

## Aplicação do método da resistência direta a colunas e vigas de aço enformadas a frio com seção em C afetadas por interação entre instabilidade local-de-placa e distorcional

(Direct strength method application to cold-formed steel lipped channel columns and beams affected by local-plate/distortional interactive buckling)

Nuno Silvestre, Dinar Camotim, Pedro Borges Dinis

Departamento de Engenharia Civil e Arquitectura, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Portugal.  
E-mails: nunos@civil.ist.utl.pt - dcamotim@civil.ist.utl.pt - dinis@civil.ist.utl.pt

### Resumo

Apresentam-se, neste trabalho, os resultados de uma investigação em curso sobre a utilização do Método da Resistência Directa (MRD) para estimar a resistência última de colunas e vigas de seção em C afetadas por fenômenos de interação entre modos de instabilidade locais-de-placa e distorcionais. Inicialmente, faz-se uma breve descrição das fórmulas do MRD, destinadas a verificar a segurança de colunas e vigas em relação ao colapso em modos distorcionais, e aborda-se, também, uma extensão recentemente proposta para tomar em consideração os fenômenos de interação referidos anteriormente. Em seguida, descrevem-se os resultados de um estudo paramétrico, efetuado com o programa ABAQUS, em que se determinam os valores “exatos” da resistência última de 108 colunas e 90 vigas com diversas geometrias (dimensões da seção transversal e comprimento), todas elas escolhidas de forma a garantir a relevância dos efeitos da interação entre modos de instabilidade locais-de-placa e distorcionais. Finalmente, faz-se a comparação entre esse conjunto de valores da resistência última e as estimativas fornecidas pelas fórmulas do MRD atualmente existentes e, com base nas conclusões dessa comparação, identificam-se alguns aspectos que devem, obrigatoriamente, ser incluídos numa nova abordagem baseada no MRD, para que esta possa refletir, adequadamente, a influência dos fenômenos de interação local-de-placa/distorcional.

**Palavras-chave:** Perfis de aço enformados a frio, colunas com seção em C, vigas com seção em C, interação local-de-placa/distorcional, análise por elementos finitos de casca, método da resistência direta.

### Abstract

*This paper reports the results of an ongoing investigation on the use of the Direct Strength Method (DSM) to estimate the ultimate strength of lipped channel cold-formed steel columns and beams affected by interaction phenomena involving local-plate and distortion buckling modes. Initially, one briefly presents the DSM approaches to perform the safety checking of columns and beams against local-plate and distortion failures, and some attention is also paid to a recently proposed extension aimed at taking into account the above buckling mode interaction. Next, one describes the results of a parametric study, carried out by means of the code ABAQUS, to determine the “exact” ultimate strengths of 108 columns and 90 beams displaying various geometries (cross-section dimensions and lengths), all selected to ensure the occurrence of relevant mode interaction effects. Then, this ultimate strength data is compared with the estimates provided by the existing DSM equations and, on the basis of the conclusions drawn from this comparison, one identifies some features that must necessarily be included in a novel DSM approach aimed at taking adequately into account the influence of the local-plate/distortion buckling mode interaction phenomena.*

**Keywords:** Cold-formed steel profiles, Lipped channel columns, Lipped channel beams, Local-plate/distortion interaction, Shell finite element analysis, Direct Strength Method.

## 1. Introdução

O Método da Resistência Direta (DSM) foi, originalmente, proposto por Schafer e Peköz (1999) há cerca de seis anos e tem sido, continuamente, desenvolvido desde então, sobretudo devido aos esforços de Schafer (2002a,b, 2003a,b, 2006a-d) e, em menor grau, de Hancock e seus colaboradores (Hancock et al., 2001, Duang & Hancock, 2004). Além disso, não se pode deixar de se referir o fato de o MRD ter sido incluído nas mais recentes versões da regulamentação norte-americana (AISI 2004) e australiana/neo-zelandesa (SA-SNZ 2005). O método proporciona uma abordagem elegante, eficiente e sistemática, para se obterem estimativas da resistência última de colunas e vigas de aço enformadas a frio, cujo colapso ocorre (i) em modos globais (por flexão, torção ou flexão-torção), locais-de-placa ou distorcionais, ou (ii) em mecanismos que envolvem interação entre modos de instabilidade locais-de-placa. Na realidade, a mais recente formulação do MRD preconiza a necessidade de se efetuarem duas verificações de segurança distintas, independentemente da natureza do modo de instabilidade crítico da barra: (i) uma em relação a um colapso distorcional puro e (ii) a outra em relação a um colapso local-de-placa puro (barras restringidas lateralmente) ou provocado por interação entre um modo local-de-placa e um modo global. Neste último caso, o MRD constitui uma excelente alternativa ao tradicional “método da largura efetiva”.

No entanto, conforme tem sido várias vezes referido por Schafer (2006b,d) no último ano, é, ainda, necessário desenvolver uma considerável atividade de investigação antes que o MRD possa ser, eficazmente, utilizado para dimensionar elementos estruturais (i) submetidos à compressão e flexão (Duong & Hancock, 2004, Rasmussen e Hossain 2004) ou (ii) afetados por fenômenos de interação envolvendo modos distorcionais (Yang & Hancock 2004a,b, Kwon et al., 2005). Em virtude de ter sido recentemente demonstrado que o acoplamen-

to entre modos de instabilidade locais-de-placa e distorcionais pode influenciar, substancialmente, o comportamento de pós-encurvadura e a resistência última de colunas de aço enformadas a frio com seção em C e dimensões de utilização corrente (Dinis & Camotim 2005, Dinis et al., 2005, 2006), percebe-se, facilmente, que haveria toda a conveniência em que a influência desse fenômeno de interação modal pudesse ser incorporada numa formulação do MRD.

O principal objetivo desse trabalho consiste em contribuir para uma futura extensão do domínio de aplicação da presente formulação do MRD, tornando possível a sua utilização para estimar a resistência última de colunas e vigas com seção em C afetadas por fenômenos de interação entre modos de instabilidade locais-de-placa e distorcionais. Para concretizar esse objetivo, começa-se por efetuar um estudo paramétrico alargado, no qual se calculam as cargas/momentos de colapso elasto-plástico de colunas/vigas com seção em C (i) possuindo diferentes dimensões da seção transversal, comprimentos e tensões de cedência e (ii) contendo imperfeições geométricas iniciais com a forma do modo crítico de instabilidade e pequena amplitude - as geometrias das barras foram, cuidadosamente, escolhidas de forma a garantir a ocorrência de interação entre um modo local-de-placa e um modo distorcional. Todas as análises elasto-plásticas de 2ª ordem foram efetuadas utilizando o programa de elementos finitos ABAQUS (HKS 2002), adotando elementos finitos de casca com 4 nós para discretizar os perfis. Esses valores de resistência última constituem uma “base de dados” que torna possível propor e validar um primeiro conjunto (preliminar) de recomendações sobre a utilização de uma abordagem baseada no MRD para prever a capacidade resistente de colunas e vigas com seção em C, cujo colapso é afetado pela interação entre modos locais-de-placa e distorcionais.

## 2. O Método da Resistência Direta (MRD)

Em comparação com a tradicional abordagem baseada no conceito de “*largura efetiva*”, o MRD exhibe três características inovadoras, todas devidas ao fato de que a seção transversal é analisada como um *todo*: (i) os efeitos das restrições às rotações das paredes são sempre tomados em consideração, (ii) não é necessário calcular larguras efetivas e (iii) são fornecidas estimativas para elementos estruturais, cujo colapso ocorre num modo *distorcional*. Além disso, o MRD fornece uma metodologia sistemática e racional para efetuar o dimensionamento de barras com seções transversais, tipos de carregamento e mecanismos de colapso arbitrários - como é óbvio, qualquer aplicação específica deve ser, devidamente, calibrada e validada (em comparação com resultados experimentais e/ou numéricos). Finalmente, note-se que as abordagens baseadas no MRD e no conceito de largura efetiva partilham uma mesma hipótese fundamental: a resistência última de um elemento estrutural pode ser, adequadamente, estimada (*i.e.*, estimativas seguras e precisas) exclusivamente a partir do conhecimento dos valores das respectivas tensões crítica elástica e de cedência (e da curva apropriada, claro).

A metodologia do MRD correntemente em vigor adota curvas de dimensionamento de “tipo Winter”, as quais foram calibradas por meio da comparação com um elevado número de resultados experimentais e/ou numéricos (Schafer, 2003a, 2006a,b,d). Assim, foi já amplamente demonstrado que, no caso de elementos estruturais, cujo colapso ocorre em modos locais-de-placa ou distorcionais “puros”, é possível estabelecer curvas de dimensionamento, baseadas, exclusivamente, nos valores das tensões crítica elástica e de cedência, que fornecem estimativas seguras e precisas das respectivas resistências últimas. O MRD estipula, então, que as *resistências nominais*, em relação aos mecanismos de colapso locais-de-placa e distor-

cionais de colunas ( $P_{nl}$  e  $P_{nd}$ ) e vigas ( $M_{nl}$  and  $M_{nd}$ ) “curtas”, “intermédias” ou contraventadas lateralmente (de modo a impedir o colapso em modos globais), podem ser estimadas através das expressões (Hancock et al., 2001, Schafer, 2002a,b, 2006a,d)

$$P_{nl} = P_y \quad \text{se} \quad \lambda_1 \leq 0.776$$

$$P_{nl} = P_y \left( \frac{P_{crd}}{P_y} \right)^{0.4} \left[ 1 - 0.15 \left( \frac{P_{crd}}{P_y} \right)^{0.4} \right] \quad \text{se} \quad \lambda_1 > 0.776 \quad (1)$$

$$P_{nd} = P_y \quad \text{se} \quad \lambda_d \leq 0.561$$

$$P_{nd} = P_y \left( \frac{P_{crd}}{P_y} \right)^{0.6} \left[ 1 - 0.25 \left( \frac{P_{crd}}{P_y} \right)^{0.6} \right] \quad \text{se} \quad \lambda_d > 0.561 \quad (2)$$

$$M_{nl} = M_y \quad \text{se} \quad \lambda_1 \leq 0.776$$

$$M_{nl} = M_y \left( \frac{M_{crd}}{M_y} \right)^{0.4} \left[ 1 - 0.15 \left( \frac{M_{crd}}{M_y} \right)^{0.4} \right] \quad \text{se} \quad \lambda_1 > 0.776 \quad (3)$$

$$M_{nd} = M_y \quad \text{se} \quad \lambda_d \leq 0.673$$

$$M_{nd} = M_y \left( \frac{M_{crd}}{M_y} \right)^{0.5} \left[ 1 - 0.22 \left( \frac{M_{crd}}{M_y} \right)^{0.5} \right] \quad \text{se} \quad \lambda_d > 0.673 \quad (4)$$

onde (i) se tem  $\lambda_1 = (P_y/P_{crd})^{0.5}$  ou  $\lambda_1 = (M_y/M_{crd})^{0.5}$  (esbelteza *local-de-placa*) e  $\lambda_d = (P_y/P_{crd})^{0.5}$  ou  $\lambda_d = (M_y/M_{crd})^{0.5}$  (esbelteza *distorcional*) e (ii)  $P_y$  e  $M_y$  são as capacidades plásticas da seção transversal à compressão e à flexão (em torno do eixo de maior inércia<sup>1</sup>), (iii)  $P_{crd}$  ou  $M_{crd}$  e  $P_{crd}$  ou  $M_{crd}$  são as cargas ou momentos críticos associados à instabilidade em modos locais-de-placa e distorcionais. Para que seja possível tomar em consideração os efeitos da interação local-de-placa/global (em colunas e vigas moderadamente “longas” ou sem contraventamento lateral), o MRD preconiza a substituição de  $P_y$  por  $P_{ne}$  nas Eqs. (1) e de  $M_y$  por  $M_{ne}$  nas Eqs. (3), onde  $P_{ne}$  e  $M_{ne}$  são as *resistências nominais* das colunas e vigas em relação aos mecanismos de colapso globais (Hancock et al., 2001, Schafer, 2002b). É muito importante ser capaz de prever, com rigor, as cargas/momentos de colapso distorcional das colunas/vigas, em virtude de (i) a resistência de pós-encurvadura distorcional ser bastante menor e mais sensível às imperfeições que a sua congênere local-de-placa (e.g., Dinis & Camotim, 2004, 2006) e de (ii) existirem vários resultados (numéricos) a mostrar que um elevado número de colunas e vigas que instabilizam em modos locais-de-placa exibem mecanismos de colapsos distorcionais (Schafer & Peköz, 1999, Dinis & Camotim, 2004, 2006).

### 3. Estudo paramétrico: âmbito, análise numérica e resultados

#### 3.1 Âmbito

Para ser possível efetuar um estudo paramétrico alargado sobre a resistência última de colunas e vigas com seção em C, afetadas pela interação local-de-placa/distorcional, as suas geometrias tiveram de ser, cuidadosamente, escolhidas: foi necessário encontrar dimensões da seção transversal e comprimentos que permitissem “controlar” a proximidade entre as tensões críticas locais-de-placa e distorcionais das colunas ou vigas ( $\sigma_{crd}$  and  $\sigma_{crd}$  - nas vigas,  $s$  representa o valor da tensão uniforme aplicada no banzo comprimido). Esse objetivo foi atingido através de uma estratégia de “tentativa e erro”, que permitiu identificar 12 “seções transversais primárias” (6 para colunas e 6 para vigas), cujas dimensões são de utilização corrente e asseguram valores de  $\sigma_{crd}$  e  $\sigma_{crd}$  coincidentes (i.e., maximizam a interação local-de-placa/distorcional - obviamente, para os comprimentos associados a  $\sigma_{crd}$ ). Essa busca conduziu às colunas e vigas que se definem a seguir ( $b_w$ ,  $b_f$ ,  $b_s$ ,  $t$  e  $L$  são a largura da alma, a largura dos banzos, a largura dos reforços, a espessura da parede e o comprimento) - note-se que todas as seções transversais dessas colunas e vigas satisfazem os requisitos estipulados para a aplicação do MRD (“pre-qualified columns and beams” - Schafer, 2006a,b):

(i) Três colunas de esbelteza distorcional *elevada* (“*esbeltas*” -  $1.4 \leq \lambda_d \leq 2.6$ ):

(i<sub>1</sub>)  $b_w=100$ ,  $b_f=50$ ,  $b_s=5$ ,  $t=1.0\text{mm}$  e  $L=270\text{mm}$ .

(i<sub>2</sub>)  $b_w=120$ ,  $b_f=80$ ,  $b_s=10$ ,  $t=1.3\text{mm}$  e  $L=550\text{mm}$ .

(i<sub>3</sub>)  $b_w=95$ ,  $b_f=80$ ,  $b_s=10$ ,  $t=0.95\text{mm}$  e  $L=600\text{mm}$ .

<sup>1</sup> Não existem formulações do MRD calibradas e validadas para vigas flectidas em torno do eixo de menor inércia.

(ii) Três colunas de esbelteza distorcional *baixa-intermédia* (“compactas” -  $0.6 \leq \lambda_d \leq 1.4$ ):

(ii<sub>1</sub>)  $b_w = 180, b_f = 100, b_s = 20, t = 3.4 \text{ mm}$  e  $L = 650 \text{ mm}$ .

(ii<sub>2</sub>)  $b_w = 110, b_f = 78, b_s = 30, t = 2.8 \text{ mm}$  e  $L = 800 \text{ mm}$ .

(ii<sub>3</sub>)  $b_w = 100, b_f = 100, b_s = 26, t = 2.0 \text{ mm}$  e  $L = 950 \text{ mm}$ .

(iii) Três vigas de esbelteza distorcional *elevada* (“esbeltas” -  $1.4 \leq \lambda_d \leq 2.6$ ):

(iii<sub>1</sub>)  $b_w = 180, b_f = 70, b_s = 15, t = 1.1 \text{ mm}$  e  $L = 750 \text{ mm}$ .

(iii<sub>2</sub>)  $b_w = 400, b_f = 150, b_s = 26, t = 2.0 \text{ mm}$  e  $L = 1400 \text{ mm}$ .

(iii<sub>3</sub>)  $b_w = 390, b_f = 100, b_s = 12, t = 1.4 \text{ mm}$  e  $L = 750 \text{ mm}$ .

(iv) Três vigas de esbelteza distorcional *baixa-intermédia* (“compactas” -  $0.6 \leq \lambda_d \leq 1.4$ ):

(iv<sub>1</sub>)  $b_w = 120, b_f = 75, b_s = 24, t = 1.8 \text{ mm}$  e  $L = 770 \text{ mm}$ .

(iv<sub>2</sub>)  $b_w = 160, b_f = 80, b_s = 23, t = 1.7 \text{ mm}$  e  $L = 820 \text{ mm}$ .

(iv<sub>3</sub>)  $b_w = 80, b_f = 50, b_s = 10, t = 0.8 \text{ mm}$  e  $L = 450 \text{ mm}$ .

Subseqüentemente, a proximidade entre os valores de  $\sigma_{cr1}$  e  $\sigma_{crd}$  foi, ligeiramente, alterada, através da variação de uma única das dimensões da seção transversal: largura dos banzos  $b_f$ , largura da alma  $b_w$  ou largura dos reforços  $b_s$ . Esse procedimento tornou possível identificar várias colunas e vigas com (i) dimensões da seção transversal geradas a partir das “seções transversais primárias” e (ii) valores de  $\sigma_{cr1}$  e  $\sigma_{crd}$  bastante próximos (mas não necessariamente idênticos) - eles são tais que se tem sempre  $0.85 \leq \sigma_{cr1} / \sigma_{crd} \leq 1.20$ .

Os comprimentos das colunas e vigas consideradas, nesse trabalho, correspondem sempre a modos de instabilidade distorcionais com uma única semi-onda associados à tensão crítica  $\sigma_{crd}$  e foram obtidos através de análises por faixas finitas. O comportamento do aço é caracterizado por  $E = 210 \text{ GPa}$  (módulo de Young),  $\nu = 0.3$  (coeficiente de Poisson) e  $f_y = 250\text{-}350\text{-}550 \text{ MPa}$  (colunas) ou  $f_y = 250\text{-}350\text{-}450 \text{ MPa}$  (vigas) - essas tensões de cedência satisfazem, também, os requisitos estipulados para a aplicação do MRD (“pre-qualified columns and beams” - Schafer, 2006a,b). Finalmente, é importante (i) referir que não se consideraram os efeitos das tensões residuais (normalmente desprezíveis em perfis de aço enformados a frio) e (ii) abordar o critério adotado para escolher as imperfeições geométricas iniciais que foram incluídas nas análises não lineares que fornecem as resistências últimas das colunas e vigas:

- (i) Independentemente do valor da relação  $\sigma_{cr1} / \sigma_{crd}$ , todas as colunas e vigas analisadas, nesse trabalho, continham imperfeições geométricas iniciais que exibem a forma do modo de instabilidade distorcional com uma semi-onda e amplitude (deslocamento do canto banzo-reforço comprimido da seção de meio vão) igual a 10% da espessura da parede  $t$  e envolvem *abertura* (colunas) ou *fecho* (vigas) do conjunto banzo-reforço - estudos recentes, relativos a colunas e vigas com seção em C e  $\sigma_{cr1} = \sigma_{crd}$ , mostraram que essas imperfeições iniciais são as *mais prejudiciais*, no sentido em que correspondem à menor resistência de pós-encurvadura e aos valores das cargas ou momentos de colapso mais baixos (Dinis & Camotim, 2005, Dinis et al., 2005, 2006 e Martins, 2006).
- (ii) As colunas *esbeltas* (não as vigas) com  $\sigma_{cr1} / \sigma_{crd} < 1.0$  (i.e., que instabilizam em modos *locais-de-placa* com várias semi-ondas) foram, também, analisadas contendo imperfeições iniciais com a forma do modo de instabilidade *crítico* (local-de-placa) e contendo de novo amplitude igual a  $0.1 t$  - agora essa amplitude diz respeito ao deslocamento transversal (de flexão) do ponto médio da alma da seção de meio vão.

Analisaram-se um total de (i) 66 colunas *esbeltas*; (ii) 45 colunas *compactas*, (iii) 45 vigas *esbeltas* e (iv) 45 vigas *compactas*, correspondendo a todas as possíveis combinações de 16 (colunas) ou 15 (vigas) diferentes seções transversais e 3 valores da tensão de cedência. Todas as dimensões da seção transversal ( $b_w$ ,  $b_f$ ,  $b_s$  e  $t$ ), comprimentos ( $L$ ), tensões de cedência ( $f_y$ ) e imperfeições geométricas iniciais ( $D, LP$ ) considerados, nesse trabalho, assim como os valores das correspondentes tensões críticas ( $\sigma_{cr1}$ ,  $\sigma_{crd}$ ), são apresentados nas Tabelas 1A-C (colunas) e 2A-C (vigas) e serão abordados mais adiante.

### 3.2 Análise numérica

Nessa subseção, aborda-se a determinação *numérica* dos valores “*exatos*” das resistências últimas das colunas e vigas, os quais são, subseqüentemente, utilizados para avaliar os méritos da formulação do MRD descrita anteriormente. Esses valores das resistências últimas foram obtidos através de análises por elementos finitos (AEF) efetuadas com o programa ABAQUS (HKS 2002) e discretizando os elementos estruturais em *elementos de casca*. No que respeita ao desempenho dessas AEF, é importante destacar os seguintes aspectos (Dinis & Camotim 2006):

- (I) **Discretização.** Os planos médios dos elementos estruturais (colunas e vigas) foram discretizados em elementos finitos S4 (terminologia do ABAQUS: elementos de casca isoparamétricos com 4 nós e rigidez de corte obtida por meio de uma regra de integração *completa*) - pode-se destacar que trabalhos anteriores (Dinis & Camotim 2003, 2004) mostraram que estes são os elementos mais adequados para levar a cabo essa tarefa. Consideraram-se 20-30 elementos ao longo da linha média da seção (largura de aproximadamente 10 mm), tendo estudos de convergência/precisão preliminares permitido concluir que os elementos finitos devem possuir uma relação comprimento/largura compreendida entre 1 e 2.

(II) **Condições de apoio.** As seções extremas de todos os elementos estruturais analisados são apoiadas local e globalmente e podem empenar livremente. No que respeita ao primeiro aspecto, essas condições de apoio foram modeladas através da imposição de deslocamentos transversais de membrana e flexão nulos em todos os nós das seções extremas - para eliminar a ocorrência de uma translação longitudinal do elemento estrutural (espúria), impediu-se o deslocamento axial de um dos nós das suas seções de meio vão.

(III) **Carregamento das colunas.** Aplicaram-se forças de compressão, equivalentes a uma distribuição uniforme de tensões normais, em cada um dos nós das seções extremas das colunas. Como o valor de referência do *parâmetro de carga*  $p$  é  $t N/mm$  ( $t$  é a espessura da parede), o qual corresponde a uma distribuição uniforme de tensões igual a  $1 MPa$ , o valor de  $p$  fornecido pelo ABAQUS é, numericamente, idêntico à *tensão média* que atua na coluna (expressa em  $MPa$ ).

(IV) **Carregamento das vigas.** Aplicaram-se forças de compressão e tração de valor igual a  $p = \sigma t$ , equivalentes à distribuição de tensões normais linear provocada pelo momento-fletor, nos nós das seções extremas das vigas. Como o valor de referência do *parâmetro de carga*  $p$  corresponde a distribuições uniformes de tensões iguais a  $1 MPa$  nos banzos, o valor de  $p$  fornecido pelo ABAQUS é, numericamente, idêntico à *tensão média* que atua nesses mesmos banzos (expressa em  $MPa$ ).

(V) **Modelação do comportamento material.** O comportamento material do aço de que são formadas as colunas e vigas, o qual se admite homogêneo e isotrópico, foi modelado através de leis constitutivas (i) linear elástica (análises de estabilidade) ou (ii) elástica-perfeitamente plástica (análises de pós-encurvadura). No segundo caso, adotou-se o conheci-

do modelo de Prandtl-Reuss (teoria do escoamento plástico do tipo  $J_2$ ), o qual combina o critério de cedência de Von Mises com a regra de escoamento associada. Essas leis constitutivas encontram-se disponíveis na “biblioteca de comportamentos materiais” do programa ABAQUS, sendo apenas necessário fornecer os valores de  $E$ ,  $v$  e  $f_y$ .

(VI) **Imperfeições geométricas iniciais.** Todas as imperfeições geométricas iniciais definidas anteriormente (configurações dos modos de instabilidade com amplitude  $0.1 t$ ) foram incluídas nas análises através de um comando específico do programa ABAQUS. Nas colunas/vigas que instabilizam em modos locais-de-placa ( $\sigma_{cr} < \sigma_{crd}$ ), a imperfeição distorcional com uma semi-onda é, de fato, o modo de ordem superior da coluna/viga que mais se lhe assemelha, o que significa que não é possível garantir a “pureza” da forma distorcional - e.g., uma pequena participação de um modo local-de-placa com várias semi-ondas é imperceptível.

### 3.3 Resultados numéricos

Os resultados numéricos incluídos nas Tabelas 1A-C (colunas) e 2A-C (vigas) consistem em (i) tensões de bifurcação locais-de-placa e distorcionais e (ii) valores da tensão média no colapso ( $\sigma_u$ ). Para permitir uma melhor apreensão do significado físico desses resultados, eles encontram-se ilustrados na Figura 1(a), onde se mostram trajetórias de equilíbrio não lineares ( $\sigma/\sigma_{cr}$  vs.  $v/t$ ) de colunas com (i)  $\sigma_{cr} = \sigma_{crd}$  ( $\equiv \sigma_{cr}$ ), (ii) imperfeições distorcionais de “abertura” idênticas e (iii) quatro valores da tensão de cedência:  $f_y/\sigma_{cr} \approx 1.2, 2.0, 3.5, 5.5$ . É importante referir que o início da cedência, o qual tem sempre lugar nas extremidades livres dos reforços da seção de meio vão (ver Fig. 1(b)), ocorre nos pontos de equilíbrio identificados pela letra A e pode ou não desencadear o colapso da coluna - depende do valor da relação  $f_y/\sigma_{cr}$ . De fato, para valores de  $f_y/\sigma_{cr}$  suficientemente altos, o colapso corresponde a um ponto-limite (identificado pela letra B), que tem lugar após (i) a ocorrência de um fenômeno de “snap-through” e (ii) a pastificação das zonas

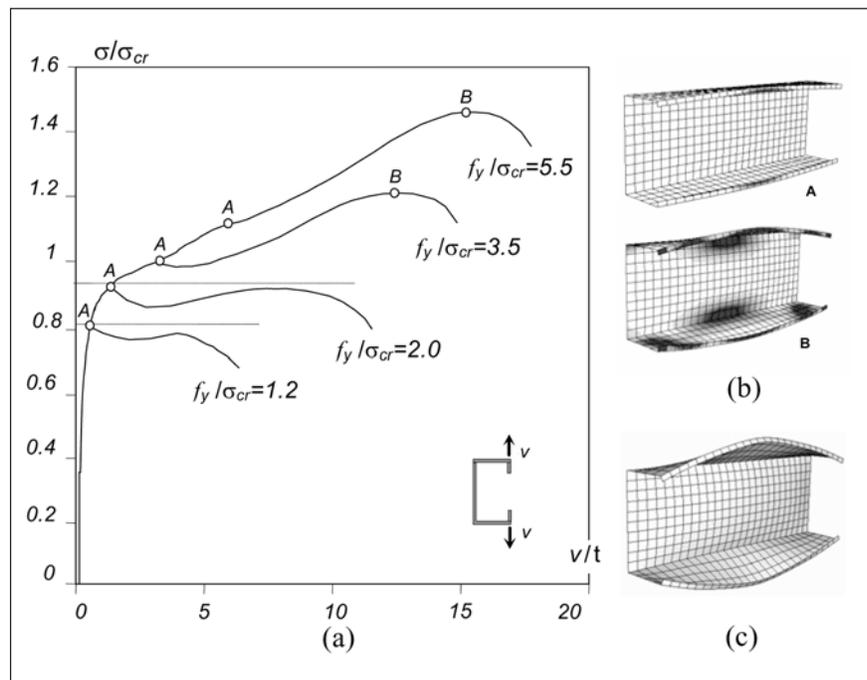


Figura 1 - (a) Trajetórias de equilíbrio não lineares ( $\sigma/\sigma_{cr}$  vs.  $v/t$ ), (b) distribuições de deformações plásticas e (c) mecanismo de colapso de colunas afetadas por interação local-de-placa/distorcional.

do troço central da coluna localizadas em redor dos cantos alma-reforço - ver Figura 1(b<sub>2</sub>) (Dinis et al., 2005, 2006). No que diz respeito à Figura 1(c), ela mostra o correspondente mecanismo de colapso (predominantemente distorcional).

#### 4. Avaliação das estimativas fornecidas pelo MRD

Os resultados numéricos (AEF) e analíticos (MRD) relativos à resistência última das 108 colunas e 90 vigas analisadas, apresentados nas Tabelas 1A-C e 2A-C, tornam possível comparar os valores “exatos” ( $\sigma_u$ ) e as estimativas fornecidas pela aplicação das fórmulas do MRD ( $\sigma_{nd}$  e  $\sigma_{nl}$  - eqs. (1)-(4)). A observação desses resultados motiva os seguintes comentários:

- (i) Os valores de  $\sigma_u$  relativos às colunas com imperfeições iniciais locais-de-placa (as suas dimensões variáveis estão assinaladas pela presença do índice superior<sup>LP</sup> - tabelas 1A-B) nunca são inferiores aos seus congêneres obtidos com imperfeições iniciais distorcionais, o que vem confirmar a afirmação (anterior) de que estas últimas são as imperfeições *mais desvantajosas* (Dinis et al., 2005, 2006, Silvestre et al., 2005, 2006). Como o MRD não consegue capturar a influência da configuração das imperfeições geométricas iniciais, as suas estimativas devem, preferencialmente, aproximar, adequadamente, os valores de  $\sigma_u$  associados às imperfeições distorcionais. Nesse caso, as estimativas de  $\sigma_u$  fornecidas pelo MRD subestimam os valores “exatos”  $\sigma_u$  das colunas com imperfeições locais-de-placa.
- (ii) As relações entre os valores estimados e “exatos” da resistência última das colunas ( $\sigma_{nl}/\sigma_u$  e  $\sigma_{nd}/\sigma_u$ ) tomam, frequentemente, valores bastante superiores a 1.0. De fato, a utilização das fórmulas preconizadas pelo MRD, para prever a resistência última de colunas, cujo colapso ocorre em modos locais-de-placa e distorci-

**Tabela 1A** - Comparação entre os valores “exatos” da resistência última de 42 (entre 108) colunas e as estimativas fornecidas por aplicação das fórmulas do MRD ( $\sigma_{nl}$ ,  $\sigma_{nd}$  e  $\sigma_{nid}$ ).

		AEF				MRD					
	$b_f$	$f_y$	$\sigma_{crl}$	$\sigma_{crl}$	$\sigma_u$	$\sigma_{nl}$	$\sigma_{nl}/\sigma_u$	$\sigma_{nd}$	$\sigma_{nd}/\sigma_u$	$\sigma_{nid}$	$\sigma_{nid}/\sigma_u$
$b_w=100, b_s=5, t=1.0, L=270mm$	55	250	101	91	94	156	1.66	117	1.24	95	1.01
	55	350	101	91	110	193	1.75	138	1.25	106	0.96
	55	550	101	91	131	258	1.97	171	1.31	121	0.92
	52.5	250	101	96	97	156	1.61	121	1.25	97	1.00
	52.5	350	101	96	114	194	1.70	143	1.25	108	0.95
	52.5	550	101	96	137	258	1.88	176	1.28	124	0.91
	50	250	102	102	102	156	1.53	125	1.23	99	0.97
	50	350	102	102	120	194	1.62	147	1.23	110	0.92
	50	550	102	102	147	259	1.76	182	1.24	127	0.86
	47.5	250	102	108	107	157	1.47	128	1.20	101	0.94
	47.5	350	102	108	127	194	1.53	151	1.19	113	0.89
	47.5	550	102	108	156	259	1.66	187	1.20	130	0.83
	45	250	103	113	115	157	1.37	131	1.14	103	0.90
	45	350	103	113	136	195	1.43	155	1.14	115	0.85
	45	550	103	113	168	260	1.55	193	1.15	132	0.79
	47.5 <sup>LP</sup>	250	102	108	118	157	1.33	128	1.08	101	0.86
	47.5 <sup>LP</sup>	350	102	108	127	194	1.53	151	1.19	113	0.89
	47.5 <sup>LP</sup>	550	102	108	157	259	1.65	187	1.19	130	0.83
	45 <sup>LP</sup>	250	103	113	128	157	1.23	131	1.02	103	0.80
	45 <sup>LP</sup>	350	103	113	142	195	1.37	155	1.09	115	0.81
45 <sup>LP</sup>	550	103	113	168	260	1.55	193	1.15	132	0.79	
$b_f=80, b_s=10, t=1.3, L=550mm$	$b_w$	$f_y$	$\sigma_{crl}$	$\sigma_{crl}$	$\sigma_u$	$\sigma_{nl}$	$\sigma_{nl}/\sigma_u$	$\sigma_{nd}$	$\sigma_{nd}/\sigma_u$	$\sigma_{nid}$	$\sigma_{nid}/\sigma_u$
	130	250	100	110	105	155	1.48	129	1.23	101	0.96
	130	350	100	110	107	193	1.80	153	1.43	113	1.06
	130	550	100	110	123	257	2.09	189	1.54	130	1.06
	125	250	107	113	107	159	1.49	131	1.22	104	0.97
	125	350	107	113	109	198	1.82	155	1.42	116	1.06
	125	550	107	113	123	264	2.15	192	1.56	134	1.09
	120	250	115	115	109	163	1.50	133	1.22	108	0.99
	120	350	115	115	111	203	1.83	157	1.41	120	1.08
	120	550	115	115	124	271	2.19	194	1.56	139	1.12
	115	250	125	118	112	168	1.50	134	1.20	111	0.99
	115	350	125	118	114	209	1.83	159	1.39	124	1.09
	115	550	125	118	122	278	2.28	197	1.61	143	1.17
	110	250	135	121	114	172	1.51	136	1.19	115	1.01
	110	350	135	121	116	214	1.84	161	1.39	129	1.11
	110	550	135	121	121	287	2.37	199	1.64	149	1.23
	100	250	157	127	119	182	1.53	139	1.17	123	1.03
	100	350	157	127	122	226	1.85	164	1.34	138	1.13
	100	550	157	127	126	303	2.40	204	1.62	159	1.26
	125 <sup>LP</sup>	250	107	113	119	159	1.34	131	1.10	104	0.87
125 <sup>LP</sup>	350	107	113	120	198	1.65	155	1.29	116	0.97	
125 <sup>LP</sup>	550	107	113	122	264	2.16	192	1.57	134	1.10	

**Tabela 1B** - Comparação entre os valores “exactos” da resistência última de 36 (de entre 108) colunas e as estimativas fornecidas por aplicação das fórmulas do MRD ( $\sigma_{nl}$ ,  $\sigma_{nd}$  e  $\sigma_{nld}$ ).

		AEF			MRD						
	$b_s$	$f_y$	$\sigma_{cr1}$	$\sigma_{crd}$	$\sigma_u$	$\sigma_{nl}$	$\sigma_{nl}/\sigma_u$	$\sigma_{nd}$	$\sigma_{nd}/\sigma_u$	$\sigma_{nld}$	$\sigma_{nld}/\sigma_u$
$b_w=95, b_f=80, t=0.95, L=600mm$	11	250	92	100	94	150	1.60	123	1.31	95	1.01
	11	350	92	100	95	187	1.97	145	1.53	106	1.12
	11	550	92	100	99	249	2.52	180	1.82	122	1.23
	10.5	250	91	96	91	150	1.65	121	1.33	94	1.03
	10.5	350	91	96	92	187	2.03	142	1.54	104	1.13
	10.5	550	91	96	97	249	2.57	176	1.81	120	1.24
	10	250	91	91	86	150	1.74	118	1.37	92	1.07
	10	350	91	91	87	187	2.15	139	1.60	103	1.18
	10	550	91	91	92	249	2.71	171	1.86	118	1.28
	9.5	250	91	87	83	150	1.81	115	1.39	91	1.10
	9.5	350	91	87	84	187	2.23	135	1.61	101	1.20
	9.5	550	91	87	91	248	2.73	167	1.84	116	1.27
	9	250	91	83	78	150	1.92	112	1.44	89	1.14
	9	350	91	83	79	186	2.35	132	1.67	99	1.25
	9	550	91	83	84	248	2.95	162	1.93	114	1.36
	10.5 <sup>LP</sup>	250	91	96	109	150	1.38	121	1.11	94	0.86
	10.5 <sup>LP</sup>	350	91	96	109	187	1.72	142	1.30	104	0.95
	10.5 <sup>LP</sup>	550	91	96	109	249	2.28	176	1.61	120	1.10
11 <sup>LP</sup>	250	92	100	114	150	1.32	123	1.08	95	0.83	
11 <sup>LP</sup>	350	92	100	114	187	1.64	145	1.27	106	0.93	
11 <sup>LP</sup>	550	92	100	114	249	2.18	180	1.58	122	1.07	
$b_w=180, b_s=20, t=3.4, L=650mm$	$b_f$	$f_y$	$\sigma_{cr1}$	$\sigma_{crd}$	$\sigma_u$	$\sigma_{nl}$	$\sigma_{nl}/\sigma_u$	$\sigma_{nd}$	$\sigma_{nd}/\sigma_u$	$\sigma_{nld}$	$\sigma_{nld}/\sigma_u$
	90	250	361	399	240	239	1.00	221	0.92	220	0.92
	90	350	361	399	298	301	1.01	276	0.93	256	0.86
	90	550	361	399	361	406	1.12	360	1.00	306	0.85
	95	250	358	377	231	239	1.03	218	0.94	217	0.94
	95	350	358	377	287	300	1.05	270	0.94	252	0.88
	95	550	358	377	341	405	1.19	351	1.03	300	0.88
	100	250	355	355	222	238	1.07	213	0.96	213	0.96
	100	350	355	355	276	299	1.08	264	0.96	247	0.89
	100	550	355	355	323	404	1.25	342	1.06	294	0.91
	105	250	353	338	217	238	1.10	210	0.97	210	0.97
	105	350	353	338	267	298	1.12	259	0.97	243	0.91
	105	550	353	338	307	403	1.31	334	1.09	289	0.94
	110	250	350	321	211	237	1.12	206	0.98	206	0.98
	110	350	350	321	256	298	1.16	253	0.99	239	0.93
110	550	350	321	292	402	1.38	326	1.12	284	0.97	

onais, conduz a estimativas 52% e 20% superiores aos valores “exatos” (em média). Além disso, os valores de  $\sigma_{nl}/\sigma_u$  e  $\sigma_{nd}/\sigma_u$  exibem, também, uma dispersão bastante considerável (desvios-padrão iguais a 0.48 e 0.27, respectivamente) - i.e., tanto  $\sigma_{nl}$  como  $\sigma_{nd}$  sobrestimam, de forma substancial, as verdadeiras resistências últimas ( $\sigma_u$ ) em colunas afetadas por fenômenos de interação local-de-placa/distorcional.

(iii) Tal como sucedeu no caso das colunas, as relações entre os valores estimados e “exatos” da resistência última das vigas ( $\sigma_{nl}/\sigma_u$  e  $\sigma_{nd}/\sigma_u$ ) também tomam, freqüentemente, valores superiores a 1.0 - no entanto, as discrepâncias são, agora, um pouco menos acentuadas. Na realidade, as fórmulas que o MRD preconiza para estimar a resistência última de vigas que colapsam em modos locais-de-placa e distorcionais fornecem previsões 28% e 15% superiores aos valores “exatos” (novamente em média) - os desvios-padrão de  $\sigma_{nl}/\sigma_u$  e  $\sigma_{nd}/\sigma_u$  valem, agora, 0.24 e 0.17, respectivamente. Apesar de as diferenças serem algo menores, subsiste o mesmo comportamento qualitativo: as verdadeiras resistências últimas ( $\sigma_u$ ) das vigas afetadas por fenômenos de interação local-de-placa/distorcional também são, consideravelmente, sobrestimadas pela aplicação das metodologias do MRD que foram desenvolvidas para colapsos locais-de-placa ( $\sigma_{nl}$ ) e distorcionais ( $\sigma_{nd}$ ) puros.

Finalmente, as Figuras 2(a) (colunas) e 2(b) (vigas) mostram a variação da relação  $\sigma_{nd}/\sigma_u$  com a esbelteza distorcional  $\lambda_d$ . A observação dos resultados apresentados nessas figuras mostra, claramente, que aplicar as fórmulas do MRD relativas a colapsos distorcionais puros a colunas e vigas afetadas por fenômenos de interação local-de-placa/distorcional (Recorde-se que as fórmulas do MRD relativas a colapsos distorcionais puros fornecem melhores aproximações dos valores de  $\sigma_u$  - i.e., sobrestimam-nos menos - que as suas congêneres locais-

**Tabela 1C** - Comparação entre os valores “exatos” da resistência última de 36 (entre 108) colunas e as estimativas fornecidas por aplicação das fórmulas do MRD ( $\sigma_{nl}$ ,  $\sigma_{nd}$  e  $\sigma_{nld}$ ) e indicadores globais.

		AEF				MRD					
	$b_w$	$f_y$	$\sigma_{crit}$	$\sigma_{crd}$	$\sigma_u$	$\sigma_{nl}$	$\sigma_{nl}/\sigma_u$	$\sigma_{nd}$	$\sigma_{nd}/\sigma_u$	$\sigma_{nld}$	$\sigma_{nld}/\sigma_u$
$b_f=78, b_s=30, l=2.8, L=800mm$	100	250	736	656	249	250	1.00	247	0.99	247	0.99
	100	350	736	656	345	350	1.01	324	0.94	324	0.94
	100	550	736	656	508	514	1.01	442	0.87	442	0.87
	105	250	680	641	249	250	1.00	246	0.99	246	0.99
	105	350	680	641	344	350	1.02	322	0.94	322	0.94
	105	550	680	641	503	501	1.00	438	0.87	429	0.85
	110	250	630	625	248	250	1.01	246	0.99	246	0.99
	110	350	630	625	344	350	1.02	320	0.93	320	0.93
	110	550	630	625	499	489	0.98	434	0.87	416	0.83
	115	250	581	611	248	250	1.01	245	0.99	245	0.99
	115	350	581	611	342	350	1.02	318	0.93	318	0.93
	115	550	581	611	493	476	0.97	430	0.87	403	0.82
$b_w=100, b_f=100, l=2.0, L=950mm$	120	250	538	596	248	250	1.01	244	0.98	244	0.98
	120	350	538	596	341	342	1.00	316	0.93	316	0.93
	120	550	538	596	489	464	0.95	426	0.87	391	0.80
	$b_s$	$f_y$	$\sigma_{crit}$	$\sigma_{crd}$	$\sigma_u$	$\sigma_{nl}$	$\sigma_{nl}/\sigma_u$	$\sigma_{nd}$	$\sigma_{nd}/\sigma_u$	$\sigma_{nld}$	$\sigma_{nld}/\sigma_u$
	22	250	317	285	226	230	1.02	197	0.87	195	0.86
	22	350	317	285	262	288	1.10	241	0.92	224	0.85
	22	550	317	285	276	388	1.41	308	1.12	265	0.96
	24	250	317	299	227	230	1.01	201	0.89	198	0.87
	24	350	317	299	270	288	1.07	246	0.91	227	0.84
	24	550	317	299	287	388	1.35	315	1.10	268	0.93
	26	250	317	314	230	229	1.00	205	0.89	200	0.87
	26	350	317	314	279	288	1.03	251	0.90	230	0.82
26	550	317	314	300	388	1.29	323	1.08	273	0.91	
28	250	316	331	232	229	0.99	208	0.90	202	0.87	
28	350	316	331	288	288	1.00	257	0.89	233	0.81	
28	550	316	331	316	388	1.23	331	1.05	277	0.88	
30	250	315	350	234	229	0.98	212	0.91	205	0.88	
30	350	315	350	297	287	0.97	263	0.89	237	0.80	
30	550	315	350	337	387	1.15	339	1.01	281	0.83	
						<b>Méd.</b>	<b>1.52</b>	<b>Méd.</b>	<b>1.20</b>	<b>Méd.</b>	<b>0.97</b>
						<b>D.P.</b>	<b>0.482</b>	<b>D.P.</b>	<b>0.268</b>	<b>D.P.</b>	<b>0.129</b>

de-placa - ver Tabelas 1A-C e 2A-C -) conduz a:

- (i) Estimativas de  $\sigma_u$  razoavelmente precisas e maioritariamente conservativas nas *colunas* e *vigas* mais compactas, *i.e.*, aquelas com menores esbeltezas distorcionais -  $\lambda_d \leq 1.2$ .
- (ii) Estimativas de  $\sigma_u$  pouco precisas e maioritariamente não conservativas nas *colunas* e *vigas* mais esbeltas, *i.e.*, aquelas com maiores esbeltezas distorcionais -  $\lambda_d \geq 1.2$ . Além disso, constata-se que o erro das estimativas aumenta com o valor de  $\lambda_d$ .

Os fatos expressos, no segundo ponto anterior, permitem concluir, sem qualquer sombra de dúvida, que os efeitos devidos à presença de acoplamento com instabilidade local-de-placa fazem com que a resistência última *distorcional* de uma coluna ou viga sofra uma redução significativa. Além disso, constata-se, ainda, que essa redução cresce à medida que o valor da relação entre as tensões de cedência  $f_y$  e crítica distorcional  $\sigma_{crd}$  aumenta. Assim, tudo parece indicar que apenas é necessário tomar em consideração a influência dos fenômenos de interação local-de-placa/distorcional na resistência última de colunas e vigas (associada a mecanismos de colapso distorcionais), quando o valor da respectiva esbelteza distorcional  $\lambda_d$  for moderado a elevado, no sentido de se ter  $\lambda_d \geq 1.2$ .

## 5. MRD incluindo interação local-de-placa/distorcional

Adotando uma estratégia semelhante à que foi seguida, para desenvolver uma formulação do MRD, para estimar a resistência última de elementos estruturais que exibem acoplamento entre modos de instabilidade locais-de-placa e globais, torna-se possível propor expressões que fornecem curvas de dimensionamento aplicáveis a colunas e vigas afetadas por fenômenos de interação local-de-placa/distorcional. No caso das colunas, essa abordagem pode im-

**Tabela 2A** - Comparação entre os valores “exatos” da resistência última de 30 (entre 90) vigas e as estimativas fornecidas por aplicação das fórmulas do MRD ( $\sigma_{nl}$ ,  $\sigma_{nd}$  e  $\sigma_{nld}$ ).

		AEF			MRD						
	$b_f$	$f_y$	$\sigma_{cr1}$	$\sigma_{crd}$	$\sigma_u$	$\sigma_{nl}$	$\sigma_{nl}/\sigma_u$	$\sigma_{nd}$	$\sigma_{nd}/\sigma_u$	$\sigma_{nld}$	$\sigma_{nld}/\sigma_u$
$b_w=120, b_s=24, t=1.8, L=770mm$	55	250	898	889	253	250	0.99	250	0.99	250	0.99
	55	350	898	889	344	350	1.02	350	1.02	350	1.02
	55	450	898	889	419	450	1.07	437	1.04	437	1.04
	65	250	692	677	249	250	1.00	250	1.00	250	1.00
	65	350	692	677	327	350	1.07	338	1.03	338	1.03
	65	450	692	677	393	439	1.12	403	1.03	403	1.01
	75	250	535	542	239	250	1.05	249	1.04	249	1.04
	75	350	535	542	311	341	1.10	316	1.02	316	1.00
	75	450	535	542	370	405	1.09	375	1.01	357	0.94
	85	250	423	454	230	250	1.09	237	1.03	237	1.03
	85	350	423	454	296	316	1.07	299	1.01	284	0.94
	85	450	423	454	347	375	1.08	352	1.02	318	0.90
	95	250	341	389	223	235	1.05	226	1.01	219	0.97
	95	350	341	389	282	295	1.05	283	1.00	256	0.90
	95	450	341	389	304	349	1.15	333	1.09	285	0.93
	$b_s$	$f_y$	$\sigma_{cr1}$	$\sigma_{crd}$	$\sigma_u$	$\sigma_{nl}$	$\sigma_{nl}/\sigma_u$	$\sigma_{nd}$	$\sigma_{nd}/\sigma_u$	$\sigma_{nld}$	$\sigma_{nld}/\sigma_u$
$b_w=160, b_f=80, t=1.7, L=820mm$	19	250	410	345	226	249	1.10	218	0.96	218	0.96
	19	350	410	345	281	313	1.11	272	0.97	264	0.90
	19	450	410	345	315	371	1.18	318	1.01	294	0.89
	21	250	410	368	227	249	1.10	222	0.98	222	0.98
	21	350	410	368	285	313	1.10	278	0.98	268	0.91
	21	450	410	368	323	371	1.15	326	1.01	299	0.89
	23	250	409	394	228	249	1.09	227	1.00	227	0.99
	23	350	409	394	289	313	1.08	285	0.99	272	0.92
	23	450	409	394	331	371	1.12	334	1.01	304	0.89
	25	250	408	423	229	249	1.09	232	1.01	232	1.01
	25	350	408	423	292	313	1.07	292	1.00	276	0.93
	25	450	408	423	338	370	1.10	343	1.02	309	0.90
	27	250	406	455	230	248	1.08	237	1.03	237	1.03
	27	350	406	455	296	312	1.05	299	1.01	281	0.94
	27	450	406	455	345	370	1.07	352	1.02	314	0.90

plementar-se através da substituição de (i)  $P_y$  por  $P_{nd}$ , nas Eqs. (1), ou de (ii)  $P_y$  por  $P_{nl}$ , nas Eqs. (2) (Schafer, 2002b), onde  $P_{nd}$  e  $P_{nl}$  são as resistências últimas distorcional e local-de-placa fornecidas pelas Eqs. (2) e (1) -, conduzido-se, então, às estimativas da carga última  $P_{nld}$  e  $P_{nd}$  respectivamente. Yang e Hancock (2004a,b) adotaram, recentemente, a primeira metodologia, a qual se encontra representada, esquematicamente, no diagrama sequencial da Figura 3(a) - o “papel” da resistência nominal global  $P_{ne}$  é agora, desempenhado pela sua congênera distorcional  $P_{nd}$ . A mesma abordagem pode ser aplicada a vigas, conforme se ilustra no diagrama sequencial da Figura 3(b) - obtém-se o valor de  $M_{nld}$ , o qual constitui uma estimativa da correspondente resistência última de viga. Finalmente, destaca-se que a aplicação da metodologia que acaba de ser descrita pressupõe a determinação de valores *rigorosos* das cargas/momentos de bifurcação locais-de-placa e distorcionalis ( $P_{cr1}$  e  $P_{crd}$  ou  $M_{cr1}$  e  $M_{crd}$ ), tarefa que pode executar-se através de análises baseadas no método dos elementos finitos (de casca), no método das faixas finitas ou na Teoria Generalizada de Vigas (GBT).

Inicialmente, Yang e Hancock (2004b) compararam as estimativas da resistência última fornecidas pela metodologia do MRD por eles proposta<sup>2</sup> com os resultados de uma série de ensaios experimentais envolvendo colunas com seção em C e reforços intermédios “em forma de v” na alma e nos banzos (Yang, 2004, Yang & Hancock, 2004a). Esses autores mostraram, claramente, a existência de efeitos negativos devidos à interação local-de-placa/distorcional. Com base nessa comparação, os referidos

<sup>2</sup> Por uma questão de rigor, não pode deixar de referir-se que essa metodologia do MRD foi, originalmente, proposta por Schafer (2002b) alguns anos antes - no entanto, Yang e Hancock (2004b) foram os primeiros autores a explorar essa metodologia e a compará-la com resultados experimentais em que foi inequivocamente detectada a existência de interação local-de-placa/distorcional.

**Tabela 2B** - Comparação entre os valores “exatos” da resistência última de 30 (entre 90) vigas e as estimativas fornecidas por aplicação das fórmulas do MRD ( $\sigma_{nl}$ ,  $\sigma_{nd}$  e  $\sigma_{nld}$ ).

		AEF				MRD					
	$b_w$	$f_y$	$\sigma_{cr1}$	$\sigma_{crd}$	$\sigma_u$	$\sigma_{nl}$	$\sigma_{nl}/\sigma_u$	$\sigma_{nd}$	$\sigma_{nd}/\sigma_u$	$\sigma_{nld}$	$\sigma_{nld}/\sigma_u$
$b_f=50, b_s=10, t=0.8, L=450mm$	60	250	241	256	203	210	1.03	197	0.97	178	0.86
	60	350	241	256	222	262	1.18	243	1.09	206	0.91
	60	450	241	256	228	309	1.36	283	1.24	228	0.99
	70	250	239	242	200	209	1.05	193	0.96	176	0.86
	70	350	239	242	215	262	1.22	238	1.11	203	0.92
	70	450	239	242	223	309	1.38	277	1.24	224	0.99
	80	250	237	231	197	209	1.06	189	0.96	173	0.86
	80	350	237	231	223	261	1.17	233	1.05	199	0.87
	80	450	237	231	229	308	1.34	271	1.19	221	0.94
	90	250	234	220	193	208	1.08	186	0.96	171	0.86
	90	350	234	220	210	260	1.24	229	1.09	196	0.91
	90	450	234	220	215	307	1.43	266	1.24	217	0.98
	100	250	231	211	190	207	1.09	183	0.96	168	0.86
	100	350	231	211	203	259	1.27	225	1.11	193	0.92
100	450	231	211	210	305	1.45	262	1.25	213	0.99	
$b_w=180, b_s=15, t=1.1, L=750mm$	$b_f$	$f_y$	$\sigma_{cr1}$	$\sigma_{crd}$	$\sigma_u$	$\sigma_{nl}$	$\sigma_{nl}/\sigma_u$	$\sigma_{nd}$	$\sigma_{nd}/\sigma_u$	$\sigma_{nld}$	$\sigma_{nld}/\sigma_u$
	60	250	210	252	207	201	0.97	195	0.94	170	0.82
	60	350	210	252	240	251	1.04	241	1.01	196	0.82
	60	450	210	252	252	295	1.17	281	1.12	217	0.86
	65	250	204	221	196	198	1.01	186	0.95	163	0.82
	65	350	204	221	219	248	1.13	229	1.05	187	0.85
	65	450	204	221	223	292	1.31	267	1.20	207	0.92
	70	250	194	196	184	195	1.06	178	0.97	156	0.83
	70	350	194	196	195	244	1.25	219	1.12	179	0.90
	70	450	194	196	200	287	1.44	254	1.27	198	0.97
	75	250	182	176	173	191	1.10	171	0.99	148	0.84
	75	350	182	176	180	238	1.32	210	1.16	170	0.92
	75	450	182	176	185	281	1.52	243	1.31	187	0.99
	80	250	167	160	154	185	1.20	165	1.07	141	0.89
80	350	167	160	160	231	1.44	201	1.26	161	0.98	
80	450	167	160	164	272	1.66	233	1.42	177	1.06	

autores concluíram que (i) as referidas estimativas eram quase sempre conservativas e razoavelmente precisas (diferenças na ordem dos 10-20%) e, também, que (ii) era necessário realizar investigação adicional sobre o dimensionamento de colunas com tensões de bifurcação locais-de-placa e distorcinais quase coincidentes. Por outro lado, os autores desse trabalho (Silvestre et al., 2005) compararam as duas metodologias do MRD descritas anteriormente ( $P_{nld}$  e  $P_{nd}$  - abordagens LD e DL), no âmbito de colunas simplesmente apoiadas com seção em C (sem reforços intermédios) afetadas por fenômenos de interação local-de-placa/distorcional, tendo concluído que ambas conduziam a estimativas da carga última muito semelhantes. Tendo em vista todos esses fatos, foi decidido adotar, nesse trabalho, a “abordagem LD”, utilizando-a, assim, para se obterem as estimativas das resistências últimas do conjunto de colunas e vigas aqui analisadas.

## 6. Avaliação das estimativas do MRD com interação L-P/DIST

Além dos valores da resistência última gerados pelas fórmulas do MRD relativas aos colapsos locais-de-placa e distorcinais puros, as Tabelas 1A-C e 2A-C incluem, também, os valores de  $\sigma_{nld}$  (abordagem LD do MRD) - a sua observação motiva os seguintes comentários:

- (i) Apesar de os valores de  $\sigma_{nld}$  relativos às colunas serem, razoavelmente, precisos *em média* (a média da relação  $\sigma_{nld}/\sigma_u$  vale 0.97), observa-se uma dispersão considerável: o desvio-padrão de  $\sigma_{nld}/\sigma_u$  é igual a 0.13. Entre a totalidade das estimativas  $\sigma_{nld}$  para colunas, 1 é exata, 38 são conservativas e precisas ( $\sigma_{nld}/\sigma_u \geq 0.9$ ), 36 são demasiado conservativas ( $0.79 \leq \sigma_{nld}/\sigma_u < 0.90$ ), 16 são ligeiramente inseguras ( $\sigma_{nld}/\sigma_u \leq 1.10$ ) e 17 são muito inseguras ( $1.10 < \sigma_{nld}/\sigma_u \leq 1.36$ ).

**Tabela 2C** - Comparação entre os valores “exatos” da resistência última de 30 (entre 90) vigas e as estimativas fornecidas por aplicação das fórmulas do MRD ( $\sigma_{nr}$ ,  $\sigma_{nd}$  e  $\sigma_{nld}$ ) e indicadores globais.

		AEF				MRD					
	$b_s$	$f_y$	$\sigma_{crl}$	$\sigma_{crd}$	$\sigma_u$	$\sigma_{nl}$	$\sigma_{nl}/\sigma_u$	$\sigma_{nd}$	$\sigma_{nd}/\sigma_u$	$\sigma_{nld}$	$\sigma_{nld}/\sigma_u$
$b_w=400, b_f=150, t=2.0, L=1400mm$	22	250	131	115	126	171	1.36	144	1.14	119	0.91
	22	350	131	115	130	212	1.63	175	1.35	135	1.01
	22	450	131	115	133	250	1.88	202	1.52	148	1.08
	24	250	132	123	131	171	1.30	148	1.13	121	0.90
	24	350	132	123	134	213	1.59	180	1.35	138	1.00
	24	450	132	123	138	250	1.81	208	1.51	152	1.07
	26	250	132	132	137	171	1.25	152	1.11	123	0.88
	26	350	132	132	140	213	1.52	186	1.33	141	0.99
	26	450	132	132	143	250	1.75	214	1.50	155	1.07
	28	250	132	142	142	171	1.21	157	1.11	126	0.88
	28	350	132	142	146	213	1.46	192	1.31	144	0.98
	28	450	132	142	149	250	1.68	221	1.49	158	1.05
30	250	132	163	147	171	1.16	166	1.13	131	0.89	
30	350	132	163	153	213	1.39	203	1.33	149	0.98	
30	450	132	163	156	250	1.60	235	1.51	164	1.06	
$b_f=100, b_s=12, t=1.4, L=750mm$	$b_w$	$f_y$	$\sigma_{crl}$	$\sigma_{crd}$	$\sigma_u$	$\sigma_{nl}$	$\sigma_{nl}/\sigma_u$	$\sigma_{nd}$	$\sigma_{nd}/\sigma_u$	$\sigma_{nld}$	$\sigma_{nld}/\sigma_u$
	350	250	91.1	83.9	104	150	1.44	126	1.22	96	0.90
	350	350	91.1	83.9	113	186	1.65	153	1.35	109	0.94
	350	450	91.1	83.9	121	219	1.81	176	1.45	120	0.97
	370	250	82.7	80.0	102	145	1.42	124	1.21	92	0.88
	370	350	82.7	80.0	111	180	1.62	150	1.35	104	0.92
	370	450	82.7	80.0	120	211	1.76	172	1.43	114	0.94
	390	250	75.3	76.5	101	140	1.39	121	1.20	88	0.86
	390	350	75.3	76.5	110	174	1.58	147	1.33	99	0.90
	390	450	75.3	76.5	118	204	1.73	169	1.43	109	0.92
	410	250	68.1	72.3	99.1	135	1.37	119	1.20	84	0.84
	410	350	68.1	72.3	109	168	1.54	143	1.31	95	0.86
410	450	68.1	72.3	117	197	1.68	164	1.41	103	0.88	
430	250	61.9	68.3	97.5	131	1.34	116	1.19	80	0.82	
430	350	61.9	68.3	107	162	1.51	140	1.30	90	0.84	
430	450	61.9	68.3	115	190	1.65	160	1.39	98	0.86	
						<b>Méd.</b>	<b>1.28</b>	<b>Méd.</b>	<b>1.15</b>	<b>Méd.</b>	<b>0.95</b>
						<b>D.P.</b>	<b>0.241</b>	<b>D.P.</b>	<b>0.167</b>	<b>D.P.</b>	<b>0.069</b>

(ii) Os valores de  $\sigma_{nld}$  relativos às colunas são, também, razoavelmente precisos *em média* (a média da relação  $\sigma_{nld}/\sigma_u$  é, agora, igual a 0.95). No entanto, ao contrário do que sucedia no caso das colunas, a dispersão é relativamente, baixa: o desvio-padrão de  $\sigma_{nld}/\sigma_u$  vale 0.069. A totalidade das estimativas  $\sigma_{nld}$  para vigas compreende 3 exatas, 44 conservativas e precisas ( $\sigma_{nld}/\sigma_u \geq 0.9$ ), 28 demasiado conservativas ( $0.82 \leq \sigma_{nld}/\sigma_u < 0.90$ ) e 15 precisas, mas um pouco inseguras ( $\sigma_{nld}/\sigma_u < 0.82$ ).

As Figuras 4(a) (colunas) e 4(b) (vigas) mostram a variação das relações  $\sigma_u/f_y$  e  $\sigma_{nld}/f_y$  com a esbelteza distorcional  $\lambda_d = (f_y/\sigma_{crd})^{0.5}$ . Essas figuras incluem, também, as curvas de “tipo Winter” definidas pelas Eqs. (1)-(2) (colunas) e (3)-(4) (vigas), as quais fornecem as estimativas do MRD associadas a colapsos locais-de-placa e distorcionais puros. A partir da observação conjunta de todos esses resultados, podem extrair-se as seguintes conclusões:

- (i) Todas as estimativas fornecidas pela metodologia do MRD proposta (círculos negros) ( $i_1$ ) estão situadas abaixo das curvas relativas aos colapsos locais-de-placa e distorcionais puros, no caso das colunas e vigas *esbeltas* ( $\lambda_d > 1.2$ ) e ( $i_2$ ) estão próximos da curva relativa aos colapsos distorcionais puros, no caso das colunas e vigas *compactas* ( $\lambda_d < 1.2$ ). Isto significa que, pelo menos no intervalo de relação de tensões de bifurcação considerado ( $0.85 \leq \sigma_{crd}/\sigma_{crl} \leq 1.20$ ), com a esmagadora maioria dos valores situados entre 0.90 e 1.10, a interação local-de-placa/distorcional provoca uma redução substancial da resistência última em todas as colunas e vigas *esbeltas* (redução medida em relação aos valores das resistências aos colapsos locais-de-placa e distorcionais, considerados individualmente).
- (ii) Independentemente do valor da esbelteza distorcional da coluna ou viga, os círculos negros ( $i_1$ ) permanecem sempre bastante “alinhados”

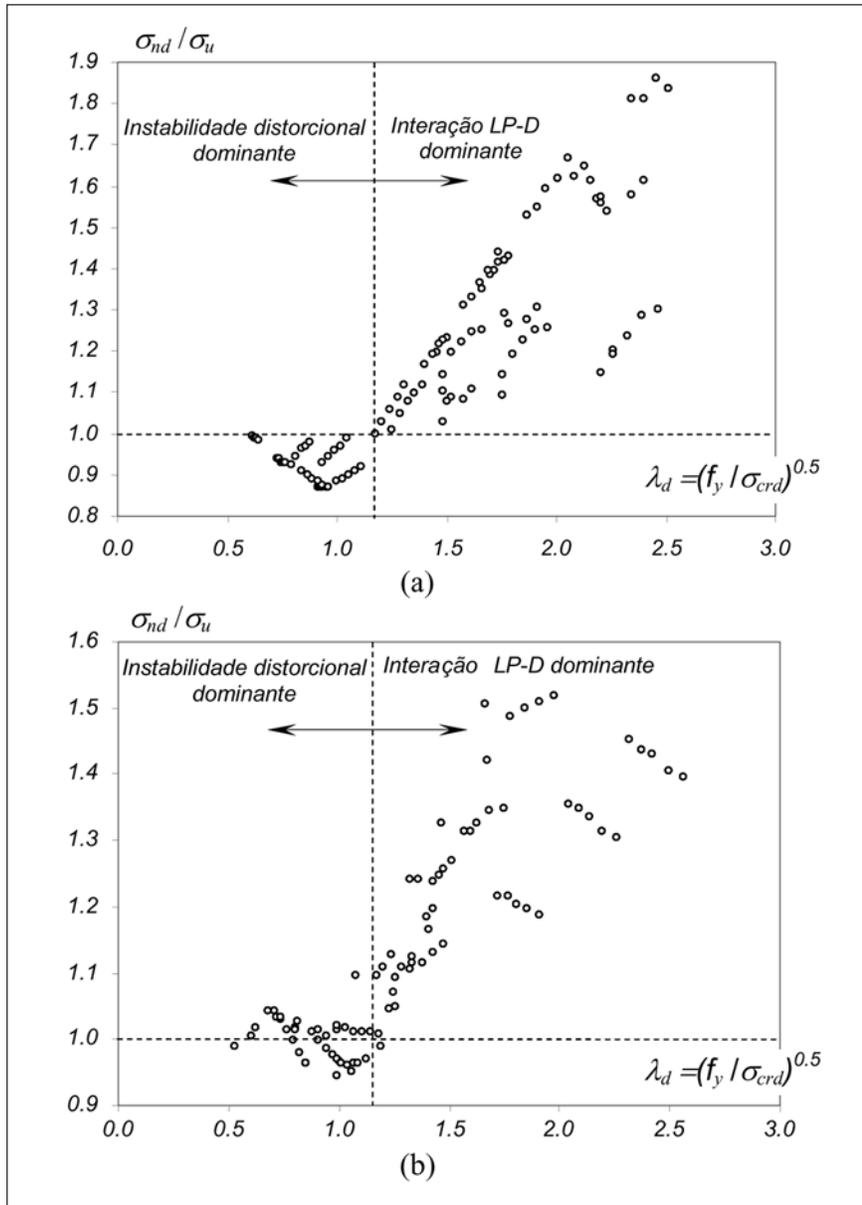


Figura 2 - Variação da relação  $\sigma_{nd}/\sigma_u$  com  $\lambda_d$  em (a) colunas e (b) vigas.

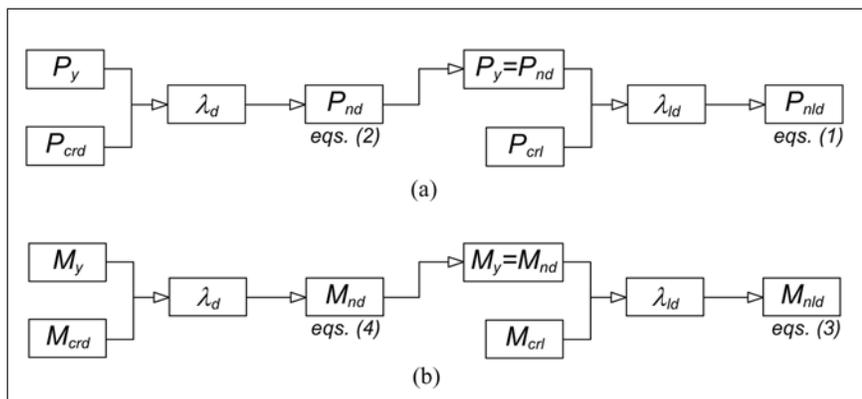


Figura 3 - Diagramas sequenciais respeitantes à aplicação do MRD a (a) colunas ( $P_{nld}$ ) e (b) vigas ( $M_{nld}$ ) afetadas por fenômenos de interação local-de-placa/distorcional.

e (ii<sub>2</sub>) estão situados numa vizinhança bastante próxima dos valores “exatos” da resistência última (círculos brancos), muito embora se observe, também, uma considerável “dispersão vertical” - na grande maioria dos casos (sobretudo nos relativos a vigas) ficam *abaixo* desses valores.

## 7. Recomendações de dimensionamento

Todas as colunas e vigas analisadas (num total de 198) exibem valores da esbelteza distorcional situados no intervalo para o qual as curvas de dimensionamento do MRD relativas aos colapsos locais-de-placa e distorcionais puros foram calibradas através da comparação com resultados experimentais. Se a diferença entre os valores das tensões críticas  $\sigma_{crl}$  and  $\sigma_{crd}$  das colunas e vigas for inferior a 15%, parece lícito afirmar que:

- (i) No caso das colunas e vigas de menor esbelteza distorcional ( $\lambda_d \leq 1.2$ ), os valores de  $\sigma_{nd}$  estimam com razoável precisão a resistência última  $\sigma_u$ , *i.e.*, contabilizam, devidamente, os efeitos da interação local-de-placa/distorcional<sup>3</sup> - assim, utilizar as disposições atuais do MRD relativas a colapsos distorcionais puros conduz a resultados bastante satisfatórios.
- (ii) Nas colunas e vigas com maior esbelteza distorcional ( $\lambda_d \geq 1.2$ ), enquanto as disposições atuais do MRD (colapsos locais-de-placa e distorcionais puros -  $\sigma_{nl}$  e  $\sigma_{nd}$ ) fornecem resultados insatisfatórios, a

<sup>3</sup> Por outras palavras, o valor da resistência última dessas colunas e vigas é pouco influenciado pelos fenômenos de interação local-de-placa/distorcional - como o início e o espalhamento da plasticidade ocorrem antes de a influência desses fenômenos se fazer sentir com algum significado no comportamento de pós-encurvadura, o mecanismo de colapso é, praticamente, “distorcional puro” (*i.e.*, “semelhante” às imperfeições iniciais).

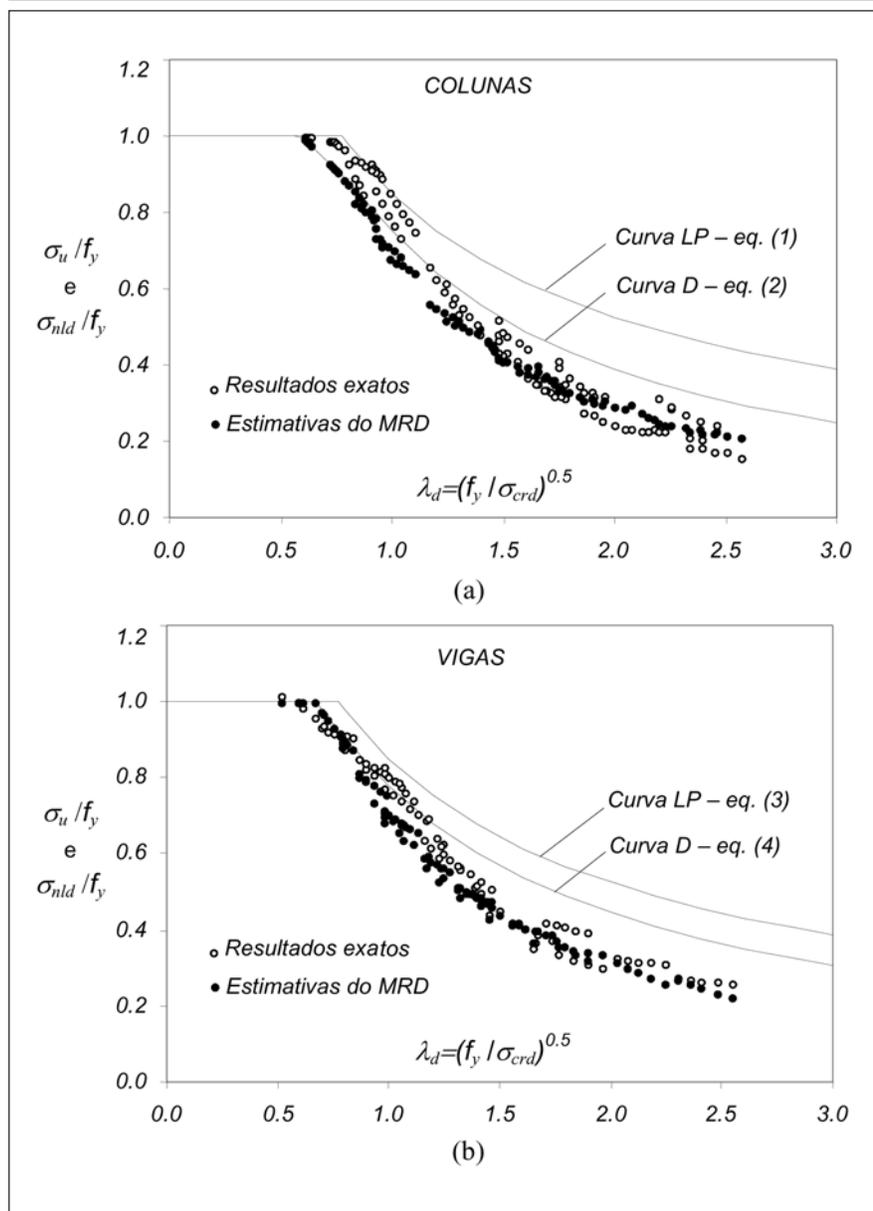


Figura 4 - Variação de  $\sigma_{nld} / f_y$  e  $\sigma_u / f_y$  com  $\lambda_d$  para (a) colunas e (b) vigas.

“abordagem LD” ( $\sigma_{nld}$ ) conduz a estimativas precisas da resistência última  $\sigma_u$ , *i.e.*, contabiliza, com sucesso, a interação local-de-placa/distorcional - no entanto, deve chamar-se a atenção para o fato de, em colunas com banzos largos e tensões de cedência elevadas, os valores de  $\sigma_{nld}$  fornecerem estimativas da resistência última visivelmente inferiores aos correspondents valores “exatos”<sup>4</sup>.

(iii) Independentemente do nível de esbelteza distorcional e com a ressalva

do aspecto referido no final do ponto anterior, os valores de  $\sigma_{nld}$  fornecem, praticamente, sempre estimativas bastante precisas da resistência últimas das colunas e vigas susceptíveis à ocorrência de fenômenos de interação local-de-placa/distorcional - não é possível conseguir esse tipo de desempenho através das atuais fórmulas do MRD, calibradas e validadas para estimar resistências últimas associadas a colapsos em modos locais-de-placa e distorcionalis puros.

## 8. Conclusão

Nesse trabalho, apresentaram-se e discutiram-se resultados de uma investigação em curso sobre a utilização do Método da Resistência Direta (MRD) para estimar a resistência última de colunas e vigas com seção em C afetadas por fenômenos de interação envolvendo modos de instabilidade locais-de-placa e distorcionalis. Com base nos resultados (cargas e momentos últimos) de um estudo paramétrico alargado, utilizando análises elasto-plásticas de 2ª ordem efetuadas através do método dos elementos finitos (programa ABAQUS e discretizações em elementos de casca) e envolvendo 108 colunas e 90 vigas, foi possível (i) demonstrar (numericamente) a existência de uma significativa redução da resistência última provocada pela interação local-de-placa/distorcional e (ii) mostrar a incapacidade das atuais fórmulas do MRD (validadas e calibradas no contexto de mecanismos de colapso locais-de-placa e distorcionalis puros) para estimar essa redução em colunas e vigas com seção em C e uma variada gama de dimensões. No entanto, mostrou-se, também, que uma formulação do MRD, a qual se baseia nas fórmulas referidas (modos de colapso puros), foi, originalmente, proposta por Schafer (2002b) e tem sido, recentemente, utilizada por Yang e Hancock (2004a,b), permitindo prever, com bastante rigor, a resistência última de colunas e vigas com seção em C afetadas por interação local-de-placa/distorcional - apesar desse bom desempenho, foi, ainda, possível identi-

<sup>4</sup> Nas colunas com banzos largos o modo local-de-placa é desencadeado pela instabilidade dos banzos (e não da alma, como sucede nas colunas de banzos curtos), o que implica seguramente uma redução da resistência à instabilidade distorcional (existe um “enfraquecimento” dos banzos) - *i.e.*, acentuam-se os efeitos da interação local-de-placa/distorcional, sobretudo se a tensão de cedência for elevada. Para uma discussão mais detalhada sobre estes aspectos, recomenda-se ao leitor a consulta do trabalho recente dos autores (Silvestre et al., 2005).

ficar alguns aspectos que deverão ser incluídos numa formulação do MRD mais elaborada e desenvolvida especificamente com o objetivo de contabilizar este tipo de interação modal. Finalmente, incluíram-se, também, no artigo, algumas recomendações de dimensionamento relativas à aplicação da nova formulação do MRD a colunas e vigas com seção em C e que possuem tensões de bifurcação locais-de-placa e distorcionais com valores muito próximos.

## 9. Referências bibliográficas

- AISI (American Iron and Steel Institute). *Appendix I of the North American Specification (NAS) for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members: Design of Cold-Formed Steel Structural Members with the Direct Strength Method*, Washington DC. 2004.
- DINIS, P.B., CAMOTIM, D. Estabilidade de perfis de aço enformados a frio: modelação por elementos finitos e estudo da influência das condições de apoio, Actas do VII Congresso de Mecânica Aplicada e Computacional (Évora, 14-16/4), J. Infante Barbosa (ed.), p.365-378 (v. 1). 2003.
- DINIS, P.B., CAMOTIM, D. Local-plate and distortional post-buckling behavior of cold-formed steel columns: elastic and elastic-plastic FEM analysis, *Proceedings of SSRC Annual Stability Conference* (Long Beach, 24-27/3), 475-498. 2004.
- DINIS, P.B., CAMOTIM, D. Interação local-de-placa/distorcional em colunas de aço enformadas a frio: análise por elementos finitos em regime elástico e elasto-plástico, *Métodos Numéricos em Ingeniería* (CMNI 2005 - Granada, 4-7/7), APARÍCIO, J., FERRAN, A., MARTINS, J., GALLEGO, R., SÁ, J. (eds.), 145, 2005. (Artigo completo nas Actas em CD).
- DINIS, P.B., CAMOTIM, D. On the use of shell finite element analysis to assess the local buckling and post-buckling behaviour of cold-formed steel thin-walled members, *Book of Abstracts of III European Conference on Computational Mechanics: Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering* (III ECCM - Lisboa, 5-9/6). SOARES, C.A.M. et al. (eds.), Springer, 689. 2006. (Artigo completo em "CD Proceedings")
- DINIS, P.B., SILVESTRE, N., CAMOTIM, D. Analysis of the local-plate/distortional mode interaction in cold-formed steel lipped channel columns, *Proceedings of Tenth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing* (Rome, 30-8/1-9), B. Topping (ed.), Civil-Comp Press, 371-372. 2005. (artigo completo em "CD Proceedings")
- DINIS, P.B., CAMOTIM, D., SILVESTRE, N. *FEM-based analysis of the local-plate/distortional mode interaction in cold-formed steel lipped channel columns*. 2006. (submetido para publicação).
- DUONG, H.M., HANCOCK, G.J. Recent developments in the direct strength design of thin-walled members, *Thin-Walled Structures: Recent Advances and Future Trends in Thin-Walled Structures Technology*, J. Loughlan (ed.), Canopus Publishing, 43-62. 2004.
- HANCOCK, G. J. MURRAY, T.M., ELLIFRITT, D.S. *Cold-formed steel structures to the AISI specification*. New York: Marcel Dekker, 2001.
- HKS (Hibbit, Karlsson and Sorensen Inc.) (2002). *ABAQUS Standard* (version 6.3-1).
- KWON, Y.B., KIM, N.G., KIM, B.S. A study on the direct strength method for compression members undergoing mixed mode buckling, *Proceedings of Third International Symposium on Steel Structures* (Seoul, 10-11/3), 108-119. 2005.
- MARTINS, A. *Interação entre instabilidade local de placa e distorcional em vigas de aço enformadas a frio com seção em C*. Portugal: Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, 2006. (Dissertação de Mestrado em Engenharia de Estruturas - em fase de conclusão).
- RASMUSSEN, K.J., HOSSAIN, M.S. Design of slender angle section beam-columns by the direct strength method, *Proceedings of Fourth International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures* (CIMS'04 - Rome, 27-29/9), M. PIGNATARO, J. RONDAL, V. GIONCU (Eds.), Editura Orizonturi Universitare (Timisoara), p. 331-344. 2004.
- SA-SNZ (Standards of Australia and Standards of New Zealand). *Australian/New Zealand Standard on Cold-Formed Steel Structures - AS/NZS 4600* (second edition), Sydney-Wellington. 2005.
- SCHAFFER, B.W. Progress on the direct strength method, *Proceedings of 16th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures* (Orlando, 17-18/10), 647-662. 2002a.
- SCHAFFER, B.W. Local, distortional and Euler buckling in thin-walled columns, *Journal of Structural Engineering* (ASCE), v. 128, n. 3, p. 289-299, 2002b
- SCHAFFER, B.W. Cold-formed steel design by the direct strength method: bye-bye effective width. *Proceedings of SSRC Annual Technical Session & Meeting* (Baltimore, 2-5/4), p. 357-377. 2003a.
- SCHAFFER, B.W. Advances in the direct strength design of thin-walled members, *Advances in Structures* (ASSCCA'03 - Sydney, 23-25/6), Hancock et al. (eds.), Balkema, Lisse, 333-339. 2003b.
- SCHAFFER, B.W. *Direct Strength Method (DSM) Design Guide*, American Iron and Steel Institute (AISI) - Design Guide CF06-1, Washington DC. 2006a
- SCHAFFER, B.W. Review: the direct strength method of cold-formed steel member design, *Proceedings of International Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures* (SDSS 2006 - Lisboa, 6-8/9), CAMOTIM, D., SILVESTRE, N., DINIS, P. B. (eds.), IST Press, Lisboa, p. 49-65. 2006b.
- SCHAFFER, B.W. Designing cold-formed steel using the direct strength method, *Proceedings of 18th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures* (Orlando, 26-27/10), p. 475-489. 2006c.
- SCHAFFER, B.W. Developments and Progress in the Direct Strength Method of Cold-Formed Steel Member Design, *Proceedings of the International Symposium on Innovative Design of Steel Structures* (Hong Kong, 10/11), B. Young (ed.), p. 43-62. 2006d.
- SCHAFFER, B.W., PEKÖZ, T. Laterally braced cold-formed steel flexural members with edge stiffened flanges. *Journal of Structural Engineering* (ASCE), v. 125, n. 2, p. 118-127, 1999.
- SILVESTRE, N., CAMOTIM, D., DINIS, P.B. On the use of the direct strength method to design lipped channel columns affected by local-plate/distortional mode interaction, *Proceedings of the 4th European Conference on Steel and Composite Structures* (EUROSTEEL 2005 - Maastricht, 8-10/6), 125-133. 2005.
- SILVESTRE, N., CAMOTIM, D., DINIS, P.B. DSM design against local-plate/distortional interactive buckling, *STEEL - A New and Traditional Material for Building* (ICMS 2006 - Poiana Brasov, 20-22/9), D. Dubina, V. Ungureanu (eds.), Taylor & Francis, 225-233. 2006.
- YANG, D. *Compression stability of high strength steel sections with low strain hardening*. Austrália: School of Civil and Mining Engineering, University of Sydney, 2004. (Ph.D. Thesis).
- YANG, D., HANCOCK, G.J. Compression tests of high strength steel channel columns with interaction between local and distortional buckling, *Journal of Structural Engineering* (ASCE), v. 130, n. 12, p. 1954-1963, 2004a.
- YANG, D., HANCOCK, G.J. Developments in design for distortional buckling of thin-walled members, *Thin-Walled Structures: Advances in Research, Design and Manufacturing Technology* (ICrws'04 - Loughborough, 22-24/6), J. Loughlan (ed.), Bristol: Institute of Physics Publishing, 23-38. 2004b.

Artigo recebido em 04/12/2006 e  
aprovado em 04/12/2006.