

## Desenvolvimento de habilidades e invenções robóticas para impactos sociais no contexto de formação em Matemática

### The development of robotic skills and inventions for social impacts in the context of Mathematics Education

 Greiton Toledo de Azevedo<sup>1</sup>

 Marcus Vinicius Maltempo<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano (IF-Goiano), Departamento de Matemática, Ipameri, GO, Brasil. Autor Correspondente: [greiton.azevedo@ifgoiano.edu.br](mailto:greiton.azevedo@ifgoiano.edu.br)

<sup>2</sup>Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Rio Claro, SP, Brasil.

**Resumo:** Temos por objetivo identificar e compreender o processo de desenvolvimento de habilidades Matemáticas durante a invenção de dispositivos robóticos destinados ao tratamento de Parkinson. De acordo com a metodologia qualitativa, os dados foram produzidos com estudantes do Ensino Médio, registrados em vídeos, fotografias, notas de campo, programas computacionais e entrevistas. Tais dados foram analisados à luz dos pressupostos do Construcionismo e organizados em seções que correspondem e tematizam as invenções criadas. Os resultados apontam para o desenvolvimento do raciocínio, argumentação, comunicação, representação e engajamento dos estudantes. Tais habilidades se constituem idiosincriticamente pelas ações e produções intelectuais em um ambiente de formação Matemática que privilegia autonomia e diálogo não hierarquizado e são compreendidas em três dimensões: Técnica, Conceitual e Comportamental. Os dados evidenciam um processo caracterizado pela dinamicidade não linear e orgânica de formação, apontando para o rompimento da tríade conteúdo-exemplo-exercício e das burocracias contraproducentes de sala de aula.

**Palavras-chave:** Ensino de matemática; Ensino médio; Jogos digitais; Robótica; Doença de Parkinson.

**Abstract:** We aim to identify and understand the process of developing mathematical skills during the production of robotic devices for Parkinson's disease. Based on qualitative methodology, data were collected with high school students, with recorded videos, photographs, field notes, computer programs and interviews. Such data were analyzed in light of the theoretical assumptions of Constructionism and organized into sections that correspond and thematize the inventions developed. The results point to the development of reasoning, argumentation, communication, representation, and engagement among the students. Such mathematical skills are idiosyncratically constituted by the actions and intellectual productions in an environment of mathematical training that favors autonomy and non-hierarchical dialogue. The skills are understood in three dimensions: Technique, Conceptual and Behavioral. Data also show a process characterized by the non-linear and organic dynamics of training, pointing to the rupture of the content-example-exercise triad and the counterproductive bureaucracies of the classroom.

**Keywords:** Mathematics teaching; Secondary school; Digital games; Robotics; Parkinson's disease.

Recebido em 09/02/2022  
Aprovado em 26/12/2022



## Introdução

Motivados em transladar o foco da Formação em Matemática do Ensino Médio (EM), que não mais se sustenta neste tempo, buscamos abrir novas rotas a fim de possibilitar experiências enriquecedoras sobre as quais os estudantes possam pensar e desenvolver os conhecimentos matemáticos em ambientes de invenções científico-tecnológicas e criativas (AZEVEDO, 2017, 2022; AZEVEDO; MALTEMPI, 2020a, 2020b, 2021; AZEVEDO; MACHADO; LYRA-SILVA, 2020; AZEVEDO; MALTEMPI; POWELL, 2022; AZEVEDO *et al.*, 2018, 2020). Reunimos esforços para compreender o desenvolvimento de habilidades Matemáticas que estejam amalgamadas a possíveis soluções de problemas encaminhados em sociedade. Ao questionarmos o modelo atual de ensino e aprendizagem em Matemática, perscrutamos possibilidades de novos caminhos de formação em Matemática a fim de estabelecer e favorecer condições para que os estudantes assumam a posição de cientistas nas aulas de Matemática quando desenvolvem dispositivos científico-tecnológicos a problemas reais em sociedade, em vez de apenas repetir informações a serem meramente reproduzidas em testes estandardizados.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira (LDB, 9.394/96) dialoga com essa concepção de que é possível promover caminhos formativos que estejam atentos à inovação científico-tecnológica e criativa da Educação Básica. Tal lei preconiza que se deve favorecer o pleno desenvolvimento do educando (artigo 2º) (LDB, 2018), o que inclui o domínio das tecnologias, o respeito à liberdade e o preparo para o exercício da cidadania. Embora não garanta seu uso e nem aponta estratégia de execução, a LDB (2018) se mostra aberta ao compasso das boas iniciativas educacionais ao Ensino Médio e outorga, conforme artigo 35, parágrafos 3º e 4º, o aprimoramento “[...] do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos relacionando a teoria com a prática de cada disciplina.” (LDB, 2018, p. 24). A Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio (BNCC), instituída e orientada pela resolução CNE/CP nº 2, de 22 de dezembro de 2017 (BRASIL, 2018), e o Plano Nacional de Desenvolvimento (PNE), pela Lei n. 13.005, de 25 de junho de 2014 (BRASIL, 2014), também apresentam com fragilidades exequíveis, preocupação com o uso de tecnologias digitais à formação do estudante, visando o potencial humano e acadêmico.

Nesse sentido, entendemos que colocar a formação em Matemática à altura de seu tempo pressupõe romper paradigmas e percursos cristalizados na educação mundial (ONU, 2020). Apoiamos o desenvolvimento de invenções robóticas em prol da sociedade pelo estudante da Educação Básica, de modo que a sua autonomia seja como um processo contínuo de transformações da própria aprendizagem. Igualmente necessária é a criatividade, entendida como a capacidade humana de inovar e estabelecer algo novo para o mundo. A ideia não é simplesmente desenvolver uma invenção tecnológica, enquanto se aprende Matemática, mas colocar o estudante como cientista e não como repetidor de informações, sendo capaz de beneficiar pessoas em sociedade. Uma formação em Matemática que não se limite ao conhecimento científico-tecnológico, tampouco aos testes padronizados (FREITAS, 2012), mas, sobretudo, que valorize uma formação humana, intelectualmente crítica, corroborando o processo contínuo de descobertas em fazer ciência com a Matemática (AZEVEDO, 2022).

Ao deslocar as lentes das repetições sucessivas de conceitos e exercícios em sala de aula (PAPERT 1996; RESNICK, 2017), orientamo-nos em percursos não lineares que nos permitem vislumbrar novas formas de desenvolver habilidades Matemáticas que conjugam elementos do pensar, saber e fazer Matemática para além dos muros escolares, dando mais contexto e sentido à formação em Matemática. Para tanto, buscamos neste trabalho identificar e compreender as habilidades Matemáticas mobilizadas durante a produção de jogos digitais e dispositivos robóticos destinados ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson, sob as lentes teóricas do Construcionismo. Nosso propósito é compreender a forma como os estudantes desenvolvem o saber e fazer Matemática, a partir das habilidades mobilizadas. Norteada pela abordagem de pesquisa qualitativa, a investigação foi realizada com estudantes do Ensino Médio do Projeto Mattics (AZEVEDO, 2022a, 2022b), no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano (IF-Goiano), em Ipameri (GO), e com profissionais do Hospital Dia do Idoso, em Anápolis (GO).

### **Lentes teóricas que subsidiam a pesquisa**

Reconhecendo que não é possível colocar a autonomia, a criatividade e as invenções dentro de uma prova ou em um exercício fechado, entendemos que incentivar a criatividade na formação Matemática como habilidade a ser desenvolvida pelo estudante pressupõe romper com algumas práticas institucionais, refletindo na formulação das matrizes curriculares, e não o contrário. Além disso, “[...] o problema não está [necessariamente] nas próprias disciplinas, mas em como elas são organizadas e ensinadas” (RESNICK, 2017, p. 143, tradução nossa).

Na Matemática, entendemos ser importante engajar os estudantes a serem pensadores criativos e a desenvolver suas ideias e habilidades à sociedade, sem que isso se reduza exclusivamente à empregabilidade ou ingresso ao ensino superior. Na maré contrária ao status quo da domesticação das habilidades matemáticas, o Construcionismo (PAPERT, 1980, 1991, 2008) nos ajuda a pensar em abordagens formativas que incentivem a criatividade dos estudantes a desenvolver dispositivos científico-tecnológicos de Matemática que não se limitem a rituais admoestados ou mecânicos. Ajuda-nos, também, a organizar e incentivar a formação em Matemática de estudantes mais éticos e intelectualmente solidários, negando o ensino como transmissão de conhecimentos incólumes, prestigiando o saber e o fazer matemático do estudante e a realidade que o circunscreve histórico-culturalmente. O conhecimento construído se conjuga por meio das vivências histórico-culturais do estudante e leva em conta as suas leituras e interpretações individuais de mundo que podem ser corretas, ricas, perenes ou não dependendo especialmente do trabalho do professor ou do contexto formativo. Tal organização formativa favorece a criação de contextos para que os estudantes atinjam seu potencial, a sua autonomia e criatividade, permitindo-lhes “[...] exercer uma cidadania que contribua para a paz humana e para o estabelecimento de uma ética da diversidade que vise ao respeito, à solidariedade e à cooperação com o outro” (D’AMBROSIO; LOPES, 2015, p. 10).

Aliado a esse entendimento e com o objetivo de privilegiar janelas abertas ao desenvolvimento de habilidades em Matemática, apoiamo-nos nas ideias do Construcionismo (MALTEMPI, 2004; PAPERT, 2008; RESNICK, 2017; VALENTE; BLIKSTEIN, 2020), que entende o desenvolvimento cognitivo empreendido como um processo ativo de (re)construção das estruturas mentais, no qual o conhecimento não pode ser simplesmente transmitido de uma pessoa a outra. Até porque, “[...] mesmo quando parece estarmos transmitindo

com sucesso informações dizendo-as, se pudéssemos ver os processos cerebrais em funcionamento, notaríamos que nosso interlocutor está *reconstruindo* uma versão pessoal das informações que pensamos estar *transferindo*.” (PAPERT, 2008, p. 137, grifo do autor).

O Construcionismo preconiza que “[...] quanto mais liberdade de expressão os alunos experimentarem, mais fiel à sua própria constituição a expressão será” (BLIKSTEIN, 2008, p. 847, tradução nossa). Ao valorizar o significado e o sentido que os estudantes atribuem às coisas e o seu engajamento científico, o Construcionismo reverbera que “[...] o conceito de construção ativa se torna mais rico e mais multifacetado e muito mais profundo em suas implicações” (PAPERT, 1991, p. 1, tradução nossa), haja vista que o significado e o sentido dos fenômenos se constituem ao longo do processo de produção ativa e não só no resultado final. O Construcionismo se opõe ao entendimento de que “[...] para uma melhor construção de conhecimento [em especial, matemático] deve haver um aperfeiçoamento da instrução, sem, no entanto, colocar em dúvida o valor da instrução como tal. Isso seria tolo.” (PAPERT, 1994, p. 124). Embora reconheça a instrução como técnica para desenvolver determinada habilidade, torna-se fecundo criar condições para que os estudantes possam compreender o que estão fazendo. Reconhecendo que a invenção de dispositivos robóticos é concebida como processo dinâmico-inventivo e caracterizado pela imaginação e originalidade, que não obedecem necessariamente a uma lógica linear de aprendizagem em Matemática, centramos olhares ao desenvolvimento de habilidades do estudante quando se produzem jogos digitais e dispositivos robóticos destinados ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson.

Defendemos com essa perspectiva, um contexto minimamente adequado de modo que os estudantes tenham tempo suficientemente hábil para atribuir sentido ao que desenvolvem. Em vez de tentar minimizar ou fragmentar burocraticamente o tempo deles, torna-se relevante maximizar o tempo criativo de invenção e engajamento no trabalho, com ou sem tecnologia. O foco não deve estar centrado em quais tecnologias os estudantes estão usando, mas no que eles estão fazendo com elas de modo a criar ideias, contextos e sentidos, indo além do utilitarismo. Essa assunção, a qual integra as atividades didático-pedagógicas e tecnológicas à realidade da própria experiência e vivência do aprendiz, considera atributos culturais, imagéticos e históricos dos sujeitos. Ao prestigiar o lugar de fala e os desafios que se circunscrevem no ambiente de aprendizagem, os estudantes são reconhecidos como sujeitos histórico-culturais e a sua leitura de mundo é vista como ponto fulcral ao desenvolvimento de habilidades em Matemática.

O contexto de formação em Matemática à luz do Construcionismo nos permite refletir criticamente em um ambiente formativo (simbólico e físico) que favoreça situações para que os estudantes aprendam e intervenham no mundo a partir do conhecimento em sociedade, usufruindo dos saberes matemáticos não como estáticos, cabais e neutros (PAPERT, 1994, 1996). Permite-nos ainda entender que ao produzir tecnologias para o Parkinson, o significado deve produzir ações e efeitos humanizadores, indo além do algoritmo que se trabalha na aula de Matemática (AZEVEDO, 2022; AZEVEDO; MACHADO; LYRA-SILVA, 2020).

Nesse sentido, ao tomarmos consciência sobre a importância de pensar em abordagens que promovam o trabalho de forma consciente em sociedade, o ambiente construcionista pode se constituir como um recurso diante da burocracia contraproducente à formação em Matemática. Tal reconhecimento se funda no sentido de oportunizar mais criticidade relativa a percepções, criatividade, autonomia dos estudantes em desenvolver

ideias, contextos e invenções de Matemática que contribuam para uma sociedade intelectualmente justa e corresponsável. Imbuídos dessa lente teórica, a qual subsidia e amplia nossas visões de formação em Matemática, avançamos à próxima seção a fim de conhecer os cenários, sujeitos e técnicas adotadas no percurso metodológico desta pesquisa.

### Percurso metodológico de pesquisa

Com o objetivo de identificar e compreender as habilidades Matemáticas mobilizadas durante a produção de jogos digitais e dispositivos robóticos destinados ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson, apoiamo-nos nos pressupostos qualitativos de pesquisa (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Isso porque visamos “[...] atingir aspectos humanos sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de métodos previamente definidos e, portanto, sem ficar presos a quantificadores e aos cálculos recorrentes” (BICUDO, 2006, p. 107). Nesse sentido, negamos a neutralidade do pesquisador durante a investigação e consideramos que há sempre um aspecto subjetivo a ser considerado. A pesquisa foi realizada no âmbito do Projeto Mattics, com a participação de 30 estudantes do Ensino Médio do Instituto Federal Goiano (IF-Goiano), em Ipameri (GO), e com visitas mensais no Hospital Dia do Idoso, em Anápolis (GO). Esse Projeto aconteceu semanalmente ao longo do ano letivo, no contraturno, e os estudantes participavam das sessões de fisioterapia no hospital, ao final de cada mês. Desde 2018, 30 jogos digitais e 15 dispositivos robóticos foram desenvolvidos pelos estudantes com a mediação do pesquisador, com o auxílio de profissionais da Computação e da área médica. Neste artigo, em especial, focamos na produção e uso do jogo *Bikechair* e do seu dispositivo robótico associado, tendo como base o contexto formativo de invenções em Matemática.

Em sintonia com o objetivo estabelecido, evidenciamos o contexto formativo em Matemática por meio de ilustrações, links e transcrições/discursos dos pesquisados e dos profissionais da Computação, Engenharia e saúde, que participaram do projeto. A apresentação e análise dos dados são sequenciais e dialógicas, à luz do aporte teórico estabelecido. A pesquisa considera as habilidades, de acordo com o Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa (2021), como “[...] aptidões para resolver problemas com mestria, destreza e bom conhecimento”, as quais, em conjunto, proporcionam o domínio de competências. Para registro dos dados utilizamos diversos instrumentos, como diário de campo do pesquisador, fotografias, filmagens e depoimentos dos estudantes, pacientes e dos profissionais do hospital. Para a produção dos jogos digitais e dispositivos robóticos foram utilizados os softwares *Scratch* e *GeoGebra*, e as placas BBC: *Micro-bit*, *Makey-Makey* e *Arduino*. Decidimos fazer uso de placas com o caráter mais acessível e versátil, permitindo a conexão entre os condutores de corrente elétrica e materiais de suporte, prestigiando a construção de circuitos elétricos com o uso de alumínio, cobre, baterias, dentre outros materiais. Os eletrônicos foram pensados no sentido de serem explorados pelos estudantes na posição de cientistas no ambiente construcionista e não na concepção de reprodutores de ideias mecânicas.

Para a apresentação e análise dos dados utilizaremos fotografias, instrumentos computacionais, caderno de campo, entrevistas, recortes dos diálogos e discussões filmados e anotados, e faremos uso dos símbolos [ ] para explicitar trecho que se refira à transcrição de fala dos sujeitos. Ainda, utilizaremos os símbolos ( ) para supressão dos diálogos e contextualização das falas, captadas de gravações e depoimentos coletados

ao longo da pesquisa. As ilustrações foram organizadas em letras e números. A letra indica o conjunto de imagens que se refere a um determinado contexto e o número associado sinaliza a parte deste contexto. Também incluímos os programas dos jogos e dos dispositivos robóticos desenvolvidos pelos participantes da pesquisa no material de análise. Consideramos não só o produto resultante dos programas computacionais, como também o seu processo de reconstrução. Tomamos o cuidado de encontrar significados entre os dados e evitar informações reiteradas. Para tanto, a partir da pré-análise de todo material, filtramos e focamos somente nas partes que convergissem para o objetivo da pesquisa.

Organizamos e sistematizamos a compreensão do processo de formação em Matemática por meio de descrições, tabulações e interpretações analíticas dos dados produzidos. Isto é, buscamos encontrar vínculos entre eles e apresentá-los de forma contextualizada. A combinação desses múltiplos registros, na abordagem qualitativa, pode também ser entendida como *triangulação dos dados da pesquisa*, que é “[...] um método que adiciona rigor, abrangência, complexidade e profundidade à pesquisa” (DENZIN; LINCOLN, 2000, p. 5, tradução nossa). Todos os participantes e colaboradores desta investigação receberam os termos de consentimento, anuência e autorização. Além disso, todos manifestaram interesse em participar sem o anonimato de suas identidades. Destacamos, também, que a pesquisa de doutorado que deu origem a este artigo, foi aprovada no Comitê de Ética (CEP) da Unesp, campus de Rio Claro (SP), cujo CAAE é 95768318.2.0000.5466 e parecer designado pelo código 3.243.517.

### Apresentação e análise de dados

O jogo *Bikechair* associado ao dispositivo *Bike-robótica* é uma das invenções dos estudantes para atender às sessões de fisioterapia de Parkinson no Hospital Dia do Idoso, tendo por base as orientações da equipe de profissionais da área da saúde. Tal invenção científico-tecnológica, que simula a pilotagem de uma bicicleta, busca encorajar o equilíbrio, a marcha, reflexos automáticos e força dos pacientes parkinsonianos, estimulando os aspectos motor-posturais adequados e as habilidades cognitivo-psíquicas. Essa invenção científico-tecnológica se constituiu ao longo de três principais fases, a saber: ideação, *brainstorms* e depuração, conforme a **ilustração 1**.

**Ilustração 1** – Jogo *Bikechair*: diferentes etapas da produção dos eletrônicos<sup>1</sup>

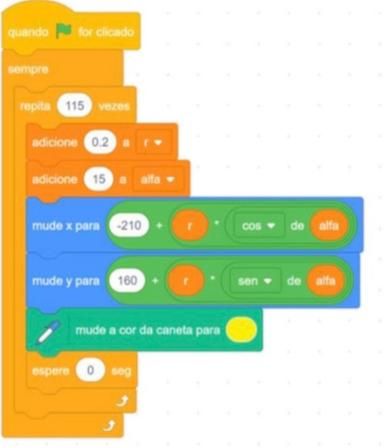


Fonte: Azevedo (2022).

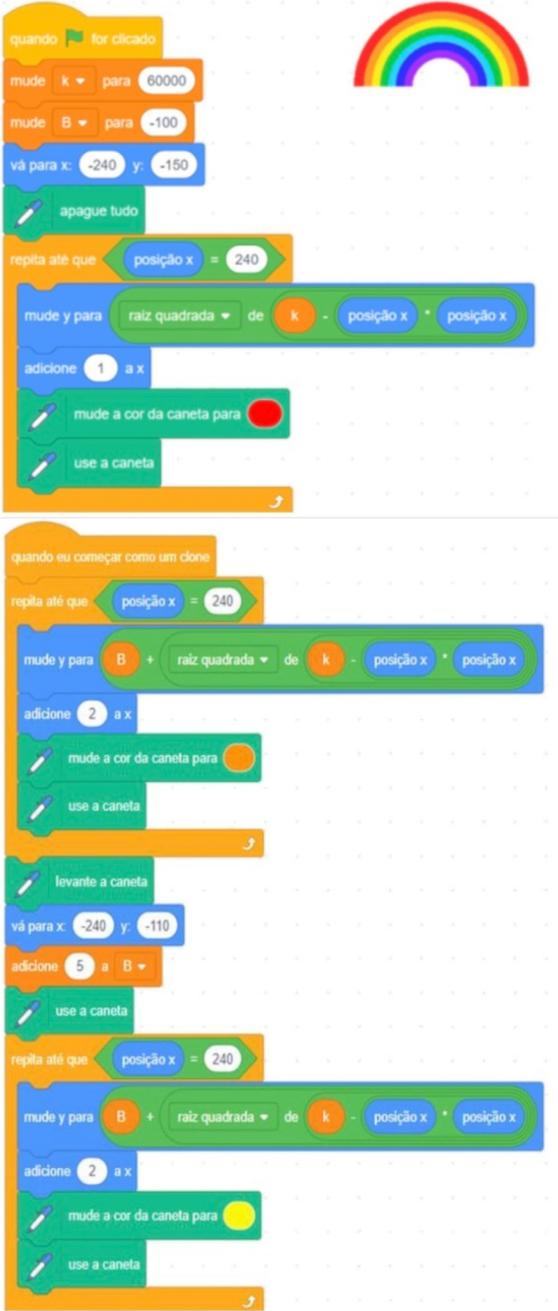
<sup>1</sup>Todas as fotos inseridas neste trabalho têm a autorização de exibição de imagem dos participantes, para o fim específico da pesquisa e publicações dela decorrentes.

Na ideação os estudantes investigaram e desenharam ideias Matemáticas e computacionais, que foram mobilizadas durante a invenção do jogo *Bikechair*. Lançaram mão de estratégias, rascunhos e comunicaram ideias uns com os outros de modo a definir os melhores objetos, cenários e programas do jogo, avançando junto com as mediações didático-pedagógicas do professor-pesquisador. A imagem central, que compõe a etapa *Brainstorming*, retrata a invenção inacabada do dispositivo robótico guidão da *bike*, parte integrante do dispositivo robótico, ainda em processo de construção. Já a fase de depuração, imagem à direita, evidencia a conexão entre jogo e dispositivo robótico. Nessa etapa, os estudantes ajustaram parâmetros matemáticos e corrigiram falhas de programas e do circuito elétrico *Bikechair*. Aprimoraram códigos e simularam orientações dos movimentos sensoriais de modo a atender às especificidades das sessões fisioterapêuticas do tratamento de Parkinson. Para conhecer melhor as ideias por trás desta invenção, apresentamos os quadros que seguem.

**Quadro 1** – Por trás da invenção *Bikechair* e *Bike-robótica*: ideias Matemáticas e conceitos de programação

Leitura e algoritmos	Matemática e programação
	<p>O palco é baseado no <b>plano cartesiano</b> de dimensões <math>(x, y)</math>: <math>-240 \leq x \leq 240</math> e <math>180 \leq y \leq 180</math>. As nuvens carregam ideias de deslocamento, velocidade e taxas de variação. O sol é formado por equações no sistema de coordenadas polares. Os livros em movimentos levam ideias de porcentagem, convergência, (in)equação do 1º grau. As árvores movimentam em escalas recursivas, baseadas nos conceitos de matrizes e transformações geométricas, como: rotação; escala; reflexão; e translação. Os programas da <i>Bikechair</i> se conectam ao dispositivo robótico por meio de placas e sensores <i>BBB: Micro-bit</i>.</p>
	<p>Recorte do programa da <i>Bikechair</i> que vincula a programação e placa sensorial <i>BBB: Micro-bit</i> via <i>Bluetooth</i>. O programa se inicia pelo comando controle [quando for clicado]. O objeto é ampliado 150% e se reposiciona cartesianamente em <math>x = 0</math> e <math>y = -190</math>, posição inferior da tela. Ao sincronizar placa e código, o comando faz a captura de movimentos e aceleração (acelerômetro) da <i>Bikechair</i>. O <i>Micro: bit</i> faz a leitura do campo magnético (magnetômetro) quando em uso.</p>
	<p>O programa projeta a construção, em movimento, do sol no formato de caracol em termos de coordenadas polares <math>(r, \alpha)</math>. Quando esse programa é pressionado, o código aciona os comandos de repetição, tendo como parâmetro a variáveis <math>r</math> (0.2) e <math>\alpha</math> (15), respectivamente raio e ângulo. O sistema estabelece a relação de coordenadas cartesianas e polares <math>P(x, y) \rightarrow P(r, \alpha)</math>. Ao transformar as coordenadas cartesianas (i) <math>x^2 = r^2 \cdot (\cos \alpha)^2</math> e (ii) <math>y^2 = r^2 \cdot (\sin \alpha)^2</math> [somando i e ii e utilizando a relação fundamental da trigonometria <math>(\cos \alpha)^2 + (\sin \alpha)^2 = 1</math>], obtém-se a equação reduzida (canônica) da circunferência <math>(x + 0)^2 + (y + 0)^2 = 1</math>, a qual se estrutura por campo polar de coordenadas polares [durante a execução do programa]. O código de programação carrega ideias das equações polares, sendo <math>x = -210 + r \cdot \cos \alpha</math> [movimento em x] e <math>y = 160 + r \cdot \sin \alpha</math> [movimento em y]. Assim que o giro do primeiro arco é construído, o código volta a repetir ordenado e sequencialmente a formar o sol.</p>
<p>Placas e acessórios utilizados na conexão jogo [<i>Bikechair</i>] e dispositivo robótico [<i>Bike-robótica</i>]</p>	
	

**Quadro 2** – Por trás da invenção *Bikechair* [Arco-íris]: ideias Matemáticas e conceitos de programação

Leiaute e algoritmos	Matemática e Programação
 <p>quando for clicado</p> <p>mude k para 60000</p> <p>mude B para -100</p> <p>vá para x: -240 y: -150</p> <p>apague tudo</p> <p>repetir até que posição x = 240</p> <p>mude y para raiz quadrada de k - posição x * posição x</p> <p>adicione 1 a x</p> <p>mude a cor da caneta para vermelha</p> <p>use a caneta</p> <hr/> <p>quando eu começar como um clone</p> <p>repetir até que posição x = 240</p> <p>mude y para B + raiz quadrada de k - posição x * posição x</p> <p>adicione 2 a x</p> <p>mude a cor da caneta para laranja</p> <p>use a caneta</p> <p>levantar a caneta</p> <p>vá para x: -240 y: -110</p> <p>adicione 5 a B</p> <p>use a caneta</p> <p>repetir até que posição x = 240</p> <p>mude y para B + raiz quadrada de k - posição x * posição x</p> <p>adicione 2 a x</p> <p>mude a cor da caneta para amarelo</p> <p>use a caneta</p> <p>Continua [...] ↑ ↓</p>	<p>Os programas ao lado, que funcionam em conjunto e paralelamente, integram parte do arco-íris [objeto do jogo].</p> <p>É iniciado por um controle que faz o objeto surgir na posição <math>x = -240</math> e desaparecer em um sistema de repetição equacionado em <math>x = 240</math>. Faz uso de <b>Funções Raízes</b>, cujos gráficos são semicírculos.</p> <p>O gráfico <math>y = \sqrt{r^2 - x^2}</math> é o semicírculo superior de centro na origem e raio (<math>r</math>). Considera-se <math>r^2</math> igual a <math>k</math> e, por estratégia, <math>k = 60000</math> [à luz das dimensões da tela].</p> <p>Utilizam-se na construção dos arcos do arco-íris ideias de <b>módulo</b>: <math>\sqrt{a^2} =  a </math>; <math> x ^2 =  x^2  = x^2</math>, <math>\forall a, b \text{ e } x \in \mathbf{R}</math> [quaisquer números reais <math>a, b \text{ e } x</math>]. O código de programação que descreve a função do semicírculo é dado por &lt;&lt; mude y para <math>\sqrt{r^2 - (x)^2}</math> &gt;&gt;.</p> <p>O algoritmo se baseia nas ideias da <b>Equação da Circunferência</b> <math>[x^2 + y^2 = r^2]</math> e se estrutura pela função do semicírculo <math>y^2 = r^2 - x^2 \leftrightarrow \sqrt{y^2} = \sqrt{r^2 - x^2} \leftrightarrow  y  = \sqrt{r^2 - x^2} \leftrightarrow y \pm \sqrt{r^2 - x^2} \leftrightarrow f(x) = \pm \sqrt{k - x^2}</math>, sendo <math>k - x^2 \geq 0</math>.</p> <p>O parâmetro <math>B</math> determina a posição vertical da função <math>f(x)</math>. Tal valor varia de <math>-100 \leq B \leq -70</math>. Cada novo arco translada verticalmente 5 unidades a mais em relação ao arco imediatamente inferior <math>f(x) = B + \sqrt{k - x^2}</math>, cujo domínio <math>\{x \in \mathbf{R} \mid -\sqrt{k} \leq x \leq \sqrt{k}\}</math>.</p> <p>A variável <math>B</math> projeta um conjunto de números inteiros, modelado na <b>Progressão Aritmética (PA)</b> de razão 5 unidades [sequência aritmética crescente]: <math>B_1 = -100</math>; <math>B_2 = -95</math>; <math>B_3 = -90</math> (...) e <math>B_7 = -70</math>. Cada valor de <math>B</math> corresponde a uma única posição y da função da semicircunferência. Tal comando se repete sete vezes de modo a formar os arcos do arco-íris, da cor vermelha à violeta.</p>

Fonte: Azevedo (2022).

De acordo com o **quadro 1** e com o **quadro 2**, verificamos a programação e as ideias Matemáticas mobilizadas e desenvolvidas pelos estudantes, com a mediação do professor-pesquisador e colaboradores, durante as invenções do jogo *Bikechair* e dispositivo *Bike-Robótica*. Para compreendermos melhor essas invenções científico-tecnológicas, evidenciamos, em forma de recorte, a construção e o desenvolvimento do objeto arco-íris do jogo. Na primeira etapa, os estudantes foram encorajados a projetar, modelar

e esboçar uma superfície dos arcos de um arco-íris, na forma de arcos concêntricos, conservando as propriedades da equação reduzida  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$  da circunferência, como se nota na **ilustração 2A**.

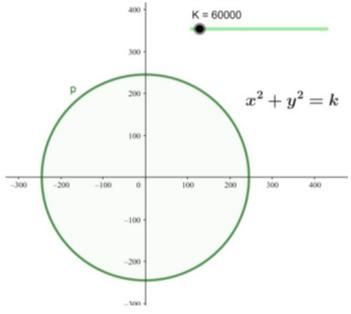
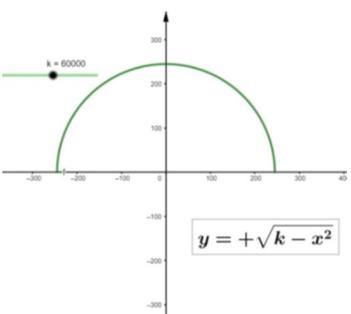
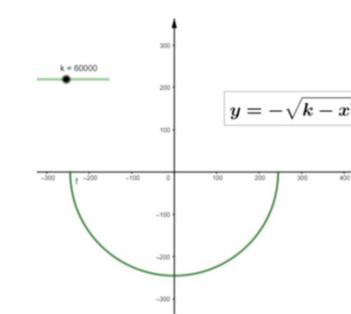
**Ilustração 2A** – Jogo *Bikechair*: diferentes etapas da produção dos eletrônicos



Fonte: Azevedo (2022).

- Amanda [...] *Como ficou decidido entre os grupos, já começamos a rascunhar os objetos do nosso maravilhoso jogo da Bike. O grupo está pensando na cadeira sofisticada para todos os pacientes, inclusive, os de cadeira de rodas [...] readaptamos os códigos similares ao jogo da Navegação, mudando as coordenadas no programa [fazendo referência de códigos já desenvolvidos na E4] e também colocamos o laço de repetição [repita sempre] [...]. Pensamos também na ideia das árvores se mexendo de trás para frente, dando a ideia de crescimento [apresentação do esboço à turma e discussão entre grupos] [...].*
- Caio [...] *precisamos colocar mais adrenalina no jogo, porque não está ainda interessante... [pensa nos objetos]. Rascunhamos [outro grupo] um modelo de time [por exemplo, variável]. Pode ser um fenômeno em movimento.... Pode ser um vento, um carro, ou um arco-íris passando na tela. Precisa ser um desenho em forma de movimento, tem que ter o algoritmo para sustentar essa trajetória. Mas, tem curva Matemática para isso?*
- Kamilla *Arco íris será legal... podemos representar o tempo, formando os sete arcos... [Simulação de hipóteses].*
- Professor [...] *Como queremos um arco-íris, como podemos escrever um 'pedaço' dessa curva usando essa equação da circunferência  $[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2]$ ? [Construção coletiva a partir da construção algébrica e geométrica do teorema de Pitágoras de forma exploratória no Geogebra\*...]. O Centro da Circunferência pode ser  $C(0,0)$ . Poderia ser outro  $C$ ? Vamos alterar o valor para ver o que acontece? [Tempo] O comprimento da circunferência é diretamente proporcional ao raio  $R$ ? [Conjecturas] Quando o valor do raio muda o comprimento da circunferência altera também? [...] Que tamanho de  $r$  podemos ter para fazer o arco íris passar na tela do jogo?*
- Gustavo [Tempo] *Mudou o raio... Tudo se altera aqui... podemos então dizer que a equação da circunferência de centro na origem  $C(0,0)$   $[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2]$  nos dá arcos que podem ser utilizados na criação do objeto. O programa não estava executando [mostra o algoritmo] Precisamos criar um algoritmo em função de uma variável, e não de duas  $[x, y]$ . E se usarmos função para superar esse problema das variáveis? [Hipótese]. Precisamos incluir o laço de repetição para gerar os movimentos dos arcos...*
- Professor *Que tal pensarmos na construção do arco-íris utilizando as ideias da 'semi-equação da circunferência' [programação], deixando tudo em função de  $x$ ? Podemos gerar uma função. Já ouviram falar da função raiz?*
- Anderson *Como seria o modelo dela? [problematização] Estamos rascunhando o código a partir da equação da circunferência e unindo com loop  $x = 240$ . Nosso grupo tentou gerar o movimento circular superior do arco, mas ele não roda e nem compila. Estamos analisando os parâmetros e nas linhas aqui [do código].*
- Caio [Discussão entre grupos] *Pegamos a equação da circunferência e isolamos a variável  $y$   $[y = \pm \sqrt{r^2 - x^2} \leftrightarrow f(x) = \pm \sqrt{r^2 - x^2}]$ . Como não queremos a circunferência completa, tiramos a parte de baixo dela  $[\sqrt{r^2 - x^2}]$ . Veja o algoritmo... veja o seu comportamento em movimento... Massa, né? Mantemos só o lado positivo  $[(+) \sqrt{r^2 - x^2}]$ , igual ao arco-íris. Curioso isso: é função?*

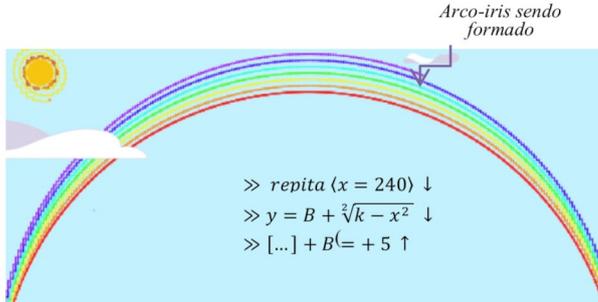
**Ilustração 2B – Jogo Bikechair: construção dos arcos [Dom: domínio]**

Equação da Circunferência	A junção das semicircunferências é a circunferência completa	
 <p><math>x^2 + y^2 = k</math></p>	 <p><math>y = +\sqrt{k - x^2}</math></p>	 <p><math>y = -\sqrt{k - x^2}</math></p>
$p: x^2 + y^2 = r^2 = 60000$	$f(x) = +\sqrt{(60000 - x^2)}$	$f(x) = -\sqrt{(60000 - x^2)}$
$C(0,0) \mid r = \sqrt{k}; k \geq 0$	$Dom = \{x \in R \mid -\sqrt{k} \leq x \leq \sqrt{k}\}$	$Dom = \{x \in R \mid -\sqrt{k} \leq x \leq \sqrt{k}\}$

Fonte: Azevedo (2022).

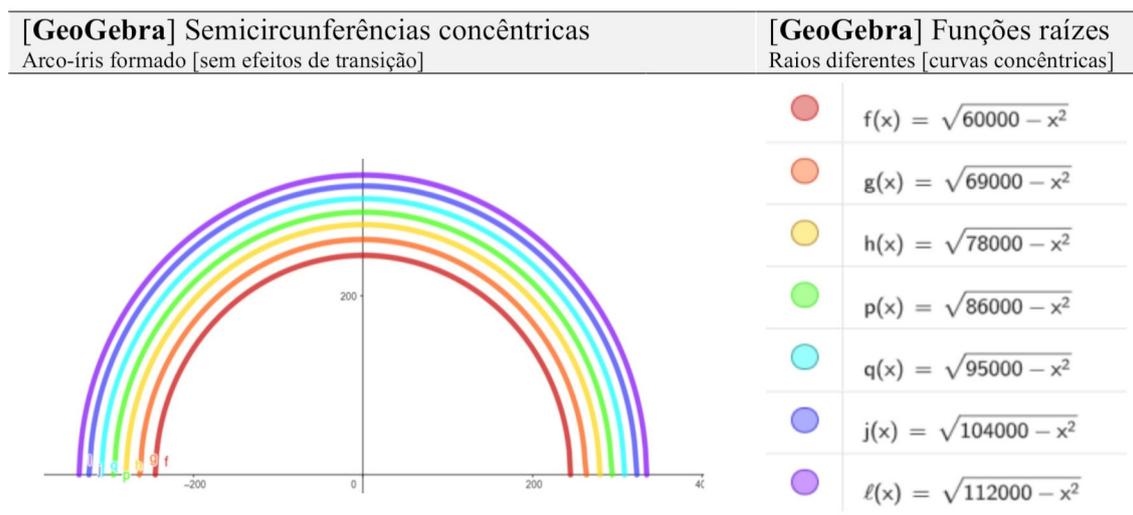
- Caio *Penso que se excluirmos a parte de baixo da circunferência; vai ser função e estará certa [bem definida]... Veja isso aqui: há uma ligação de um em um no arco da semicircunferência... [discussão da definição de função] [...] [Def. de f(x): cada ponto x de um conjunto A (domínio) associa um ponto f(x) de um conjunto B (contradomínio); em símbolos: f: A → B e x → f(x)].*
- Líria *[Construção do código]. Agora, sim! Com essa função, colocamos tudo em função da variável x, o código executa no Scratch... Massa! Vamos criar, aqui!*
- Caio *[Tempo de discussão]. Quando variamos o valor do raio [k] podemos formar várias circunferências concêntricas [de mesmo centro]. Podemos utilizar essa ideia para fazer os 7 arcos? [Exploração no Geogebra].*
- Gabriela *Legal! Nosso grupo não pensou em alterar o raio.... Aliás, costumamos fazer os arcos diferentes [não concêntricos], pois somamos 5 unidades em cada arco [translação vertical da função], como se fosse programação linear, do tipo PA [Progressão Aritmética]. Ficou assim... [explicação:  $f_1(x) = \sqrt{k - x^2}$ ;  $f_2(x) = 5 + \sqrt{k - x^2}$ ;  $f_3(x) = 10 + \sqrt{k - x^2}$  ...] [Rascunhos e diálogos].*

**Ilustração 2C – Representações do arco-íris no Scratch**

<p><b>[Scratch]</b> Arco-íris: Curvas [não concêntricas] Arco-íris sendo formado [com efeitos de transição]</p>	<p><b>[Scratch]</b> Funções raízes [transladadas] Algoritmo de um arco [curvas não concêntricas]</p>
 <p>Arco-iris sendo formado</p> <p>» repete (x = 240) ↓ » y = B + <math>\sqrt{k - x^2}</math> ↓ » [...] + B (= + 5 ↑)</p>	
<p>Cada arco vai se formando a medida que cada linha do programa vai sendo executado ordenado e sequencialmente. Para cada comando de repetição acrescenta 5 unidades na variável B [translação da função].</p>	<p>Parte do programa que termina a 7ª semicircunferência do arco de cor lilás [sendo formado] em termos de programação [B = 30; <math>f_7(x) = 30 + \sqrt{k - x^2}</math>].</p>

Fonte: Azevedo (2022).

### Ilustração 2D – Representações do arco-íris no GeoGebra



Fonte: Azevedo (2022).

Conforme excertos e ilustrações, os estudantes mobilizaram significados inerentes à equação canônica da circunferência  $[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2]$ . Ao fazer o escrutínio dos recortes – “[...] *centro na origem C(0,0)* [e nos] *dá arcos* [inferência]”; “*criação do objeto* [invenção]”; “[...] *função de uma variável, e não de duas* [refutação de hipótese]”; e “[...] *o programa não executa* [e] *precisamos incluir o laço de repetição* [decisão]” – compreendemos que a capacidade de gerar ideias se fundamenta pelas ações idiossincráticas dos estudantes, os quais refutam informações, desenham possibilidades, investigam caminhos e buscam propor soluções. Tendo as capacidades de criar e argumentar como habilidades disruptivas ao status quo da reprodução de saber e da fragmentação curricular, os estudantes se postam contra a linearização do conteúdo e assumem a posição de comunicadores de ideias, mesmo que estas sejam específicas da área do conhecimento matemático (D’AMBROSIO; LOPES, 2015). A mobilização de habilidades Matemáticas durante a criação dos códigos de programação do jogo, se constitui pelo orgânico-argumentativo entre participantes, estudantes e professor, os quais interpretam contextos e engajam na construção de conceitos, ideias e significados.

Ao lidar com as incertezas e o inesperado durante as invenções, em sala de aula, como se observam nos recortes “[...] *estamos rascunhando o código...* [tentamos] *gerar o movimento circular superior do arco, mas ele não roda e nem compila*”, “[...] *fizemos o rascunho e isolamos o y...* [ $y = \pm \sqrt{r^2 - x^2} \leftrightarrow f(x) = \pm \sqrt{r^2 - x^2}$ ]” e “[...] *qual modelo?* [incerteza]”, perscrutase um contexto no qual os estudantes rabiscam estratégias, comunicam procedimentos matemáticos e (re)avaliam as suas conclusões (erros, impasses ou dúvidas) uns com outros. Tais procedimentos podem estimular o “[...] desenvolvimento do pensamento algébrico [do estudante], tendo em vista as demandas para identificar a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e comunicá-la por meio de [in]equações e [funções Matemáticas]” (BRASIL, 2018, p. 527), explorando diferentes estratégias algébricas. Isso não pressupõe, no entanto, sustentar o pensamento alegórico de que a Matemática se tornará mais trivial ou perderá seu rigor durante a produção de programas específicos do jogo, que se destina ao Parkinson. Pelo contrário: a Matemática poderá se tornar ainda mais desafiadora, assim como, alegoricamente, “[...] a experiência de esqui se torna mais instigante à medida que os [esquiadores] ocupam-se com problemas mais sérios,

[haja vista que] o estágio mais *fácil* não é o que eles realmente desejam, [mas, sim, as altas montanhas que os motivam a superar cada vez mais seus limites]." (PAPERT, 2008, p. 58, grifo do autor).

Os estudantes se intrigam voluntariamente para compreender o conteúdo matemático: "*Curioso isso: é função?*". Nisto, o Construcionismo adverte, é essencial que eles estejam interessados e preocupados em compreender. É perigoso um discurso duplo "[...] pedir aos alunos que se responsabilizem pela própria aprendizagem [ou desenvolvimento de habilidades] e, ao mesmo tempo, mandá-los *descobrir* algo que pode não ter papel algum de entendimento das coisas pelas quais se estão curiosas" (PAPERT, 2008, p. 29, grifo do autor). A expressão "*ligar de 1 em 1 [no arco]*" equivale intuitivamente à ideia de função raiz [g de  $\varphi$  em  $\beta$  é uma relação que associa a cada elemento  $x \in \varphi$  a um único elemento  $y \in \lambda$ ]. Há uma Matemática intuitiva sendo mobilizada aqui, não menos rica, apenas diferente "daquela Matemática fria dos livros; [e isso] significa dizer que fazer Matemática [durante a produção do código de uma invenção tecnológica] exige esforço e compromisso." (PAPERT, 2008, p. 56). Há também a infindável busca para dominar a técnica, manejar novas rotas e lidar com problemas abertos, ao mesmo compasso que estimula a produção de saberes específicos, a qual é entendida, nesse contexto, por não haver neutralidade em quaisquer ações da vida, como um processo não transmitido, mas "[...] metabolizado, [depurado, interpretado, pensado], assimilado conjuntamente com todas as outras experiências diretas no mundo" (PAPERT, 2008, p. 24).

Ao trabalhar com conteúdos específicos curriculares na produção de programas, os estudantes relacionam saberes sobre funções, equações e algoritmos, como se nota em: "*gerar o movimento circular do arco... não compila, mas estamos [explorando] os parâmetros e nas linhas aqui [do programa]*". A busca por estabelecer o modelo do código e da execução, a qual se conecta com demais componentes (cenários e objetos do jogo), como "*analisar o funcionamento do código e parâmetros*", abre possibilidades para um conjunto de habilidades a ser mobilizado entre os participantes, tais como: identificar erros ou *bugs* e criar estratégias para solucioná-los; relacionar representações das linguagens entre Matemática e computação; conjecturar hipóteses; comunicar e interpretar matematicamente. Tais habilidades podem oportunizar aos estudantes a capacidade de produzir conhecimento quando expressam sentidos, integram significados e revelam interpretações semânticas aos signos (objetos matemáticos), que são explorados, interpretados, analisados e resolvidos durante as invenções científicas (RESNICK, 2017).

A capacidade de resolver problemas se manifesta durante o impasse da obtenção da função raiz a partir da circunferência, promovendo o intercâmbio entre as representações semânticas das linguagens – Matemática, computacional, oral e escrita –, como se emergem nos fragmentos: "*positivo [(+)  $\sqrt{r^2 - x^2}$  ]*"; "*porque se a gente colocar em função de x, o código executa no Scratch [repita  $\langle x = 240 \rangle \rightarrow y = B + \text{sqrt}(k - x.x)$ ]*" e "*Veja o algoritmo [computação/álgebra] e o seu comportamento em movimento [Geometria]?*". Esse contexto se configura como processo sucessivo de experimentação em grupo, que se intensifica pela "[...] forma como [os sujeitos] compartilham, [pensam, rascunham, visualizam] e colaboram, tendo ferramentas e oportunidades para o [desenvolvimento de habilidades]" (RESNICK, 2017, p. 99, tradução nossa). O entendimento aqui não é simplesmente dominar as técnicas de Matemática ou resolver problemas com o uso de equações, funções e códigos, em diferentes linguagens [verbal, não verbal e híbrida], mas saber trabalhar colaborativamente em grupo. Haja vista que esta habilidade se alinha às necessidades

globais, em que “quase todos os segmentos sociais exigem esforço colaborativo, e as questões culturais mais importantes exigem ação coletiva [à resolução de problemas]” (RESNICK, 2017, p. 92, tradução nossa).

Quanto ao cotejo do trabalho colaborativo e resolução de problema, centramos olhares à argumentação, raciocínio e comunicação dos sujeitos quando desenvolvem o modelo de funcionamento do código do arco-íris. Nos fragmentos, “[formamos] *várias semicircunferências concêntricas*  $[f(x) = \sqrt{60000 - x^2}, g(x) = \sqrt{69000 - x^2}, \dots]$ ” e “[criamos] *os arcos* [transladados]  $[f_1(x) = \sqrt{k - x^2}]; f_2(x) = 5 + \sqrt{k - x^2}]$ ”, há dois raciocínios originados pelos estudantes durante a invenção do objeto do jogo. O primeiro versa sobre os arcos concêntricos, enquanto o segundo a translação de arcos. Durante o processo de representação de modelos matemáticos e computacionais, os estudantes raciocinam, articulam e buscam formular conjecturas para o funcionamento do algoritmo do jogo. O foco para o desenvolvimento de habilidades matemáticas, portanto, não se limita ao conteúdo em si, mas na maneira como o estudante se desenvolve pela resolução de problemas.

Desta forma, ao utilizar os “[...] conceitos de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou Matemática [e computacional] (BRASIL, 2018, p. 535), é importante refletir sobre os modos da habilidade de “[...] aprender a aprender [em] um ambiente [fértil que estimule] a realização de experimentos, contato visual, tátil, [perceptível, estimulante] e [rico em] materiais” (FIORENTINI, 1995, p. 7). Em sintonia com esse autor, concordamos que as habilidades de invenção e compreensão pelo conteúdo de Matemática, que se unem às linguagens de representação, ao desenvolver jogos e robótica, “[...] não se enclausurem na perspectiva do papel do aluno ‘copiar, colar, reter e devolver’ nas provas do mesmo modo que as recebeu.” (FIORENTINI, 1995, p. 7, grifo do autor). Um dos exemplos desse caso, que caminha contra a maré da repetição e reprodução de ideias sem sentido, se mostra durante a criação da (Bike-robótica) conectada ao jogo *Bikechair*.

### Ilustração 3 – Etapas da Bike-robótica: eletricidade, engenhocas e finalizações



Fonte: Azevedo (2022).

André	<i>Já mexemos no circuito simples aqui [sistema eletrodinâmico: pilha (gerador), fios condutores e receptores]... A condução da eletricidade [com o auxílio da placa] sai do polo positivo e vai para negativo. O ponto final será o guidão da bike [receptor]. Acho que podemos usar a energia mesmo do PC [fonte do computador], porque haja pilha [risos] para sustentar todas as sessões...</i>
Professor	<i>[Discussão]. Não há só um caminho para a passagem da corrente elétrica [tensão de referência 3 v]. O circuito não é série, é paralelo [discussão sobre a distribuição da tensão proporcional] [...]. Aqui é um sistema em paralelo; se os cabos jacaré [tipo de fio] falharem, os demais vão funcionar [independentes].</i>
Deivid	<i>Uma coisa importante é o excesso de fios e a montagem do equipamento. Isso pode minar a forma de movimento do paciente. Não é? Podemos criar o programa para o movimento disso [álgebra booleana].</i>

Yara	[Outra semana] <i>Tivemos um tempo para pensar e consideramos a ideia do grupo... O makey não vai ser útil. Tem muitos fios, né? Vimos que o papel alumínio, fios de cobre [potenciais condutores de energia], junto às mãos do paciente, pode impedir o movimento da bike. [...]. Uma ideia é abandonar a placa Makey e usar o micro: bit. Agora, pensar na pilotagem dos pacientes...</i>
Amanda	[Tempo] <i>O nosso grupo pensou em utilizar a placa Micro: bit, daí captamos os movimentos dos pacientes, suas mãos e o percurso do corpo ao mexer no guidão. A ideia é só colocá-lo [Micro:bit] no guidão, tendo um suporte para a base. É só construir os algoritmos da bike para ligar o software ao hardware. [Sugestão acolhida pelos grupos de estudantes...]. O guidão precisa ficar proporcional às dimensões do objeto do jogo.</i>

De acordo com a **ilustração 3** e excertos correspondentes, a invenção coletiva do dispositivo *bike-robótica*, que se integra ao jogo *Bikechair*, envolve e mobiliza diferentes conhecimentos e saberes, como Matemática, engenharia, computação e física. Os fragmentos “[exploramos] *no circuito simples aqui [...]*”; “[penso] *que podemos usar a energia mesmo do PC [fonte do computador], porque haja pilha [risos]*”; “*O circuito não é série, é paralelo*”; e “*excesso de fios e a montagem do equipamento [podem] minar a forma de movimento do paciente*” apontam para um coletivo-orgânico de invenção e colaboração. Compreendemos que as relações dos pesquisados se retroalimentam por lideranças colaborativas as quais residem em responsabilidades não necessariamente hierárquicas e se firmam pela assunção mútua dos professores, estudantes e colaboradores, os quais “[...] aprendem, [raciocinam, dialogam], produzem conhecimentos, [pensam] e ensinam [mutuamente]” (FIORENTINI, 1995, p. 63).

Em vez de apenas executar ditames do currículo de tópicos matemáticos ou se ater à repetição de técnicas irretocáveis e manipulação sem significado de ferramentas tecnológicas, as quais podem estar fadadas ao desuso em sociedade, os estudantes mobilizam conhecimentos às suas próprias invenções e têm tempo para pensar sobre elas. Além disso, espaço para (re)elaborar, aprimorar e, por conseguinte, valorizar ou abortar caminhos que não se justificam mais na construção de ideias antes definidas, como se nota nos excertos contextualizados: “*Tivemos um tempo [...] consideramos as ideias do grupo*”; “*Uma ideia é abandonar a placa Makey e usar a Micro*”; e “*pensar na pilotagem dos pacientes*”. Tal contexto aponta para a habilidade de aprender a adaptar as mudanças, de ter disposição para aprender, aprender novas formas de aprender, aguçar a capacidade de inventar (BLIKSTEIN; VALENTE; MOURA, 2020; RESNICK, 2017). Concordamos que não é simplesmente ditar “[...] o que e como o estudante deve fazer artefatos de modo correto, mas provocar, incentivar [e apoiar] a imaginação, [e a reflexão do estudante]” (PAPERT, 2008, p. 48).

Os excertos “[...] *o nosso grupo pensou em utilizar a placa micro: bit, daí captamos os movimentos dos pacientes, suas mãos e o percurso do corpo ao mexer no guidão*” e “[...] *o guidão precisa ficar proporcional às dimensões do objeto do jogo*” evidenciam que há um conjunto de conhecimentos sendo mobilizado e pensado em favor do outro, em sociedade. Compreendemos que a forma de produzir o conhecimento e integrá-lo a diferentes áreas para a invenção de ideias e soluções ao tratamento de Parkinson abre possibilidades para pensar uma formação intelectual. Um contexto que não se limite ao conhecimento científico ou tecnológico ou ao desenvolvimento de habilidades, tampouco se reduza a uma formação fragmentada; mas, sobretudo, apoie uma formação humana, criativa e libertadora à sociedade (AZEVEDO, 2022; AZEVEDO; MACHADO; LYRA-SILVA, 2020; D’AMBROSIO; D’AMBROSIO, 2013; FREIRE, 2005). Para compreender melhor esse contexto, evidenciamos a utilização do dispositivo *bike-robótica* interligado ao *Bikechair* com os pacientes no hospital.

#### Ilustração 4 – Sessões de fisioterapia no Hospital Dia do Idoso: invenções desenvolvidas pelos estudantes

Jogabilidade e robótica (Projeção na parede)	Sessão fisioterapêutica (Orientações)	Sessão fisioterapêutica (Apoio e encorajamento)
		
<b>Motor Superior</b>	Movimentos sincronizados	Estímulo aos membros superiores [braços e mãos]
<b>Motor Inferior</b>	Equilíbrio dependente (apoio)	Incentivo à marcha, coluna – Estímulos ao uso da força e pisadas
<b>Cognição</b>	Raciocínio e Percepção	Concentração - Reflexão (lateralidade) aos movimentos do jogo
<b>Atitudinais</b>	Empenho, Interação e Motivação	Dedicação colaborativa e coletiva ao tratamento da doença

Fonte: Azevedo (2022).

As invenções científico-tecnológicas de baixo custo produzidas, *Bikechair* e *Bike-Robótica*, conforme a **ilustração 4**, constituem-se como base para estimular habilidades motoras e cognitivas dos pacientes, além de encorajá-los a participar das sessões de fisioterapia. Tais invenções estabelecem conexão entre um ambiente real e virtual, que proporciona interações em tempo real e estimula movimentos corporais similares ao andar de bicicleta. Um desafio responsável que favorece o raciocínio, a concentração e a coordenação do paciente de modo a cumprir os desafios propostos, promovendo a mobilidade das capacidades biomotoras dos pacientes (SANTOS *et al.*, 2017). Os movimentos estratégicos e simétricos exigidos pelo *Bikechair* e pela *Bike-Robótica* buscam estimular a coluna ereta, bem-estar e as boas pisadas dos pacientes com Parkinson (GALNA *et al.*, 2014).

A etapa de intervenção no hospital diz respeito não apenas ao conteúdo curricular e de robótica, mas, especialmente, de questões essenciais ao respeito à vida, nas quais a competência humana é colocada como um ingrediente indispensável da formação dos estudantes (AZEVEDO, 2022). O campo da solidariedade e comprometimento com o bem-estar do idoso e de si mesmo é um mecanismo para se promover contextos formativos globalmente responsáveis e socialmente justos, nos quais os estudantes são engajados a contribuir com o tratamento dos pacientes e promover um mundo melhor, utilizando conhecimentos matemáticos e científico-tecnológicos. Finalizando esta análise e com o olhar voltado ao objetivo estabelecido, deste trabalho, reverberamos que lançar novas possibilidades à formação em Matemática implica, antes de tudo, ouvir os estudantes e entender os seus anseios, afinal “[...] não se muda a cara da escola por um ato de vontade de um governante” (FREIRE, 1991, p. 35).

Evidenciamos, por fim, algumas falas (depoimentos) dos estudantes (AZEVEDO, 2023) quanto à sua formação frente às habilidades mobilizadas, transformando pulsões centradas em si mesmas em pulsões colaborativas e construtivas, as quais favorecem as relações humanas mais generosas, saudáveis e sensíveis ao mundo: “[Essa formação] nos proporcionou o engrandecimento pessoal, que acho que dificilmente outras práticas acadêmicas conseguiriam desenvolver em nós. Aprendemos realmente na prática – efetivando o conhecimento nosso – algo maravilhoso e grandioso, que é a capacidade de fazer o bem para o outro” (Guilherme);

“Produzimos juntos [coletivamente]. Isso nos ajuda a tornar uma pessoa melhor” (Daniella); “Aprendemos a valorizar muito mais o ideal de ser humano; é uma experiência à vida, para o grupo” (João Guilherme); “Essa experiência me permitiu parar para pensar, dialogar e tentar explorar e entender [depurar] o erro e, assim, corrigi-lo [...] Nunca vou esquecer esse projeto. É uma formação que vai valer para vida inteira” (André). As experiências hospital-escola, que visavam o desenvolvimento de habilidades voltadas à vida, foram questões fundantes para os estudantes, pois buscavam “[...] incentivar a formação em Matemática de estudantes mais éticos e solidários, [desconsiderando] o ensino [problematizado] de conceitos já elaborados e construídos, [prestigiando], o contexto no qual seu aluno está inserido” (D’AMBROSIO; LOPES, 2015, p. 4). Além disso, eram importantes para que os estudantes desenvolvessem seu potencial, autonomia e criatividade, permitindo-lhes “[...] exercer uma cidadania que contribua para a paz humana e para o estabelecimento de uma ética da diversidade que vise ao respeito, à solidariedade e à cooperação com o outro” (D’AMBROSIO; LOPES, 2015, p. 10).

### Resultados e discussão

Diante da análise dos dados realizada, inferimos que as habilidades Matemáticas identificadas durante a produção das invenções *Bikechair* e *Bike-robótica*, à luz do Construcionismo, podem ser reorganizadas em três dimensões (UNESCO, 2010): *Técnica* (saber fazer); *Conhecimento* (saber conhecer); e *Comportamento* (saber ser). Ao serem categorizadas, compreendemos que as **habilidades**, as quais versam sobre conceito, procedimento e atitudes, **constituem-se idiossincraticamente pelas ações dos pesquisados** e se mostram *dialógicas* e não *hierarquizadas*. Tais habilidades emergidas podem ser observadas, a seguir.

**Quadro 3** – Habilidades relativas à formação em Matemática mediante a invenção científico-tecnológica

Habilidades Matemáticas evidenciadas na produção de dispositivos robóticos	
<b>Técnica</b>	Desenhar possibilidades, construir caminhos e hipóteses de programas computacionais. Trabalhar com problemas abertos e desenvolver ou refutar estratégias para solucioná-los. Resolver problemas e aprender a desenvolver ideias e invenções científico-tecnológicas. Criar dispositivos tecnológicos e saber argumentar sobre o funcionamento que há por trás deles. Realizar cálculos complexos e aplicá-los a sistemas computacionais ou invenções (jogos e robôs).
<b>Conhecimento</b>	Compreender cálculos complexos e desenvolver ideias com proposições algébricas e geométricas. Interpretar e comunicar conhecimentos científicos e tecnológicos de Matemática e Computação. Relacionar áreas interdisciplinares do conhecimento (Engenharias, Matemática, Medicina). Comunicar significados semânticos dos signos matemáticos à invenção científica e computacional. Desenvolver a capacidade de argumentar e os pensamentos lógico, indutivo e intuitivo matemático. Estabelecer hipóteses de investigações científicas a partir de múltiplas linguagens. Generalizar ou Particularizar fenômenos matemáticos e computacionais. Reconhecer padrões e regularidades de fenômenos matemáticos, computacionais e tecnológicos.
<b>Comportamento</b>	Saber trabalhar coletivo e colaborativamente. Saber ouvir, ser empático, compreender o outro e a si. Respeitar o tempo de cada indivíduo, reconhecendo suas limitações e potencialidades. Aprender a adaptar as mudanças e ter disposição para aprender com no sistema dialógico e criativo. Pensar no outro e desenvolver invenções que tornem um mundo mais saudável, colaborativo e justo.

Fonte: Azevedo (2022).

As habilidades relativas ao desenvolvimento de dispositivos robóticos, em consonância com o **quadro 3**, são consequências de um processo sucessivo de formação ativa, o qual preconiza o desenvolvimento do *Conhecer, Fazer e Ser* (CFS) do próprio estudante, ao ter a sua participação conferida e a sua autonomia respeitada e estimulada (AZEVEDO, 2022). Há um equilíbrio entre o fazer e o conhecer Matemática que não envolve somente identificar e resolver uma equação, algoritmo ou uma função, mas, além disso, envolve compreendê-la e, a partir dela, desenvolver modelos e invenções científico-tecnológicas conjuntas que possam beneficiar outras pessoas em sociedade. Há ainda **um processo que destitui a invisibilidade do sujeito e valoriza as suas habilidades do existir e ser**, respeitando o modo pelo qual o estudante sente, age e se motiva em um ambiente permeado de desafios e incertezas, voltado ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson.

Ao promover um contexto favorável ao diálogo e liberdade de expressão coletiva de conteúdos matemáticos, deixando de lado rituais cabais e formalizações excessivas, os estudantes se orientam pela perspectiva de “[...] aprender novas habilidades, assimilar novos conceitos, avaliar novas situações, lidar com o inesperado. Isso será cada vez mais verdadeiro no futuro: as habilidades para aprender” (PAPERT, 2008, p. 13) coisas que se mostram úteis à sociedade. *As hierarquias entre professor e aluno, e demais colaboradores, não necessariamente são anuladas*, mas potencialmente organizadas, de modo que cada um deles, em sua respectiva função e lugar de colaboração, possa compreender a realidade e fazer contribuições reais ao tratamento de Parkinson com o uso de ferramentas robóticas.

Ao analisar o contexto mediante ao favorecimento do diálogo, os rituais cabal-lineares e de formalização excessiva se desbotam ao longo do processo da formação dos estudantes. As invenções científico-tecnológicas evidenciam uma atuação constante e ávida dos estudantes, mesmo quando alguns conteúdos não se mostram facilmente assimilados na primeira vez em que são trabalhados. A construção do significado destes não parte de um sentido unívoco do professor-estudantes, mas da cadeia discursiva instaurada entre os participantes que fazem parte desse meio de formação. Dessa maneira, percebemos que os estudantes se orientam pela perspectiva de “[...] usar e desenvolver habilidades coletivas e assimilar novos conceitos, avaliar novas situações, lidar com o inesperado [e aprender a aprender, em um processo contínuo]” (PAPERT, 2008, p. 13). Diante da análise dos dados, ponderamos que *as hierarquias entre professor e estudantes, e demais colaboradores da pesquisa, não são necessariamente anuladas*, mas potencialmente reorganizadas de modo que cada um deles, em sua respectiva função e lugar de colaboração, possa compreender a realidade conferida e trazer contribuições efetivas por meio da sua atuação como partícipe. O desenvolvimento de habilidades Matemáticas não é uma sentença final ou definitiva nas aulas de Matemática, tampouco generalizada para todos os casos. Na verdade, ele se firma na temporalidade dos acontecimentos das ações que ocorrem e se preconizam na forma de: interpretar e comunicar conhecimentos e significados; construir métodos e rabiscar hipóteses; aprender a adaptar as mudanças; desenvolver a capacidade de argumentar; e desenhar e criar jogos e dispositivos tecnológicos. **O desenvolvimento de habilidades se alicerça** no incentivo permanente do protagonismo e da liberdade de expressão e criatividade de cada estudante, reconhecendo seus potenciais, medos, anseios, aspirações e limites em cada tarefa realizada.

## Considerações finais

Conforme a seção anterior, as *habilidades Matemáticas* desenvolvidas e mobilizadas durante as invenções científico-tecnológicas tangenciam algumas das competências (conjunto de habilidades) preconizadas na BNCC (BRASIL, 2018). Dentre elas, destacamos: (i) “[...] utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções” (BRASIL, 2018, p. 535, grifo nosso); (ii) “[...] compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (*algébrico*, geométrico, estatístico, *computacional* etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.” (BRASIL, 2018, p. 538, grifo nosso); e (iii) “Sentir-se seguro da própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a *autoestima* e a *perseverança* na busca de soluções” (BRASIL, 2018, p. 223, grifo nosso). Nesse contexto, os dados mostram que o desenvolvimento dessas competências se remonta como espécie simbiótica de interdependência entre os sujeitos, não como uma dependência centrada no professor e nem somente no aluno. Ambos constroem estratégias mútuas e desenvolvem ou mobilizam habilidades e competências, que são impelidas pela necessidade do meio de invenção. Elas se demarcam como consequência do processo de invenção e não como ponto final a ser perseguido desordenado e compulsoriamente em sala. Dessa forma, o foco das ações inventivas nas aulas de Matemática voltadas ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson não está limitado ao desenvolvimento de capacidades em Matemática, sinalizados pelos documentos oficiais de Educação X ou Y, mas se volta para os **impactos sociais**.

Entendemos que o processo de formação em Matemática se estrutura pela emancipação de ideias, consciência coletiva, desenvolvimento de capacidades e construções de conhecimentos que visam impactos sociais, como invenções processuais e contínuas ao tratamento de idosos com Parkinson. Para além do impacto social quanto ao uso de materiais de baixo custo, que privilegia aspectos de reciclagem e da consciência ambiental nos moldes de uma sociedade mais sustentável, esta pesquisa aponta para questões inerentes à saúde de idosos com Parkinson. Isso se deve porque o processo formativo em Matemática, dentre outras atribuições de aprendizagem, tem um objetivo final prático e socialmente relevante: os dispositivos científico-tecnológicos são usados para o tratamento de Parkinson. Nesse sentido, os dados indicam para uma formação híbrida, atenta ao compromisso do desenvolvimento de habilidades e competências Matemáticas voltadas para a responsabilidade ética, crítica e criativa do conhecimento científico e tecnológico, visando um mundo mais solidário e intelectual.

Os dados também trazem respostas promissoras – embora não absolutas – para a formação em Matemática em sociedade que visam beneficiar não somente a si, mas também ao outro. Nesse viés, empreendemos que se trata de uma iniciativa que se amalgama pelas ideias defendidas pela *Organização Mundial da Saúde*, que objetiva incentivar o envelhecimento saudável do idoso, trazendo contribuições à qualidade de vida. Essa iniciativa recebe o nome *Envelhecimento Ativo*, que busca incentivar espaços para o desenvolvimento físico, motivacional e o bem-estar mental dos idosos.

## Agradecimentos

Aos discentes do Ensino Médio do IF (IF-Goiano), pela dedicação contínua no Projeto Mattics e aos profissionais que sonham de perto essas invenções. Aos pacientes do Hospital Dia do Idoso, Anápolis-GO, vocês são uma inspiração. O segundo autor é apoiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Processo 308563/2019-0.

## Referências

- AZEVEDO, G. T. *Processo formativo em matemática: invenções robóticas para o Parkinson*. 2022. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2022.
- AZEVEDO, G. T. *Competências matemáticas e computacionais: robótica e impacto social*. [2022a]. Disponível em: <https://tinyurl.com/ycxxacfy>. Acesso em: 28 mar. 2023.
- AZEVEDO, G. T. *Construção de conhecimento matemático a partir da produção de jogos digitais em um ambiente construcionista de aprendizagem: possibilidades e desafios*. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2017.
- AZEVEDO, G. T. *Play list: matemática, robótica e Parkinson*. [2023]. Disponível em: <https://tinyurl.com/3y54bybz>. Acesso em: 28 mar. 2023.
- AZEVEDO, G. T. *Projeto Mattics*. [2022b]. Disponível em: <https://tinyurl.com/49u47fhf>. Acesso em: 28 mar. 2023.
- AZEVEDO, G. T.; MALTEMPI, M. V. Invenções robóticas para o tratamento de Parkinson: pensamento computacional e formação matemática. *Bolema*, Rio Claro, v. 35, n. 69, p.63-88, 2021. Doi: <https://doi.org/j3j5>.
- AZEVEDO, G. T.; MALTEMPI, M. V. Processo de aprendizagem de matemática à luz das metodologias ativas e do pensamento computacional. *Ciência & Educação*, Bauru, v. 26, p. 1-18, 2020a. Doi: <https://doi.org/j3j6>.
- AZEVEDO, G. T.; MALTEMPI, M. V. Processo formativo em matemática e robótica: construcionismo, pensamento computacional e aprendizagem criativa. *Tecnologias, Sociedade e Conhecimento*, Campinas, v. 7, n. 2. p. 85-227, 2020b.
- AZEVEDO, G. T.; MACHADO, J. P. R.; LYRA-SILVA, G. M. V. Processo de construção de conhecimento matemático: algoritmos e jogos digitais. *Em Teia: revista de educação matemática e tecnológica iberoamericana*, v. 11, n. 1, p. 1-23, 2020. Doi: <https://doi.org/j3j7>.
- AZEVEDO, G. T.; MALTEMPI, M. V.; LYRA-SILVA, G. G. M. V. Processo formativo do aluno em matemática: jogos digitais e tratamento de Parkinson. *Zetetiké*, Campinas, v. 26, n. 3, 2018. Doi: <https://doi.org/fcc5>.
- AZEVEDO, G. T.; MALTEMPI, M. V.; POWELL, A. Contexto formativo de invenção robótico-matemática: pensamento computacional e matemática crítica. *Bolema*, Rio Claro, v. 36, n. 72, p. 214-238, 2022. Doi: <https://doi.org/j4bc>.
- AZEVEDO, G. T.; MALTEMPI, M. V.; LYRA, G. M. V.; RIBEIRO, J. P. M. Produção de games nas aulas de matemática: por que não? *Acta Scientiae*, Canoas, v. 20, p. 950-966, 2018. Doi: <https://doi.org/fcc7>.
- AZEVEDO, G. T.; MALTEMPI, M. V.; LYRA, G. M. V.; RIBEIRO, J. P. M. Aprendizagem matemática e tecnologias digitais: invenções robóticas para o tratamento de Parkinson. *Paradigma*, Maracay, v. 1, p. 81-101, 2020. Disponível em: <https://tinyurl.com/3ek2j4jj>. Acesso em: 10 abr. 2021.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (org.). *Pesquisa qualitativa em educação matemática*. São Paulo: Autêntica, 2006. p. 100-118.

BLIKSTEIN P. Travels in troy with Freire: technology as an agent for emancipation. In: NOGUERA P.; TORRES C. A. (ed.). *Social justice education for teachers: Paulo Freire and the possible dream*. Rotterdam: Sense, 2008. p. 205-244.

BLIKSTEIN, P.; VALENTE, J. A.; MOURA, E. M. Educação maker: onde está o currículo? *e-Curriculum*, São Paulo, v. 18, n. 2, p. 523-544, 2020. Doi: <https://doi.org/fcc8>.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. *Base nacional comum curricular*. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <https://tinyurl.com/uv87zxz8>. Acesso em: 14 jan. 2021.

BRASIL. *Lei n. 13.005, de 25 de junho de 2014*. Aprova o plano nacional de educação – PNE e dá outras providências. Brasília: Presidência da República, 2014. Disponível em: <https://tinyurl.com/2p9xnb83>. Acesso em: 26 jul. 2020.

D'AMBROSIO, U; D'AMBROSIO, B. S. The role of ethnomathematics in curricular leadership in mathematics education. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, New York, v. 4, n. 1, p. 10-16, 2013.

D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. Insubordinação criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. *Bolema*, Rio Claro, v. 29, n. 51, p. 1-17, 2015.

DENZIN, N. K; LINCOLN, Y. S. Introduction: the discipline and practice of qualitative research. In: DENZIN, N. K; LINCOLN, Y. S. *Handbook of qualitative research*. 2nd. ed. London: Sage, 2000. p. 1-28.

DICIONÁRIO Houaiss da língua portuguesa. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

FIORENTINI, D. A. alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. *Zetetiké*, Campinas, v. 3, n. 2, p. 1-36, 1995.

FREIRE, P. *A educação na cidade*. São Paulo: Cortez, 1991.

FREITAS, L. C. Os reformadores empresariais da educação: da desmoralização do magistério à destruição do sistema público de educação. *Educação & Sociedade*, Campinas, v. 33, n. 119, p. 379-404, 2012.

GALNA, B.; JACKSON, D.; SCHOFIELD, G.; MCNANEY, R.; WEBSTER, M.; BARRY, G.; MHIRIPIRI, D.; BALAAM, M.; OLIVIER, P.; ROCHESTER, L. Retraining function in people with Parkinson's disease using the Microsoft kinect: game design and pilot testing. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*, New York, v. 11, n. 60, p. 1-12, 2014. Doi: <https://doi.org/ghzzct>.

LDB: lei de diretrizes e bases da educação nacional. 2. ed. Brasília: Senado Federal, 2018. Disponível em: <https://tinyurl.com/4j4hdcm9>. Acesso em: 10 jun. 2020.

MALTEMPI, M. V. Construcionismo: pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à educação Matemática. In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M. C. (org.). *Educação matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2004. p. 264-282.

ONU. *Educação de qualidade*. 2020. Disponível em: <https://brasil.un.org/>. Acesso em: 18 jun. 2020.

PAPERT, S. An exploration in the space of mathematics educations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, Dordrecht, v. 1, n. 1, p. 95-123, 1996.

PAPERT, S. Instrucionismo versus construcionismo. In: PAPERT, S. *A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PAPERT, S. *A máquina das crianças: repensando a escola na era informática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 2008.

PAPERT, S. *Mindstorms: children, computers and powerful ideas*. New York: Basic Books, 1980.

PAPERT, S. Situating constructionism. In: HAREL, I.; PAPERT, S. (ed.). *Constructionism*. Norwood, US: Ablex Publishing, 1991. p. 1-12.

RESNICK, M. *Lifelong kindergarten: cultivating creativity through projects, passion, peers and play*. Cambridge: MIT Press, 2017.

SANTOS, L. R.; SOUSA, L. R.; LOPES, C. R.; DIONÍSIO, J.; FENELON, S. B.; HALLAL, C. Z. Game terapia na doença de Parkinson: influência da adição de carga e diferentes níveis de dificuldade sobre a amplitude de movimento de abdução de ombro. *Revista Brasileira de Ciência & Movimento*, São Caetano do Sul, v. 25, n. 4, p. 32-38, 2017. Doi: <https://doi.org/10.31501/rbcm.v25i4.6892>.

UNESCO. *Educação: um tesouro a descobrir: relatório para a Unesco da comissão internacional sobre educação para o século XXI*. Brasília: Unesco do Brasil, 2010. Disponível em: <https://tinyurl.com/33nhsavm>. Acesso em: 28 mar. 2023.

VALENTE, J. A.; BLIKSTEIN, P. Maker education: where is the knowledge construction? *Constructivist Foundations*, Brussels, v. 14, n. 3, p. 252-262, 2019. Disponível em: <https://constructivist.info/14/3/252>. Acesso em: 23 dez. 2019.