividades que involucran gráficos y tablas en textos de matemática de 1° a 5° de primaria (7 a 11 años) de las editoriales más utilizadas en dicho país. Más de la mitad de las tablas (56,4%) se presentaban en otros campos de las matemáticas, siendo escaso su estudio en estadística, donde la mayoría de tareas son de completar o leer información explícita en la tabla. No se aborda el estudio de la variación de los datos, y prácticamente todas incluyen datos nominales, descuidando el estudio de variables ordinales o continuas.

Bivar y Selva (2011), en los mismos niveles educativos, analizan cinco colecciones de libros de texto brasileños. Se identifican tareas de completar, interpretar, construir y traducir de una representación a otra (tabla a gráfico, gráfico a tabla, lenguaje natural a tabla, o lenguaje natural a gráfico). Al igual que en Guimarães *et al.* (2007), la actividad que más se repite es completar y leer la tabla. También, se observa un énfasis en tareas que requieren el análisis puntual de la tabla, que es sencillo para los estudiantes de primeros cursos.

Por su parte, Amorim y Silva (2016) estudian el tipo de tabla y la actividad presentada en dos libros de cada uno de los cursos 4° y 5° de primaria, también en Brasil. En relación al tipo de tabla, los autores estudian únicamente si se diferencia entre tabla, lista de datos y cuadro (que contiene información no numérica). Consideran también, en su análisis, la actividad presentada, que clasifican en leer, completar, construir o calcular, siendo la más frecuente leer la tabla y encontrando pocas actividades de construcción.

Díaz-Levicoy y cols. (DÍAZ-LEVICOY; RUZ; MOLINA-PORTILLO, 2017; DÍAZ-LEVICOY; MORALES; LÓPEZ-MARTÍN, 2015) analizan: el tipo de tabla, la actividad pedida a los niños, niveles de lectura y contexto (entre los propuestos en las pruebas PISA) en libros de texto chilenos de 1° a 3° de educación básica (6 a 9 años). Sus resultados muestran predominio de las tablas de conteo, utilizada solo en los primeros niveles de educación básica, mientras apenas encuentran tablas de doble entrada. Las actividades más frecuentes son leer o traducir la tabla a un gráfico y el contexto fundamentalmente es personal.

García-García *et al.* (2019) analizan libros de texto mexicanos de educación primaria (1° a 6°) considerando variables similares de otros estudios (DÍAZ-LEVICOY; MORALES; LÓPEZ-MARTÍN, 2015; DÍAZ-LEVICOY; RUZ; MOLINA-PORTILLO, 2017). Sus resultados muestran un predominio de tablas de datos sin trabajar la idea de distribución, y la

mayor parte de las tareas consisten en calcular.

También en Pallauta, Gea y Batanero (2020) se estudian las tablas estadísticas en textos escolares chilenos, del segundo ciclo de educación básica (5° a 8° curso). Las autoras desarrollan un análisis semiótico, categorizando los tipos de objetos matemáticos que se utilizan en el trabajo con los diferentes tipos de tablas estadísticas (LAHANIER-REUTER, 2003), y definen, además, un nivel de complejidad de la tabla adaptando el modelo de complejidad de gráficos (ARTEAGA, 2011). La tabla más utilizada es la de distribución de una variable con frecuencias absolutas, relativas o porcentuales (51,8%), mientras que la de contingencia es la que menos aparece (13,1%). Nuestro trabajo completa los citados estudios, al analizar el significado pretendido de la tabla estadística en libros de texto españoles dirigidos a la educación secundaria, un nivel escolar poco explorado.

3 Metodología

Los libros de texto analizados se escogen por pertenecer a tres editoriales ampliamente utilizadas en España (según información comercial y educativa), cuyas referencias junto a su codificación para el trabajo se detallan en el Anexo 1. La codificación incluye la inicial de la editorial, el curso y su orientación matemática AC (académica) o AP (aplicada). Por ejemplo, el código A3AC se refiere al texto de 3° ESO de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de la editorial Anaya. Se elige una muestra intencional, por los objetivos de nuestro estudio (CORRAL; CORRAL; CORRAL, 2015), formada por dieciocho libros de texto de educación secundaria obligatoria en España, que atienden al marco curricular vigente (MECD, 2015). Se analizan seis textos por editorial, puesto que en los primeros cursos (1° y 2° ESO) todos los estudiantes cursan los mismos contenidos, mientras que en 3° y 4° ESO el estudiante puede elegir la opción de matemáticas académicas o aplicadas (MECD, 2015).

Se utiliza una metodología cualitativa, que proporciona conocimientos profundos de la realidad analizada (SAMPIERI, 2018). Es una investigación descriptiva, centrada en analizar y describir, en profundidad, el significado pretendido de la tabla estadística en una muestra de textos escolares españoles mediante la técnica de análisis de contenido (NEUENDORF, 2016) siguiendo las etapas que se describen a continuación:

1. Elección de las unidades de análisis: en las unidades didácticas de estadística y probabilidad de los textos analizados seleccionamos todos los fragmentos de texto asociados a la tabla estadística, en que se emplea o se pide hacer uso de ella.
2. Identificación de las variables de análisis: identificamos cada uno de los objetos

primarios propuestos en el EOS (lenguaje, situaciones problema, procedimientos, argumentos, propiedades y conceptos) implicados en el significado pretendido del objeto tabla estadística.

3. Elección de categorías de análisis y codificación para cada variable analizada; se depura la codificación de manera cíclica e inductiva (BISQUERRA, 2004), ampliando o reduciendo las categorías según el proceso de análisis. La fiabilidad de la codificación se asegura a través de la triangulación en continuas revisiones de los textos por parte de los autores y discusión de los casos discordantes hasta llegar a un acuerdo.
4. Construcción de tablas que resumen los resultados obtenidos.

4 Resultados

4.1 Las situaciones problema

En el EOS la situación problema adquiere un rol importante, pues de las prácticas realizadas para su resolución surge el significado de los objetos matemáticos (GODINO; BATANERO; FONT, 2007, 2019). Más que un problema particular, cobra relevancia los sistemas de prácticas puestas de manifiesto ante tipos de situaciones problemáticas. De ahí el interés de clasificar las situaciones problemas asociadas a la tabla estadística. Con el análisis sistemático de las unidades de análisis y la revisión de las bases curriculares españolas (MECD, 2015), complementada con recomendaciones internacionales (NCTM, 2014; FRANKLIN *et al.*, 2005), se determinaron la misma tipología de situaciones problema que en Pallauta, Gea y Batanero (2020) en su análisis de textos chilenos. Esta tipología se describe a continuación.

SP1. Registro de datos. Estas situaciones se refieren al uso más antiguo de la tabla estadística (ESTRELLA; MENA-LORCA; OLFOS, 2017) para registrar información. Es el primer paso de un estudio cuando se recogen datos con el propósito de, posteriormente, analizarlos e interpretarlos. En los textos analizados se proponen situaciones de este tipo cuando se pide recoger información al estudiante mediante encuestas o entrevistas. Por ejemplo: “Elabora una tabla de frecuencias con el tiempo, expresado en minutos, que emplean tus compañeros de clase en llegar al instituto” (E3AP, 2015, p. 279).

SP2. Construcción de la distribución de una variable estadística. Se plantea cuando se pide registrar la distribución de frecuencias de una variable estadística. Se requiere diferenciar las categorías o modalidades de la variable y calcular el tipo de frecuencia que se represente (absoluta, acumulada, porcentual o relativa) Diferenciamos dentro de esta situación cuando se

trata de la distribución de una variable unidimensional o bidimensional.

- *SP2.1. Distribución de una variable estadística unidimensional.* Para construirla, el estudiante debe diferenciar el tipo de escala de la variable: nominal (cualitativa), ordinal o numérica (cuantitativa) y la frecuencia que se represente. Además, debe atender a ciertas propiedades como, que el total de datos registrados en el estudio coincide con la suma de frecuencias absolutas registradas. En ocasiones, se pide agrupar los valores de la variable en intervalos, como el ejemplo mostrado en la Figura 1, donde, para facilitar el proceso, se indican los intervalos y se recuerda el concepto de marca de clase.

Los miembros de la sección de infantiles de un club de atletismo han anotado sus pesos en un cuaderno:

48, 52, 36, 53, 44	39, 40, 53, 55, 47	a) Confecciona una tabla de frecuencias en la que los datos se repartan en los siguientes intervalos: 35,5 - 42,5; 42,5 - 49,5; 49,5 - 56,5; 56,5 - 63,5 • Recuerda que la marca de clase de cada intervalo es su valor central, es decir, la suma de sus extremos dividida entre dos.
54, 49, 57, 44, 54	41, 54, 48, 48, 52	
51, 47, 58, 53, 50	46, 45, 38, 39, 49	

b) Representa los resultados en un histograma.

Figura 1 – Construcción de la distribución de una variable unidimensional
Fuente: A2 (2017, p. 287)

- *SP2.2. Distribución de una variable estadística bidimensional.* Para construir la distribución de una variable estadística bidimensional se deben diferenciar las dos variables que la conforman y su escala de medición. Se organizan tantas filas y columnas como modalidades presenten las variables y en cada cruce de modalidades se representa la frecuencia conjunta (absoluta, relativa o porcentual) de cada valor de la variable bidimensional. Es más compleja que la situación problema SP2.1 y en su estructura hay muchas más propiedades que en SP2.1. No se encontraron situaciones en que se pida agrupar en intervalos los valores de una variable estadística bidimensional. Por lo general, se pide construir la distribución de la variable bidimensional a partir de un listado de datos bivariados, como se muestra en la Figura 2.

Las notas en Matemáticas e Inglés de 42 alumnos de 4.º de ESO son:
 (3, 3), (3, 3), (4, 5), (4, 8), (4, 8), (5, 3), (5, 3), (5, 5), (5, 8), (5, 8), (6, 6),
 (6, 6), (5, 3), (6, 6), (6, 7), (5, 3), (5, 5), (5, 5), (5, 5), (5, 8), (5, 8),
 (6, 7), (6, 7), (3, 3), (5, 5), (7, 7), (7, 7), (7, 7), (8, 8), (8, 8), (8, 9), (5, 3),
 (8, 8), (4, 5), (4, 5), (4, 5), (3, 5), (3, 5), (2, 4), (3, 5), (2, 4)

Representa esta información en una tabla bidimensional simple. A partir de ella construye una tabla de doble entrada y las tablas de distribución marginal de cada variable.

Figura 2 – Construcción de una distribución de una variable bidimensional
Fuente: A4AP (2016, p. 167)

SP3. Traducción entre representaciones. Estas situaciones requieren un componente avanzado de razonamiento estadístico (CHICK; PFANNKUCH; WATSON, 2005), puesto que se pide cambiar el registro de representación para buscar nuevo conocimiento con los mismos datos, es decir, un proceso de *transnumeración* (WILD; PFANNKUCH, 1999). Además de

requerir una comprensión profunda de la información, su resolución implica procesos decisivos para el aprendizaje matemático (DUVAL, 2006). Diferenciamos varios tipos de situaciones:

- *SP3.1. Traducción de tabla a gráfico o viceversa.* Se pide pasar la información expuesta en un gráfico estadístico a una tabla estadística, o el proceso inverso. Por ejemplo, en la Figura 1 se pide construir la tabla con datos agrupados y traducir a un histograma.
- *SP3.2. Traducción de tabla a tabla.* Cuando se construye una nueva tabla estadística a partir de la información de otra; por ejemplo, se pide construir la distribución de una variable agrupando sus valores en intervalos o bien obtener distribuciones unidimensionales a partir de una distribución bidimensional (Ver Figura 3).
- *SP3.3. Traducción de texto a tabla.* Estas situaciones piden interpretar la información textual para registrarla en una tabla. En la Figura 3 se muestra un ejemplo en el que se pide construir una tabla de contingencia para responder a diferentes cuestiones.

En un campamento con 100 chicos y chicas, se les da la opción de piragüismo o equitación: 29 chicos y la tercera parte de las chicas han elegido cayac, y 34 chicas prefieren montar a caballo. Representa los datos en una tabla y halla la proporción de chicas que hay entre los que eligieron cayac.

Figura 3 – Traducción de lenguaje verbal a tabla
Fuente: A2 (2017, p. 291)

- *SP3.4. Traducir de tabla a resumen numérico o viceversa.* Se pide calcular estadísticos (Figura 4) o la probabilidad de sucesos en un experimento aleatorio, a partir de la tabla.

Halla las medidas de centralización para el número de teléfonos móviles que tienen las familias de 20 personas e interprétalas.

Teléfonos x_i	1	2	3	4	5
Familias f_i	1	3	8	7	1

• Media: $\bar{x} = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 1}{20} = \frac{64}{20} = 3,2$

Es decir, por término medio cada familia tiene entre 3 y 4 teléfonos.

- Moda: $M_0 = 3 \rightarrow$ Lo más frecuente es que tengan 3 teléfonos.

Figura 4 – Traducir de tabla a estadístico
Fuente: S3AC (2016, p. 272)

SP4. Estudio de la asociación entre las variables. Consiste en estudiar la dependencia entre las variables que conforman una distribución bidimensional o bien calcular probabilidades condicionadas para averiguar si determinados sucesos son independientes. En los textos analizados la correlación se plantea de manera intuitiva, mediante la traducción de la tabla a la nube de puntos, siendo Edelvives el único que aborda la covarianza y la regresión (Figura 5).

Se ha analizado el número de líneas móviles contratadas en pequeñas empresas y el número de trabajadores con el que cuentan las empresas.

Líneas (x_i)	1	3	2	4	1
Empleados (y_i)	3	9	5	11	4

- a. Halla el coeficiente de correlación lineal.
b. Calcula la recta de regresión de Y sobre X.



Figura 5 – Estudio de la asociación entre las variables
Fuente: E4AC (2016, p. 281)

En la Tabla 1 se resumen los resultados del análisis de las situaciones problemas por nivel educativo, variable no analizada en la literatura previa. Tanto en total como por curso, la situación problema que aparece con mayor fuerza es traducir, principalmente a valor numérico (SP3.4: 48,8%), seguido de la construcción de la tabla de una distribución unidimensional (SP2.1: 23,5%) y traducir una tabla a gráfico, o viceversa (SP3.1: 17,6%). Las situaciones ligadas al estudio de la asociación solo se plantean en 4º ESO y son escasas (SP4: 1,6%).

Tabla 1 – Frecuencia (y porcentaje) de las situaciones problemas por nivel educativo

Situaciones problemas	Nivel educativo						Total	
	1ºESO	2ºESO	3ºESO		4ºESO			
			Aplicadas	Académicas	Aplicadas	Académicas		
SP1	8(3,0)	6(1,8)	1(0,3)	12(2,2)	12(2,6)	19(3,2)	58(2,3)	
SP2	SP2.1	95(35,8)	89(26,1)	106(32,7)	166(29,8)	53(11,3)	89(15,0)	598(23,5)
	SP2.2	1(0,4)	30(8,8)		2(0,4)	22(4,7)	27(4,5)	82(3,2)
SP3	SP3.1	45(17,0)	57(16,7)	63(19,4)	75(13,5)	79(16,9)	130(21,9)	449(17,6)
	SP3.2	2(0,8)	9(2,6)	3(0,9)	4(0,7)	13(2,8)	24(4,0)	55(2,2)
	SP3.3	3(1,1)	2(0,6)	2(0,6)	3(0,5)	3(0,6)	8(1,3)	21(0,8)
SP3.4	111(41,9)	148(43,4)	149(46,0)	295(53,0)	264(56,4)	278(46,8)	1245(48,8)	
SP4					22(4,7)	19(3,2)	41(1,6)	
Total	265(100)	341(100)	324(100)	557(100)	468(100)	594(100)	2549(100)	

Fuente: los autores

En la Figura 6 se observan las diferencias de las situaciones problemas propuestas, según editorial, pues SP4 fundamentalmente se propone en la editorial Edelvives, mientras que Anaya no las plantea. También se observa el elevado porcentaje de tareas de cálculo (SP3.4) en todos los cursos, donde Anaya (57,1%) supera al resto de editoriales (Edelvives: 41,4% y Santillana: 48,3%). En cuanto a la construcción de la distribución unidimensional (SP2.1), destaca el elevado porcentaje de situaciones para 1º ESO por Edelvives (52,9%), en relación al resto de editoriales (Anaya: 21,5% y Santillana: 36,6%). También resaltamos la construcción de la distribución bidimensional (SP2.2) por Anaya para 2º ESO (22,3%), en relación al resto de editoriales (Edelvives: 2,8% y Santillana: 1,2%).

En cuanto a la traducción a gráfico o viceversa (SP3.1), es prácticamente similar en todas las editoriales, aunque un poco más destacada en Santillana; mientras que las referidas al

paso a otro tipo de tabla son más representativas en Edelvives, sobre todo en 4° ESO de orientación académica, siendo en este curso cuando se introduce la correlación (MECD, 2015).

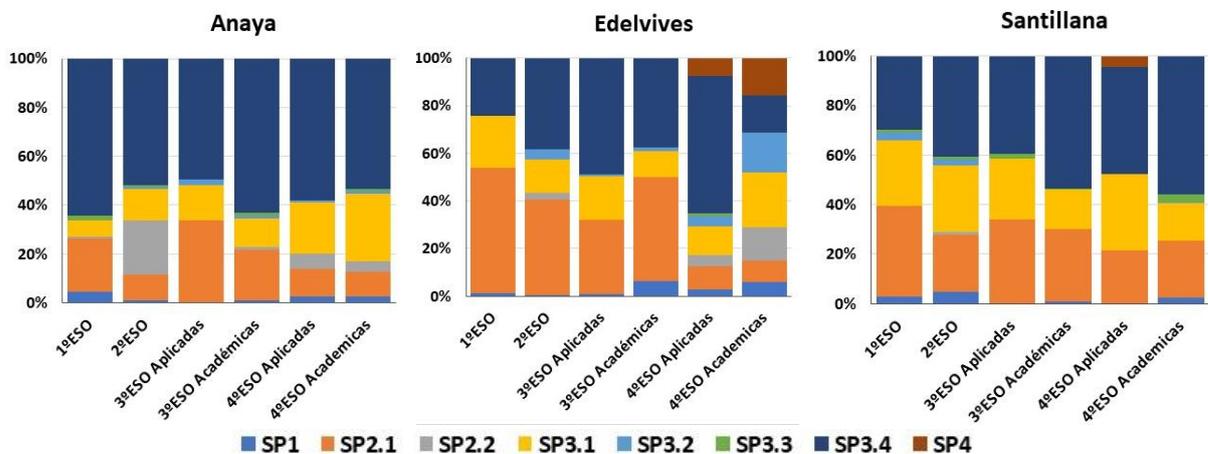


Figura 6 – Porcentaje de tipos de situaciones problema según nivel educativo y editorial
Fuente: los autores

4.2 Lenguaje

El lenguaje en el EOS media las prácticas en la resolución de problemas (GODINO; BATANERO; FONT, 2007, 2019), gracias a su carácter representacional y operativo. El empleo de una variedad de lenguajes por parte del estudiante es uno de los principales desafíos en la enseñanza de la matemática (SCHLEPPEGRELL, 2007), pues es necesario implementar un lenguaje propio de la disciplina que facilite la resolución de problemas (ZAHNER; AQUINO-STERLING, 2020). En los textos analizados, encontramos diversidad de lenguaje, que enriquece el significado de la tabla estadística y su construcción conceptual (PLANAS; MORGAN; SCHÜTTE, 2018).

El lenguaje verbal predomina en todos los textos, independientemente del curso, al indicar etiquetas en la tabla (título, variables etc.) o modalidades de la variable cualitativa (Figura 6). La finalidad es facilitar la comprensión de la información expuesta en la tabla y ayudar en la transición al lenguaje simbólico o disciplinar (ZAHNER; AQUINO-STERLING, 2020). También el lenguaje numérico se utiliza en todos los textos, principalmente en el cuerpo de datos de la tabla mediante números enteros, decimales o fraccionarios para representar datos y frecuencias; incluso, en ocasiones, una celda incluye más de un tipo de número (Figura 7).

El lenguaje simbólico se inicia en 1º ESO con gran variedad ($=$, $\%$, $[...]$, $(...]$, N , x_i , n_i , f_i , F_i , h_i , H_i , $P(x)$, $<$, $>$, \leq) al trabajarse las frecuencias relativas y acumuladas. A medida que se estudian las fórmulas de los estadísticos de centralización (\bar{x} ; M_e ; M_o), dispersión (R_i , DM) y posición (Q_i , P_i , D_i) en 2º ESO, se amplía de manera progresiva la notación. Los símbolos

matemáticos pueden encontrarse en las etiquetas de los márgenes, filas superiores (Figura 7), inferiores, primera y última columna, y en ocasiones en celdas interiores. En 3° y 4° ESO encontramos un mayor formalismo, puesto que se completa el estudio de las medidas de dispersión (CV , σ_x , s_x , σ_x^2 , S_x^2), haciendo uso de sumatorios en sus fórmulas; solo la editorial Edelvives introduce el estudio de la correlación y regresión (σ_{xy} , s_{xy} , r , r_{xy}) en 4° ESO.

1 Variable, x_i	2 Frecuencia absoluta, n_i	3 Frecuencia absoluta acumulada, N_i	4 Frecuencia relativa, $f_i = \frac{n_i}{N}$	5 Porcentaje, p_i
55	1	1	$\frac{1}{30} = 0,03$	3 %
56	8	9	$\frac{8}{30} = 0,27$	27 %
57	3	12	$\frac{3}{30} = 0,1$	10 %
58	12	24	$\frac{12}{30} = 0,4$	40 %
59	6	30	$\frac{6}{30} = 0,2$	20 %
Total	N = 30		1	100 %

La suma de todas las frecuencias absolutas siempre debe dar el número total de datos, N.

La suma de todas las frecuencias relativas siempre debe dar 1.

La suma de todos los porcentajes siempre debe dar 100 %.

Figura 7 – Lenguaje numérico y simbólico en la tabla estadística
Fuente: E2 (2016, p. 190)

4.3 Procedimientos

Los procedimientos son un componente destacado de la competencia matemática (RITTLE-JOHNSON; STAR, 2007), pues los algoritmos o estrategias que se aplican para resolver situaciones mediante tablas son objeto de enseñanza. Además, cuando se resuelve una tarea se aplican reglas prácticas o heurísticos que determinan la decisión del procedimiento más idóneo para resolver un problema (STAR, 2005). Como en Pallauta, Gea y Batanero (2020), en nuestro análisis encontramos la siguiente tipología de procedimientos:

P1. Leer una tabla. Consiste en extraer información representada o implícita en una tabla estadística, lo que requiere establecer relaciones numéricas entre los datos, por ejemplo, determinar la moda. La apropiada lectura de la tabla requiere conocer su estructura e identificar la variable representada, así como el título, etiquetas, orientación (horizontal o vertical), valores y frecuencias. Incluimos en esta categoría la descripción de variables, identificada por Pallauta, Gea y Batanero (2020), pues requiere la lectura de la tabla y conlleva un proceso avanzado de interpretación.

P2. Completar una tabla. Consiste en terminar una tabla incompleta, generalmente incorporando frecuencias a partir del enunciado de la situación problema y cuando se conocen las modalidades de la variable, a partir de alguna medida de centralización, probabilidades de

sucesos, o bien a partir de cálculos con el resto de información representada.

P3. Construir la tabla. Es la acción de representar una tabla estadística, a partir de datos entregados a través de un gráfico, de modo verbal, desde otra tabla (por ejemplo, obtener la distribución marginal asociada a una tabla bidimensional), o recolectados por el propio estudiante. Implica la organización espacial de las modalidades de la variable, clasificación de los datos, cálculo de frecuencias, además de obtener máximo, mínimo, extremo superior e inferior y marca de clase, en tablas de datos agrupados en intervalos (Figura 2).

P4. Calcular a partir de la tabla. Consideramos en esta categoría los procedimientos de cálculo de estadísticos (tendencia central, dispersión, o posición) o probabilidades. Desarrolla el proceso de algoritmización en el estudiante. Solo en Edelvives se plantean cálculos para el análisis de la correlación, como se mostró en el ejemplo de la Figura 6.

P5. Construir un gráfico a partir de la tabla. Consiste en representar gráficamente la información presentada en una tabla estadística (Figura 1), lo que requiere conocer la estructura de diferentes gráficos, pues frecuentemente el estudiante elige el gráfico más adecuado.

P6. Inventar un problema o tabla. Creación de un contexto para la información que muestra una tabla estadística, eligiendo una variable que tenga sentido y coherencia con la información representada. También, incluimos en esta categoría confeccionar una tabla que represente la distribución de una variable conocidos estadísticos o algún tipo de frecuencia.

P7. Recoger datos. Se refiere a la recolección de datos por el estudiante o el registro de valores obtenidos al realizar experiencias aleatorias una determinada cantidad de veces. Generalmente, es una etapa previa a la construcción de una tabla, pero requiere de acciones que la distinguen, como el diseño de la encuesta o la selección de la muestra.

P8. Justificar. Cuando se pide al estudiante explicar conceptos, procedimientos o propiedades empleados en la resolución de la tarea. En el EOS la argumentación es un objeto elemental (GODINO; BATANERO; FONT, 2007, 2019) por lo que se destacan en este apartado las actividades en que se pide argumentar al estudiante, mientras en la Sección 4.5 se analizan los tipos de argumentos utilizados en el texto al dirigirse a los estudiantes. En el ejemplo de la Figura 8 se pide razonar cuál de las dos muestras es más homogénea según el estudio de su dispersión.

Se quiere comparar la duración de dos marcas de bombillas, X e Y. Con este fin, se eligen dos muestras de 9 unidades y se obtienen las siguientes duraciones (en días):

X	258	298	315	305	300	299	317	320	325
Y	315	300	299	310	290	297	277	315	317

¿Cuál de las dos marcas es más homogénea? Comprueba tu razonamiento a través de dos parámetros de dispersión.

Figura 8 – Procedimiento justificar

Fuente: E4AP (2016, p. 176)

La Tabla 2 resume la distribución de procedimientos en los diferentes cursos, donde observamos que se presta poca atención a la recolección de datos o invención de problemas y se priorizan procedimientos de cálculo (P4), en cualquier nivel, como era de esperar por la frecuencia del campo de problemas SP3.4 (Tabla 1), seguido de la construcción de gráficos (P5).

Tabla 2 – Frecuencia (y porcentaje) de los procedimientos por nivel educativo

Procedimientos	Nivel educativo						Total
	1°ESO	2°ESO	3°ESO		4°ESO		
			Aplicadas	Académicas	Aplicadas	Académicas	
P1. Leer	16(6,0)	46(13,5)	23(7,1)	50(9,0)	20(4,3)	33(5,6)	188(7,4)
P2. Completar	10(3,8)	31(9,1)	24(7,4)	43(7,7)	20(4,3)	29(4,9)	157(6,2)
P3. Construir	64(24,2)	56(16,4)	65(20,1)	68(12,2)	55(11,8)	83(14,0)	391(15,3)
P4. Calcular	110(41,5)	143(41,9)	145(44,8)	295(53,0)	272(58,1)	295(49,7)	1260(49,4)
P5. Grafico	42(15,8)	50(14,7)	54(16,7)	63(11,3)	75(16,0)	124(20,9)	408(16,0)
P6. Inventar	2(0,8)			3(0,5)	2(0,4)	3(0,5)	10(0,4)
P7. Recoger datos	8(3,0)	3(0,9)	1(0,3)	5(0,9)		2(0,3)	19(0,7)
P8. Justificar	13(4,9)	12(3,5)	12(3,7)	30(5,4)	24(5,1)	25(4,2)	116(4,6)
Total	265(100)	341(100)	324(100)	557(100)	468(100)	594(100)	2549(100)

Fuente: los autores

En la Figura 9 se observa la relevancia que Anaya otorga al procedimiento de traducir de tabla a gráfico o viceversa, y en 4° ESO sobre todo referido a la construcción del diagrama de dispersión. En Anaya también se observa poca atención a la construcción de tablas (P3) o a la acción de justificar, tendencia que se repite en todos los cursos, en comparación al resto de editoriales. Esto contradice las indicaciones curriculares (MECD, 2015) y recomendaciones de ir gradualmente incorporando más actividades de justificación (KEMPEN; BIEHLER, 2015). Nuestros resultados coinciden con otros estudios (DIAZ-LEVICOY; MORALES; LÓPEZ-MÁRTIN, 2015; DIAZ-LEVICOY; RUZ; MOLINA-PORTILLO, 2017; GARCÍA-GARCÍA *et al.*, 2019; GUIMARÃES *et al.*, 2007) que se centraron en cursos inferiores, respecto a la relevancia del cálculo, aunque en ellos se encontró mayor relevancia al proceso de leer y completar una tabla (P2) que en nuestro estudio.

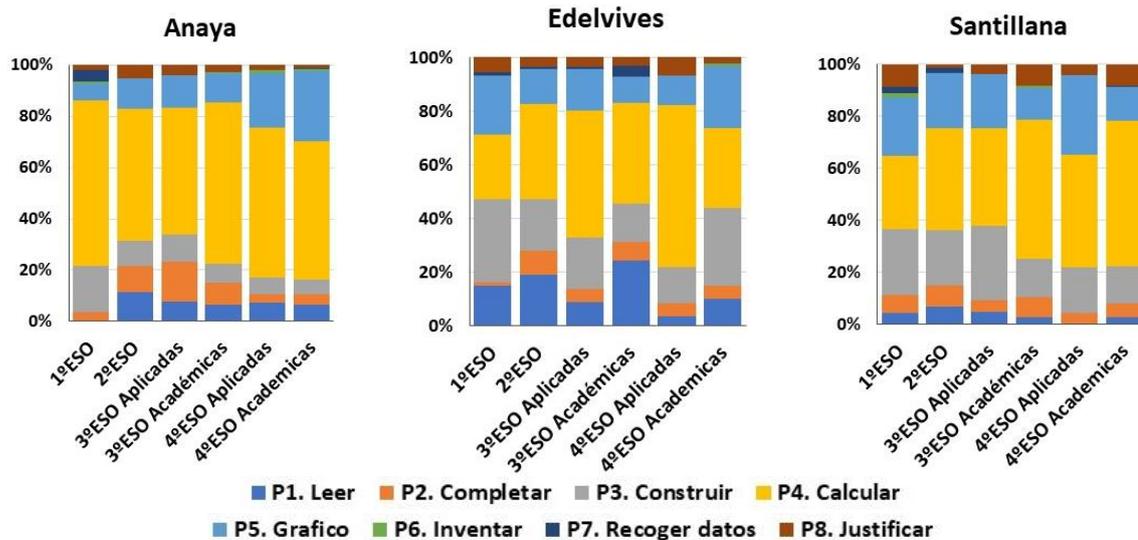


Figura 9 – Porcentaje de tipos de procedimientos según nivel educativo y editorial
Fuente: los autores

4.4 Conceptos y propiedades

El adecuado tratamiento de la tabla estadística requiere de conceptos y propiedades que son objetos de enseñanza. Como ejemplo, en la Figura 7 se muestran diversas propiedades referidas la construcción de una tabla estadística y se definen tipos de frecuencia. Desde 1º ESO el estudiante debe diferenciar una muestra de la población de la que se obtiene, clasificar y ordenar datos en función de las modalidades de una variable, y dominar conceptos como: máximo y mínimo, intervalo de clase, extremo inferior y superior. También se aborda, desde la tabla, la probabilidad en su enfoque frecuencial. En 4º ESO se estudia la frecuencia conjunta asociada al cálculo de probabilidades marginales y condicionadas, y se define la variable bidimensional y correlación.

Las propiedades describen características específicas de los conceptos, y según se observa en la Tabla 3, las principales describen relaciones entre tipos de frecuencias. Aunque la media, mediana y moda se calculan a partir de la tabla desde 1º ESO, sus propiedades asociadas a las medidas de dispersión (varianza, desviación típica y coeficiente de variación) se abordan a partir de 2º ESO. Se profundiza en el estudio de las medidas de posición y el gráfico de caja y bigote a partir de 3º ESO. Al igual que los conceptos, la mayor parte de las propiedades se abordan en 4º ESO, evidenciando el incremento de la complejidad que requiere la tabla estadística, tal como se recoge en las directrices curriculares (MECD, 2015).

Tabla 3 – Propiedades ligadas a la tabla estadística por nivel educativo

Propiedades	Nivel educativo			
	1°ESO	2°ESO	3°ESO	4°ESO
Tipos de variable y escala de medida	x	x	x	x
Suma de frecuencias absolutas y tamaño muestra	x	x	x	x
Suma de frecuencias relativas	x	x	x	x
Proporcionalidad de frecuencias relativas y absolutas	x	x	x	x
Valor creciente de las frecuencias acumuladas, la última de las cuales es el tamaño muestral			x	x
Relación entre frecuencias acumuladas y no acumuladas			x	x
Variable dependiente e independiente				x
Relación de frecuencias relativas, condicionales, dobles y marginales				x
Frecuencia doble-frecuencia marginal				x

Fuente: los autores

4.5 Argumentos

Al justificar un enunciado o un procedimiento se usan conceptos o propiedades, reflejando el grado de abstracción de un objeto matemático. En esta línea se esperaría, al avanzar de nivel el estudiante, que pueda desarrollar justificaciones más elaboradas y abstractas. En España, el currículum de enseñanza secundaria plantea la necesidad de desarrollar habilidades argumentativas, para incrementar el razonamiento matemático (MECD, 2015). Desde el EOS se consideran diversos tipos de argumentos, desde los empírico-inductivos hasta los formales-deductivos. Hacemos uso de la clasificación propuesta por Godino y Recio (2001) para nuestro análisis, como son:

- *Ejemplos o contraejemplos*, utilizados para validar una determinada propiedad o procedimiento, pedidos al niño para comprobar si ha comprendido un cierto concepto. Encontramos este tipo de argumento desde 1° ESO, al tratarse del más elemental.
- *Justificación a partir de representaciones gráficas*. Es un tipo de justificación utilizada desde 1° ESO, puesto que la transnumeración es un proceso de razonamiento estadístico muy útil. Es muy empleado en 4° ESO para el estudio informal de la correlación y sus tipos a partir de la observación de la nube de puntos.
- *Argumentos verbales informales*, en los que se usa el lenguaje coloquial para realizar justificaciones; se emplea desde 1° ESO al no requerir una notación compleja.
- *Argumentos verbales deductivos*, que se diferencia del anterior en el uso de un lenguaje más formal y porque atiende a principios lógicos de razonamiento para concluir enunciados válidos según relaciones encadenadas. Se presenta a partir de 2° ESO.
- *Argumento algebraico deductivo*, que amplía la tipología anterior por el uso de notación algebraica para el desarrollo de justificaciones. Se encuentra principalmente en 3° y 4°

ESO para demostrar propiedades vinculadas a estadísticos y desarrollos de fórmulas.

5 Discusión e implicaciones didácticas

El estudio del significado pretendido de la tabla estadística, en la muestra de libros de texto españoles de educación secundaria analizados, contribuye al campo de investigación en didáctica de la estadística por tratarse de una temática escasamente abordada en la investigación didáctica en dicho nivel educativo. El análisis aporta información a diversos agentes del proceso educativo, ya que el profesor puede utilizarla para planificar mejor la enseñanza del tema y el método de análisis puede emplearse en la formación de profesores. Ello es debido a que el empleo de la herramienta configuración epistémica para el análisis de textos escolares se considera “una de las competencias que debe contemplar la formación de profesores” (FONT; GODINO, 2006, p. 95).

Se añade, también, resultados relevantes para la investigación, pues se clasifican tanto las situaciones-problemas donde la tabla cobra sentido, variable no analizada en el contexto educativo español en educación secundaria, como los procedimientos, donde se observa mayor diferencia con la literatura previa, pues la atención en educación primaria se centra en la lectura y completar la tabla; mientras que en nuestros resultados encontramos mayoritariamente procedimientos de cálculo de estadísticos y probabilidad.

El lenguaje que se emplea es formal a partir de 3º ESO, y también detectamos un incremento de su complejidad por la variedad de conceptos y propiedades que van apareciendo, conforme se progresa de nivel educativo. Pero esta tendencia no se lleva a cabo en cuanto al proceso de justificación, pues son pocas las tareas que los solicitan, en contra de las recomendaciones curriculares (MECD, 2015).

Con nuestro trabajo contribuimos no solo a situar la tabla estadística como objeto matemático de estudio (ESTRELLA; MENA-LORCA; OLFOS, 2017), sino que acogemos también la sugerencia de Evangelista y Guimarães (2019) de explorar todos los elementos y funciones a desarrollar con la tabla estadística, teniendo en cuenta su estructura y las variables que las caracterizan, tanto para la elaboración de futuros textos, como en el diseño de la enseñanza. Los resultados aportan, finalmente, información de la transposición didáctica que los textos escolares realizan en la enseñanza del tema y, en términos de Chevallard (1991): los procesos transpositivos son, en sí, el resorte de la vida de los saberes.

Agradecimientos

Proyecto PID2019-105601GB-I00 / AEI / 10.13039/501100011033, Grupo FQM126 (Junta de Andalucía) y Beca ANID Folio: 72190280.

Referencias

ALKHATEEB, M. The language used in the 8th grade mathematics textbook. **Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, Turquía, v. 15, n. 7, p. 3-13, 2019. DOI: <https://doi.org/10.29333/ejmste/106111>

AMORIM, N.; SILVA, R. Apresentação e utilização de tabelas em livros didáticos de matemática do 4º e 5º anos do ensino fundamental. **Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Pernambuco, v. 7, n. 1, p. 1 - 21, 2016.

ARTEAGA, P. **Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores**. 2011. Tesis (Doctorado en Didáctica de la Matemática) – Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Granada, 2011.

BALCAZA, T.; CONTRERAS, A.; FONT, V. Análisis de libros de texto sobre la optimización en el bachillerato. **Bolema**, Rio Claro, v. 31, n. 59, p. 1061-1081, 2017. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n59a11>.

BATANERO, C. Statistical sense in the information society. *En*: VILLALBA, K. O.; ADÚRIZ, A.; GARCÍA, F. J.; LAVONEN, J. (Eds.). *In*: CONGRESO INTERNACIONAL SOBRE EDUCACIÓN Y TECNOLOGÍA EN CIENCIAS. Arequipa. **Proceeding of the Congreso Internacional Sobre Educación y Tecnología en Ciencias**. Arequipa: CEUR-WS, 2019. p. 28–38.

BELLENS, K.; VAN DAMME, J.; DE FRAINE, B.; VAN DEN NOORTGATE, W. The informed choice: The relation between mathematics textbook and educational outcomes in Grade 4. *In*: **European Conference on Educational Research**, 2018, Bolzano. Disponible en: <https://eera-ecer.de/ecer-programmes/conference/23/contribution/43746/>. Acceso: 24 octubre. 2021.

BIVAR, D.; SELVA, A. Analisando atividades envolvendo gráficos e tabelas nos livros didáticos de matemática. *In*: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. **Actas [...]**, 2011. p. 1-12. Disponible en: https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1332/843. Acceso: 24 octubre. 2021.

BISQUERRA, R. **Metodología de la investigación educativa**. Madrid: La Muralla, 2004.

BURGOS, M.; CASTILLO, M. J.; BELTRÁN-PELLICER, P.; GIACOMONE, B.; GODINO, J. D. Análisis didáctico de una lección sobre proporcionalidad en un libro de texto de primaria con herramientas del enfoque ontosemiótico. **Bolema**, Rio Claro, v. 34, n. 66, p. 40 - 68, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n66a03>.

CCSSI. COMMON CORE STATE STANDARDS INITIATIVE. **Common Core State Standards for Mathematics**. Washington: National Governors Association for Best Practices and the Council of Chief State School Officers, 2010.

CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado**. Buenos Aires: Aique, 1991.

- CHICK, H.; PFANNKUCH, M.; WATSON, J. Transnumerative thinking: Finding and telling stories within data. **Curriculum Matters**, Wellington, v. 1, p. 86 - 107, 2005. DOI: <https://doi.org/10.18296/cm.0063>
- CORRAL, Y.; CORRAL, I.; CORRAL, A. F. Procedimientos de muestreo. **Revista ciencias de la educación**, Carabobo, v. 26, n. 46, p. 151 - 167, 2015.
- DÍAZ-LEVICOY, D.; MORALES, R.; LÓPEZ-MARTÍN, M. Tabla estadística en libros de texto chilenos de 1º y 2º año de educación primaria. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 4, n. 7, p. 10 - 39, 2015.
- DÍAZ-LEVICOY, D.; RUZ, F.; MOLINA-PORTILLO, E. Tabla estadística en libros de texto chilenos de tercer año de educación primaria. **Espaço Plural**, Marechal Cândido Rondon, v. 18, n. 36, p. 196 - 218, 2017.
- DUVAL, R. Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. **Educational Studies in Mathematics**, Utrecht, v. 61, p. 103-131, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>.
- ESTRELLA, S. El formato tabular: una revisión de literatura. **Actualidades Investigativas en Educación**, San Pedro Montes de Oca, v. 14, n. 2, p. 1-23, 2014. DOI: 10.15517/AIE.V14I2.14817
- ESTRELLA, S.; MENA-LORCA, A.; OLFOS, R. Naturaleza del objeto matemático Tabla. **Revista Internacional de Investigación en Educación**, Bogotá, v. 10, n. 20, p. 105-122, 2017.
- EVANGELISTA, B.; GUIMARÃES, G. Análise de atividades sobre tabelas em livros didáticos brasileiros dos anos iniciais do Ensino Fundamental. En: CONTRERAS, J. M.; GEA, M. M.; LÓPEZ-MARTÍN, M. M.; MOLINA-PORTILLO, E. (Eds.). **Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística**. Granada, 2019. p. 1-9. Disponible en: <https://www.ugr.es/~fqm126/civeest/evangelista.pdf>. Acceso: 24 octubre. 2021.
- FAN, L.; ZHU, Y.; MIAO, Z. Textbook research in mathematics education: Development status and directions. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, Berlin, v. 45, n. 5, p. 633 – 646, 2013.
- FONT, V.; GODINO, J. D. La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 8, n. 1, p. 67-98, 2006.
- FONT, V.; GODINO, J. D.; GALLARDO, J. The emergence of objects from mathematical practices. **Educational Studies in Mathematics**, Utrecht, v. 82, n. 1, p. 97-124, 2013.
- FRANKLIN, C.; KADER, G.; MEWBORN, D.; MORENO, J.; PECK, R.; PERRY, M.; SCHEAFFER, R. **Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A Pre-K- 12 curriculum framework**. Alexandria: American Statistical Association, 2005.
- GARCÍA-GARCÍA, J.; DÍAZ-LEVICOY, D.; VIDAL, H.; ARREDONDO, E. La tabla estadística en libros de texto de educación primaria en México. **Revista Paradigma**, Maracay, v. 40, n. 2, p. 153-175, 2019.
- GODINO, J. D. Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. **Recherches en Didactiques des Mathematiques**, Lyon, v. 22, n. 2-3, p. 237-284, 2002.
- GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **ZDM. The International Journal on Mathematics Education**, Heidelberg, v. 39, n. 1-2, p. 127-135, 2007.

- GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto-semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics. **For the Learning of Mathematics**, New Westminster, v. 39, n. 1, p. 37- 42, 2019.
- GODINO, J. D; BURGOS, M.; GEA, M. M. Analysing theories of meaning in mathematics education from the onto-semiotic approach. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Londres, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1896042>
- GODINO, J. D.; FONT, V.; WILHELMI, M. R. Análisis de una lección sobre la suma y la resta. **Relime**, Ciudad de México, Especial, p. 131-155, 2006.
- GODINO, J. D.; RECIO, Á. M. Significados institucionales de la demostración. Implicaciones para la educación matemática. **Enseñanza de las ciencias**, Barcelona, v. 19, n.3, p. 405-414, 2001.
- GUIMARÃES, G.; GITIRANA, V.; CAVALCANTI, M.; MARQUES, M. Livros didáticos de matemática nas séries iniciais: análise das atividades sobre gráficos e tabelas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais [...]** Belo Horizonte, 2007. p. 1-17. Disponible en: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/ix_enem/Html/comunicacaoCientifica.html. Acceso: 24 octubre. 2021.
- KEMPEN, L.; BIEHLER, R. Pre-service teachers' perceptions of generic proofs in elementary number theory. En: KRAINER, K.; VONDROVÁ, N. (Eds.). **Proceedings of the CERME 9**. Prague: Charles University, 2015. p. 135-141.
- KOSCHAT, M. A case for simple tables. **The American Statistician**, Londres, v. 59, n. 1, p. 31 - 40, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1198/000313005X21429>.
- LAHANIER-REUTER, D. Différents types de tableaux dans l'enseignement des statistiques. **Spirale-Revue de recherches en éducation**, Marcq-en-Barœul, v. 32, n. 32, p. 143-154, 2003.
- MECD. MINISTERIO DE EDUCACIÓN, CULTURA Y DEPORTE. **Real Decreto 126/2014**, de 28 de febrero de 2014, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. Madrid: MECD, 2014.
- MECD. MINISTERIO DE EDUCACIÓN, CULTURA Y DEPORTE. **Real decreto 1105/2014**, de 26 de diciembre de 2014, por el que se establece el currículo básico de la educación secundaria obligatoria y del bachillerato. Madrid: MECD, 2015.
- NCTM. NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles to actions: Ensuring mathematical success for all**. Reston: The National Council of Teachers of Mathematics, 2014.
- NEUENDORF, K. **The content analysis guidebook**. Londres: Sage, 2016.
- PALLAUTA, J. D.; GEA, M.M.; BATANERO, C. Un análisis semiótico del objeto tabla estadística en libros de texto chilenos. **Zetetiké**, Campinas, v. 18, p. 1-18, 2020. DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v28i0.8656257>
- PLANAS, N.; MORGAN, C.; SCHÜTTE, M. Mathematics education and language: Lessons and directions from two decades of research. En: DREYFUS, T.; ARTIGUE, M.; POTARI, D.; PREDIGER, S.; RUTHVEN K. (Eds.). **Developing research in mathematics education: Twenty years of communication, cooperation and collaboration in Europe**. New York: Routledge, 2018, p. 196-210.



RITTLE-JOHNSON, B.; STAR, J. R. Does comparing solution methods facilitate conceptual and procedural knowledge? An experimental study on learning to solve equations. **Journal of Educational Psychology**, Washington, v. 99, n. 3, p. 561-574, 2007.

SAMPIERI, R. **Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta**. Ciudad de México: McGraw Hill, 2018.

SCHLEPPEGRELL, M. The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: A research review. **Reading and Writing Quarterly**, Londres v. 23, p. 139-159, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1080/10573560601158461>

SPROESSER, U.; KUNTZE, S.; ENGEL, J. Using models and representations in statistical contexts. **Journal für Mathematik-Didaktik**, Berlin, v. 39, n. 2, p. 343-367, 2018.

STAR, J. R. Reconceptualizing procedural knowledge. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 36, p. 404-411, 2005.

STEINBRING, H. What Makes a Sign a Mathematical Sign? – An Epistemological Perspective on Mathematical Interaction. **Educational Studies in Mathematics**, Utrecht, v. 61, p. 133-162, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-006-5892-z>.

VALVERDE, G.; BIANCHI, L.; WOLFE, R.; SCHMIDT, W.; HOUANG, R. **According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks**. Dordrecht: Springer, 2002.

VAN DEN HAM, A. K.; HEINZE, A. Does the textbook matter? Longitudinal effects of textbook choice on primary school students' achievement in mathematics. **Studies in Educational Evaluation**, v. 59, n.1, p. 133-140, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2018.07.005>

WILD, C.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistical Review**, London, v. 67, n. 3, p. 223-248, 1999.

ZAHNER, W.; AQUINO-STERLING, C. R. Are the words as important as the concepts? Using pedagogical language knowledge to expand analysis of mathematics teaching with linguistically diverse students. **Mathematics Education Research Journal**, v. 32, n. 4, p.1-21, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00352-9>.

ZHU, Y.; FAN, L. Focus on the representation of problem types in intended curriculum: A comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States. **International Journal of Science and Mathematics Education**, v. 4, n. 4, p. 609-626, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10763-006-9036-9>.

**Submetido em 14 de Janeiro de 2021.
Aprovado em 16 de Julho de 2021.**

Anexo 1. Libros de texto utilizados en el análisis

Código	Referencia
A1	COLERA, J.; GAZTELU, I.; COLERA R. ESO 1 Matemáticas . Madrid: Anaya, 2016.
A2	COLERA, J.; GAZTELU, I.; COLERA R. ESO 2 Matemáticas . Madrid: Anaya, 2017.
A3AC	COLERA, J.; OLIVEIRA, M.; GAZTELU, I.; COLERA, R. ESO 3 Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas . Madrid: Anaya, 2015.
A3AP	COLERA, J.; OLIVEIRA, M.; GAZTELU, I.; COLERA, R. ESO 3 Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Aplicadas . Madrid: Anaya, 2015.
A4AC	COLERA, J.; OLIVEIRA, M.; GAZTELU, I.; COLERA, R. ESO 4 Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas . Madrid: Anaya, 2016.
A4AP	COLERA, J.; OLIVEIRA, M.; GAZTELU, I.; COLERA, R. ESO 4 Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Aplicadas . Madrid: Anaya, 2016.
E1	MEJÍA D., ROMERO, R.; OCAÑA, J. ESO 1 Matemáticas . Zaragoza: Eldelvives, 2015.
E2	ROMERO, R.; OCAÑA, J.; MEJÍA D. ESO 2 Matemáticas . Zaragoza: Eldelvives, 2016.
E3AC	OCAÑA, J.; ROMERO, R.; MEJÍA, D. Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas 3º ESO . Zaragoza: Eldelvives, 2015.
E3AP	GARCÍA, M.; MUNICIPIO, J.; ORTEGA, P.; VILLAOSLADA, E. Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas 3º ESO . Zaragoza: Eldelvives, 2015.
E4AC	MEJÍA, D.; OCAÑA, J.; ROMERO, R. Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas 4º ESO . Zaragoza: Eldelvives, 2016.
E4AP	GARCÍA, M.; MUNICIPIO, J.; ORTEGA, P. Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas 4º ESO . Zaragoza: Eldelvives, 2016.
S1	ALMODÓVAR, J.; DE LA PRIDA, C.; GAZTELU, A.; GONZÁLEZ, A.; MACHÍN, P.; PÉREZ, C.; SÁNCHEZ, D. Matemáticas Serie Resuelve ESO 1 . Sevilla: Santillana, 2016.
S2	ALMODÓVAR, J.; CUADRADO A.; DÍAZ, L.; DORCE, C.; GÁMEZ, J.; MARÍN, S.; ...SÁNCHEZ, D. Matemáticas Serie Resuelve ESO 2 . Sevilla: Santillana, 2016.
S3AC	DE LA PRIDA, C.; GAZTELU, A.; GONZÁLEZ, A.; MACHÍN, P.; PÉREZ, C.; SÁNCHEZ, D. Matemáticas Serie Resuelve ESO 3 Matemáticas Enseñanzas académicas . Sevilla: Santillana, 2016.
S3AP	DE LA PRIDA, C.; GAZTELU, A.; GONZÁLEZ, A.; PÉREZ, C.; SÁNCHEZ, D. Matemáticas Serie Soluciona ESO 3 Matemáticas Enseñanzas aplicadas . Sevilla: Santillana, 2016.
S4AC	GÁMEZ, J.; GAZTELU, A.; LOYSELE, F.; MARÍN S.; PÉREZ, C.; SÁNCHEZ, D. Matemáticas Serie Resuelve ESO 4 Matemáticas Enseñanzas académicas . Sevilla: Santillana, 2016.
S4AP	PÉREZ, C.; SÁNCHEZ, D.; ZAPATA, A. Matemáticas Serie Soluciona ESO 4 Matemáticas Enseñanzas aplicadas . Sevilla: Santillana, 2016.