

Estudo experimental do momento de inércia de um cone

(*Experimental study of the moment of inertia of a cone*)

Carlos A.F. Pintão¹, Moacir P. de Souza Filho e Wesley F. Usida

Departamento de Física, Unesp, Bauru, SP, Brasil

Recebido em 27/9/2004; Aceito em 19/1/2005

Neste trabalho, mostra-se um caminho diferente para se estudar o momento de inércia de um corpo em rotação. Descreve-se um experimento que permite estabelecer como a inércia de um cone depende de sua massa e geometria. A partir de medidas de frequência ou corrente elétrica, determinam-se parâmetros como os expoentes e a constante da convencional equação do momento de inércia de um cone. Para isso escolhem-se três cones de massas diferentes, tendo dois deles 10,0 cm e o outro 6,0 cm de diâmetros. Os resultados obtidos mostraram que o sistema e o procedimento de medida utilizado podem ser uma alternativa prática nos laboratórios de ensino.

Palavras-chave: inércia, momento de inércia, cone.

In this work, it is shown a different way to study the moment of inertia of a body. It is proposed an experiment that allows establishing how the inertia of a cone depends on its mass and geometry. The parameters are determined as follows: the exponents and the constant of the conventional equation of the cone's moment of inertia, starting from measurements of frequency or current. Three cones of distinct masses are used, two of them 10,0 cm of diameter, while the other ones 6,0 cm diameter. The obtained results show that the system and the procedure used can be an alternative in the teaching laboratories.

Keywords: inertia, moment of inertia, cone.

1. Introdução

O estudo experimental da dinâmica de rotação dos corpos é ensinado nos cursos voltados para as ciências exatas. Em geral os experimentos que são realizados envolvem a medida da inércia de rotação de discos, anéis e partículas. Todos eles incluem a medida de tempo. Para determinar o momento de inércia de um disco, Pintão *et al.* [1] adotaram pela primeira vez um procedimento experimental diferente dos tradicionais, como aqueles de Goldemberg [2] e Tyler [3]. Utilizando um método originalmente proposto para medir capacitância que foi usado por Fleming e Clinton [4] e Bennet [5], determinaram diretamente, a partir de uma leitura de corrente elétrica, a velocidade angular alcançada pelo disco depois do corpo suspenso ter descido uma distância conhecida. Sabendo-se qual é a velocidade angular, obtém-se a aceleração. O experimento é então repetido, variando-se a massa do corpo suspenso. O momento de inércia, por sua vez, é determinado a partir da inclinação da reta obtida quando se levanta o gráfico do torque (que é conhecido) contra a aceleração angular. A vantagem do método é que não é necessário se preocupar com o atrito, uma vez que a inclinação da reta não depende do torque

associado às forças de atrito. Posteriormente, como extensão deste trabalho, realizaram um estudo experimental da inércia da partícula [6], esfera [7] e placa [8],[9]. Neste trabalho, como continuidade e aperfeiçoamento dos anteriores, é proposta uma maneira diferente de se determinar a inércia rotacional. Utiliza-se um osciloscópio digital em substituição a um medidor de corrente analógico, mede-se a frequência ao invés da corrente elétrica. Portanto, usa-se um sistema digital em substituição àquele analógico, o que permite medidas com variações menores do que a precisão do medidor de corrente. Desta forma determina-se os expoentes e a constante da equação convencional do momento de inércia de um cone sólido, isto é, $3/10MR^2$, abrindo-se uma nova possibilidade de aplicação dentro dos laboratórios de ensino.

2. Medida do momento de inércia

Na medida do momento de inércia de um cone, foi utilizada a montagem da Fig. 1, onde um dos cones de massa M_J é fixado ao eixo de rotação a um ângulo de 0° com o eixo do cone. Inicialmente, para determinar o momento de inércia do eixo com acessórios, adotou-se o mesmo procedimento utilizado por Pintão *et al.* [1].

¹E-mail: fonzar@fc.unesp.br

Sabe-se que o torque resultante τ_R , responsável pelo movimento de rotação do eixo, é expresso como:

$$\tau_R = \tau_T - \tau_{ATR} = I_{eixo} \alpha, \quad (1)$$

onde τ_T e τ_{ATR} são, respectivamente, os torques associados à tração T aplicada pelo fio e às forças de atrito; I_{eixo} é o momento de inércia do eixo com acessórios e α , sua aceleração angular.

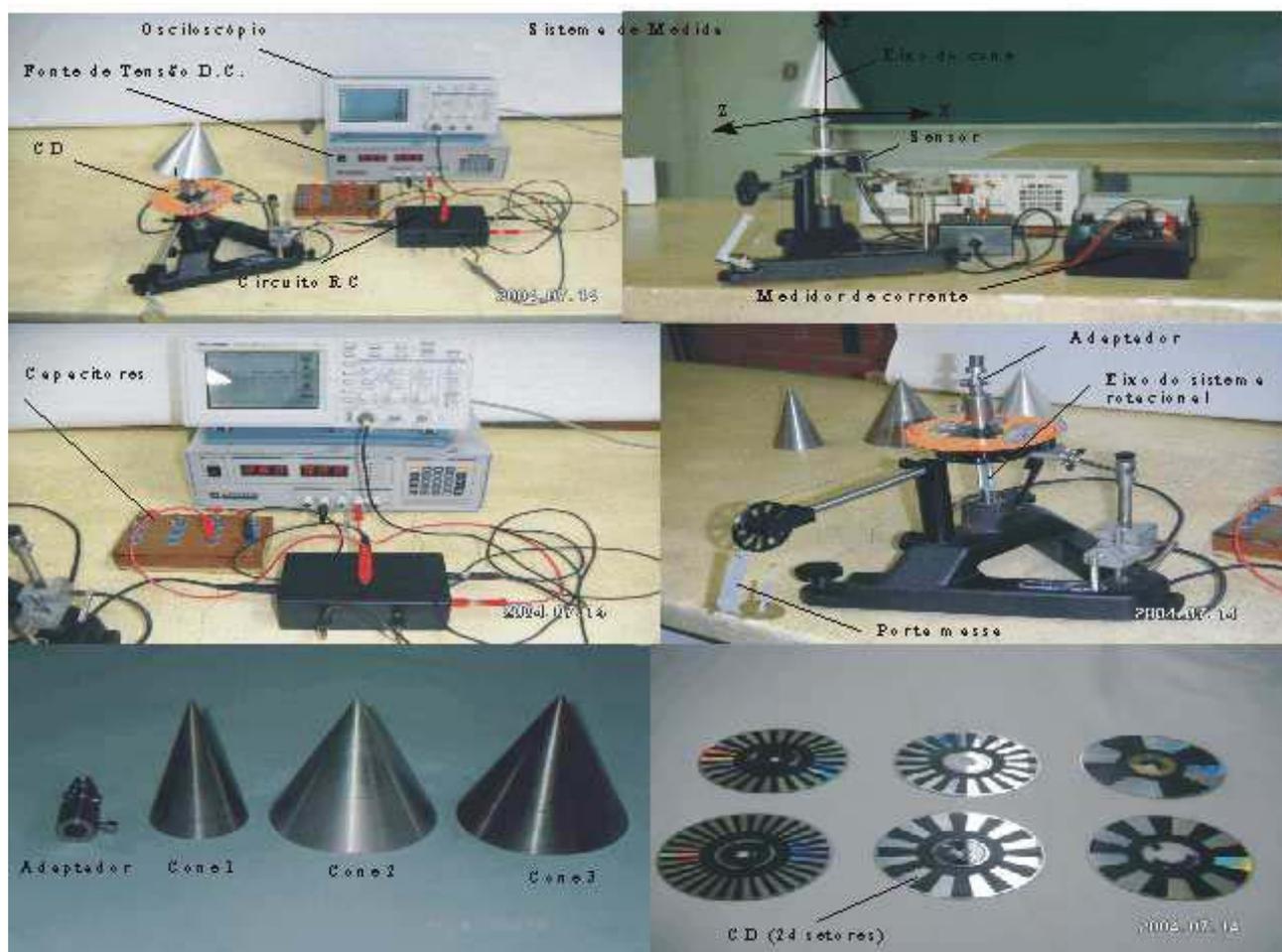


Figura 1 - Sistema de medida rotacional com acessórios e diferentes cones de massas M_j .

Baseados nos trabalhos anteriores [1], [7]-[9], a medida da velocidade angular pode ser feita, indiretamente, recorrendo ao método de medida de capacitância [4]. Um circuito RC é utilizado. Esse capacitor é carregado quando um sensor opto-eletrônico (emissor e receptor infravermelha) irá comandar uma chave analógica CMOS comutadora (CI4066) na carga e descarga dele. Tal sensor fica próximo à superfície de um disco (CD) com 24 setores, sendo 12 espelhados e 12 opacos dispostos alternadamente e fixos ao eixo do sistema rotacional. Através de um medidor de corrente D.C. acoplado a este circuito RC é feita a medida da corrente elétrica.

Hessel e Bucalon [10] mostraram que, se estas operações de carga e descarga forem realizadas a uma frequência suficientemente alta, a capacitância C será

dada por $C = i/fV$, onde i é a corrente lida no medidor de corrente, f é frequência de comutação e V a tensão aplicada no capacitor. Se, por outro lado, a frequência for a grandeza de interesse, pode-se, usando a mesma montagem, determiná-la a partir da relação

$$f = \frac{i}{CV}. \quad (2)$$

A frequência de rotação do corpo, neste caso, é 1/12 da frequência de comutação f . Logo, a velocidade angular ω dele pode ser escrita como $\omega = \frac{2\pi f}{12} = \frac{\pi f}{6}$, que combinada com a Eq. 2, resulta

$$\omega = \frac{\pi}{6CV} i. \quad (3)$$

Vê-se, portanto, que a velocidade angular do corpo pode ser obtida diretamente a partir de uma leitura de

corrente elétrica no medidor.

A aceleração, α , pode ser determinada a partir da Equação de Torricelli para o movimento circular uniformemente acelerado, onde $\omega^2 = 2\alpha\Delta\theta$. De fato, a altura, h , é dada por $h = r\Delta\theta$, sendo r o raio da polia e $\Delta\theta$, o ângulo varrido pelo giro do sistema rotacional, de modo que se obtém:

$$\alpha = \frac{r}{2h}\omega^2. \quad (4)$$

A aceleração angular é expressa como:

$$\alpha = K i^2, \quad (5)$$

onde K é uma constante conhecida, isto é: $K = \frac{r\pi^2}{72h(CV)^2}$; uma vez que r , h , C e V são parâmetros previamente determinados. A força resultante sobre o corpo de massa m , enquanto está caindo, é $mg - T = ma = m\alpha r$, de modo que $T = m(g - \alpha r)$. Como $\tau_T = Tr$, resulta $\tau_T = m(g - \alpha r)r$, que, usando a Eq. 3, pode também ser expresso em termos de corrente como:

$$\tau_T = m.g.r - m K r^2 i^2. \quad (6)$$

Pode ser visto, então, que a aceleração angular e o torque aplicado pela força de tração T são obtidos diretamente da leitura da corrente elétrica. Variando a massa do corpo suspenso e mantendo constantes os demais parâmetros, obtém-se um conjunto de valores de τ_T vs. α . Pela Eq. (1), a relação entre essas grandezas deve ser linear, e a inclinação da reta deve fornecer o momento de inércia do eixo, I_{eixo} . Este foi o procedimento utilizado na medida da inércia do eixo, uma vez que as variações de corrente eram maiores do que a precisão do medidor de corrente ($0,5 \mu A$) para o conjunto de massas suspensas (m) disponíveis.

No entanto, nas medidas do momento de inércia do cone, optou-se pela medida direta da frequência de comutação f como uma alternativa possível de ser empregada nos laboratórios. Portanto, muda-se a maneira de determinar α e τ_T . Então, foi utilizado um osciloscópio digital (Tektronics, modelo TDS 210, 60 MHz) em substituição ao medidor de corrente. A principal razão desta mudança encontra-se no fato do sistema analógico [1] não ser sensível a variações de corrente menores do que a menor divisão do medidor de corrente ($1,0 \mu A$). Nessa nova situação, não é necessário um ajuste rigoroso nos valores de capacitância e tensão do sistema para se conseguir uma boa medida, como poderá ser visto pela Eq. (9). A grande vantagem de se introduzir um osciloscópio digital em substituição ao medidor de corrente é torná-lo mais sensível a pequenas variações da velocidade angular e/ou da inércia, sem se preocupar em modificar aqueles valores iniciais de capacitância, tensão e conjunto de massas de tração (m). Essa mudança no sistema permite estudar como a inércia de um corpo, com pequenas variações na sua

inclinação em relação ao eixo de rotação, pode ser determinada. Mede-se a frequência f diretamente no osciloscópio quando a massa de tração atinge o chão e avalia-se ω como segue:

$$\omega = \frac{\pi.f}{6}. \quad (7)$$

As equações usadas para determinar α e τ_T através da medida da frequência são:

$$\alpha = \frac{r(\pi)^2 f^2}{72.h}, \quad (8)$$

$$\tau_T = m.g.r - m K r^2 (CV)^2 f^2. \quad (9)$$

Na Eq. (9), o produto $K(CV)^2$ independe dos valores de capacitância (C) e tensão (V) utilizados, conforme comentado anteriormente.

Ao se adicionar um dos cones de massa M_J ao eixo, o torque resultante responsável pelo movimento dele, τ_R , será:

$$\tau = \tau_T - \tau_{ATR} = I_{eixo+cone J} \alpha, \quad (10)$$

sendo que $I_{eixo+cone J}$ representa o momento de inércia do eixo com o cone J . Os valores do sub índice J assumirão os valores 1, 2 e 3, lembrando que foram usados três cones de massas diferentes, sendo dois deles de mesmo diâmetro e todos da mesma altura ($11,0 \pm 0,1$) cm.

Como proposta deste artigo, realizou-se um experimento que permite estabelecer como o momento de inércia de um cone depende de sua massa (M_J) e de seu raio (R) e quanto vale a constante de proporcionalidade (F) na equação convencional para o cálculo da inércia de um cone,

$$I_{cone} = F.M^X.R^Y, \quad (11)$$

onde X , Y e F são as constantes a serem determinadas. Estrategicamente, 3 cones maciços de metal, que podem ser vistos na Fig. 1, são usados e, com base na Eq. (11), deduziu-se as equações para cálculo dos expoentes X e Y a seguir.

$$X = \left(\log\left(\frac{M_3}{M_2}\right) \right)^{-1} \left(\log\left(\frac{I_{cone3}}{I_{cone2}}\right) \right), \quad (12)$$

$$Y = \frac{\log\left(\frac{I_{cone3}}{I_{cone1}}\right) - X \log\left(\frac{M_3}{M_1}\right)}{\log\left(\frac{R_3}{R_1}\right)}. \quad (13)$$

O valor da constante F foi obtido da Eq. (11), onde se substitui o valor experimental do momento de inércia do cone J (determinado dos resultados gráficos), sua massa, raio e valores dos expoentes esperados $X = 1$ e $Y = 2$.

Uma alternativa de cálculo mais geral destes parâmetros, com a vantagem de ser aplicado a conjuntos de cones com qualquer relação entre massas e

diâmetros, é usar a relação logarítmica na Eq. (11) e resolver o sistema de equações

$$\log(I_{coneJ}) = \log(F) + X \log(M_J) + Y \log(R_J). \quad (14)$$

3. Resultados

3.1. Momento de inércia do eixo com acessórios (I_{eixo})

Este experimento foi desenvolvido sem o cone acoplado ao eixo de rotação. O experimento consiste em deixar que um corpo de massa m caia de uma altura h conhecida e seja feita uma leitura da corrente elétrica imediatamente depois dele atingir o chão. Baseados naquela leitura e usando as Eqs. (5) e (6), respectivamente, calcula-se a aceleração angular α e o torque τ_T para cada massa m . Pode-se optar por realizar esta medida utilizando-se um osciloscópio. No entanto, será preciso um conjunto de massas bem menores que as disponíveis no laboratório. O eixo com acessórios, cuja inércia é muito pequena, girará muito rápido para aquele conjunto de massas utilizadas no experimento. Como o acionamento do osciloscópio é feito manualmente, introduz-se um erro da ordem dos valores da frequência medida. Isto pode ser contornado através das medidas de corrente com um medidor analógico, pelo fato das correntes terem variações bem maiores que a precisão do aparelho. Esta foi a principal razão de mantermos o mesmo procedimento de trabalhos anteriores [1],[7]-[9] na medida da inércia do eixo.

Na Fig. 2, relacionada à Tabela 1, utiliza-se o método dos mínimos quadrados (MMQ) para o melhor ajuste aos valores experimentais do torque aplicado (τ_T) pela força de tração T em função da aceleração angular (α). O valor encontrado para a inclinação desta reta que representa o momento de inércia do eixo, é $I_{eixo} = (6,1 \pm 0,1)10^{-5} \text{ kgm}^2$, enquanto que o coeficiente linear correspondente ao valor do torque de atrito é $\tau_{ATR} = (4,7 \pm 0,3)10^{-4} \text{ N.m}$.

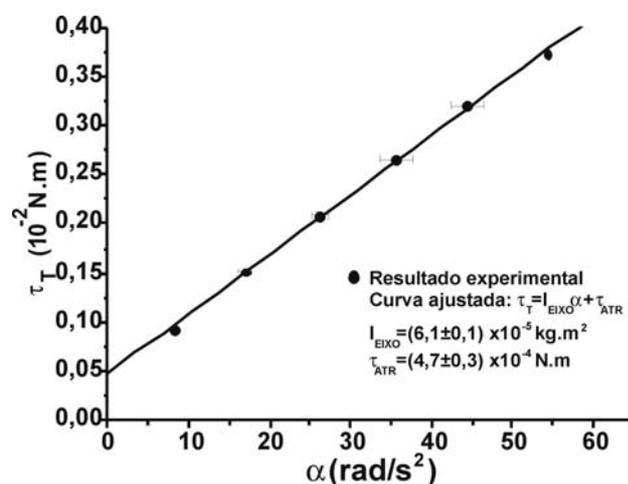


Figura 2 - Curva e pontos experimentais do torque (τ_T) em função da aceleração angular (α). A inclinação da reta ajustada pelo MMQ representa o momento de inércia do eixo com acessórios (I_{eixo}) e o coeficiente linear o torque de atrito (τ_{ATR}).

Tabela 1 - Dados relativos ao sistema rotacional ($C = (48,05 \pm 0,01) \mu\text{F}$, $V = (5,7 \pm 0,1) \text{ V}$, $h = (0,950 \pm 0,005) \text{ m}$ e $r = (1,25 \pm 0,01) 10^{-2} \text{ m}$).

| m (g) | i (μs) | τ_T (10^{-2} N.m) | α (rad/s^2) |
|------------------|-----------------------|------------------------------------|-------------------------------|
| $7,67 \pm 0,01$ | $18,5 \pm 0,5$ | $0,0929 \pm 0,0008$ | $8,2 \pm 0,5$ |
| $12,67 \pm 0,01$ | $26,5 \pm 0,5$ | $0,152 \pm 0,001$ | $16,9 \pm 0,9$ |
| $17,67 \pm 0,01$ | $33,0 \pm 0,5$ | $0,209 \pm 0,002$ | 26 ± 1 |
| $22,67 \pm 0,01$ | $38,5 \pm 0,5$ | $0,256 \pm 0,002$ | 36 ± 2 |
| $27,67 \pm 0,01$ | $43,0 \pm 0,5$ | $0,319 \pm 0,003$ | 45 ± 2 |
| $32,67 \pm 0,01$ | $47,5 \pm 0,5$ | $0,372 \pm 0,003$ | 54 ± 2 |

3.2. Momento de inércia dos cones (I_{cone})

Este experimento foi desenvolvido com o cone acoplado ao eixo de rotação. O experimento consiste em deixar que um corpo de massa m caia de uma altura h conhecida e seja feita uma leitura de três a cinco frequências imediatamente depois dele atingir o chão. Baseados naquelas leituras e seu valor médio, e usando as Eqs. (8) e (9), respectivamente, calcula-se a aceleração angular α e o torque τ_T para cada massa m . Da Eq. (10), a relação entre essas grandezas deve

ser linear, e a inclinação da reta deve fornecer o momento de inércia do eixo com o cone J , $I_{eixo+coneJ}$. As Tabelas 2, 3 e 4 mostram estes valores calculados, com seus erros associados e parâmetros utilizados no experimento. Pode-se avaliar dessas tabelas os possíveis valores da corrente elétrica que seriam registrados no medidor analógico usando-se a Eq. (2), isto é $i = CVf$. Essas variações da corrente são menores do que a menor divisão ($1 \mu\text{A}$) do instrumento de medida, daí a vantagem de se escolher um osciloscópio. As Figs. 3, 4

e 5 provenientes dessas tabelas fornecem os valores de $I_{eixo+coneJ}$. Os valores do momento de inércia de cada cone J foram determinados fazendo-se a subtração dos valores de $I_{eixo+coneJ}$ pelo valor momento de inércia do eixo, $I_{eixo} = (6,1 \pm 0,1)10^{-5} \text{ kgm}^2$. Os resultados são: $I_{cone1} = (2,39 \pm 0,08)10^{-4} \text{ kgm}^2$, $I_{cone2} = (6,0 \pm$

$0,4)10^{-4} \text{ kgm}^2$ e $I_{cone3} = (2,01 \pm 0,03)10^{-3} \text{ kgm}^2$. O valor teórico [11] para cada cone, que foi calculado da equação $I_{coneJ} = (\frac{3}{10}) M_J R^2$, ao ser comparado com os resultados obtidos, apresentou um desvio médio de 9%.

Tabela 2 - Dados relativos ao cone 1 ($C = (10,79 \pm 0,01) \mu\text{F}$, $V = (6,0 \pm 0,1) \text{ V}$, $h = (0,950 \pm 0,005) \text{ m}$ e $r = (1,25 \pm 0,01) 10^{-2} \text{ m}$).

| m (g) | f (Hz) | α (rad/s ²) | τ_T (10 ⁻² N.m) |
|------------------|----------------|--------------------------------|---------------------------------|
| $7,67 \pm 0,01$ | $26,7 \pm 0,9$ | $1,28 \pm 0,09$ | $0,094 \pm 0,0001$ |
| $12,67 \pm 0,01$ | $41,4 \pm 0,6$ | $3,1 \pm 0,7$ | $0,15 \pm 0,001$ |
| $17,67 \pm 0,01$ | 54 ± 3 | $5,3 \pm 0,7$ | $0,22 \pm 0,002$ |
| $22,67 \pm 0,01$ | 63 ± 3 | $7,1 \pm 0,7$ | $0,28 \pm 0,002$ |
| $27,67 \pm 0,01$ | 72 ± 2 | $9,3 \pm 0,5$ | $0,34 \pm 0,003$ |

Tabela 3 - Dados relativos ao cone 2 ($C = (10,79 \pm 0,01) \mu\text{F}$, $V = (6,0 \pm 0,1) \text{ V}$, $h = (0,950 \pm 0,005) \text{ m}$ e $r = (1,25 \pm 0,01) 10^{-2} \text{ m}$).

| m (g) | f (Hz) | α (rad/s ²) | τ_T (10 ⁻² N.m) |
|------------------|----------------|--------------------------------|---------------------------------|
| $17,67 \pm 0,01$ | $35,9 \pm 0,5$ | $2,32 \pm 0,07$ | $0,220 \pm 0,002$ |
| $27,67 \pm 0,01$ | 45 ± 2 | $3,7 \pm 0,3$ | $0,340 \pm 0,003$ |
| $37,67 \pm 0,01$ | 57 ± 1 | $5,8 \pm 0,2$ | $0,460 \pm 0,004$ |
| $47,67 \pm 0,01$ | 66 ± 2 | $7,7 \pm 0,5$ | $0,580 \pm 0,005$ |

Tabela 4 - Dados relativos ao cone 3 ($C = (10,79 \pm 0,01) \mu\text{F}$, $V = (6,0 \pm 0,1) \text{ V}$, $h = (0,950 \pm 0,005) \text{ m}$ e $r = (1,25 \pm 0,01) 10^{-2} \text{ m}$).

| m (g) | f (Hz) | α (rad/s ²) | τ_T (10 ⁻² N.m) |
|------------------|----------------|--------------------------------|---------------------------------|
| $17,67 \pm 0,01$ | $18,5 \pm 0,5$ | $0,62 \pm 0,04$ | $0,220 \pm 0,002$ |
| $27,67 \pm 0,01$ | 26 ± 1 | $1,2 \pm 0,1$ | $0,338 \pm 0,003$ |
| $37,67 \pm 0,01$ | $31,6 \pm 0,8$ | $1,80 \pm 0,09$ | $0,460 \pm 0,004$ |
| $47,67 \pm 0,01$ | 36 ± 2 | $2,4 \pm 0,2$ | $0,582 \pm 0,005$ |

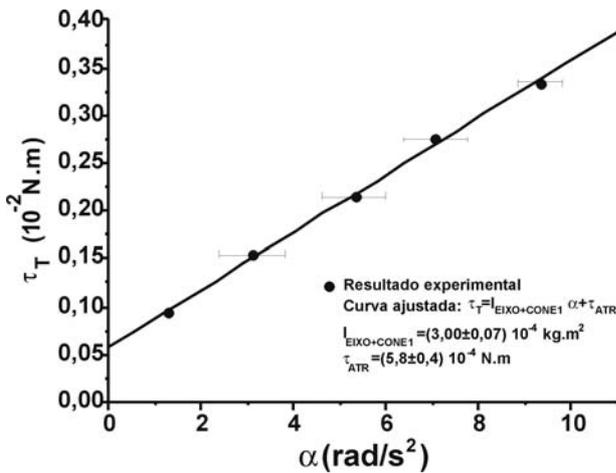


Figura 3 - Curva e pontos experimentais do torque (τ_T) em função da aceleração angular (α). A inclinação da reta ajustada pelo MMQ representa o momento de inércia do eixo com o cone 1 ($I_{eixo+cone1} = (3,00 \pm 0,07)10^{-4} \text{ kgm}^2$) e o coeficiente linear o torque de atrito ($\tau_{ATR} = (5,8 \pm 0,4)10^{-4} \text{ N.m}$).

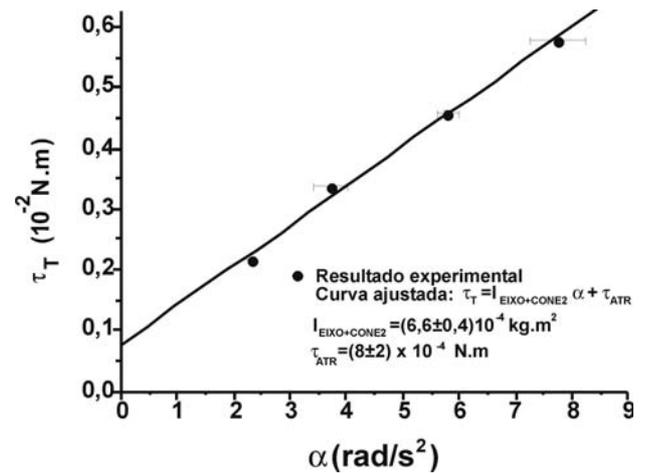


Figura 4 - Curva e pontos experimentais do torque (τ_T) em função da aceleração angular (α). A inclinação da reta ajustada pelo MMQ representa o momento de inércia do eixo com o cone 2 ($I_{eixo+cone2} = (6,6 \pm 0,4)10^{-4} \text{ kgm}^2$) e o coeficiente linear o torque de atrito ($\tau_{ATR} = (8 \pm 2)10^{-4} \text{ N.m}$).

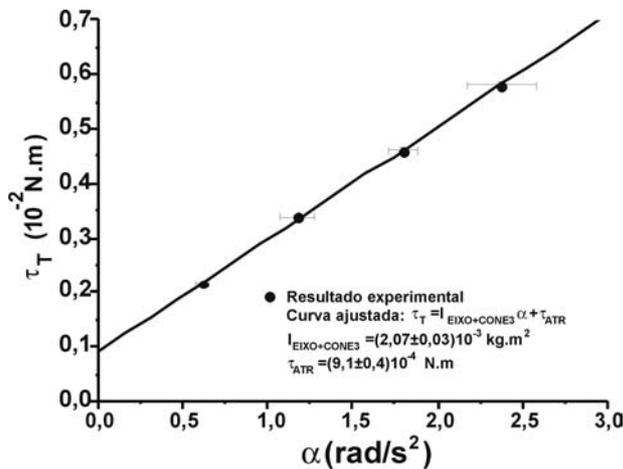


Figura 5 - Curva e pontos experimentais do torque (τ_T) em função da aceleração angular (α). A inclinação da reta ajustada pelo MMQ representa o momento de inércia do eixo com o cone 3 ($I_{\text{eixo+cone3}} = (2,07 \pm 0,03)10^{-3} \text{ kg.m}^2$) e o coeficiente linear o torque de atrito ($\tau_{\text{ATR}} = (9,1 \pm 0,4)10^{-4} \text{ N.m}$).

3.3. Dependência da massa e geometria do cone

3.3.1. Cálculo do expoente X

O uso de dois cones, um de alumínio (Cone 2) e o outro de aço (Cone 3), com raios idênticos, $R_2 = R_3 = (5,00 \pm 0,01) \text{ cm}$, e valores de massa $M_2 = (814,43 \pm 0,01) \text{ g}$ e $M_3 = (2959,20 \pm 0,01) \text{ g}$, permitiram manter o mesmo tipo de dependência geométrica entre os cones durante as medidas. Então, X foi calculado da Eq. (12), baseado nos valores de 3.2, isto é $I_{\text{cone2}} = (6,0 \pm 0,4)10^{-4} \text{ kgm}^2$, $I_{\text{cone3}} = (2,01 \pm 0,03)10^{-3} \text{ kgm}^2$, e suas respectivas massas. O desvio de X foi calculado baseado na teoria de erros [12]. Portanto, o resultado obtido foi $X = 0,9 \pm 0,1$.

3.3.2. Cálculo do expoente Y

Dos resultados do item 3.2, com os valores de inércia dos cones 1 e 3, $I_{\text{cone1}} = (2,39 \pm 0,08)10^{-4} \text{ kgm}^2$, $I_{\text{cone3}} = (2,01 \pm 0,03)10^{-3} \text{ kgm}^2$, mais o conhecimento das grandezas determinadas experimentalmente como $X = 0,9 \pm 0,1$ de 3.3.1, $M_1 = (822,10 \pm 0,01) \text{ g}$ e $M_3 = (2959,20 \pm 0,01) \text{ g}$, raios $R_1 = (3,00 \pm 0,01) \text{ cm}$ e $R_3 = (5,00 \pm 0,01) \text{ cm}$, foi possível calcular da Eq. (13) o valor de Y . O valor encontrado é $Y = 1,8 \pm 0,3$.

3.3.3. Cálculo de F para os Cones 1, 2 e 3

Com os resultados das inércias dos cones, $I_{\text{cone1}} = (2,39 \pm 0,08)10^{-4} \text{ kgm}^2$, $I_{\text{cone2}} = (6,0 \pm 0,4)10^{-4} \text{ kgm}^2$ e $I_{\text{cone3}} = (2,01 \pm 0,03)10^{-3} \text{ kgm}^2$, com suas respectivas massas $M_1 = (822,10 \pm 0,01) \text{ g}$, $M_2 = (814,43 \pm 0,01) \text{ g}$ e $M_3 = (2959,20 \pm 0,01) \text{ g}$, e raios $R_1 = (3,00 \pm 0,01) \text{ cm}$ e $R_2 = R_3 = (5,00 \pm 0,01) \text{ cm}$ e mais o fato de usar os valores esperados $X = 1,0$ e $Y = 2,0$, usando a

Eq. (11), calcula-se o fator F para os três cones. Esses valores são: $F_1 = (0,32 \pm 0,03)$, $F_2 = (0,30 \pm 0,02)$ e $F_3 = (0,27 \pm 0,01)$, respectivamente para os cones 1, 2 e 3. Estes valores concordam com o valor teórico [11] 0,30, a menos do erro associado.

Ao se usar os valores de $X = 0,9 \pm 0,1$ e $Y = 1,8 \pm 0,3$ encontra-se um valor médio para F igual a 0,2, o que difere do valor esperado em torno de 35%. O erro associado a F baseado na Eq. (11) e teoria dos erros [12] é de $\pm 0,16$. Este erro mostra que o valor de F é impreciso quando se usa X e Y determinados neste experimento para a sua avaliação. O método de medida aqui utilizado é muito sensível às variações da inércia do cone em relação ao valor teórico, conforme foi avaliado no item 3.2 é de 9%. No entanto, ao se considerar os erros associados a X , Y e a inércia de cada um dos cones J na Eq. (11), substituindo X e Y , primeiro com os maiores valores possíveis e em seguida com aqueles menores, e fixando $I_{\text{cone}J}$ como máximo e mínimo valores respectivamente ao procedimento anterior, determina-se um intervalo de F comum para estes cones, $0,074 \leq F \leq 0,37$. Então, neste intervalo de F , verifica-se que ele contém o resultado esperado 0,30.

3.4. Alternativa de cálculo mais geral dos parâmetros X , Y e F

Dos resultados da inércia do cone J , suas respectivas massa e raio, substituindo-os na Eq. (14) chega-se a um sistema de três equações contendo três incógnitas. Resolvendo este sistema chega-se aos valores: $x = 0,9$; $y = 1,8$ e $F = 0,2$. Estes valores são os mesmos encontrados nos itens anteriores, com a diferença que não há necessidade de se restringir a alguma relação entre as massas e diâmetros dos cones. Neste tipo de alternativa, se fossemos estabelecer uma equação geral para determinar a inércia de um cone qualquer, seria necessário um número maior de cones para poder avaliar com maior precisão os parâmetros X , Y e F . A ênfase neste trabalho não é um estudo deste porte, embora isso seja possível. No entanto, com uma amostragem reduzida de apenas três cones, é possível verificar que a sua massa e seu raio dependem de expoentes que concordam com aqueles da literatura [11]. O mesmo pode ser dito em relação a F .

4. Conclusão

Daqueles resultados encontrados nos itens 3.2 e 3.3, pode-se concluir que:

A) O momento de inércia de um cone de massa M_J depende diretamente de sua massa elevada ao expoente $0,9 \pm 0,1$;

B) O momento de inércia do cone de massa M_J depende diretamente de seu raio, mais explicitamente da forma R^Y , sendo que o valor experimental determinado para Y é $1,8 \pm 0,3$;

C) O fator F em média , determinado experimentalmente, é $0,30 \pm 0,02$;

Os resultados anteriores permitiram-nos concluir que X , Y e F concordam com os valores esperados teoricamente, mesmo com possíveis fontes de erros sistemáticos como a não homogeneidade da distribuição de massa, o deslocamento do furo da base dos cones e a não centralização perfeitamente vertical destes cones.

Portanto, como conclusão geral, o sistema desenvolvido permite estudar como o momento de inércia de um objeto depende de sua massa e geometria de uma forma simples e, em alguns casos, como este do cone, estabelecer uma equação para o seu cálculo. Logo, com este trabalho experimental, encontrou-se um caminho diferente dos trabalhos anteriores para estudar o momento de inércia de um corpo, o qual constitui uma boa alternativa a ser utilizada nos laboratórios didáticos.

Agradecimento

Gostaríamos de agradecer à FUNDUNESP e ao CNPq pelo apoio financeiro.

Referências

- [1] C.A.F. Pintão, M.P. de Souza Filho, C.R. Grandini e R. Hessel, Rev. Bras. Ens. Fís. **23**, 48, (2001).
- [2] J. Goldemberg, *Física Geral e Experimental* (Companhia editora Nacional, São Paulo, 1970), 2ªed., v. 1, p. 481-483.
- [3] F. Tyler, *A Laboratory Manual of Physics* (Edward Arnold, London, 1974), 4ªed., p. 22-24.
- [4] J.A. Fleming, and W.C. Clinton, Phil. Mag. S. **5**:29, 493 (1903).
- [5] G.A.G. Bennet, *Electricity and Modern Physics* (Edward Arnold, London, 1974), 2ªed., p. 167-168.
- [6] C.A.F. Pintão, M.P. de Souza Filho e J.A. Xavier, SBPN Scientific Journal **5**, 192 (2001).
- [7] C.A.F. Pintão, M.P. de Souza Filho, W.F. Usida, P.R.P. Maciel Filho e C.R. Grandini, SBPN Scientific Journal, **6**, 303 (2002).
- [8] C.A.F. Pintão e M.P. de Souza Filho, Rev. Bras. Ens. Fís. **24**, 455 (2002).
- [9] C.A.F. Pintão, M.P. de Souza Filho, C.R. Grandini e R. Hessel, European Journal of Physics **25**, 409 (2004).
- [10] R. Hessel, e A.J. Bucalon, Rev. Ens. Fís. **8**, 9 (1986).
- [11] A.C. Melissinos e F. Lobkowicz, *Physics for Scientists and Engineers* (W.B. Saunders Company, Toronto, 1975), v. 1, p. 293-294.
- [12] J.H. Vuolo, *Fundamentos da Teoria dos Erros* (Editora Edgard Blücher Ltda, São Paulo, 1996), 2ªed.