

Influência das tensões residuais na resistência de pilares de aço considerando a análise avançada com plasticidade distribuída

(Influence of the residual stresses on the strength of steel columns considering advanced analysis with distributed plasticity)

Andréia Cristina Barroso Almeida

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas
Departamento de Engenharia de Estruturas - UFMG. E-mail: acba@dees.ufmg.br

Armando Cesar Campos Lavall

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas - Professor Associado
Departamento de Engenharia de Estruturas - UFMG. E-mail: lavall@dees.ufmg.br

Resumo

As tensões residuais existentes nos perfis de aço, decorrentes dos processos de fabricação, são um dos principais fatores que afetam a resistência dos pilares, principalmente, em regiões de esbeltez intermediária ($40 \leq l/r \leq 120$). Assim, as curvas de resistência dos pilares devem ser baseadas em modelos de análise que incorporem a presença dessas tensões residuais ao longo da seção transversal. Nesse trabalho, apresenta-se uma formulação geometricamente exata para a análise não-linear física e geométrica de pórticos planos de aço, via Método dos Elementos Finitos, utilizando-se os conceitos da plasticidade distribuída. Através da técnica corrotacional obtém-se a matriz de rigidez tangente do elemento, levando-se em conta a presença das tensões residuais auto-equilibradas nas equações de equilíbrio. Os exemplos apresentados mostram a grande potencialidade da formulação desenvolvida. São analisados casos permitindo o estudo da influência das tensões residuais na resistência última dos pilares de aço, cujos resultados serão comparados com as curvas de dimensionamento à compressão apresentadas no projeto de revisão da NBR 8800 (2006), comprovando a aplicação da formulação como um Método de Análise Avançada.

Palavras-chave: Tensões residuais, análise avançada, plasticidade distribuída, não-linearidades física e geométrica.

Abstract

Residual stresses due to manufacturing process in steel sections reduce the column strength. This reduction is more important for medium slenderness ratio ($40 \leq l/r \leq 120$). So, the column strength curve should be based on analysis that includes the effect of residual stresses through the cross section. This paper presents a geometrically exact finite element formulation to consider material and geometric nonlinearities of steel plane frames, including distributed-plasticity analysis. The Corrotational technique is used to obtain the element's tangent stiffness matrix, considering self equilibrated residual stresses. The formulation accuracy is showed in the examples. The strengths predicted by the proposed formulation are compared with those predicted by the NBR 8800/06 review project, proving the efficiency of this approach as an Advanced Analysis Method.

Keywords: *Residual stresses, advanced analysis, distributed-plasticity, material and geometric nonlinearities.*

1. Introdução

As tensões residuais aparecem nos perfis estruturais e chapas de aço durante o processo de fabricação e permanecem, inevitavelmente, se nenhuma técnica de alívio de tensões for utilizada. Devido ao resfriamento não-uniforme, após a laminação ou soldagem da peça, surgem deformações plásticas e, conseqüentemente, tensões residuais que podem, em alguns casos, atingir o mesmo nível de grandeza da tensão de escoamento do material. As tensões residuais têm um papel importante no dimensionamento dos pilares de aço, pois, sendo a principal causa da não-linearidade do diagrama tensão x deformação na região inelástica, conforme afirmam Alpsten e Tall (1970), elas afetam, significativamente, a resistência à compressão. O objetivo desse trabalho é apresentar um elemento finito de pórtico plano que considera, na sua formulação, a distribuição de tensões residuais auto-equilibradas, visando à análise inelástica avançada, utilizando-se os conceitos da plasticidade distribuída. O desenvolvimento teórico considera a formulação Lagrangiana e a técnica corrotacional para a dedução consistente da matriz de rigidez tangente do elemento. Na implementação, o programa utiliza o modelo de fatias, no qual a seção transversal do elemento é dividida em fatias retangulares, permitindo o acompanhamento do processo de plastificação e a consideração de qualquer tipo de distribuição de tensões residuais na análise. Exemplos numéricos serão apresentados, mostrando a influência das tensões residuais no comportamento e na resistência de pilares de aço.

2. Métodos de análise avançada

A *Análise Inelástica Avançada* refere-se a qualquer método de análise que, de forma adequada, avalie, simultaneamente, a resistência e a estabilidade de um sistema estrutural como um todo, de tal forma que as verificações posteriores de cada elemento, separadamente, conforme as normas técnicas, possam ser dispensadas.

Conforme Kim e Chen (1996a, 1996b), desde meados dos anos de 1970, pesquisas têm sido realizadas sobre o desenvolvimento e validação de vários métodos de Análise Avançada. Diferentes tipos de Análise Avançada podem ser classificados em duas categorias: (1) método da zona plástica e (2) método da rótula plástica refinada.

Método da Zona Plástica

Nesse método, as barras dos pórticos são discretizadas em vários elementos finitos e a seção transversal é subdividida em fatias. O equilíbrio de cada elemento deve ser formulado considerando sua posição deslocada, ou seja, em teoria de 2ª ordem, devendo incluir os efeitos P- Δ e P- δ , garantindo a interação entre o sistema estrutural e suas barras no estudo da estabilidade da estrutura.

A tensão residual, em cada fatia, é admitida constante. O estado de tensão, em cada fatia, pode ser calculado, permitindo que a distribuição gradual da plastificação devido ao escoamento possa ser captada. Dessa forma, a análise por zona plástica elimina a necessidade da verificação da resistência de cada barra isoladamente, uma vez que pode, explicitamente, levar em conta os efeitos de 2ª ordem, a plasticidade distribuída e as tensões residuais, sendo, portanto, sua solução conhecida como solução “exata”.

Método da Rótula Elastoplástica Refinada

Esse método utiliza o conceito da plasticidade concentrada, conhecido como rótula plástica de comprimento zero, para avaliar o comportamento inelástico dos pórticos. O espalhamento da plasticidade nas seções e ao longo do comprimento das barras não é considerado, nem o efeito das tensões residuais entre duas rótulas plásticas. Sendo assim, consideráveis refinamentos devem ser feitos, na formulação, para que o método possa ser usado para análise prática de estruturas. O conceito do módulo tangente é utilizado para capturar os efei-

tos das tensões residuais ao longo da barra. Conseqüentemente, o método da rótula plástica refinada, apesar de aproximado, preserva a eficiência e a simplicidade do método da rótula plástica, mas sem superestimar a resistência e a rigidez da barra.

3. Tensões residuais nos perfis de aço

De acordo com Galambos (1988), o valor e a distribuição das tensões residuais dependem da forma da seção transversal, da temperatura de laminação ou soldagem, das condições de resfriamento, dos métodos de retificação das peças e das propriedades do material. A tensão de escoamento do aço não é um fator importante na formação das tensões residuais, sendo da mesma ordem de grandeza para perfis fabricados com aços de diferentes resistências.

Em perfis laminados a quente, o processo de formação das tensões residuais impõe que as extremidades das mesas e a região central da alma fiquem comprimidas, enquanto as junções entre alma e mesa fiquem tracionadas devido ao resfriamento lento. Para perfis soldados com chapas de bordas laminadas, a solda de união entre mesas e alma introduz tensões residuais de compressão nas extremidades das mesas, ampliando a região das tensões residuais de compressão, afetando, de forma adversa, a resistência dos pilares, se comparada com os pilares compostos por perfis laminados a quente. Nos perfis soldados com chapas cortadas a maçarico, o corte introduz tensões de tração nas bordas das chapas devido ao calor, agindo, favoravelmente, na resistência à compressão (Bjorhovde & Tall, 1960; Mc Falls & Tall, 1969; ECCS, 1976).

A literatura técnica tem adotado, de forma simplificada, as distribuições parabólica ou linear para a variação das tensões residuais dos perfis laminados e soldados. Vários pesquisadores (Kanchanalai, 1977; Chen & Toma, 1994; Chen et al., 1996; Kim & Chen, 1996a, 1996b, entre outros) utilizam a distribui-

ção linear nas mesas e constante na alma nos modelos de análise que considerem as tensões residuais. Entretanto, para perfis com grande altura de alma, a variação das tensões ao longo da alma deve ser, também, considerada. Assim, uma boa aproximação seria considerar distribuições parabólicas ou lineares, tanto nas mesas, quanto na alma.

Como as tensões residuais que aparecem nos perfis de aço são auto-equilibradas, a Tabela 1, adaptada de Almeida (2006), apresenta expressões da relação entre as tensões residuais de tração σ_{rt} (+) e de compressão σ_{rc} (-), segundo os tipos de distribuição a serem estudados no presente trabalho.

4. Formulação teórica

A formulação a seguir, adaptada de Pimenta (1986), Lavall (1996), Silva e Lavall (2005), apresenta uma análise inelástica de 2ª ordem, geometricamente exata, para estruturas de aço, utilizando uma teoria geral para análise não-linear de pórticos planos, pelo método dos elementos finitos, considerando ambos os comportamentos não-lineares, físico e geométrico das estruturas. A teoria prevê que os nós sofram grandes deslocamentos e rotações e os elementos da estrutura, grandes alongamentos e curvaturas.

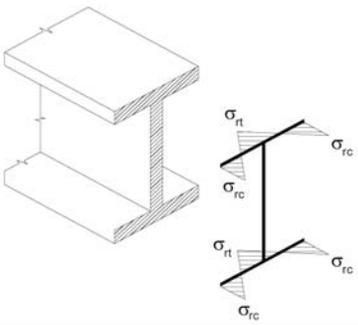
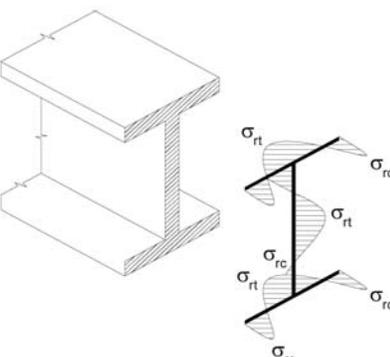
4.1 Deformações e tensões

Qualquer grandeza que compare os comprimentos da fibra nas configurações de referência e corrigida pode ser definida como medida de deformação. Assim, o estiramento da fibra considerada é uma medida básica de deformação, dada pela relação $\lambda = l_c / l_r$, onde l_r e l_c são, respectivamente, os comprimentos do elemento na posição de referência e corrigida. Nesse trabalho, são definidas a deformação linear e sua tensão conjugada, dadas por:

$$\epsilon_{1/2} = \epsilon = \lambda - 1 \quad \sigma_{1/2} = \sigma_N = \frac{N}{A_r} \quad (1)$$

onde: N é a força normal atuante e A_r é a área da seção transversal do elemento na configuração de referência.

Tabela 1 - Tipos de distribuição das tensões residuais.

Configuração	Distribuição		Tensão residual de tração σ_{rt}
	Mesas	Alma	
	Linear	Sem TR	$\sigma_{rt} = -\sigma_{rc}$
		Constante	$\sigma_{rt} = -\frac{t_f b_f}{t_f b_f + t_w d_w} \sigma_{rc}$ <p>onde: $d_w = d - 2t_f$</p>
		Linear	$\sigma_{rt} = -\sigma_{rc}$
	Parabólica	Sem TR	$\sigma_{rt} = -\frac{\sigma_{rc}}{2}$
		Constante	$\sigma_{rt} = -\frac{2t_f b_f}{4t_f b_f + 3t_w d_w} \sigma_{rc}$
		Parabólica	$\sigma_{rt} = -\frac{t_f b_f + t_w d_w}{4t_f b_f + t_w d_w} 2\sigma_{rc}$

Onde: b_f e t_f são a largura e a espessura das mesas; d_w e t_w são a altura e a espessura da alma; d é a altura total do perfil.

4.2 Relações constitutivas

O módulo de rigidez D_m , por definição, é o coeficiente angular da curva $\sigma_m \times \varepsilon_m$, dado pela relação: $d\sigma_m/d\varepsilon_m$.

No regime elastoplástico, distinguem-se 2 regiões, que variam de acordo com a situação na qual a fibra se encontra. Comparando-se a tensão atuante σ_m com a tensão inicial de escoamento do material σ_e , tem-se: se $(\sigma_m - \sigma_e) < 0$, a fibra está em regime elástico e $D_m = D_m^e = D = d\sigma_m/d\varepsilon_m$, tanto em carga, quanto em descarga; se $(\sigma_m - \sigma_e) > 0$, a fibra está em regime plástico e $D_m = D_m^e = D = d\sigma_m/d\varepsilon_m$, para descarga, ou $D_m = D_m^{ep} = D^{ep}$, para carga.

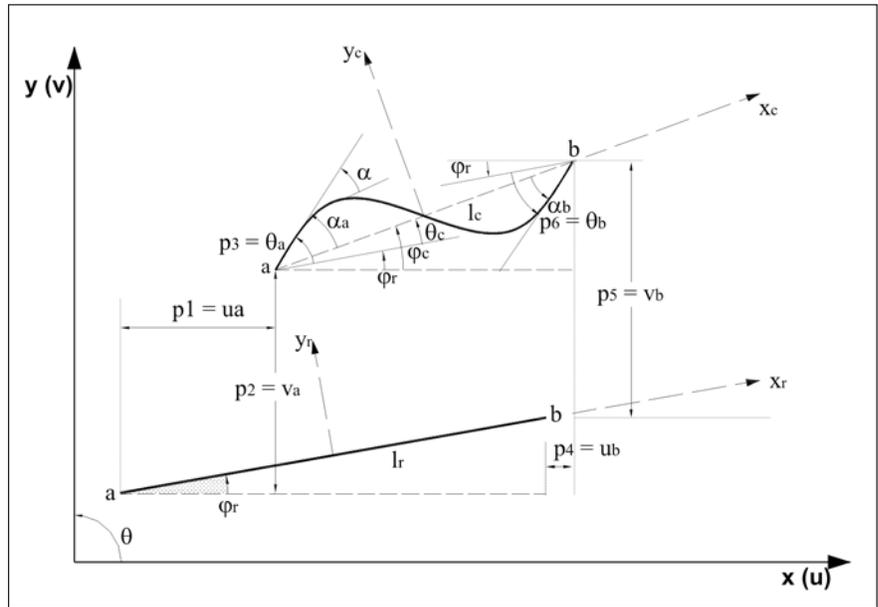


Figura 1 - Deslocamentos do elemento de pórtico plano em suas configurações de referência e deformada.

4.3 Sistema de coordenadas - Graus de Liberdade

A Figura 1 mostra um elemento qualquer ab pertencente ao pórtico, descrito no plano xy , cujo comprimento inicial é l_r . Nós possuímos 3 graus de liberdade: os deslocamentos vertical e horizontal u e v , respectivamente, e a rotação θ , medida no sentido anti-horário. Na configuração de referência, introduz-se um sistema de coordenadas local corrotacional x_r e y_r , centrado no elemento. O ângulo que esse elemento faz com o eixo x é φ_r . Após um determinado nível de carregamento, o elemento, já deformado, desloca-se para uma nova posição atualizada ou corrigida. Nessa configuração, introduz-se o sistema local de coordenadas x_c e y_c , centrado na corda que une as extremidades a e b do elemento, de comprimento l_c e ângulo φ_c com o eixo x .

Nesse trabalho, serão adotados três graus de liberdade naturais ou corrotacionais, que são quantidades objetivas (independem do movimento de corpo rígido), os quais são suficientes para medir as deformações do elemento, e que serão agrupados em um vetor \mathbf{q}_α (3×1), com $\alpha=1,2,3$, onde q_1 mede a mudança de comprimento da corda (alongamento ou encurtamento), q_2 mede o ângulo α_a na extremidade a do elemento e q_3 mede o ângulo α_b na extremidade b do elemento (estes dois últimos, independentes da rotação de corpo rígido θ).

Os graus de liberdade cartesianos p_i ($i=1,\dots,6$) são definidos por $p_1=u_a$; $p_2=v_a$; $p_3=\theta_a$; $p_4=u_b$; $p_5=v_b$; $p_6=\theta_b$ e são reunidos no vetor \mathbf{p}_i (6×1), denominado vetor de deslocamentos nodais do elemento.

As relações diferenciais entre as coordenadas locais corrotacionais e as coordenadas globais cartesianas podem ser escritas numa matriz $\mathbf{B}_{3 \times 6}$ ao se derivar \mathbf{q}_α em relação a \mathbf{p}_i , isto é, $\partial q_\alpha / \partial p_i$, ou $q_{\alpha,i}$. Localmente, \mathbf{B} pode ser escrita como o produto $\mathbf{B} = \overline{\mathbf{B}}\mathbf{T}$:

$$\overline{\mathbf{B}}_{(3 \times 6)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{l_c} & 1 & 0 & -\frac{1}{l_c} & 0 \\ 0 & \frac{1}{l_c} & 0 & 0 & -\frac{1}{l_c} & 1 \end{pmatrix}; \mathbf{T}_{(6 \times 6)} = \begin{pmatrix} t & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & t \end{pmatrix}; t_{(3 \times 3)} = \begin{pmatrix} \cos\varphi_c & \text{sen}\varphi_c & 0 \\ -\text{sen}\varphi_c & \cos\varphi_c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

A determinação das derivadas de segunda ordem, \mathbf{q}_α em relação a \mathbf{p}_i , isto é, $\partial^2 q_\alpha / \partial p_i \partial p_j$, faz-se, também, necessárias e pode ser colocada em três matrizes simétricas \mathbf{G}_α (6×6), com $\alpha=1, 2, 3$ e $i=j=1, \dots, 6$. Localmente, as matrizes \mathbf{G}_α podem ser escritas como o produto $\mathbf{G}_\alpha = \mathbf{T}^T \overline{\mathbf{G}}_\alpha \mathbf{T}$, onde a forma local $\overline{\mathbf{G}}_\alpha$ é dada pelas matrizes:

$$\bar{\mathbf{G}}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \bar{\mathbf{G}}_2 = \bar{\mathbf{G}}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

4.4 Campo de Deformação

Utilizando-se funções de interpolação usuais da análise numérica e simplificações de segunda ordem, chega-se à expressão final do campo de deformação:

$$\varepsilon = \frac{q_1}{l_r} + \left(1 + \frac{q_1}{l_r}\right) \left(\frac{q_2^2}{15} + \frac{q_3^2}{15} - \frac{q_2 q_3}{30}\right) - y_r (q_2 \psi_2'' + q_3 \psi_3'') \quad (4)$$

$$\text{onde: } \psi_2'' = \frac{6x_r}{l_r^2} - \frac{1}{l_r}; \quad \psi_3'' = \frac{6x_r}{l_r^2} + \frac{1}{l_r}$$

4.5 Matriz de Rigidez Tangente

Utilizando-se o Princípio dos Trabalhos Virtuais, deduz-se a expressão final da matriz de rigidez tangente, dada por:

$$\mathbf{k}_t = \underbrace{\mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B}}_{\text{parcela constitutiva}} + \underbrace{\mathbf{B}^T \mathbf{H} \mathbf{B}}_{\text{parcela } P-\delta} + \underbrace{Q_\alpha \mathbf{G}_\alpha}_{\text{parcela } P-\Delta} \quad (5)$$

onde se define:

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \frac{C_{1m}}{l_r} & \frac{C_{2m}}{l_r} & -\frac{C_{2m}}{l_r} \\ \frac{4C_{3m}}{l_r} & \frac{2C_{3m}}{l_r} & \frac{4C_{3m}}{l_r} \end{pmatrix} \quad (6); \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{15} N_m l_c & -\frac{1}{30} N_m l_c & \frac{2}{15} N_m l_c \end{pmatrix} \quad (7); \quad Q_\alpha = \begin{cases} Q_1 = N_m \\ Q_2 = -M_a \\ Q_3 = M_b \end{cases} \quad (8)$$

Sendo:

D - matriz de rigidez constitutiva no sistema local, formada pelos coeficientes de rigidez médio C_{1m} , C_{2m} e C_{3m} .

H - parcela matriz de rigidez geométrica, responsável pelo efeito P-δ, onde N_m é a força normal média no elemento.

Q_α - esforços internos naturais nas coordenadas corrotacionais.

Assim, as matrizes de rigidez tangente, constitutiva e geométrica, no sistema global, são, respectivamente:

$$\bar{\mathbf{k}}_M^{ep} = \bar{\mathbf{B}}^T \bar{\mathbf{D}} \bar{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \frac{C_{1m}}{l_r} & 0 & -\frac{C_{1m}}{l_r} & -\frac{C_{1m}}{l_r} & 0 & \frac{C_{2m}}{l_r} \\ 12\frac{C_{3m}}{l_r l_c^2} & \frac{6C_{3m}}{l_r l_c} & 0 & -12\frac{C_{3m}}{l_r l_c^2} & \frac{6C_{3m}}{l_r l_c} & \frac{2C_{3m}}{l_r} \\ 4\frac{C_{3m}}{l_r} & \frac{C_{2m}}{l_r} & \frac{C_{1m}}{l_r} & -\frac{6C_{3m}}{l_r l_c} & \frac{2C_{3m}}{l_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{12C_{3m}}{l_r l_c^2} & -\frac{6C_{3m}}{l_r l_c} & -\frac{C_{2m}}{l_r} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12C_{3m}}{l_r l_c^2} & -\frac{6C_{3m}}{l_r l_c} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4C_{3m}}{l_r} & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\bar{\mathbf{k}}_G^{ep} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{l_c^2}(M_b - M_a) & 0 & 0 & -\frac{1}{l_c^2}(M_b - M_a) & 0 \\ \frac{6N_m}{5l_c} & \frac{N_m}{10} & -\frac{1}{l_c^2}(M_b - M_a) & \frac{6N_m}{5l_c} & \frac{N_m}{10} & \\ & \frac{2N_m l_c}{15} & 0 & -\frac{N_m}{10} & -\frac{N_m l_c}{30} & \\ & & 0 & \frac{1}{l_c^2}(M_b - M_a) & 0 & \\ & & & \frac{6N_m}{5l_c} & -\frac{N_m}{10} & \\ & & & & \frac{2N_m l_c}{15} & \end{pmatrix} \quad (10)$$

Na formulação desse trabalho, será admitido que a tensão normal σ já leva em conta a presença de tensões residuais σ_r na seção transversal. Assim, a tensão normal pode ser reescrita como a soma de duas parcelas: $\sigma = \sigma_r + D\varepsilon$

Como as tensões residuais são auto-equilibradas, isto é, elas se distribuem na seção transversal de modo que as resultantes de forças normal (N_r) e momentos-fletores (M_r), na seção considerada, sejam nulas, tem-se:

$$N_r = \int_{A_r} \sigma_r dA_r = 0; \quad M_r = -\int_{A_r} \sigma_r y_r dA_r = 0$$

Assim, a força normal e o momento-fletor resultantes na seção podem ser determinados como:

$$\begin{aligned} N &= \int_{A_r} \sigma dA_r = \int_{A_r} \sigma_r dA_r + \int_{A_r} D\varepsilon dA_r = \int_{A_r} D\varepsilon dA_r \\ M &= -\int_{A_r} \sigma y_r dA_r = -\int_{A_r} \sigma_r y_r dA_r - \int_{A_r} D\varepsilon y_r dA_r = -\int_{A_r} D\varepsilon y_r dA_r \end{aligned} \quad (11)$$

5. Exemplos

Visando aos conceitos da Análise Inelástica Avançada, os exemplos a seguir estudarão a influência das tensões residuais, inerentes aos perfis de aço, na resistência de pilares, utilizando o programa computacional desenvolvido a partir da formulação apresentada. Para todos os exemplos, admite-se que o material é elástico-perfeitamente plástico.

5.1 Exemplo 1 - Distribuição das tensões residuais

O objetivo desse exemplo é analisar a influência das diversas distribuições das tensões residuais, apresentadas na Tabela 1, no comportamento e na resistência última de pilares de aço, considerando a flexão em torno dos eixos de maior e menor inércia.

Tomando-se como referência o perfil laminado **W200x46,1**, padrão GERDAU-AÇOMINAS, será analisado um pilar birrotulado com os índices de esbeltez 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180 e 200, cujo comprimento foi dividido em 10 elementos. A seção transversal foi dividida em 50 fatias, sendo 20 fatias para cada mesa e 10 para a alma e o aço escolhido tem módulo de elasticidade $E = 20500 \text{ kN/cm}^2$ e tensão de escoamento $\sigma_y = 25 \text{ kN/cm}^2$. O valor da tensão residual de compressão máxima σ_{rc}

foi adotado como sendo $0,3\sigma_y$, conforme estudam Kanchanalai (1977), Chen e Toma (1994), Chen et al. (1996), Kim e Chen (1996a, 1996b), entre outros. O carregamento foi incrementado, gradativamente, de 0,5% até a força normal de escoamento da seção na compressão centrada do perfil $P_y = Af_y = 1442,30 \text{ kN}$.

As Figuras 2 e 3 mostram os gráficos das curvas de resistência última, P/P_y x índice de esbeltez reduzido ($\lambda_0 = \lambda/\lambda_{lim}$), segundo os vários tipos de distribuição das tensões residuais, para os eixos de maior e menor inércia, respectivamente. A curva ideal, representativa do pilar livre de tensões residuais, delimita, através do índice de esbeltez reduzido $\lambda_0 = 1,0$ ($\lambda_{lim} \cong 90$), as regiões de flambagem elástica ($\lambda_0 \geq 1,0$) e inelástica ($\lambda_0 \leq 1,0$). Observa-se que as tensões residuais reduzem, significativamente, a resistência dos pilares, principalmente na região não elástica, que fica ampliada para a faixa de $0,0 \leq \lambda_0 \leq 1,3$. Obviamente, o efeito das tensões residuais é nulo para λ_0 superiores a 1,3, quando ocorre a flambagem elástica. As tensões residuais são mais desfavoráveis para a flexão em torno do eixo de menor inércia, onde a diminuição da rigidez é mais acentuada. Finalmente, pode-se observar que a distribuição linear das tensões residuais nas mesas é mais desfavorável do que a distribuição parabólica e que, entre todas, a combinação linear nas mesas com o comportamento constante na alma mantém-se mais conservadora, conforme também concluem Chen et al. (1996).

5.2 Exemplo 2 - Combinação das tensões residuais e imperfeições iniciais

Esse exemplo tem como objetivo observar o comportamento dos pilares devido ao efeito combinado das imperfeições geométricas iniciais e tensões residuais, procurando mostrar como a interação desses dois fatores influencia a resistência dos pilares. Os dados do exemplo anterior continuam válidos. Admitiu-se uma elástica parabólica para as imperfeições geométricas ini-

ciais com flecha máxima no meio do vão $\delta_0=L/1000$.

Através da Figura 4, nota-se que as imperfeições geométricas iniciais reduzem a resistência em toda a faixa de esbelteza, sendo essa redução mais significativa na região de esbelteza intermediária $0,4 \leq \lambda_0 \leq 1,4$. Os efeitos isolados não podem ser, simplesmente, somados para dar uma boa aproximação ao se considerar a combinação dos dois fatores, pois se trata de fenômeno não-linear. As resistências dos pilares, reduzidas pelos efeitos das imperfeições geométricas iniciais e tensões residuais, em comparação com as resistências idealizadas, mostram que o máximo efeito, considerando-se os fatores isolados ou combinados, sempre ocorre quando o índice de esbelteza λ está na região próxima a $\lambda_0 = 1,0$.

5.3 Exemplo 3 - Curvas de dimensionamento à compressão do projeto da NBR 8800/06

Nesse exemplo, pretende-se comparar as curvas de dimensionamento à compressão, adotadas no projeto de revisão da NBR 8800 (2006) com as curvas de resistência obtidas pela presente formulação.

De acordo com o projeto da NBR8800 (2006), a força normal de compressão resistente de cálculo $N_{c,Rd}$, considerando-se os *estados limites* últimos de flambagem por flexão e local, é dada por:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{al}} \quad (12)$$

onde: γ_{al} é o coeficiente de ponderação da resistência; χ e Q são os fatores de redução associados à flambagem global e à flambagem local, respectivamente; A_g é a área bruta da seção transversal e f_y é a resistência ao escoamento do aço.

Fazendo-se $Q = 1,0$ e $\gamma_{al} = 1,0$, a relação entre a força normal de compressão atuante P e a força normal de escoamento P_y é dada por:

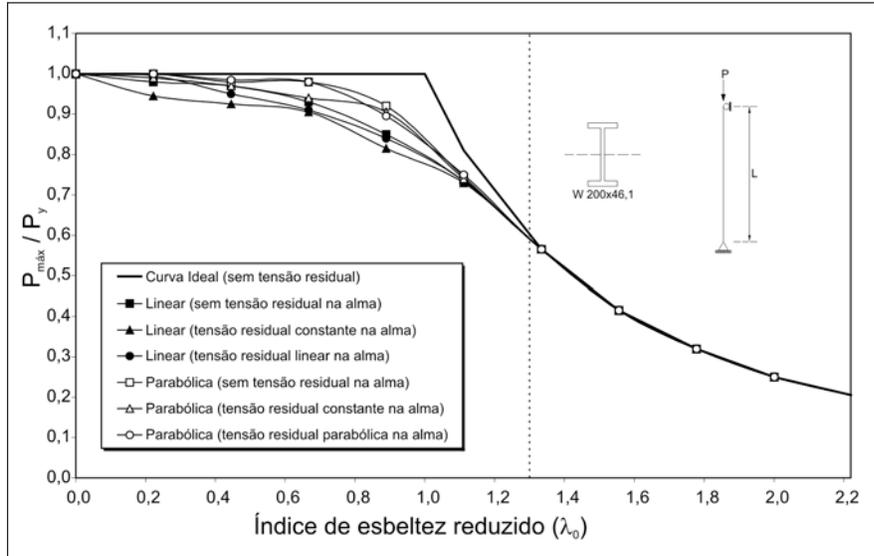


Figura 2 - Curvas de resistência última para as diferentes distribuições de tensões residuais para o eixo de maior inércia.

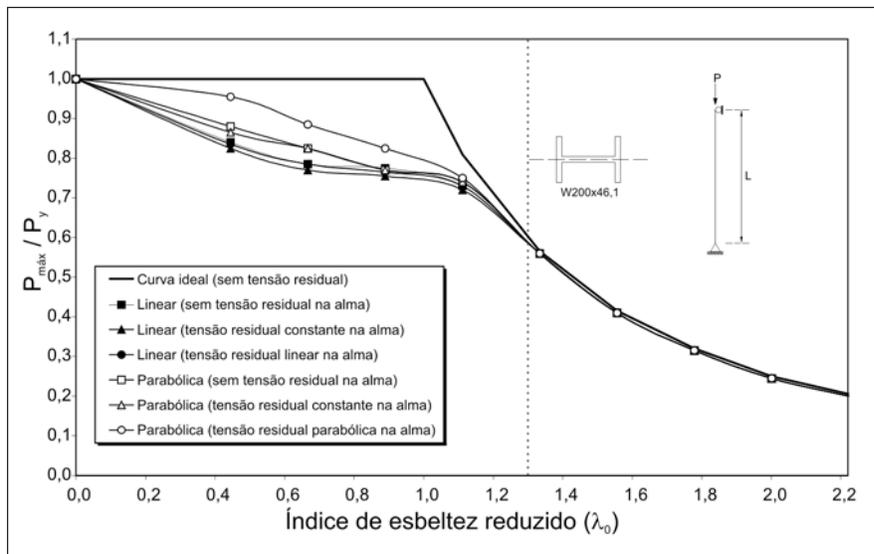


Figura 3 - Curvas de resistência última para as diferentes distribuições de tensões residuais para o eixo de menor inércia.

$$\frac{P}{P_y} = \frac{\chi A_g f_y}{A_g f_y} = \chi \quad (13)$$

A análise segundo a formulação do presente trabalho considera o pilar birrotulado de aço, com seção transversal em perfil **W200x46,1**, analisado segundo os eixos de maior e menor inércia. O comprimento do pilar foi dividido em 10 elementos e a seção transversal em 50 fatias, sendo 20 para cada mesa e 10 para

a alma. O aço escolhido foi o ASTM A36. O carregamento foi incrementado gradativamente de 0,5% até atingir a força normal de escoamento $P_y = 1442,30\text{kN}$. Definiu-se a elástica da imperfeição geométrica inicial como meia curva de seno, sendo $\delta_0=L/1000$ no meio do vão. As tensões residuais foram distribuídas de forma linear e parabólica, tanto nas mesas, quanto na alma, considerando-se a tensão de compressão σ_{rc} cerca de 30% e 50% da tensão de escoamento do material.

O projeto da NBR 8800 (2006) estabelece, para as seções “I” ou “H” laminadas, com relações geométricas $d/b \leq 1,2$ e $t_f < 100$ mm, a utilização da curva “b” para flambagem em torno do eixo de maior inércia e a curva “c” para flambagem em torno do eixo de menor inércia.

As Figuras 5 e 6 apresentam as curvas de resistência última para o pilar ideal (livre de imperfeições), as curvas de resistência última determinadas pela presente formulação e as curvas de dimensionamento à compressão do projeto da NBR 8800 (2006), para os eixos de maior e menor inércia, respectivamente.

Na Figura 5, observa-se que as curvas obtidas, pela presente formulação, descrevem comportamento semelhante em toda a faixa de esbeltez, aproximando-se da curva “a” do projeto da NBR 8800 (2006), exceto para o caso de tensão residual linear (50%), que tende para a curva “b”, na região $(0,0 \leq \lambda_0 \leq 1,2)$. Para o eixo de menor inércia, conforme a Figura 6, o comportamento descrito pelas curvas da presente formulação foi similar em toda a faixa de esbeltez. As curvas obtidas com tensões residuais de 50% permanecem entre as curvas “b” e “c” em toda a faixa de esbeltez, enquanto as obtidas com 30% ficam entre as curvas “b” e “c”, na faixa $0,0 \leq \lambda_0 \leq 0,8$, e entre as curvas “a” e “b”, na região onde $\lambda_0 > 0,8$.

6. Conclusões

A distribuição linear das tensões residuais nas mesas, combinada com distribuição constante na alma, é a mais conservadora entre as estudadas. Observou-se que o efeito das tensões residuais influencia a resistência última dos pilares de aço, na região inelástica, ampliando sua faixa para $0,0 \leq l_0 \leq 1,3$, nos eixos de maior e menor inércia. Comprovando Beedle e Tall (1960), Batterman e Johnston (1967), a faixa de esbeltez ($40 \leq l/r \leq 120$) está mais sujeita à redução da resistência devido ao efeito das tensões residuais. O efeito combinado das tensões residuais e imperfeições geométricas iniciais foi analisado, comprovando a necessidade de se incorpora-

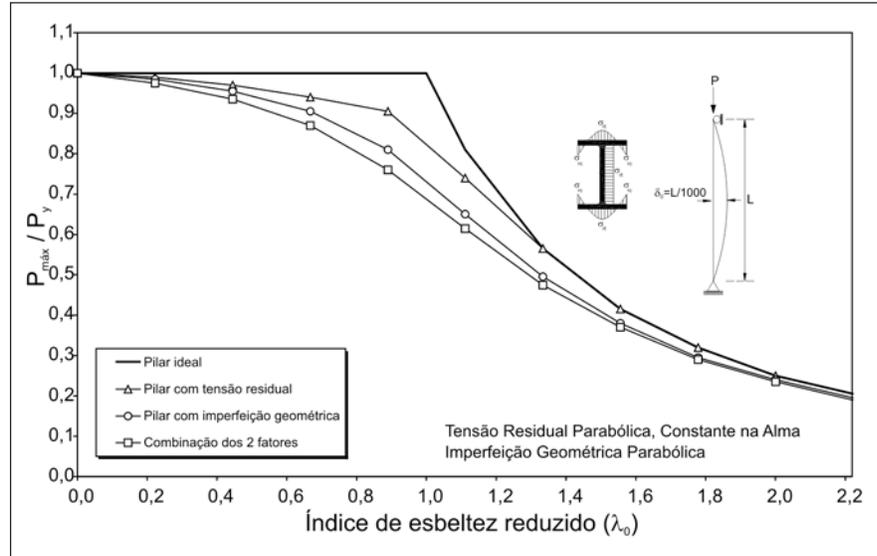


Figura 4 - Curva de resistência última considerando o efeito combinado de tensão residual e imperfeição geométrica inicial.

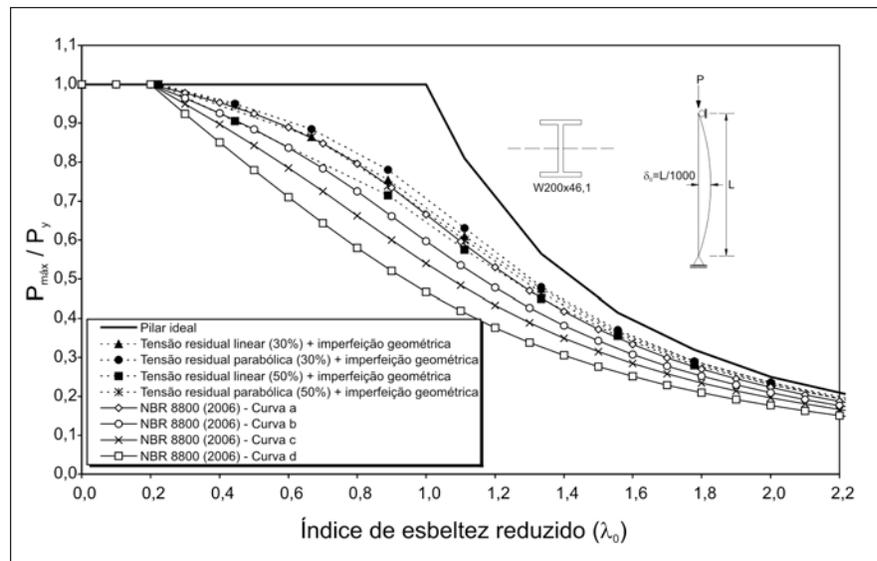


Figura 5 - Curvas de resistência última para perfil W200x46,1 na maior inércia, aço A36, e de dimensionamento à compressão do projeto da NBR 8800 (2006) para o eixo de maior inércia.

rem esses dois fatores em qualquer modelo de análise para cálculo da resistência de pilares.

Verificou-se que a curva de resistência à compressão obtida pela presente formulação, adotando-se tensão residual linear, sendo $\sigma_{rc} = -0,5f_y$, e a configuração senoidal para a elástica da imperfeição geométrica inicial, com $\delta_0 = L/1000$, tendem para a curva “b” de dimensionamento à compressão, adotada no projeto de revisão da NBR 8800 (2006), para o

eixo de maior inércia, e permanece entre as curvas “b” e “c”, para o eixo de menor inércia, comprovando as recomendações da norma citada. Considerando-se que, nesse trabalho, tem-se adotado a tensão residual, em função da tensão de escoamento f_y , é de se esperar que esse comportamento se repita para pilares formados por aços de maior resistência, assim como ocorre com as curvas de dimensionamento à compressão do projeto de revisão da NBR 8800 (2006), que são as

mesmas, independentemente do tipo de aço.

Os resultados apresentados mostram a validade e a potencialidade da formulação desenvolvida nesse trabalho, a qual baseia-se no conceito da plasticidade distribuída. Pode-se, então, concluir que a presente formulação pode ser considerada como um método de *Análise Inelástica Avançada*.

7. Agradecimentos

Os autores agradecem ao apoio da USIMINAS para a realização desse trabalho.

8. Referências bibliográficas

ABNT (2006): *Projeto de revisão da norma brasileira para projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios - NBR 8800/06* - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Versão setembro 2006, p. 253.

ALMEIDA, A. C. B. *Análise inelástica de pórticos planos considerando a plasticidade distribuída e o efeito das tensões residuais nos perfis estruturais de aço*. Escola de Engenharia da UFMG, 2006. p. 165. (Dissertação de Mestrado).

ALPSTEN, G. A., TALL, L. Residual stresses in heavy welded shapes. *Welding Journal/AWS*, p.93-105, 1970.

BATTERMAN, R. H., JOHNSTON, B. G. Behavior and maximum strength of metal columns. *Journal of the Structural Division (ASCE)*, v. 93, n. St 2, p. 205-230, 1967.

BEEDLE, L. S., TALL, L. Basic column strength. *Journal of the Structural Division (ASCE)*, v. 86, n. St 7, p. 139-173, 1960.

BJORHOVDE, R., BROZZETTI, J., ALPSTEN, G. A. AND TALL, L. Residual stresses in thick welded plates. *Welding Journal (AWS)*, v.51, n. 51, p.329-405, 1972.

CHEN, W. F., TOMA, S. *Advanced analysis of steel frames: theory, software, and applications*. Boca Raton: CRC-Press, 1994. p. 384.

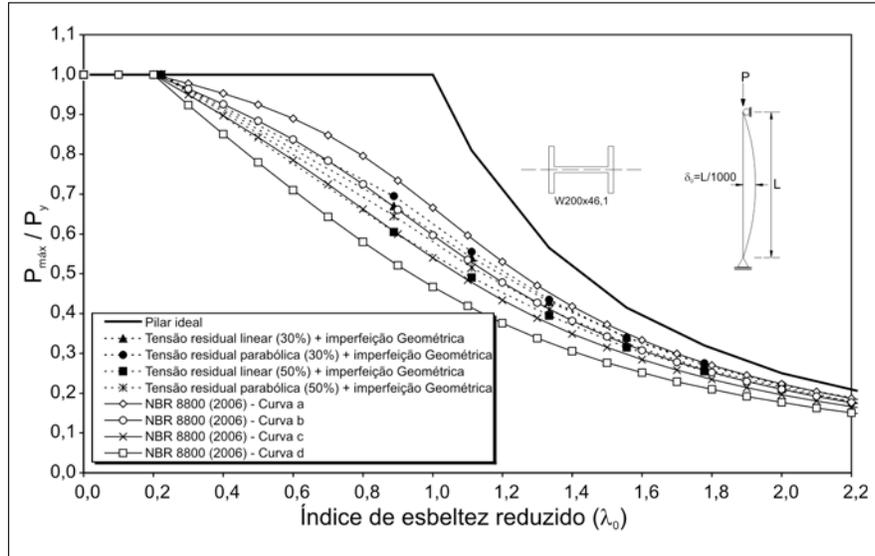


Figura 6 - Curvas de resistência última para perfil W200x46,1 na menor inércia, aço A36, e de dimensionamento à compressão do projeto da NBR 8800 (2006) para o eixo de menor inércia.

CHEN, W. F., GOTO, Y., LIEW, J. Y. R. *Stability design of semi-rigid frames*. New York: John Wiley e Sons, Inc., 1996. p. 468.

ECCS. *Manual on the stability of steel structures - EUROPEAN CONVENTION FOR CONSTRUCTIONAL STEELWORK (ECCS)*. 2º ed. Brussels: 1976.

GALAMBOS, T. V. *Guide to stability design criteria for metal structures*. 4th Edition. John Wiley & Sons, 1988.

KANCHANALAI T. *The design and behavior of beam-columns in unbraced steel frames*. AISI Project N°. 189, Report N°. 2, Civil Engineering/Structures Research Laboratory, University of Texas, Austin (TX), p. 300, 1977.

KIM, S. E., CHEN, W. F. Practical advanced analysis for braced steel frame design. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v. 122, n. 11, p. 1266-1274, 1996a.

KIM, S. E., CHEN, W. F. Practical advanced analysis for unbraced steel frame design. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v. 122, n. 11, p. 1259-1265, 1996b.

LAVALL, A. C. C. *Uma formulação teórica consistente para a análise não-linear de pórticos planos pelo método dos elementos finitos considerando barras com imperfeições iniciais e tensões residuais nas seções transversais*. Escola de Engenharia de São Carlos (USP), 1996. p. 265. (Tese de Doutorado).

MC FALLS, R. K. AND TALL, L. A study of welded columns manufactured from flame-cut plates. *Welding Journal/AWS*, p.141-153, 1969.

PIMENTA, P. M. *Análise não-linear de pórticos planos*. Boletim Técnico do Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, 8611. São Paulo: EPUSP, 1986.

SILVA, R. G. L., LAVALL, A. C. C. Formulação geral para análise avançada de pórticos de aço considerando a plasticidade distribuída. In: CILAMCE - Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 26. *Anais...* Guarapari - ES, v.1, p. 1-15, 2005.

Artigo recebido em 07/12/2006 e aprovado em 07/02/2007.

REM - Revista Escola de Minas
71 anos divulgando CIÊNCIA.