

## Métodos diretos de determinação do coeficiente de dispersão longitudinal em cursos d'água naturais

### Parte 1 - Fundamentos teóricos

Antenor Rodrigues Barbosa Júnior

*Prof. Dr., Departamento de Engenharia Civil - Escola de Minas / UFOP.  
E-mail: barbosa@em.ufop.br*

Gilberto Queiroz da Silva

*Prof. MSc., Departamento de Engenharia Civil - Escola de Minas / UFOP.*

Betânia Vilas Boas Neves

*Graduanda em Engenharia Civil - Escola de Minas / UFOP.*

Julimara Alves Devens

*Graduanda em Engenharia Civil - Escola de Minas / UFOP.*

## Resumo

O transporte e a dispersão de poluentes em cursos d'água naturais são normalmente descritos por um modelo unidimensional, na forma da equação diferencial conhecida como equação da advecção-dispersão, deduzida a partir de um balanço de massa, onde os fluxos são regidos pela lei de Fick. Essa equação contém dois parâmetros que são normalmente avaliados através de estudos com traçadores: a velocidade média do escoamento e o coeficiente de dispersão longitudinal. Nesse artigo, são apresentados cinco métodos diretos de determinação do coeficiente de dispersão longitudinal, que são concebidos a partir da solução fundamental da equação da advecção-dispersão e que requerem a realização de testes de campo com o uso de traçadores: o método dos momentos, o método da propagação (*routing procedure*), um procedimento gráfico devido a Chatwin e dois outros métodos simples baseados nas propriedades da solução fundamental da equação diferencial da advecção-dispersão.

**Palavras-chave:** dispersão longitudinal, traçadores, poluição da água.

## Abstract

*In the study of transport and dispersion of pollutants in streams is usually used a unidimensional focus. The differential equation that describes the phenomenon is known as advection-dispersion equation and it is deduced from a mass balance in that the law of Fick is introduced. This equation contains two parameters that can be appraised of studies with tracer: the mean stream velocity,  $U$ , and the longitudinal dispersion coefficient,  $E_L$ . Five different direct methods of determination of the coefficient of longitudinal dispersion are presented in this paper. These methods are conceived of the fundamental solution of the equation of the advection-dispersion and they need the accomplishment of field tests with tracer: method of the moments, routing procedure, a graphic procedure due to Chatwin and two other simple methods based on the properties of the fundamental solution of the differential equation of the advection-dispersion.*

**Keywords:** longitudinal dispersion, tracer, water pollution.

## 1. Introdução

Os modelos de qualidade da água têm sido amplamente utilizados, entre outras aplicações, na previsão da distribuição espacial e temporal da concentração, em decorrência de lançamentos intencionais ou acidentais de poluentes em corpos d'água naturais. Essas previsões são particularmente úteis, quando se busca definir os níveis de tratamento compatíveis com a qualidade exigida para a água do corpo receptor, ou quando se visa a encontrar o ponto mais adequado de lançamento do resíduo, de modo a causar o menor impacto possível. Os modelos, contudo, contêm parâmetros que precisam de ser bem avaliados, para que os prognósticos produzidos sejam confiáveis. No caso de escoamentos em rios e ribeirões, é preciso conhecer a velocidade média do escoamento e o coeficiente de dispersão longitudinal, este último servindo como um indicador da capacidade de o curso d'água dispersar os poluentes que em suas águas se dissolvam.

## 2. Equações fundamentais

De acordo com a primeira lei de Fick<sup>1</sup>, para um processo de difusão molecular unidimensional, o fluxo de massa de um soluto é proporcional ao gradiente de sua concentração, traduzido numa expressão matemática por

$$j = -D \frac{\partial c}{\partial x}, \quad (01)$$

onde:

$j$  = fluxo ou taxa de transporte de massa por unidade de área transversal [ $ML^{-2}T^{-1}$ ].

$c$  = concentração [ $ML^{-3}$ ].

$D$  = coeficiente de difusão molecular [ $L^2T^{-1}$ ].

$x$  = direção em que se desenvolve o processo.

A introdução da Eq.(01) numa equação de balanço de massa permite

estabelecer a relação que descreve como a massa é transferida nos processos unidimensionais de difusão *fickiana*, conhecida como equação da difusão, que é da forma

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \quad (02)$$

sendo:  $t$  = tempo no qual o processo se desenvolve. A solução fundamental da Eq.(02) é obtida para as condições iniciais e de contorno:

$$\begin{aligned} c(x, 0) &= \delta(x) \\ c(\pm \infty, t) &= 0 \end{aligned} \quad (03)$$

onde  $\delta(x)$  representa a função *delta de Dirac*, que tem a propriedade de ser nula no tempo inicial em todos os lugares, exceto em  $x = 0$ , e

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1 \quad (04)$$

Para essas condições, a solução da Eq.(02) é da forma

$$c(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right) \quad (05)$$

que, para  $t$  fixo, é semelhante a uma distribuição *gaussiana* de frequência, com variância  $\sigma^2$ . Dessa semelhança, permite-se concluir que  $4\pi Dt = 2\pi\sigma^2$ , de onde se obtém a relação básica do método dos momentos, que é um dos procedimentos de cálculo do coeficiente de difusão (e, também, do coeficiente de dispersão, comentado adiante).

$$D = \frac{1}{2} \frac{d\sigma^2}{dt} \quad (06)$$

Para o caso do fluxo de massa em escoamento turbulento, mas com uma velocidade média predominantemente longitudinal, a aplicação do princípio da conservação da massa conduz à equação de transporte, que se escreve como (French, 1985).

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + w \frac{\partial c}{\partial z} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + D \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \quad (07)$$

onde:

$c = c(x, y, z, t)$ .

$u$  = componente longitudinal instantânea da velocidade.

$v$  = componente vertical instantânea da velocidade.

$w$  = componente transversal (lateral) instantânea da velocidade.

$x$  = dimensão longitudinal.

$y$  = dimensão vertical

$z$  = dimensão transversal.

<sup>1</sup> Adolph Fick, fisiologista alemão, 1856.

Para avaliar os efeitos do transporte turbulento, as quantidades instantâneas são representadas pela superposição de uma flutuação turbulenta ao seu valor médio temporal, segundo o modelo de Reynolds,

$$\begin{aligned} u &= \bar{u} + u' \\ v &= \bar{v} + v' \cong v' \\ w &= \bar{w} + w' \cong w' \\ c &= \bar{c} + c' \end{aligned} \quad (08)$$

com as barras superiores indicando valores médios no tempo e  $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$  e  $c'$ , representando as flutuações turbulentas das correspondentes variáveis. Após a substituição da Eq.(08) na Eq.(07) e da aplicação da média temporal na equação resultante, considerada a hipótese de serem nulas as médias das flutuações turbulentas e de serem constantes as médias temporais no intervalo de integração, obtém-se

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + u \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = D \left[ \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial z^2} \right] - \left[ \frac{\partial(\overline{u'c'})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{v'c'})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{w'c'})}{\partial z} \right] \quad (09)$$

Da analogia com a lei de Fick, os termos advectivos de transporte turbulento da Eq.(09) são transformados em termos difusivos, segundo

$$\begin{aligned} \overline{u'c'} &= -\epsilon_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \\ \overline{v'c'} &= -\epsilon_y \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \\ \overline{w'c'} &= -\epsilon_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \end{aligned} \quad (10)$$

onde  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  e  $\epsilon_z$  são, respectivamente, os coeficientes de difusão turbulenta longitudinal, vertical e transversal. Assim, a Eq.(09) se reescreve como

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + u \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ (D + \epsilon_x) \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (D + \epsilon_y) \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ (D + \epsilon_z) \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right] \quad (11)$$

A Eq.(11) contém os termos de difusão molecular e turbulenta, embora se reconheça que o espalhamento do soluto, devido à turbulência, é muito mais intenso do que aquele devido à difusão molecular ( $\epsilon \gg D$ ).

Após a mistura completa do traçador ter ocorrido na seção transversal, a principal variação da concentração no problema bidimensional aqui definido passa a ocorrer na direção longitudinal. Além disso, em cursos d'água naturais, o processo de mistura que se verifica na direção longitudinal é mais fortemente influenciado pelos gradientes transversais de velocidade. Para introduzir os efeitos desses gradientes, os valores médios temporais da velocidade e da concentração são escritos em termos de quantidades médias na seção transversal,

$$\begin{aligned} \bar{u} &= U + u'' \\ \bar{c} &= C + c'' \end{aligned} \quad (12)$$

onde  $U$  e  $C$  são, respectivamente, os valores médios da velocidade e da concentração na seção transversal, e  $u''$  e  $c''$  representam os desvios espaciais dessas variáveis com relação ao valor médio. Tomando-se a média da equação resultante na seção transversal e baseando-se, ainda, na solução proposta por Taylor (1953, 1954), segundo a qual, para valores suficientemente grandes da distância longitudinal  $x$ ,  $\bar{c}(x, y, z, t) \cong c(x, t)$ , tem-se, conforme demonstrado por Holley (1969), para o problema bi-dimensional,

$$\frac{\partial c}{\partial t} + U \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ (D + \epsilon_x) \frac{\partial c}{\partial x} - \overline{u''c''} \right] \quad (13)$$

onde a barra dupla indica média espacial. Na Eq.(13), o transporte definido pela expressão entre colchetes, semelhantemente à lei de Fick, é admitido como proporcional ao gradiente longitudinal de concentração, isto é,

$$(D + \epsilon_x) \frac{\partial c}{\partial x} - \overline{u''c''} = E_L \frac{\partial c}{\partial x} \quad (14)$$

sendo  $E_L$  o coeficiente de dispersão longitudinal. Com a simplificação imposta pela Eq.(14), a Eq.(13) toma a conhecida forma da equação da advecção-dispersão unidimensional:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + U \frac{\partial c}{\partial x} = E_L \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (15)$$

Para as condições iniciais e de contorno definidas pela Eq.(03), a Eq.(15) pode ser resolvida com o auxílio da transformação de variáveis  $X = x - U \cdot t$  (sistema de coordenadas *lagrangeano*), produzindo a solução fundamental da equação da advecção-dispersão:

$$c(x, t) = \frac{M}{A\sqrt{4\pi E_L t}} \exp \left[ -\frac{(x - Ut)^2}{4E_L t} \right] \quad (16)$$

sendo  $M$  a massa instantaneamente injetada no ponto de coordenada  $x=0$ , em canal uniforme de área de seção transversal igual a  $A$ .

### 3. Métodos de determinação direta de $E_L$

Da solução da Eq.(15) e da forma da Eq.(16) derivam vários métodos de obtenção do coeficiente de dispersão longitudinal, que requerem a produção de dados de campo, normalmente gerados com o emprego de traçadores. Em geral, os métodos exigem o conhecimento de distribuições temporais da concentração de um traçador, que se obtém de testes de campo em que se injeta o traçador artificialmente no curso d'água.

Entre os principais métodos, estão aqueles apresentados por Fischer et al. (1979), French (1985) e Rutherford (1994), entre outros, conhecidos como método dos momentos, método da propagação (*routing procedure*) e procedimento gráfico de Chatwin (Chatwin, 1971), além de dois outros métodos simples baseados nas propriedades da Eq.(16). Todos esses métodos derivam da lei de Fick e requerem que as medidas de concentração sejam feitas na zona de equilíbrio, isto é, a uma distân-

cia suficientemente grande do ponto de injeção, onde já se verifica o equilíbrio entre os efeitos causados pela não uniformidade do campo de velocidade e pela mistura transversal turbulenta.

O **método dos momentos** utiliza um modelo semelhante ao da Eq.(06), escrito para o coeficiente de dispersão longitudinal na forma

$$E_L = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_x^2}{dt} \quad (17)$$

onde  $\sigma_x^2$  representa a variância espacial da distribuição de concentração, que é uma medida do espalhamento instantâneo sofrido pelo traçador. Pela Eq.(17), para a obtenção de  $E_L$  de dados de campo, requer-se o conhecimento da distribuição longitudinal da concentração. Na prática, contudo, a aplicabilidade do método esbarra no fato de que as concentrações são normalmente conhecidas em função do tempo, em pontos fixos. Por isso, para o emprego do método dos momentos, exige-se que a variância espacial da Eq.(17) seja convenientemente transformada em variância temporal. Com esse objetivo, uma aproximação é introduzida pela imposição da "hipótese da nuvem congelada", pela qual se considera desprezível a dispersão durante todo o intervalo de tempo necessário para que a nuvem do traçador passe pelo ponto de observação. A imposição dessa hipótese permite avaliar a distribuição espacial da concentração a partir da distribuição temporal, mediante a transformação

$$C(x, t_i) \cong C\left(x_i, t_i + \frac{x_i - x}{U}\right) \quad (18)$$

sendo  $U$  a velocidade média do escoamento,  $x_i$  a distância longitudinal da estação de amostragem em relação ao ponto de injeção do traçador (que corresponde à posição do centróide da nuvem de concentração observada no tempo  $t_i$ ) e sendo  $t_i$  o tempo médio da passagem da nuvem do traçador pela estação de amostragem.

Dessa consideração, conforme Fischer, resulta

$$\sigma_x^2 \cong U^2 \sigma_t^2 \quad (19)$$

onde  $\sigma_t^2$  é a variância temporal calculada a partir das medidas realizadas num ponto fixo a jusante do ponto de lançamento. Com a aproximação feita pela Eq.(19) e considerando válida a hipótese de crescimento linear da variância temporal, conforme exigido pela lei de Fick, pode-se escrever a fórmula de cálculo de  $E_L$ , com base em distribuições temporais da concentração nas seções  $x_2$  e  $x_1$ :

$$E_L = \frac{U^2}{2} \frac{\sigma_t^2(x_2) - \sigma_t^2(x_1)}{\bar{t}(x_2) - \bar{t}(x_1)} \quad (20)$$

onde os  $\bar{t}(x_i)$  são tempos médios da passagem da nuvem do traçador pelas seções de medição e

$$U = \frac{x_2 - x_1}{\bar{t}(x_2) - \bar{t}(x_1)} \quad (21)$$

Para cada seção de medição, as variâncias e os tempos médios são definidos por

$$\sigma_t^2 = \frac{\int_0^\infty (t - \bar{t})^2 \cdot c(t) dt}{\int_0^\infty c(t) dt} = \frac{M_2}{M_0} - \left(\frac{M_1}{M_0}\right)^2 \quad (22)$$

$$e \bar{t} = \frac{\int_0^\infty t \cdot c(t) dt}{\int_0^\infty c(t) dt} = \frac{M_1}{M_0} \quad (23)$$

sendo  $M_0$ ,  $M_1$  e  $M_2$  os momentos das distribuições temporais de ordens zero, um e dois, respectivamente. Na prática, dispondo-se de dois conjuntos de pares de valores de  $C$  e  $t$  referidos a duas seções de amostragem separadas da distância  $x_2 - x_1$ , as Eqs.(22) e (23) são resolvidas numericamente para as seções  $x_1$  e  $x_2$  para obter  $E_L$  pela Eq.(20).

Atualmente, o método mais aceito para estimar o coeficiente de dispersão longitudinal a partir de dados de campo é o **método da propagação (routing procedure)**, que tem essa denominação pela semelhança com o método da propagação de cheias (*flood routing*). O método da propagação, desenvolvido por Fischer (1968), utiliza perfis de concentração versus tempo de duas estações de amostragem: o perfil de concentração medido na estação de montante,  $C(x_1, \tau)$ , é usado como a distribuição inicial do traçador para gerar, por um processo de convolução e com valores pré-selecionados dos parâmetros  $U$  e  $E_L$ , o perfil de concentração na estação de jusante,  $C(x_2, \tau)$ , que é comparado com o perfil medido nessa estação. Enquanto a comparação não for adequada, novos valores são estipulados para os parâmetros  $U$  e  $E_L$  e o cálculo é repetido até que um critério de melhor ajuste seja atendido. Matematicamente, o método consiste em aplicar uma integral de convolução da distribuição inicial de montante, com uma função de resposta linear unidimensional, que se escreve na forma (French, 1985)

$$C(x_2, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{U \cdot C(x_1, \tau)}{\sqrt{4\pi E_L (\bar{t}_2 - \bar{t}_1)}} \exp\left\{-\frac{[U(\bar{t}_2 - \bar{t}_1 - t + \tau)]^2}{4E_L (\bar{t}_2 - \bar{t}_1)}\right\} d\tau \quad (24)$$

onde o tempo  $\tau$  representa a variável de integração.

O **método gráfico de Chatwin** de estimativa de  $E_L$  a partir de dados de campo é baseado na transformação logarítmica da solução fundamental da equação da advecção-dispersão, que, linearizada, permite a aplicação de um modelo simples de regressão. Esse procedimento, que é uma variação de um método anteriormente já proposto por Krenkel (1962), toma por base o modelo da Eq.(16) reescrita na forma

$$\left[ t \ln\left(\frac{k}{C\sqrt{t}}\right) \right]^{1/2} = \frac{x}{2\sqrt{E_L}} - \frac{Ut}{2\sqrt{E_L}} \quad (25)$$

onde k é uma constante proporcional à quantidade do material transportado pelo escoamento. Admitindo-se o traçador conservativo, essa constante pode ser avaliada com base nas medidas relativas ao valor de pico da concentração:

$$k = \frac{M}{A\sqrt{4\pi E_L}} = C_p \sqrt{t_p} \quad (26)$$

Pela Eq.(25), para a quantidade x constante, a variável do primeiro membro decresce linearmente com o tempo. Com base nos dados de campo e com o valor de k dado pela Eq.(26), pode ser gerado um conjunto de pares de valores de  $\left\{ t \cdot \ln \left[ \left( C_p \sqrt{t_p} \right) / (C\sqrt{t}) \right] \right\}^{1/2}$  e t. Se o gráfico dessas quantidades produzir uma linha reta, a velocidade média e o coeficiente de dispersão poderão ser obtidos da declividade da reta e da sua interseção com o eixo das ordenadas, respectivamente.

O **quarto método** de estimativa de  $E_L$ , aqui denominado **método do pico de concentração, MPC** (Rutherford, 1994), requer o conhecimento do valor da concentração máxima ou de pico,  $C_p$ . Conforme a Eq.(16), para um traçador conservativo, em um tempo  $t_i$  fixo, a concentração de pico varia inversamente com a raiz quadrada da distância:

$$C_p = \frac{M}{A\sqrt{4\pi E_L t_i}} = \frac{M}{A\sqrt{4\pi E_L x_p/U}} \quad (27)$$

Nessa equação,  $x_p$  é a posição a jusante da fonte onde ocorre a máxima concentração no tempo  $t_i$ . Da Eq.(27), um gráfico de  $C_p$  versus  $1/\sqrt{x_p}$  tem uma declividade igual a  $M/(A\sqrt{4\pi E_L/U})$ , que pode ser estimada da regressão linear dos dados de campo. Para obter  $E_L$ , é preciso, ainda, conhecer a massa do traçador injetada, além da área da seção transversal e a velocidade média do escoamento. Na prática, conhecida a vazão Q, pode-se determinar a área média da seção transversal,  $A=Q/U$ , podendo U ser obtido da Eq.(21).

O **quinto método** de obtenção do coeficiente  $E_L$  deriva da expressão que fornece a extensão do trecho  $\Delta x_c$ , em que a concentração supera um valor adotado como referência, ou crítico,  $C_c$ , no tempo genérico  $t_i$  (Rutherford, 1994), conforme visualizado na Figura 1. A partir da Eq.(16), escrita para  $C = C_c$  no tempo  $t = t_i$ , e considerando-se a relação dada pela Eq.(27), tem-se

$$\ln \frac{C_c}{C_p} = - \frac{(x_c - Ut_i)^2}{4E_L t_i} \quad (28)$$

$$\text{ou } (x_c - Ut_i)^2 = 4E_L t_i \ln \frac{C_p}{C_c} \quad (29)$$

A Eq.(29) tem duas raízes, que são as distâncias  $x_{c_1}$  e  $x_{c_2}$  mostradas na Figura 1. A diferença entre essas raízes dá

$$\Delta x_c = 4\sqrt{E_L t_i \ln(C_p/C_c)} \quad (30)$$

válida para  $C_p > C_c$ . A Eq.(30) pode ser reformada fazendo-se uso da “hipótese da nuvem congelada”, com

$$\Delta t_c = \frac{\Delta x_c}{U} = \frac{\Delta x_c \cdot t_p}{x} \quad (31)$$

para produzir a expressão de estimativa de  $E_L$  na forma:

$$E_L = \frac{(\Delta t_c \cdot U/4)^2}{t_p \ln(C_p/C_c)} \cong \frac{\Delta t_c^2}{16t_p^3} \frac{x^2}{\ln(C_p/C_c)} \quad (32)$$

Assim, considerado um conjunto de dados de concentração versus tempo referido à estação localizada à distância x a jusante do ponto de injeção do traçador, a Eq.(32) poderá ser resolvida para diferentes valores de  $C_p/C_c$  (e diferentes  $\Delta t_c$ ) e um valor médio de  $E_L$  poderá ser calculado. Por utilizar dados relativos à coroa da curva de concentração, e para facilitar a referência a esse quinto método de obtenção direta de  $E_L$ , ele será designado por **método da coroa de concentração** ou **MCC**.

## 4. Conclusão

Os métodos clássicos de determinação direta de  $E_L$ , conhecidos como método dos momentos e método da propagação, exigem o levantamento das curvas de concentração versus tempo em duas seções de amostragem, o que pode se constituir em um laborioso trabalho de campo. Alternativamente, outros métodos mais simples também podem ser utilizados

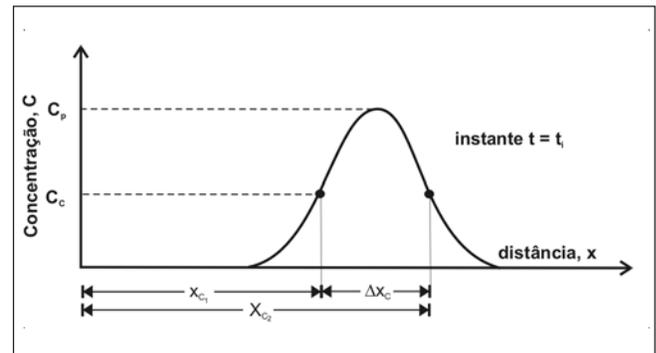


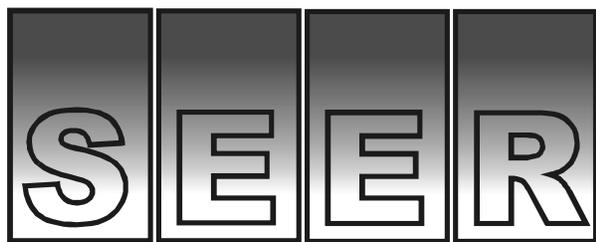
Figura 1 - Visualização gráfica da extensão do trecho  $\Delta x_c$  em que a concentração excede um valor de referência  $C_c$ , no tempo  $t_i$ .

na quantificação direta de  $E_L$  a partir de dados de campo, baseando-se tão-somente nas propriedades da solução fundamental da equação da advecção-dispersão. Entre esses métodos, além do conhecido procedimento gráfico de Chatwin, incluem-se dois outros, que requerem apenas dados relativos ao pico de concentração, ou algumas poucas informações relativas à coroa da curva de concentração versus tempo. Isto pode se constituir em uma vantagem com relação aos métodos clássicos, especialmente porque o cálculo pode ser realizado com dados de uma única estação de amostragem. Aplicações e comparações dessas metodologias são apresentadas em outro artigo, que constitui a Parte 2 desse trabalho.

## 5. Referências Bibliográficas

- CHATWIN, P.C. On the interpretation of some longitudinal dispersion experiments. Proceeding of the American Society of Civil Engineers. *Journal of the Hydraulics Division*. v. 106, n. HY1, p. 71-83, 1971.
- FISCHER, H.B. The dispersion predictions in natural streams. Proceeding of American Society of Civil Engineers. *Journal of Sanitary Engineering Division*. v. 94, n. SA5, p.927-943, 1968.
- FISCHER, H.B., IMBERGER, J., LIST, E.J., KOH, R.C.Y., BROOKS, N.H. *Mixing in inland and coastal waters*. New York: Academic Press, 1979. 380p.
- FRENCH, R.H. *Open-channel hydraulics*. USA: McGraw-Hill, Inc., 1985.705p.
- HOLLEY, E.R. Unified view of diffusion and dispersion. Proceeding of the American Society of Civil Engineers. *Journal of the Hydraulics Division*. v. 95, n. HY2, p. 621-631, 1969.
- KRENKEL, P.A. Waste dispersion characteristics of streams using turbulent diffusion phenomenon. *Journal of the Water Pollution Control Federation*. v. 34, n. 12, p. 1203-1212, 1962.
- RUTHERFORD, J.C. *River mixing*. John Wiley & Sons. 1994. 347p.
- TAYLOR, G.I. *Dispersion of soluble matter in solvent flowing slowly through a tube*. In: Proceedings of the Royal Society of London, Series A, 219. 1953. p. 186-203.
- TAYLOR, G.I. *The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe*. In: Proceedings of the Royal Society of London, Series A, 223, 1954. p. 446-468.

Artigo recebido em 30/06/2003 e  
aprovado em 17/11/2004.



SISTEMA ELETRÔNICO DE EDITORAÇÃO DE REVISTAS

**A questão  
SEER ou não  
SEER  
deixou de existir:**

**Agora os autores utilizarão  
o SEER  
para enviar e acompanhar  
seu artigo até o momento  
da publicação.**

**REM 69 anos divulgando Ciência**