Tempo ótimo entre manutenções preventivas para sistemas sujeitos a mais de um tipo de evento aleatório

Wagner Baracho dos Santos
Enrico Antonio Colosimo
Sergio Brandão da Motta

Resumo

Um sistema reparável opera sob uma política de manutenção que especifica reparos preventivos em tempos pré-determinados e reparos mínimos quando ocorre uma falha. O processo de Poisson não-homogêneo é um modelo adequado para as falhas aleatórias que são tratadas por reparo mínimo. Assumindo um único tipo de falha e uma forma paramétrica para a função de intensidade deste processo, pode-se encontrar uma política ótima de manutenção preventiva que minimiza o custo médio por unidade de tempo. Este artigo foi motivado por uma situação envolvendo chaves seccionadoras de uma empresa de energia elétrica. Neste sistema existem dois tipos diferentes de eventos aleatórios, caracterizados por distintas causas de falhas. Uma política ótima de manutenção preventiva é obtida estendendo-se os resultados da situação envolvendo um único evento aleatório.

Palavras-chave: *Lei de potência. Manutenção perfeita. Processo de Poisson não-homogêneo. Reparo mínimo.*

1 *Introdução*

Os últimos anos foram marcados por mudanças radicais nas relações sociais, políticas e econômicas em todos os lugares do mundo. Atuando em mercados competitivos, com mudanças cada vez mais rápidas e significativas, a maioria das empresas é lançada a uma incessante busca por qualidade e produtividade. Neste novo contexto, a área de manutenção dos ativos de produção passou a desempenhar um papel estratégico nas empresas industriais. Como conseqüência, houve uma grande mudança no conceito e na consciência gerencial acerca dos custos e da necessidade de inovações das políticas e procedimentos de manutenção. A manutenção, antes vista como um "mal necessário", passou a ser considerada uma atividade estratégica indispensável à produção, além de ser uma das bases de toda atividade industrial.

O desenvolvimento do modelo tratado neste artigo foi motivado pela necessidade de se determinar políticas de manutenção, baseadas em dados reais relativos aos tempos de falha de equipamentos do sistema de transmissão de energia elétrica da CEMIG (Companhia Energética de Minas Gerais). No atual modelo do setor elétrico brasileiro, as empresas transmissoras de energia elétrica são remuneradas pela disponibilidade de seus equipamentos, sendo as indisponibilidades penalizadas com pesados abatimentos nesta remuneração. Desta forma, ao se adotar uma política de manutenção com manutenções preventivas (MP), é fundamental encontrar o tempo ótimo entre MPs que garanta a maior disponibilidade dos ativos da empresa. Atualmente, o grande desafio dos profissionais que planejam a manutenção é definir quando e que tipo de intervenção deve ser feita em um equipamento. Gilardoni e Colosimo (2007) apresentam uma proposta para estimar o tempo ótimo sob uma política de manutenção preventiva periódica, considerando os custos de manutenções preventivas sistemáticas e de manutenções corretivas decorrentes de um tipo de evento aleatório. Entretanto, em alguns casos o estudo torna-se mais preciso quando se separam os eventos aleatórios em grupos com características distintas e, neste caso, teríamos mais de um tipo de evento aleatório. Um caso muito útil é a caracterização dos tipos de eventos aleatórios, classificando-os pelas suas causas.

Sabe-se que determinadas causas são de fácil detecção e podem ser tratadas por meio de manutenções preventivas baseadas na condição do equipamento. Neste caso, um reparo ou troca de componente só é realizado se for constatada uma anormalidade. Existe um outro grupo de causas que só podem ser identificadas e tratadas por meio de manutenções preventivas realizadas periodicamente com o equipamento fora de operação. Supõe-se que, a longo prazo, o custo de uma manutenção preventiva periódica (baseada no tempo) seja maior do que o custo de uma manutenção baseada na condição, e menor que o custo de reparos realizados após a falha do equipamento. Tal suposição baseia-se tanto em premissas lógicas[1] como na experiência prática dos profissionais de manutenção de equipamentos e instalações do sistema elétrico brasileiro. Desta forma, quando existe diferença considerável nos custos relacionados aos tipos de eventos, esta deve ser considerada. A não observância desta diferença pode conduzir a resultados bastante distorcidos.

O objetivo deste artigo é apresentar uma proposta para estimar um tempo ótimo entre manutenções preventivas que minimiza o custo total com manutenção, tratando de forma separada dois tipos de eventos aleatórios independentes. Esta proposta é facilmente estendida para mais de dois tipos de eventos aleatórios. A Seção 2 resume a base conceitual utilizada no desenvolvimento do modelo. A construção do modelo é apresentada na Seção 3. A Seção 4 apresenta a metodologia estatística utilizada no estudo do conjunto de dados. A Seção 5 apresenta a aplicação da metodologia a um conjunto de dados de chaves seccionadoras da CEMIG, e na Seção 6 são apresentadas algumas considerações finais sobre o modelo e o estudo.

2 *Base conceitual*

Apresenta-se, a seguir, um pequeno resumo da base conceitual utilizada no desenvolvimento do modelo.

2.1 Manutenção

A evolução da manutenção está ligada à própria evolução humana, principalmente à luta para se criar e conservar objetos que permitam um domínio cada vez maior da natureza. Mesmo com o constante avanço tecnológico, tanto os produtos como os equipamentos de produção têm uma duração limitada, e certamente irão falhar em algum momento de suas vidas, daí a importância da manutenção para manter ou recuperar sua funcionalidade.

A manutenção envolve atividades ligadas à correção, prevenção ou predição de falhas. O Novo Dicionário da Língua Portuguesa (FERREIRA, 1984) define genericamente o termo manutenção como "as medidas necessárias para a conservação ou a permanência de alguma coisa ou de alguma situação". A Associação Brasileira de Normas Técnicas (1994) define formalmente a Manutenção como:

> a combinação de todas as ações técnicas e administrativas, incluindo as de supervisão, destinadas a manter ou recolocar um item em um estado no qual possa desempenhar uma função requerida. (NBR 5462, 1994).

No decorrer deste trabalho serão utilizados alguns conceitos básicos relacionados à manutenção de equipamentos. Por isto, será apresentada abaixo, uma descrição sucinta de tais conceitos.

Falha: Término da condição (habilidade) ou a impossibilidade de um item para desempenhar sua função requerida. O aparecimento de uma falha leva o item, invariavelmente, ao estado indisponível, por atuação automática da proteção ou por desligamento da unidade em caráter de emergência.

Defeito: Alteração ou imperfeição do estado de uma instalação/equipamento, não a ponto de causar o término da habilidade em desempenhar a sua função requerida, já que a instalação/equipamento pode operar com restrições. Neste caso, programa-se a realização de uma manutenção preventiva, denominada "manutenção preventiva não sistemática", para evitar que o equipamento chegue a falhar.

Manutenção Corretiva (MC): É a execução de tarefas de manutenção não-planejadas para restaurar as capacidades funcionais de equipamentos ou sistemas falhados. A manutenção corretiva é a forma mais primária e mais cara de manutenção. Apesar disto, torna-se impossível eliminá-la completamente, pois não se pode prever o momento exato em que ocorrerá uma falha que obrigará a uma manutenção corretiva.

Manutenção Preventiva (MP): É a execução de tarefas de manutenção previamente planejadas. É desempenhada para manter um item em condições satisfatórias de operação, através de inspeções sistemáticas, detecção e prevenção de falhas incipientes. Pode ser baseada no tempo ou na condição. Será baseada no tempo quando as atividades para reter as capacidades funcionais dos equipamentos ou sistemas forem planejadas para serem realizadas em pontos específicos no tempo. Será baseada na condição, quando as tarefas forem programadas devido a anormalidades (defeitos) detectados nos equipamentos em operação. Neste caso, ela é conhecida como **manutenção preventiva não-sistemática**. Se as tarefas originam-se do acompanhamento de parâmetros de condição ou desempenho do equipamento em operação, tem-se o tipo mais refinado de manutenção preventiva, também conhecida como Manutenção Preditiva.

Manutenção Perfeita: É quando no ato da manutenção, além de reparar componentes do equipamento falhados ou com iminência de falha, atua-se também nos com potencialidade de falha. Nestes componentes são realizados testes assegurando o seu funcionamento como um novo, ou providenciando sua substituição. Observa-se neste caso que, ao final da manutenção o equipamento estará tão bom quanto novo ("*as good as new*"), em termos de probabilidade de falha.

Reparo Mínimo: Restaura o equipamento ao estado em que se encontrava imediatamente antes da falha ("*as bad as old*"). Neste caso, atua-se somente na parte defeituosa do equipamento, substituindo-a ou restaurando a sua condição original de funcionamento. O reparo ou substituição do componente defeituoso é realizado conforme critérios técnicos rigorosos, mas por se tratar de uma intervenção pontual, não introduz melhoria no equipamento, que continua com a mesma probabilidade de falha que tinha antes de falhar.

2.2 Processo de Poisson

O Poisson é um processo de contagem de eventos, que pode ser definido como sendo uma coleção de variáveis aleatórias independentes $N(t)$, com $t \geq 0$, em que $N(t)$ é o número de eventos no intervalo $(0,t]$. $N(t)$, é caracterizado por incrementos independentes e pela sua função de intensidade, que apresenta a seguinte forma,

$$I(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P[N(t, t + \Delta t] = 1]}{\Delta t} \tag{1}$$

O Processo de Poisson é chamado de Processo de Poisson Homogêneo (PPH), quando a função intensidade $I(t)$ é constante. Pode-se dizer, neste caso, que o processo possui incrementos estacionários. Quando a função intensidade depende do tempo, tem-se a classe mais geral dos processos de contagem; denominada Processo de Poisson Não-Homogêneo (PPNH). Maiores informações sobre o Processo de Poisson podem ser obtidos em Gut (1995).

O Processo de Poisson Não-Homogêneo (PPNH) possui um papel fundamental para modelar a ocorrência de eventos aleatórios sob um reparo mínimo (ASCHER; FEINGOLD, 1984). Um PPNH é freqüentemente especificado pelo número médio de eventos em $(0,t]$, que é dado por:

$$M(t) = E(N(t)) = \int_0^t I(u)\,du \tag{2}$$

Várias formas paramétricas para $I(t)$ são utilizadas na literatura, destacando-se a Lei de Potência proposta por Crow (1974), que tem a forma $I(t) = \beta t^{(\beta-1)}/\alpha^{\beta}$ e a log-linear que tem a forma $I(t) = exp(\alpha + \beta t)$. Outras formas podem ser encontradas em Puccini (2001). A função de lei de potência é a utilizada neste artigo devido ao seu destaque na área. Generalizações destes modelos podem ser encontradas em Tomazella (2003). Os métodos estatísticos são apresentados na Seção 4.

3 *Função custo e tempo ótimo entre MP*

3.1 Introdução

A função custo representa o valor médio com manutenção por unidade de tempo, e é composta por uma parte determinística relacionada aos custos com MP periódica e outra aleatória relacionada aos custos dos reparos mínimos.

Considere t_{MP} o intervalo de tempo entre duas MP consecutivas e suponha que:

i. o tempo de reparo é desprezível quando comparado com os tempos entre eventos;
ii. a MP é perfeita. Ou seja, ela retorna o sistema à condição de tão bom quanto novo; e
iii. em caso de falha entre as MPs, é dado um reparo mínimo. Ou seja, este reparo mantém o sistema na condição de tão ruim quanto velho.

O intervalo de tempo $(0,t]$ pode ser decomposto em subintervalos da seguinte forma:

$$(0,t] = (0, 1t_{MP}] \cup (1t_{MP}, 2t_{MP}] \cup ... \cup ((m-1)\, t_{MP}, m\, t_{MP}] \cup (m\, t_{MP}, t] \tag{3}$$

sendo m o maior inteiro menor ou igual a t/t_{MP}. A Figura 1 ilustra a decomposição do intervalo $(0,t_{MP}]$.

A seguir, o tempo ótimo de MP é apresentado na Seção 3.2 para um único evento aleatório, e na Seção 3.3 para dois eventos.

3.2 Tempo ótimo para o caso de um único evento

No caso de um único evento aleatório, tem-se que o custo médio com manutenção no intervalo de $(0,t]$ é dado por:

$$C_{(0,t]}(t_{MP}) = m\{C_{MP} + C_{MC}E(N_{t_{MP}}(0,t_{MP}])\} + R \tag{4}$$

em que C_{MP} é o custo unitário com MP, C_{MC} é o custo unitário médio com um reparo mínimo, $E(N_{t_{MP}}(0,t_{MP}])$ é o número esperado de eventos no intervalo $(0, t_{MP}]$ e $R = C_{MC}E(N_{t_{MP}}(0,t - mt_{MP}])$ é o custo associado ao último intervalo considerado.

Quando t vai para infinito, o custo total $C_{(0,t]}(t_{MP})$ também vai para infinito. Tomando-se o limite da razão do custo total pelo tempo, com $t \to \infty$, tem-se:

$$H_{(0,t]}(t_{MP}) = \lim_{t \to \infty} \frac{C_{(0,t]}(t_{MP})}{t} \tag{5}$$

Na Equação 5, $H_{(0,t]}(t_{MP})$ representa o custo médio por unidade de tempo. $H_{(0,t]}(t_{MP})$ significa, por exemplo,

Figura 1. Decomposição do intervalo de tempo observado $(0, t]$.

o custo médio anual com manutenção se t for medido em anos. O problema, então, se resume em encontrar o mínimo da função custo para uma política que determina manutenções preventivas a cada t_{MP} unidades de tempo. Para t suficientemente grande, pode-se dizer que $t \approx mt_{MP}$, e neste caso, $R \to 0$. Sendo assim, reescreve-se (5) da seguinte forma:

$$H_{(0,\,t]}(t_{MP}) = \frac{1}{t_{MP}}\left\{C_{MP} + C_{MC}E\left(N_{t_{MP}}(0, t_{MP}]\right)\right\} \tag{6}$$

$$= \frac{1}{t_{MP}}\left[C_{MP} + C_{MC}\int_0^{t_{MP}} I(u)\,du\right]$$

Derivando-se (6) com respeito ao t_{MP} tem-se:

$$\frac{dH}{dt_{MP}} = \frac{1}{t_{MP}^2}\left[C_{MC}t_{MP}I(t_{MP}) - C_{MC}\int_0^{t_{MP}} I(u)\,du - C_{MP}\right] \tag{7}$$

Igualando-se a Equação 7 a zero, encontra-se o ponto crítico da função custo t_{OT}, expresso através da razão:

$$\frac{C_{MP}}{C_{MC}} = t_{OT}I(t_{OT}) - \int_0^{t_{OT}} I(u)\,du = \int_0^{t_{OT}} uI'(u)\,du \tag{8}$$

Neste caso, se a função custo possuir um ponto de mínimo t_{OT}, este é o tempo entre MPs que minimiza o custo (tempo ótimo). Desta maneira, uma vez conhecido o valor da razão C_{MP} / C_{MC}, utilizando o processo de Lei de Potência para $I(t)$ na Equação 8 e resolvendo-se a integral, obtém-se o tempo ótimo entre as manutenções preventivas, dado por:

$$t_{OT} = \alpha\left[\frac{C_{MP}}{C_{MC}}\frac{1}{(\beta - 1)}\right]^{1/\beta} \tag{9}$$

O estimador de t_{OT} é obtido estimando os parâmetros de $I(t)$ (α, β) e substituindo-os na Equação 9. O método de máxima verossimilhança é utilizado para esta finalidade e apresentado na Seção 4.

3.3 Tempo ótimo para o caso de dois eventos aleatórios

Considera-se, que além de MP, ocorram dois tipos de eventos aleatórios. Os casos em que o reparo mínimo está relacionado a mais de um tipo de evento aleatório não são raros. Suponha, por exemplo, o caso de equipamentos em funcionamento que passam por inspeções periódicas, e que se detectada alguma anormalidade, uma manutenção é programada para corrigi-los. O custo referente à correção desta anormalidade, que será chamada de defeito, não deve ser tratado simplesmente como um custo usual de reparo mínimo, uma vez que a falha no equipamento de fato não ocorreu. O custo em questão seria decorrente de um evento aleatório e teria características bem distintas das falhas, que geralmente são bem maiores. A seguir, é apresentada uma proposta para estimar o tempo ótimo entre manutenções preventivas, considerando o custo com MP e os custos com reparo mínimo decorrentes de dois tipos de eventos aleatórios independentes, neste caso, falha e defeito.

Suponha que o evento aleatório do tipo 1 refere-se aos defeitos, e o do tipo 2, às falhas. A mesma metodologia pode ser facilmente estendida para mais de dois tipos de eventos aleatórios independentes. Para simplificar a notação, a partir daqui, os tipos de eventos relacionados a defeitos e falhas são referenciados como eventos dos tipos 1 e 2, respectivamente. Considera-se que os eventos do tipo 1 e 2 são independentes e ocorram segundo um Processo de Poisson Não-Homogêneo (PPNH). Sejam:

- C_1: o custo unitário de cada reparo mínimo devido ao evento do tipo 1;
- I_1 (t): a intensidade de ocorrência do evento do tipo 1;
- C_2: o custo unitário de cada reparo mínimo devido ao evento do tipo 2; e
- I_2 (t): a intensidade de ocorrência do evento do tipo 2.
- Os eventos dos tipos 1 e 2 são independentes.

Utilizando-se a mesma metodologia empregada para encontrar (5), encontra-se a função custo, que trata separadamente os custos decorrentes de dois tipos de eventos aleatórios. A função de custo é então dada por:

$$H_{(0,\,t]}(t_{MP}) = \frac{1}{t_{MP}}\left[C_{MP} + C_1\int_0^{t_{MP}} I_1(u)\,du + C_2\int_0^{t_{MP}} I_2(u)\,du\right] \tag{10}$$

Igualando-se a derivada da função (10) a zero, encontra-se o tempo entre manutenções preventivas que minimiza o custo (tempo ótimo). Este valor é a solução da seguinte equação:

$$C_{MP} = C_1\int_0^{t_{OT}} uI'_1(u)\,du + C_2\int_0^{t_{OT}} uI'_2(u)\,d \tag{11}$$

Quando os dois tipos de eventos aleatórios possuem funções de intensidade e lei de potência dadas por I_1 (t, α_1, β_1) e I_2 (t, α_2, β_2), o tempo ótimo entre manutenções preventivas é o valor de t_{OT} que satisfaz a seguinte equação:

$$C_{MP} = C_1(\beta_1 - 1)\left(\frac{t_{OT}}{\alpha_1}\right)^{\beta_1} + C_2(\beta_2 - 1)\left(\frac{t_{OT}}{\alpha_2}\right)^{\beta_2} \tag{12}$$

No caso de ambas possuírem parâmetros de forma iguais ($\beta_1 = \beta_2$), diferenciando-se apenas no parâmetro de escala, o tempo ótimo tem solução analítica dada por:

$$t_{OT} = \left\{ \frac{C_{MP}}{(\beta - 1)\left[C_1 \left(\frac{1}{\alpha_1} \right)^{\beta} + C_2 \left(\frac{1}{\alpha_2} \right)^{\beta} \right]} \right\}^{1/\beta} \tag{13}$$

Em caso contrário ($\beta_1 \neq \beta_2$), a expressão para o tempo ótimo não oferece uma solução analítica. Desta forma, é necessário um método numérico, do tipo do de Newton-Raphson, para poder encontrar uma solução.

4 *Metodologia estatística*

O método de máxima verossimilhança (MV) é utilizado a fim de estimar o t_{OT} para um ou mais sistemas idênticos, sob uma determinada política de MP com modos de falha segundo um PPNH. Existem duas formas de se observar dados de um sistema reparável: 1) truncado por falha, quando se pára de observar o sistema após a um número pré-especificado de falhas ou 2) truncado por tempo, quando se pára de observar o sistema em um tempo pré-determinado. Suponha inicialmente uma situação envolvendo somente um único tipo de evento aleatório. A função de verossimilhança para um PPNH (RIGDON; BASU, 2000), baseado em uma amostra de k sistemas em que cada um apresenta n_i falhas e acompanhado por um período $(0, T_i]$ (truncado por tempo), é dada por:

$$L(\alpha, \beta) = \prod_{i=1}^{k} \left\{ \left[\prod_{j=1}^{n_i} I(t_{ij}) \right] e^{-\int_0^{T_i} I(u)\, du} \right\} \tag{14}$$

em que t_{ij}, é a j-ésima falha (reparo mínimo) do i-ésimo sistema. Se o sistema for truncado por falha, basta substituir T_i por t_{in_i}. Substituindo a intensidade de recorrências pela Lei de Potências na Equação 14, obtém-se:

$$L(\alpha, \beta) = \beta^{\sum_{i=1}^{k} n_i} \alpha^{-\beta \sum_{i=1}^{k} n_i} \left[\prod_{i=1}^{k} \prod_{j=1}^{n_i} t_{ij} \right]^{\beta - 1} e^{-\sum_{i=1}^{k} \left(\frac{T_i}{\alpha} \right)^{\beta}} \tag{15}$$

As EMV são:

$$\hat{\beta} = \frac{N}{\left(\frac{N}{\sum_{i=1}^{k} T_i^{\hat{\beta}}} \right) \sum_{i=1}^{k} T_i^{\hat{\beta}} \log T_i - \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} \log t_{ij}} \tag{16}$$

e

$$\hat{\alpha} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{k} T_i^{\hat{\beta}}}{N} \right)^{1/\hat{\beta}}$$

O intervalo de confiança para o t_{OT} é construído a partir das propriedades para grandes amostras dos EMV (COX; HINKLEY, 1974). Os passos para a obtenção deste intervalo de confiança são mostrados no Apêndice. No caso de mais de um evento aleatório, as estimativas dos parâmetros são obtidas de forma separada, utilizando-se as Equações 16, pois as funções de intensidade são independentes. A construção do intervalo de confiança para o t_{OT} é mais trabalhosa, pois esta quantidade depende de todos os parâmetros. Os passos para a obtenção deste intervalo de confiança também são mostrados no Apêndice - para o caso de dois eventos aleatórios.

5 *Exemplo numérico*

O objetivo desta seção é aplicar os métodos propostos neste artigo em um conjunto de dados reais relativos a chaves seccionadoras da área de transmissão da CEMIG (Companhia Energética de Minas Gerais). Os passos do processo de determinação da freqüência ótima de manutenções preventivas em função do custo são os seguintes:

1) Separação dos subconjuntos de eventos, caso ocorra mais de um tipo de evento aleatório no equipamento para o qual se deseja determinar a freqüência de manutenções preventivas;
2) Verificação da existência de tendência de crescimento ou de diminuição do número de eventos ao longo do tempo[2], por meio de gráficos da função de média acumulada dos eventos (MEEKER; ESCOBAR, 1998);
3) Estimativa dos parâmetros pelo processo de Lei de Potências;
4) Cálculo do custo médio da ação de manutenção, para cada tipo de evento aleatório; e
5) Estimativa do tempo ótimo entre manutenções preventivas, utilizando a equação de custo de MP do modelo.

Foram estudadas 468 chaves seccionadoras. Neste período, ocorreram 109 eventos, sendo 73, manutenções preventivas. Assumindo-se, que a MP é perfeita para as causas de eventos consideradas, o equipamento que passa por uma MP antes do final do estudo deve ser contado como um novo equipamento. Por exemplo, um equipamento que falhou no tempo 3 meses, passou por uma MP no tempo 12 meses e foi truncado por tempo no final do período de observação (31,40 meses), foi computado da seguinte forma:

- equipamento 1 falhou no tempo 3 meses e foi truncado no tempo 12 meses; e
- equipamento 2 foi truncado no tempo 19,40 (31,40-12) meses.

Como nenhum equipamento passou por mais de uma MP, na prática foram considerados 541 = 468 + 73 equipamentos distintos. Destes equipamentos, 325 deles foram truncados no tempo sem nenhuma ocorrência. Após cada falha ou defeito constatado nas inspeções periódicas, o equipamento passa por um reparo mínimo que deixa o equipamento, em termos de confiabilidade, na situação em que se encontrava imediatamente antes do evento. O conjunto de dados foi separado em dois subconjuntos, considerando-se as causas que originaram os eventos. Os dois subconjuntos foram formados da seguinte forma:

1. **G1** - Subconjunto de dados com todas as chaves seccionadoras, todas as MP e os eventos relacionados a causas detectáveis por inspeção visual, análise de óleo ou termovisão (MP baseada na condição). Para este grupo de eventos, espera-se um custo médio de reparo mais baixo, uma vez que as anormalidades detectadas podem ser reparadas antes de evoluírem para a falha. Muitos destes reparos podem ser realizados com o equipamento em operação; e
2. **G2** - Subconjunto de dados com todas as chaves seccionadoras, todas as MP e os eventos relacionados a causas detectáveis somente através de uma MP. Neste caso, a única alternativa à MP é o equipamento deteriorar até falhar. O custo médio de reparo relacionado a este tipo de evento geralmente é mais elevado do que o anterior.

O resumo descritivo dos dados é apresentado na Tabela 1.

A prática de manutenção preventiva periódica só se justifica quando a função de intensidade é crescente. A avaliação da tendência da função de intensidade pode ser feita através do gráfico da Função de Média Acumulada (FMA) (MEEKER; ESCOBAR, 1998).

As Figuras 2, 3 e 4 apresentam as FMA para o banco completo, o banco com os eventos de G1 e o banco com os eventos de G2, respectivamente.

Percebe-se na Figura 2 uma tendência de crescimento da intensidade de recorrências, o que justifica a adoção de uma política de MP. A Figura 3 mostra que o grupo G1 apresenta uma intensidade discretamente crescente, enquanto a Figura 4 mostra uma forte tendência de crescimento da intensidade do grupo G2.

Para o conjunto de dados completos, a estimativa para β é 1,2 com IC (95%; β) = (1,02; 1,47). Estes valores confirmam a tendência de crescimento da intensidade de recorrência, o que pode justificar a adoção de uma política de manutenção com MPs periódicas. As estimativas dos parâmetros para os grupos G1 e G2 estão apresentadas na Tabela 2.

A Tabela 3 apresenta os custos médios da ação de manutenção para cada tipo de causa de eventos.

Utilizando-se as estimativas apresentadas na Tabela 2 e os custos apresentados na Tabela 3, obtém-se a estima-

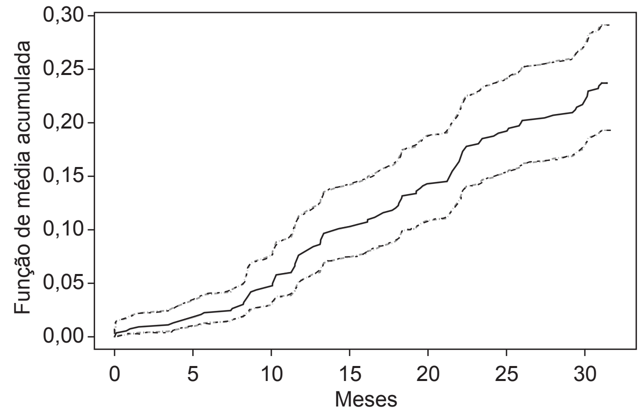

Figura 2. FMA – Banco completo.

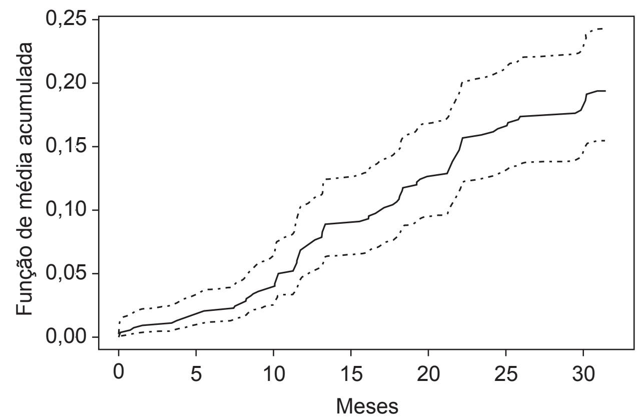

Figura 3. FMA – G1.

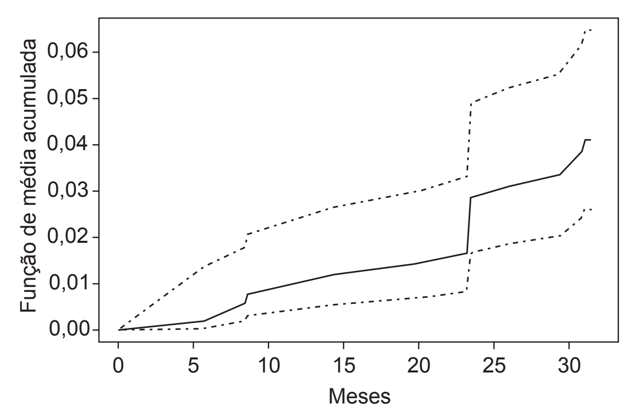

Figura 4. FMA – G2.

Tabela 1. Eventos de interesse por conjunto de dados.

Conjunto de dados	Número de eventos	Número médio de eventos por chave
G1	90	0,192
G2	19	0,406
Total	109	0,233

Tabela 2. Estimativas dos parâmetros.

Parâmetros	G1	G2
α	131,297	143,652
β	1,143	2,063
IC (95%; β)	[0,916; 1,370]	[1,183; 2,944]

Tabela 3. Custos de manutenção.

Manutenção	Valor (Reais)
G1	1000
G2	1500
MP (C_{MP})	1300

tiva de t_{OT} igual 123 meses, com IC (95%; t_{OT}) = (4 ; 243) meses.

Observa-se neste caso, que o valor da estimativa pontual de t_{OT} é bem maior que o intervalo de tempo sob observação (31,40 meses). A escolha do processo de lei de potência para a modelagem dos dados foi baseada na comparação da função da média acumulada empírica com as curvas das intensidades acumuladas. Esta verificação gráfica foi realizada no período de 31,40 meses. Desta forma, a conclusão imediata que se pode tirar deste resultado é que o tempo entre MP tende a ser bem maior que o tempo observado. À medida que mais informações forem sendo incorporadas ao conjunto de dados, novas análises deverão ser feitas para avaliar esta estimativa.

A grande amplitude do intervalo de confiança de t_{OT} reflete a incerteza deste resultado, devido ao pequeno período de acompanhamento e às características dos custos de manutenção das chaves seccionadoras. Estes custos de MP são muito próximos dos custos dos reparos. Isto não é comum quando se tratam de outros equipamentos dos sistemas elétricos de potência, tais como: os transformadores, reatores e capacitores. Estes equipamentos, além de possuírem custos de reparos significativamente maiores do que os custos de manutenção preventiva, são penalizados com grandes perdas de receitas devido aos tempos de indisponibilidade para reparos. Um estudo de um conjunto de dados relativos aos equipamentos do sistema de transmissão de energia elétrica, que estão sujeitos a perdas significativas de receitas devido a indisponibilidades não deve negligenciar este acréscimo no custo.

A Tabela 4 apresenta os valores do tempo ótimo para este mesmo conjunto de dados, considerando-se diversos valores para C_{MP} e reparos dos eventos de G1 e G2. Observa-se, que a periodicidade de MP diminui à medida que os custos de G1 e G2 crescem em relação ao de MP. Além disto, as amplitudes dos intervalos de confiança decrescem com o aumento dos custos de G1 e G2.

6 *Considerações finais*

A maior parte da literatura sobre Confiabilidade trata de sistemas não-reparáveis, embora a maioria dos sistemas existentes no "mundo real" seja reparável. Asher e Feingold (1984) dizem que "a confiabilidade de sistemas reparáveis tem sido um 'filho adotivo' largamente ignorado no campo da confiabilidade". Existe farto material sobre confiabilidade de produtos, na perspectiva dos fabricantes, mas pouca coisa sobre confiabilidade de itens em operação, na perspectiva da manutenção. Kececioglu (1995) apresenta vários modelos para estimar os tempos entre inspeções e o tempo ótimo para substituição de equipamentos danificados. Mas estes modelos apresentam alguns inconvenientes, tais como: fundamentam-se na hipótese exponencial e no pressuposto da "curva da banheira" (sem verificar se existe ou não tendência de crescimento da intensidade de falhas ao longo do tempo de vida dos equipamentos), e não utilizam processos de contagem de falhas.

Tabela 4. Outros valores de custos.

Custos			Estimativas	
G1	G2	C_{MP}	t_{OT}	IC
1	1,5	1	123	(4; 243)
5	3	1	67	(20;114)
3	5	1	58	(20; 97)
30	15	1	23	(8; 40)
15	30	1	22	(14; 31)
30	0	1	36	(0; 90)
0	30	1	26	(16; 38)

A proposta de estimativa do tempo ótimo entre MP apresentada levou em consideração, além dos aspectos citados acima, a diferença existente entre os custos de manutenção relacionados às causas que originaram o evento. Algumas causas estudadas podiam ser detectadas por meio de inspeções realizadas com o equipamento ligado (G1), e reparadas antes da falha do equipamento. As outras causas tratadas neste estudo (G2) só podiam ser descobertas e reparadas antes de evoluírem para falha, por intermédio de MP periódica realizada com o equipamento desligado. A MP periódica, relacionada ao G2, é, via de regra, mais onerosa do que as tarefas de manutenção baseadas na condição relativa ao G1. Em ambos os casos os custos de manutenção seriam bem mais altos se os sintomas (defeitos) não tivessem sido detectados e reparados antes de evoluírem para falhas.

O tratamento conjunto de todas as causas que originaram os eventos não permitiria captar a diferença existente nos custos. A relevância desta diferenciação torna-se ainda mais significativa quando existem penalizações pela indisponibilidade do equipamento. Neste caso, uma análise conjunta pode conduzir a resultados bastante distorcidos.

O modelo é aplicável a qualquer tipo de equipamento industrial reparável, que apresente tendência de crescimento da intensidade de falhas ao longo do tempo. Os melhores resultados deverão ser obtidos nos casos de equipamentos cujas indisponibilidades estejam associadas tanto aos custos de reparo, quanto às perdas de produção ou de receitas.

Optimal maintenance time for repairable systems in more than one type of failure

Abstract

A repairable system operates under a maintenance strategy that calls for complete preventive repair actions at pre-scheduled times and minimal repair actions whenever a failure occurs. Under minimal repair, failures are modeled according to a non-homogeneous Poisson process. When the intensity function is assumed to grow proportional to a power of time, this process is called the Power Law Process. The motivation for this paper was a maintenance data set related to power switch disconnectors. Two different types of failures could be observed for these systems according to their causes. The major differences between these types of failures are their costs. Assuming that the system will be in operation for an infinite time, we found the expected cost per unit of time for each preventive maintenance policy and hence obtained the optimal strategy as a function of the intensity function of the process. Large sample procedures to estimate the optimal maintenance check points for the Power Law Process are also discussed. The results are applied in the power switch disconnector data set.

Keywords: *Minimal repair. Poisson process. Power Law Process. Switch disconnectors.*

Notas

1 Supõe-se, que em relação à MP baseada no tempo, o custo da manutenção preventiva sob condição seja menor, porque determina intervenções programadas apenas nos componentes com risco iminente de falha, e que o custo da manutenção após a falha seja maior, porque, dado o seu caráter intempestivo, a intervenção é feita sem planejamento e sem garantia de ser realizada com a logística mais adequada.

2 Se existir tendência de crescimento, uma política de manutenção preventiva é aplicável.

Referências bibliográficas

ASCHER, H.; FEINGOLD, H. **Repairable Systems Reliability: Modelling, Inference, Misconception and their Causes.** New York: Marcel Dekker, 1984. 223 p.

CORDEIRO, G. M. **A Teoria da Verossimilhança**. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Estatística, 10º SINAPE, 1992. 163 p.

COX, D. R.; HINKLEY, D. U. **Theoretical Statistics**. London: Chapman and Hall, 1974. 532 p.

CROW, L. R. Reliability Analisys for Complex Systems. In: F. PROSCHAN; J. SERFLING (eds) **Reliability and Biometry**, USA. p. 379-410, 1974.

FERREIRA, A. B. H. **Novo Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1984. 1499 p.

FREITAS, M. A.; COLOSIMO, E. A. **Confiabilidade: Análise de Tempo de Falha e Testes de Vida Acelerados.** Belo Horizonte: Fundação Christiano Ottoni, série Ferramentas da Qualidade n. 12, p. 309, 1997.

GILARDONI, G.; COLOSIMO, E. A. Optimal Maintenance Time for Repairable Systems. **Journal of Quality and Technology**, v. 39, n. 1, p. 48-54, 2007.

GUT, A. **An Intermediate Course in Probability**. New York: Springer-Verlag, 1995. 296 p.

KECECIOGLU, D. **Maintainability, Availability and Operational Readness Engineering.** New Jersey: Prentice Hall, 1995. 441 p.

MEEKER, W. Q.; ESCOBAR, L. **A Statistical Methods for Reliability Data.**, New York: John Wily and Sons, 1998. 680 p.

PUCCINI, G. A Bounded Intensity Process for the Reliability of Repairable Systems. **Journal of Quality and Technology**, v. 33, n. 4, p. 480-492, 2001.

RIGDON, S. E.; BASU, A. P. **Statistical Methods for the Reliability of Repairable Systems**. John Wiley and Sons, New York, 2000. 281 p.

TOMAZELLA, V. L. D. **Modelagem de dados de eventos recorrentes via processo de Poisson com termo de fragilidade.** Tese de doutorado defendida no ICMC, USP (www.teses.usp.br), 2003.

Apêndice

Construção de intervalo de confiança para o tempo ótimo.

Caso 1. Um único evento aleatório

Sendo θ o vetor dos parâmetros, um intervalo com $(1-\alpha)100\%$ de confiança para θ é dado por:

$$IC = \hat{\theta} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{V}ar\left(\hat{\theta}\right)} \quad (1)$$

em que a variância é dada por:

$$Var\left(\hat{\theta}\right) \approx -\left[E\left(\Im(\theta)\right)\right]^{-1} \quad (2)$$

sendo $\Im(\theta)$ a matriz de derivadas segundas de $l(\theta)$ com respeito aos respectivos parâmetros (COX; HINKLEY, 1974; CORDEIRO, 1992).

A propriedade de invariância do EMV garante que sendo t_{OT} função dos parâmetros α e β, o EMV de t_{OT} é igual a $g\left(\hat{\alpha},\hat{\beta}\right)$ sendo $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ EMV. O intervalo de $(1-\alpha)100\%$ de confiança para t_{OT} é dado por:

$$IC = \hat{t}_{OT} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{V}ar\left(\hat{t}_{OT}\right)} \quad (3)$$

em que a variância de $\hat{t}_{OT}$ é estimada utilizando o método delta (FREITAS; COLOSIMO, 1997). Neste caso, tem-se que:

$$Var\left(t_{OT}\right) = Var\left(\hat{\alpha}\right)\left(\frac{\partial t_{OT}}{\partial \alpha}\right)^2 + Var\left(\hat{\beta}\right)\left(\frac{\partial t_{OT}}{\partial \beta}\right)^2 + 2\,\mathrm{cov}\left(\hat{\alpha},\hat{\beta}\right)\left(\frac{\partial t_{OT}}{\partial \alpha}\,\frac{\partial t_{OT}}{\partial \beta}\right) \quad (4)$$

Em alguns casos, não é possível encontrar o estimador dos parâmetros de forma analítica. Uma solução pode ser obtida através do método numérico de Newton-Raphson.

Caso 2. Dois eventos aleatórios

Sendo $\hat{\theta} = (\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$ os EMV, $\hat{t}_{OT}$ também é EMV. Para construir um intervalo de confiança para t_{OT}, obtém-se a $Var\left(\hat{t}_{OT}\right)$ através do método delta. Como conseqüência da suposição de independência entre os dois tipos de eventos aleatórios (1 e 2), a matriz de informação é bloco diagonal e pode ser representada por:

$$\Im(\theta) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 l}{\partial \alpha_1^2} & \dfrac{\partial^2 l}{\partial \alpha_1 \partial \beta_1} \\ \dfrac{\partial^2 l}{\partial \alpha_1 \partial \beta_1} & \dfrac{\partial^2 l}{\partial \beta_1^2} \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 l}{\partial \alpha_2^2} & \dfrac{\partial^2 l}{\partial \alpha_2 \partial \beta_2} \\ \dfrac{\partial^2 l}{\partial \alpha_2 \partial \beta_2} & \dfrac{\partial^2 l}{\partial \beta_2^2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Neste caso, a aplicação do método delta é dada por:

$$Var\left(\hat{t}_{OT}\right) = Var\left(\hat{\alpha}_1\right)\left(\frac{\partial t_{OT}}{\partial \alpha_1}\right)^2 + Var\left(\hat{\beta}_1\right)\left(\frac{\partial t_{OT}}{\partial \beta_1}\right)^2 + 2\,\mathrm{cov}\left(\hat{\alpha}_1,\hat{\beta}_1\right)\frac{\partial t_{OT}}{\partial \alpha_1}\frac{\partial t_{OT}}{\partial \beta_1} + Var\left(\hat{\alpha}_2\right)\left(\frac{\partial t_{OT}}{\partial \alpha_2}\right)^2 + Var\left(\hat{\beta}_2\right)\left(\frac{\partial t_{OT}}{\partial \beta_2}\right)^2 + 2\,\mathrm{cov}\left(\hat{\alpha}_2,\hat{\beta}_2\right)\frac{\partial t_{OT}}{\partial \alpha_2}\frac{\partial t_{OT}}{\partial \beta_2} \quad (6)$$

As derivadas de (6) com respeito a α_1, α_2, β_1 e β_2 são dadas por:

$$\frac{\partial t_{OT}}{\partial \alpha_1} = \frac{C_1\beta_1(\beta_1 - 1)\alpha_1^{-(\beta_1+1)}t_{OT}^{(\beta_1)}}{C_2\beta_2(\beta_2 - 1)\alpha_2^{(-\beta_2)}t_{OT}^{(\beta_2-1)} + C_1\beta_1(\beta_1 - 1)\alpha_1^{(-\beta_1)}t_{OT}^{(\beta_1-1)}} \quad (7)$$

$$\frac{\partial t_{OT}}{\partial \alpha_2} = \frac{C_2\beta_2(\beta_2 - 1)\alpha_2^{-(\beta_2+1)}t_{OT}^{(\beta_2)}}{C_2\beta_2(\beta_2 - 1)\alpha_2^{(-\beta_2)}t_{OT}^{(\beta_2-1)} + C_1\beta_1(\beta_1 - 1)\alpha_1^{(-\beta_1)}t_{OT}^{(\beta_1-1)}} \quad (8)$$

$$\frac{\partial t_{OT}}{\partial \beta_1} = -\left[\frac{C_1\alpha_1^{(-\beta_1)}t_{OT}^{(\beta_1)}\left[1 - \beta_1\log(\alpha_1) + \log(\alpha_1) + \beta_1\log(t_{OT}) - \log(t_{OT})\right]}{C_2\beta_2\alpha_2^{(-\beta_2)}(\beta_2 - 1)t_{OT}^{(\beta_2-1)} + C_1\beta_1\alpha_1^{(-\beta_1)}(\beta_1 - 1)t_{OT}^{(\beta_1-1)}}\right] \quad (9)$$

$$\frac{\partial t_{OT}}{\partial \beta_2} = -\left[\frac{C_2\alpha_2^{(-\beta_2)}t_{OT}^{(\beta_2)}\left[1 - \beta_2\log(\alpha_2) + \log(\alpha_2) + \beta_2\log(t_{OT}) - \log(t_{OT})\right]}{C_2\beta_2\alpha_2^{(-\beta_2)}(\beta_2 - 1)t_{OT}^{(\beta_2-1)} + C_1\beta_1\alpha_1^{(-\beta_1)}(\beta_1 - 1)t_{OT}^{(\beta_1-1)}}\right] \quad (10)$$

Sobre os autores

Wagner Baracho dos Santos
Sergio Brandão da Motta

Companhia Enérgetica de Minas Gerais – CEMIG, Geração e Transmissão S.A., Engenharia de Manutenção da Transmissão, Av. Barbacena, 1200, 13º andar, Ala B2, CEP 30190-131, Belo Horizonte, MG, Brasil,
e-mail: wbaracho@cemig.com.br, sergiob@cemig.com.br

Enrico Antonio Colosimo

Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG, Departamento de Estatística, Instituto de Ciências Exatas, Campus Pampulha, Pampulha, CEP 31270-901, Belo Horizonte, MG, Brasil
e-mail: enricoc@est.ufmg.br

Agradecimentos: À editora e a dois revisores cujas sugestões melhoraram a qualidade do artigo e também às valiosas sugestões do Prof. Gustavo L. Gilardoni do departamento de Estatística da Universidade de Brasília. A pesquisa de Enrico Colosimo foi parcialmente financiada pelo CNPq (bolsa de pesquisa 300582/2003-0).

Recebido em 06/3/2006
Aceito em 13/12/2006