Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 27, n. 3, p. 317 - 317, (2005)
www.sbfisica.org.br

Sobre a causalidade na relaxação dielétrica

Em artigo aparecido nesta revista [1], o seu autor, Prof. Renê Robert, introduz um retardo, $t\prime$, na equação diferencial de Debye (ou Pellat (1), ou D-P), que seria então dada por

$$\tau \frac{dP(t)}{dt} = \chi\epsilon_0 E(t) - P(t - t'), \qquad ((1))$$

sendo χ a susceptibilidade, ϵ_0 a permitividade do vácuo, E o campo aplicado (simetria plana), P a polarização elétrica, e τ o chamado tempo de relaxação. Embora não concordemos com a afirmativa contida em (1) de que a introdução do retardo na Eq. (1) é necessária para garantir a causalidade do processo de polarização, vamos antes mostrar que o tipo de retardo proposto daria às respostas dielétricas característica bem diferente daquela usualmente observada.

A característica do retardo dielétrico: a característica da resposta dielétrica se evidencia na sua reação a um campo elétrico em forma de degrau, de amplitude E_0 aplicado, vamos dizer, em $t = 0$. A solução da Eq. (1), com $t\prime = 0$, isto é, sem retardo, é $P(t) = \chi\epsilon_0 E_0(1 - \exp(-vt)$, com $v = 1/\tau$. A Eq. (1) sem retardo estabelece que a velocidade de polarização é proporcional à diferença entre a polarização atingível, $\chi\epsilon_0 E_0$, e a polarização efetivamente atual, $P(t)$. É interessante notar que se a constante de proporcionalidade v, em vez de constante, for uma função decrescente do tempo - como se o ímpeto à polarização decrescesse do momento da aplicação do degrau -, a solução se escreveria $\chi\epsilon_0 E_0(1 - \exp(-T))$, com $T = \int_0^t v(t\prime)dt\prime$. Característicamente, a velocidade de polarização decresce após a aplicação do degrau de campo elétrico.

O retardo sugerido em (1): Em (1) soluções da Eq. (1) foram apresentadas, isto é, com o retardo $t\prime$ superposto ao próprio retardo dielétrico. Porém, será mais simples estudar o efeito deste retardo conceitualmente deixando-o agir isoladamente. Então ter-se-ia que a resposta à aplicação do degrau em $t = 0$ seria a polarização $P(t)$

$$\begin{aligned} P(t) &= 0, \qquad 0 < t < \tau \ \text{ e} \\ P(t) &= \chi\epsilon_0 E_0, \quad \text{para } t > \tau. \end{aligned} \qquad (1)$$

Note-se que este degrau deslocado no tempo configuraria um tipo de resposta diametralmente oposta àquela apresentada pelos dielétricos usuais, como exposto acima, pois a velocidade de polarização, nula entre 0 e τ, cresceria nas vizinhancas de τ_-, tornando-se uma função $\delta(t - \tau)$.

Portanto conclúimos que o retardo sugerido em (1) não parece compatível com o que se conhece de polarização em dielétricos reais. Mas o seu conteúdo pode ser de utilidade em outras áreas.

G.F. Leal Ferreira
IF/USP, São Carlos

Resposta do autor

Meus objetivos no trabalho [1] foram chamar atenção para a validade do princípio de causalidade (causa e efeito) e mostrar técnicas de integração de uma equação diferencial conhecida como "delay differential equation" a qual tem inúmeras aplicações. Ambos os tópicos acima mencionados foram desenvolvidos baseados nas idéias propostas nas Refs. 5 e 6 do artigo [1]. O modelo de Debye-Pellat foi usado por ser matematicamente simples. Aliás, este modelo é pouco usado atualmente pois não leva em conta a interação entre dipolos que existe num dielétrico real. Existem atualmente diversos modelos mais adequados. Relativamente às observações do Prof. Guilherme, estas são aceitáveis como aquelas propostas pelo Prof. B. Gross e R.S. Rocha publicadas nos Anais da Academia Brasileira de Ciências.

Renê Robert
Departamento de Eletricidade/UFPR
rene@lactec.org.br

Referências

[1] R. Robert, Rev. Bras. Ensino Física **26**, 237 (2004).