

# Einstein e a teoria quântica de gases

(*Einstein and the quantum theory of gases*)

Sílvio R. Dahmen<sup>1</sup>

*Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil*

Com sua análise crítica e extensão da técnica desenvolvida por Bose para o problema da radiação do corpo negro, Einstein ajudou a lançar as bases daquilo que chamamos de mecânica estatística quântica bem como previu a condensação que hoje leva seu nome e o de Bose. Nesta pequena introdução à tradução do texto original de Einstein, situamos o trabalho deste dentro do contexto da época bem como discutimos algumas das polêmicas por ele suscitadas.

**Palavras-chave:** teoria quântica de gases, condensação de Bose–Einstein.

With a critical analysis of Bose’s technique for the blackbody radiation problem, Einstein extended the theory and helped lay the foundations of what we now call quantum statistical mechanics. He also predicted the condensation phenomenon known nowadays as Bose-Einstein condensation. In this short introduction I discuss the context in which Einstein did his work as well as some of the controversies it raised at the time.

**Keywords:** quantum theory of gases, Bose-Einstein condensation.

## 1. Introdução

Por ocasião da comemoração do centenário do *Annus Mirabilis*, a presente iniciativa de trazer a público traduções de obras de A. Einstein ainda inéditas em nosso idioma se reveste de um significado especial. No que tange ao trabalho cuja tradução ora apresentamos, embora já houvesse se passado 20 anos entre a publicação dos famosos artigos de 1905 e o surgimento deste, sua relevância não poderia ser mais atual: ele marca, junto com o artigo de S.N. Bose [1], o início da aplicação de métodos e idéias da então nascente mecânica quântica à física estatística de Maxwell, Boltzmann e Gibbs. Não fosse apenas este fato, neste trabalho Einstein também previu a condensação *sem interação* que hoje leva seu nome e o de Bose. Durante muitos anos a condensação de Bose–Einstein foi vista apenas como uma curiosidade teórica. O próprio Einstein, em carta a Paul Ehrenfest, manifestou sua hesitação quanto à realidade do fenômeno: “... A partir de uma certa temperatura, as partículas se » condensam « sem forças atrativas, ou seja elas se acumulam [no estado de] velocidade zero. A teoria é bonita, mas haverá nela alguma verdade?” [2]. Einstein, referindo-se ao trabalho de Bose que lhe serviu de inspiração, disse ainda que “... sua [de Bose] dedução é elegante mas permanece, em essência, obscura”. A crítica mais contundente veio porém da tese de doutorado de G.E. Uhlenbeck *Over Statistis-*

*che Methoden in de Theorie der Quanta*, de 1927 [3]. Segundo Uhlenbeck, a existência do fenômeno dependia de uma manipulação matemática na qual Einstein passava de uma soma para uma integral tomando o limite contínuo de uma variável. Assim, concluía o físico holandês, em sendo possível fazer a soma explicitamente, o fenômeno não surgiria. Segundo afirma Abraham Pais em seu monumental *Sutil é o Senhor*, não obstante a tese de Uhlenbeck ter sido publicada em holandês, o fato de seu orientador ter sido Paul Ehrenfest provavelmente contribuiu para que a objeção tenha circulado pelo meio acadêmico [4]. Ehrenfest era então o reconhecido especialista em termodinâmica, física estatística e teoria quântica e autor, junto com sua esposa Tatiana Ehrenfest-Afanassieva, de um importantíssimo tratado sobre os fundamentos da física estatística, além de ter sido aluno de Boltzmann. O ponto levantado por Uhlenbeck pode ser assim resumido: diferentemente de Bose, que tratou de um gás de fótons cujo número  $N$  não é conservado, na teoria de Einstein era fundamental que o número  $N$  de partículas fosse mantido constante nos cálculos das grandezas termodinâmicas – o que ele obteve introduzindo um vínculo nas equações, vínculo este que será mais tarde interpretado como o potencial químico  $\mu$  [5]. Mas, ao tomar na equação para  $N$  o limite  $\mu \rightarrow 0$  (para uma temperatura fixa), limite este onde a condensação ocorreria, obtinha-se  $N \rightarrow \infty$ . Em outras palavras, o valor  $\mu = 0$  só era possível assintoti-

<sup>1</sup>E-mail: dahmen@if.ufrgs.br.

camente e portanto não haveria, para qualquer valor de  $N$  finito, uma separação do gás em uma fase condensada e outra não condensada. Foi apenas em 1938, com uma breve nota de Fritz London publicada na edição de 9 de abril da revista *Nature*, onde se sugeria que a transição do  $^4\text{He}$  para a fase superfluida poderia ser entendida como uma condensação de Bose–Einstein, que a teoria perdeu seu caráter puramente *teórico* e passou a ser encarada sob outra perspectiva [6]. Coincidentemente, neste mesmo ano, em um trabalho em colaboração com Boris Kahn, Uhlenbeck retira sua crítica, mas em função de um outro argumento que, nas palavras do próprio Uhlenbeck, devia-se a uma questão sobre a qual ele e Einstein até então não sabiam ser mais profunda: a de que a existência de uma transição de fase só seria rigorosamente possível no chamado limite termodinâmico onde  $N \rightarrow \infty$ ,  $V \rightarrow \infty$  com  $N/V$  fixo [7]. A proposta de London foi seguida por Laszlo Tisza, que em 2 trabalhos desenvolveu uma teoria de Bose–Einstein para o hélio superfluido [8]. Porém, em 1941 o físico russo L.D. Landau questionou esta interpretação: partindo de uma abordagem totalmente diferente (e tão bem sucedida que é utilizada até os dias de hoje), Landau introduz uma teoria de um fluido quântico, em contraposição à teoria de dois fluidos de Tisza [9]. Segundo Landau, o problema fundamental na teoria de Tisza é que há uma forte interação entre os átomos de hélio e portanto seria impossível que o condensado fluísse sem viscosidade (ou seja, sem colisão) por entre os átomos não condensados. A polêmica arrastou-se por anos. A solução do aparente paradoxo coube a N.N. Bogoliubov e R.P. Feynman [10, 11], o primeiro desenvolvendo uma teoria perturbativa de gás de bósons interagentes (1947) e o segundo mostrando, por meio de suas integrais de caminho, que na realidade o potencial interatômico não excluía a existência da condensação (1953) e portanto as duas teorias eram compatíveis. No entanto, uma condensação “pura” em um gás, como previra Einstein, estava longe de ser obtida experimentalmente. Foi apenas em 1995, a partir de sofisticadas técnicas de aprisionamento e resfriamento de moléculas desenvolvidas principalmente durante a década de 80, que a condensação de Bose–Einstein foi obtida por W. Ketterle, E.A. Cornell e C.E. Wieman em gases de metais alcalinos, trabalho este laureado com o prêmio Nobel de 2001 [12, 13]. Desde então a condensação de Bose–Einstein representa uma das áreas do estado-da-arte da Física, seja pelas possíveis aplicações tecnológicas, seja por nos remeter a questões fundamentais de física estatística e quântica. Uma rápida consulta pelas revistas especializadas nos dá claramente uma idéia do volume de produção científica na área na última década, um fato que por si só justificaria a leitura do artigo de Einstein.

Há também neste trabalho, junto à previsão da condensação, um outro resultado ao qual pouca referência se faz: no §8, ao discutir as flutuações estatísticas no número de partículas com energia no intervalo entre  $E$  e

$E + \Delta E$ , Einstein verifica a dualidade onda–partícula da matéria por um caminho diferente daquele trilhado por Louis de Broglie, a quem Einstein se refere de maneira bastante elogiosa em seu artigo. Na realidade, Einstein foi o pioneiro ao introduzir na Física o fenômeno da dualidade para fótons em seu famoso artigo sobre o efeito fotoelétrico de 1905, mas coube a de Broglie elevar esta dualidade à condição de um princípio da natureza que não se restringia apenas a fótons. A influência de Einstein sobre de Broglie foi fundamental, pois segundo as palavras deste último “Uma grande luz se fez então subitamente no meu espírito. Convenci-me que o dualismo da onda e de corpúsculos descoberto por Einstein em sua teoria dos quanta de luz era absolutamente geral e se estendia a toda natureza física, e me pareceu desde então certo que ao movimento de um corpúsculo, seja [ele] o fóton, o elétron, o próton ou outro qualquer, está associada a propagação de uma onda” [14]. Embora muitas vezes possa nos parecer que a polêmica entre Einstein e Bohr a respeito da interpretação da mecânica quântica indique, da parte de Einstein, uma rejeição a esta teoria, a leitura do presente trabalho mostra, de maneira indiscutível, o quanto Einstein se encontrava na linha de frente da então nascente teoria quântica. É também fascinante constatar como ele, através de um rápido comentário inserido ainda no §7, antecipa a questão da correlação entre partículas induzida pela simetrização da função de onda, um problema que só seria estudado por Dirac e Heisenberg em 1926 [15, 16].

Estes fatos, aliados à relevância de Einstein como cientista e seu incomparável estilo literário, fazem da leitura de sua obra não apenas uma tarefa prazerosa, mas uma condição essencial a todos os que queiram melhor entender as origens da física com a qual hoje trabalhamos.

## 2. O texto de Einstein e sua tradução

Infelizmente, se é que podemos usar este termo, Einstein escreveu grande parte de sua obra em um alemão pouco acessível a um iniciante nesta língua. Soma-se a isto o fato que, neste trabalho em particular, Einstein é de uma objetividade extrema, pois cabe lembrar que ele já havia escrito um artigo anterior onde boa parte das equações aqui discutidas fora já apresentada, tornando sua leitura uma tarefa por vezes árida. A notação de Einstein difere um pouco da atual e em particular há momentos no texto em que ele usa a mesma notação para designar diferentes grandezas (embora estas sejam claras pelo contexto). Sob um ponto de vista pragmático pareceu-nos então que uma tradução de Einstein se justificaria se pudéssemos com ela atingir um público maior. Julgamos que apresentar um texto vertido para nosso idioma cumpriria apenas parte deste objetivo: se traduzíssemos Einstein tão somente observando a fidelidade ao texto original em seu conteúdo

formal, estaríamos privando o leitor não apenas de um estilo único que caracteriza a obra de um mestre, como também estaríamos passando ao largo de uma série de pequenos, porém importantes detalhes (por vezes linguísticos), que nos dizem muito mais a respeito das idéias de Einstein e do ambiente científico no qual esteve inserido do que poderíamos depreender de uma leitura técnica de seu trabalho. Ler Einstein sem conhecer a história que o antecede é como lê-lo pela metade. Optou-se assim por uma tradução comentada. Os comentários, numerados, são apresentados como notas de rodapé.

Com o intuito de manter o texto vertido o mais fiel possível ao original, respeitadas obviamente perdas que sempre ocorrem numa tradução, manteve-se a notação, numeração de equações e as aspas (*»guillemets«*) utilizadas por Einstein em seu artigo. Os erros tipográficos foram corrigidos e as notas de rodapé do original foram reproduzidas em **negrito** e acrescidas das iniciais do autor [AE]. Algumas palavras do alemão não podem ser traduzidas apropriadamente para o português, sob a pena de incorrerem em uso de expressões pouco usuais ou em um ganho em precisão linguística às custas de uma perda no estilo e fluidez do texto. Não fosse apenas isso, o alemão possui um vastíssimo campo léxico e há termos cujas nuances se perdem numa versão para outro idioma. Havia dois caminhos a serem tomados: manter os termos originais em alemão, indicando por meio das notas a tradução mais fidedigna possível ou seguir o processo inverso, escrevendo um texto em português, deixando assim para as notas o termo alemão original. A opção recaiu por esta última vertente e, para propiciar ao leitor interessado a oportunidade de cotejar significados, são fornecidas junto ao original alemão os termos correspondentes em inglês. Um outro recurso utilizado foi o de acrescentar, [entre chaves], palavras que não aparecem no original mas cuja ausência resultaria em um texto em momentos muito truncado. Esta é uma dificuldade com a qual se depara qualquer pessoa que queira traduzir para nosso idioma um texto originalmente escrito em uma língua de estrutura gramatical sintética, como no caso do alemão, e pelo fato que Einstein faz uso magistral desta estrutura. Finalmente, se ainda houvesse alguma dúvida sobre a necessidade de traduzir Einstein, lembramo-nos das palavras do filólogo alemão Otto Gildemeister: “Em toda arte é aconselhável manter-se próximo aos mestres e precaver-se de sistemas. Isto se aplica também à arte de traduzir uma língua”.

O mérito em um trabalho desta natureza não cabe a quem o traduziu mas antes a um grupo de pessoas sem

as quais a tarefa não teria sido possível. Gostaria de expressar meu agradecimento ao Prof. Nelson Studart pelo convite para participar deste projeto e pela competente revisão. Os colegas Sandra D. Prado, Fernanda Ostermann, Alexandre Baraviera, Roberto da Silva e H.-P. Grieneisen em muito contribuíram para a fluidez do texto. Ângela Foerster e J.F. Perez fizeram um competente trabalho de cotejamento entre o original e a tradução. Ao colega H. Hinrichsen da Universidade de Würzburg devo longas e proveitosas discussões sobre o texto original. Quaisquer deslizos na empreitada são de responsabilidade do tradutor, a quem coube a decisão sobre o texto final.

## Referências

- [1] S.N. Bose, *Zeit. Phys.* **76**, 178 (1924).
- [2] A. Pais, *Subtle is the Lord...The Science and the Life of Albert Einstein*, Oxford University Press, New York, 1982.
- [3] G.E. Uhlenbeck, *Over Statistische Methoden in de Theorie der Quanta*, Tese de doutorado, Leiden, 1927.
- [4] O ponto levantado por Pais é que embora o holandês seja um idioma germânico e uma pessoa com um bom nível de educação em alemão seja capaz de ler um texto naquela língua sem maiores dificuldades, o fato de ser falado como língua nativa por uma população relativamente pequena torna-o um idioma de pouca penetrabilidade dentro do cenário europeu.
- [5] O problema que Einstein tinha que solucionar era o de maximizar a entropia  $S$  mantendo  $N$  e a energia total  $E$  do sistema constantes - a técnica por ele usada é o tradicional método dos multiplicadores de Lagrange.
- [6] F. London, *Nature* **141**, 643 (1938).
- [7] B. Kahn and G.E. Uhlenbeck, *Physica* **5**, 399 (1938).
- [8] L. Tisza, *Nature* **141**, 913 (1938).
- [9] L.D. Landau, *JETP* **11**, 592 (1941).
- [10] N.N. Bogoliubov, *Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz.* **11**, 77 (1947). Reeditado em *J. Phys. (USSR)* **11**, 23 (1947).
- [11] R.P. Feynman, *Phys. Rev.* **91**, 1291 (1953).
- [12] W. Ketterle, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 1131 (2002).
- [13] E.A. Cornell and C.E. Wieman, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 875 (2002).
- [14] L. de Broglie, *Certitudes et Incertitudes de la Science* (A. Michel, Paris, 1966).
- [15] P. Dirac, *Proc. Roy. Soc.* **112**, 661 (1926).
- [16] W. Heisenberg, *Z. Phys.* **36**, 411 (1926).