

Violação da simetria de Lorentz

(Lorentz symmetry violation)

H. Belich¹, T. Costa-Soares², M.A. Santos¹ e M.T.D. Orlando¹

¹Universidade Federal do Espírito Santo, Departamento de Física e Química, Vitória, ES, Brasil

²Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Recebido em 27/6/2006; Aceito em 18/8/2006

Recentemente, com o advento da teoria das cordas, existe um consenso de que uma simetria fundamental da relatividade, a simetria de Lorentz, deve ser quebrada na escala de energia do modelo padrão da física de partículas. Esta quebra de simetria de Lorentz ocorre pela presença de campos vetoriais e tensoriais de fundo resultantes de processos de transição de fase, que causam uma anisotropia no espaço-tempo. Deve-se observar que a violação ocorre apenas quando realizamos uma transformação de referencial ativa de Lorentz, o que acarretou uma nova nomenclatura para as mudanças de coordenadas no espaço-tempo: as transformações de observador e partícula. O objetivo deste trabalho é torna claro estas transformações, e através de dois exemplos simples, explorar a quebra da simetria de Lorentz pela presença de um campo de fundo.

Palavras-chave: violação espontânea de simetria.

Since the formulation of the String Theory, we adopt that a fundamental symmetry of relativity should be broken at the energy scale bellow the Standard Model of Particle Physics. The symmetry breaking is implemented by the appearance of vector and tensor background that is reminiscent of a phase transition mechanism in high energy; the space-time became anisotropic by the presence of a background. We point out that the Lorentz symmetry breaking occurs only in a active Lorentz frame transformation, giving rise a new nomenclature for coordinate transformation in space-time: the observer and particle transformation. The main goal of this work is to clarify these transformations by a two examples in turn to explore the Lorentz symmetry breaking by a background vector field.

Keywords: spontaneous symmetry breaking.

1. Introdução

A grande revolução científica e tecnológica ocorrida no século XX tem suas bases fortemente apoiadas sobre dois pilares: a teoria quântica e a teoria da relatividade. Para o físico dos dias atuais este fato se reflete basicamente na relação de familiaridade com as duas constantes mais populares dos últimos tempos: c , e \hbar . Talvez isto seja o suficiente para explicar a espécie de desconforto causado por uma expressão como “quebra de simetria de Lorentz”. O principal objetivo deste trabalho é exatamente tentar eliminar tal desconforto. Ou seja, queremos explicar, de forma tão simples quanto possível, como e em que contexto tal expressão possui algum significado.

Para começar, precisamos entender um pouco do que venha a ser um mecanismo conhecido como quebra espontânea de simetria. Uma visão intuitiva deste processo é a quebra de simetria espacial quando tomamos uma vareta em pé e pressionamos no sentido de

comprimi-la (como mostra a Fig. 1). Não podemos prever em que direção a vareta irá dobrar, então diremos que esta quebra da simetria de rotação ocorre de forma espontânea.

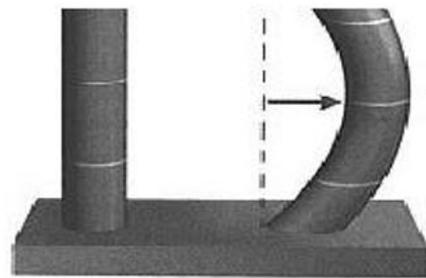


Figura 1 - Ilustração da quebra espontânea da simetria

Um outro exemplo, menos intuitivo relacionado com a quebra de isotropia espacial é a transição de fase do ferromagnetismo no modelo de Ising, temos, antes da transição uma cadeia linear de spins com movimento

¹E-mail: belichjr@gmail.com.

térmico e sem correlação. À medida que o sistema é resfriado os spins começam a ficar correlacionados e se orientam em uma determinada direção, gerando, como campo de fundo, um campo magnético. Desta forma ocorre uma quebra de isotropia espacial, pois este campo de fundo seleciona, espontaneamente, uma direção preferencial.

A questão que se levanta aqui, da quebra de simetria de Lorentz, ou equivalentemente, de alteração da velocidade limite de propagação, contraria frontalmente um dos pilares da teoria mais bem sucedida da física atual, a relatividade restrita. Partindo do pressuposto de que a velocidade de propagação de uma onda eletromagnética deve ser a mesma independente do sistema de referência que se adote, Einstein conseguiu dar uma interpretação revolucionária às transformações de Lorentz, provocando mudanças dos conceitos de espaço e de tempo, recolocando-os sob um novo pano de fundo onde a física se desenvolve: o espaço-tempo.

A simetria de Lorentz, aliada ao desenvolvimento da mecânica quântica, fornece a guia para a formulação de uma teoria que possa descrever o comportamento das partículas elementares. Surge, então, a teoria quântica de campos, que descreve as partículas como excitações localizadas de um campo que está imerso no espaço-tempo. O campo seria um grande “colchão de molas” onde as excitações se propagariam. A maturação destas idéias levou à formulação do modelo padrão, que descreve, de maneira unificada, as forças que regem as partículas elementares (eletromagnéticas, nucleares fortes e nucleares fracas), deixando de lado a força gravitacional. Uma das conhecidas dificuldades em se tratar a força gravitacional, de maneira resumida, reside no fato de não se ter massas que se repelem e, por isto, não se consegue a blindagem desta força. Einstein quando criou sua teoria da gravitação tentou também, sem sucesso, incluir o eletromagnetismo.

Da tentativa de se incorporar a teoria da relatividade geral, concebida para descrever a força gravitacional no cenário estabelecido pelo modelo padrão, aparece naturalmente a quebra da simetria de Lorentz. É de se esperar que, em altas energias, tenhamos uma teoria unificada decorendo a Natureza de maneira simétrica. O modelo padrão com gravidade descreveria uma física em que a energia envolvida seria da ordem de 10^{19} GeV (a massa de Planck, considerando $c = 1$).

Dentre as possibilidades de violação da simetria de Lorentz, consolidou-se, ao longo da década passada, uma proposta de quebra desta simetria por um campo de fundo. Esta idéia ganhou uma atenção especial devido ao fato de que, em um processo de transição de fase, é natural que apareça um campo (escalar) de fundo não-nulo resultante quando o sistema físico atinge o estado de mínima energia. Este mecanismo é conhecido como quebra espontânea da simetria, e este processo de transição de fase, no contexto do modelo padrão, vem explicar como as partículas fundamentais adqui-

rem massa [1].

A quebra espontânea de simetria aparece também no contexto da Teoria de Cordas. Esta teoria atribui dimensão a partículas pontuais; portanto, uma partícula movendo-se no espaço-tempo, ao invés de desenvolver uma trajetória linear, descreve uma folha, a chamada superfície de mundo. Os modos normais de vibração desta folha recuperariam as informações de descrição das partículas. Uma outra novidade desta teoria é lançar mão de uma idéia surgida no início das propostas de modelos cosmológicos: as teorias de Kaluza-Klein. Partindo inicialmente de uma teoria em dimensões mais altas, à medida que vamos reduzindo as dimensões, chegamos a uma teoria que explique os fenômenos que ocorrem no espaço-tempo ordinário quadridimensional [2].

A idéia da ocorrência da quebra espontânea de simetria no contexto da teoria das cordas e do modelo padrão Estendido foi lançada por Kostelecky e Samuel [3] em 1989, e, aos poucos, foi ganhando adesão na comunidade, como procedimento mais usual para se introduzir a quebra da simetria de Lorentz. No trabalho citado, os autores avaliam que ao modelo padrão da física de partículas devem ser incorporadas estas idéias.

Entretanto, não são apenas questionamentos teóricos que podem motivar a proposta da quebra da simetria de Lorentz. Na década passada, por observações astronômicas do espectro de estrelas [6], surgiram evidências de que a constante de estrutura fina ($\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$), uma medida da intensidade da interação eletromagnética entre fótons e elétrons, esteja lentamente variando [4]. Como α relaciona a carga elétrica e , a constante de Planck \hbar , e a velocidade de propagação da Luz no vácuo c , qual seria a “constante” que poderia variar? Sem dúvida a alteração de qualquer uma delas provocaria grandes mudanças nas propriedades da matéria.

Outro exemplo vem da observação de Raios Cósmicos além do limite (GZK)- Greisen-Zatsepin-Kuzmin ($E_{GZK} \simeq 4.10^{19}$ eV [7], [8]), o que levanta dúvidas sobre o conhecimento das leis que regem o tempo de vida dessas partículas que compõem estes raios. Seria esperado que estas partículas decairiam antes de chegar à Terra. Uma possível explicação é que estes raios desenvolvam uma velocidade superior à da luz para conseguir atingir o sistema solar.

Na próxima seção vamos elucidar de que maneira ocorre esta violação de simetria por um campo de fundo tomando como exemplo um elétron se movendo em um campo elétrico uniforme gerado por um capacitor de placas paralelas. Chamamos um campo qualquer de campo de fundo quando não temos acesso às fontes destes campos. Veremos, através da trajetória balística do elétron em um campo uniforme, que a equivalência na descrição do movimento do elétron por uma transformação ativa e passiva de Lorentz é quebrada.

2. A violação espontânea da simetria de Lorentz

A busca de uma teoria que descreva a física de uma maneira unificada não se origina de um desejo meramente estético, mas da certeza de que esta construção nos faz compreender mais profundamente os processos naturais, e abre possibilidades nunca antes pensadas. A procura de uma simetria fundamental que descreva o Universo quente primordial, e à medida que este se esfria apareçam novos cenários por quebra espontânea de simetria de Lorentz, tem se estabelecido fortemente desde que este mecanismo foi proposto. Vamos nos ater à descrição conceitual de como esta quebra ocorre. Para isto vamos começar descrevendo a simetria de Lorentz.

Para formular a teoria da relatividade restrita Einstein se baseou em dois princípios:

1 - As leis da física são idênticas em qualquer referencial inercial.

2 - A velocidade da luz no vácuo é a mesma em qualquer sistema de referência inercial.

Então, com base nesses princípios, podemos esperar que qualquer referencial inercial veja a luz se propagando esféricamente com velocidade c . Tomando dois referenciais inerciais que no instante inicial $t = 0$ coincidam de posição e se afastem com velocidade \mathbf{v} , temos então a luz se propagando vista por dois referenciais o e o' [10]

$$\begin{aligned} c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2 &= 0, \\ c^2 t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Estabelecemos a igualdade,

$$c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = c^2 t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2. \quad (2)$$

Uma possível relação que satisfaz a igualdade acima é

$$\begin{aligned} ct' &= \gamma \left(ct - \frac{v}{c} x \right), \\ y' &= y, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} x' &= \gamma (x - vt), \\ z' &= z, \\ \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Estas transformações que envolvem mudanças em coordenadas espaciais e temporais são conhecidas como “boost” (empurrões) de Lorentz. Uma outra transformação de Lorentz que relaciona apenas coordenadas espaciais, as rotações, também satisfazem a Eq. (2). Tomemos como exemplo a relação abaixo

$$\begin{aligned} t' &= t, \\ y' &= -x \sin \phi + y \cos \phi, \\ x' &= x \cos \phi + y \sin \phi, \\ z' &= z. \end{aligned} \quad (5)$$

Vamos nos deter neste caso particular de transformação de Lorentz para elucidar a diferença entre dois pontos de vista.

As transformações de sistemas de referência que relacionam referenciais inerciais podem ser realizadas de duas maneiras [11]:

1 - Ponto de vista passivo- quando deixamos os pontos pertencentes ao espaço-tempo intactos e relacionamos as bases de dois sistemas de referenciais inerciais.

2 - Ponto de vista ativo- ao invés de mudarmos nosso sistema de referência, deixamos nossa base fixa e quem se movimentam são os pontos do espaço-tempo.

Elucidaremos as diferenças destes dois pontos de vista com transformações de Lorentz que envolve somente dimensões espaciais: as rotações.

2.1. Rotação passiva

Nesse ítem, descreveremos as transformações de Lorentz do ponto de vista passivo. Usando uma rotação no plano xy como exemplo, vamos descrever um mesmo ponto P em dois sistemas de referência. Conforme vemos na figura, temos a coordenada de um ponto P , relacionando a descrição das coordenadas no referencial $o(x, y)$, com as coordenadas no referencial $o'(x', y')$, rodado de um ângulo ϕ

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (6)$$

onde definimos a matriz de transformação passiva por

$$\mathcal{P} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}.$$

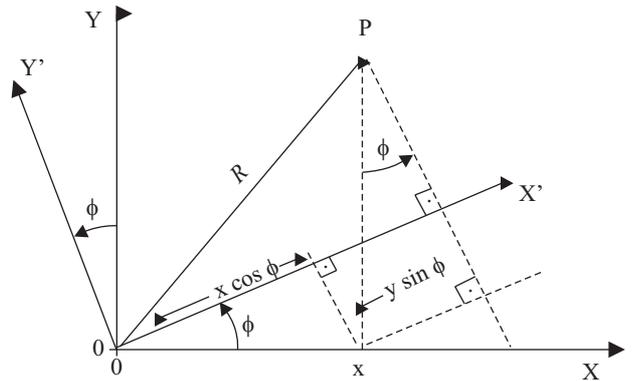


Figura 2 - Como se chegar à matriz de rotação passiva

A versão infinitesimal é (levando em conta apenas a primeira ordem)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \delta\phi \\ -\delta\phi & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Transferindo a matriz identidade para o outro lado da igualdade temos

$$\begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' - x \\ y' - y \end{bmatrix} = \delta\phi \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (8)$$

2.2. Rotação ativa

Em uma descrição ativa de rotação, o espaço, como um todo, gira em relação a uma base de coordenadas de um único sistema de referência inercial o . Portanto tomando como referência o ponto $P(x, y)$ na figura, observamos um giro até o ponto P' , transladado de ϕR

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (9)$$

onde definimos a matriz de rotação ativa por

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}.$$

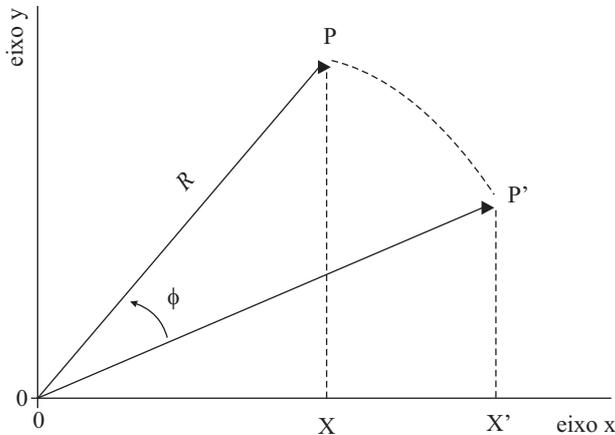


Figura 3 - Como se chegar à matriz de rotação ativa.

A versão infinitesimal é (novamente até a primeira ordem)

$$\begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' - x \\ y' - y \end{bmatrix} = \delta\phi \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Os dois tipos de transformações descrevem a rotação de maneira equivalente: no caso passivo temos dois referenciais diferindo de um ângulo ϕ descrevendo um mesmo ponto P . No caso ativo, temos um único referencial descrevendo a rotação através do deslocamento de P . Portanto, se colocamos um elétron no ponto P podemos descrever a rotação desta partícula de duas maneiras equivalentes, ou seja, se realizamos uma rotação passiva de um ângulo ϕ , ou ativa de um ângulo $-\phi$, obtemos a mesma matriz de rotação.

2.3. Transformação de Lorentz de observador e de partícula

Na seção anterior fizemos uma discussão utilizando como exemplo o tipo mais simples de transformação de Lorentz: as rotações. Vamos, agora, colocar um elétron

em um ponto P imerso em um campo de fundo. Transferindo o cenário de nossa discussão para observadores que estão no interior de um capacitor de placas paralelas, com campo elétrico \mathbf{E} na direção z , como mostra a figura, vamos descrever uma rotação do elétron de $\frac{\pi}{2}$ radianos, com o vetor posição inicial $\mathbf{R} = (0, a, 0)$, perpendicular ao campo (Fig. 4). Podemos representar esta rotação de duas maneiras:

Passiva: relaciona o observador inicial o com um outro, o' , girado de $\phi = +\frac{\pi}{2}$ radianos (Fig. 4). Nesse caso os dois observadores irão concordar que o vetor posição \mathbf{R} é perpendicular ao campo de fundo ($\mathbf{R} \perp \mathbf{E}$).

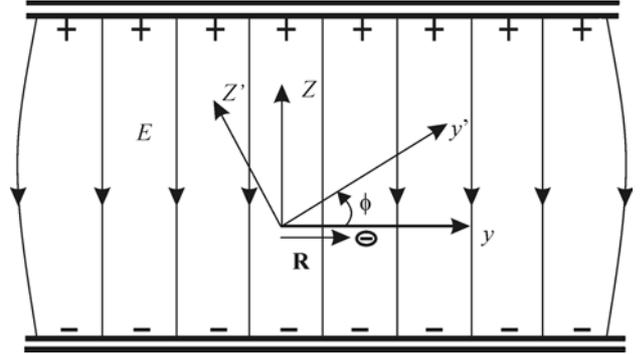


Figura 4 - Rotação passiva de ângulo ϕ em presença de um campo de fundo.

Ativa: mantendo o mesmo referencial o realizamos uma rotação no elétron de $-\frac{\pi}{2}$, e para nossa surpresa vemos o vetor posição $\mathbf{R} = (0, 0, -a)$ agora paralelo ao campo de fundo ($\mathbf{R} \parallel \mathbf{E}$) (Fig. 5).

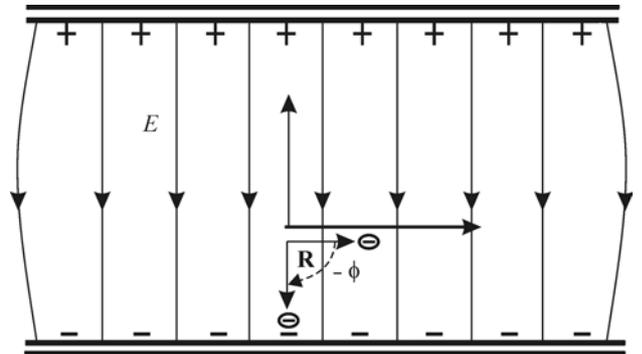


Figura 5 - Rotação passiva de ângulo $-\phi$ em presença de um campo de fundo.

Observe que realizando estas duas descrições, chegamos a duas situações distintas. Portanto a presença de um campo de fundo quebra a equivalência destas duas descrições. Por conta disto, na década passada, surgiram duas novas denominações para as transformações de Lorentz: i) Transformação de Lorentz de observador - para designar a transformação passiva em presença de um campo de fundo; ii) Transformação de Lorentz de partícula - para designar a transformação ativa, na partícula, em presença de um campo de fundo.

2.3.1. Transformações de observador

Vamos tratar agora das transformações de Lorentz que envolvem coordenadas temporais, os “boosts” (empurrões) de Lorentz. Para simplificar a discussão vamos utilizar uma coordenada espacial, e uma temporal. Da mesma forma, quando efetuamos uma rotação passiva relacionando duas bases vetoriais diferindo por uma rotação de ângulo ϕ , de maneira análoga relacionamos duas bases de sistemas de referencias inerciais como abaixo

$$\begin{aligned} ct' &= \gamma \left(ct - \frac{v}{c} x \right), \\ y' &= y, \\ x' &= \gamma (x - vt), \\ z' &= z \end{aligned} \quad (11)$$

Podemos representar esta transformação de forma a se parecer com uma rotação. Chamando $\tanh \alpha = \frac{v}{c}$ a relação acima fica

$$\begin{aligned} ct' &= \cosh \alpha ct - \sinh \alpha x, \\ y' &= y, \\ x' &= -\sinh \alpha ct + \cosh \alpha x, \\ z' &= z, \\ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} &= \cosh \alpha, \\ \sinh \alpha &= \frac{v}{c} \gamma. \end{aligned} \quad (12)$$

Note que, identificando $ct = y$, $ct' = y'$, e $\alpha = i\phi$, recuperamos a forma da Eq. (6). Com esta analogia pretendemos aproveitar o comportamento do campo de fundo perante os dois tipos de rotação para caracterizar o comportamento do campo de fundo. Rigorosamente, esta comparação é errônea pois as rotações são transformações ortogonais, e quando fazemos $\alpha = i\phi$, estas transformação deixam de preservar distância².

Fazendo $\alpha \rightarrow \delta\alpha$, sendo $\delta\alpha$ um ângulo infinitesimal, temos

$$\begin{bmatrix} ct' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\delta\alpha \\ -\delta\alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ x \end{bmatrix}, \quad (14)$$

e

$$\begin{bmatrix} c\delta t \\ \delta x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c(t' - t) \\ x' - x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\delta\alpha \\ -\delta\alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ x \end{bmatrix}. \quad (15)$$

2.3.2. Transformações de partícula

Agora mantemos nossa base de referência e aplicamos um “boost” (empurrão) no elétron. As coordenadas do elétron, para descrever uma mudança equivalente à mudança de observador, obedecem à transformação

$$\begin{aligned} ct' &= \gamma \left(ct + \frac{v}{c} x \right), \\ y' &= y, \\ x' &= \gamma (x + vt), \\ z' &= z, \end{aligned} \quad (16)$$

e temos,

$$\begin{bmatrix} \delta t \\ \delta x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t' - t \\ x' - x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \delta\alpha \\ \delta\alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}. \quad (17)$$

2.4. Transformação nos campos. O elétron em um campo elétrico uniforme

Quando temos um campo eletromagnético de fundo, como ele se transforma frente a estas duas transformações de Lorentz? Primeiramente vamos tratar da transformação de observador. Tomando dois referenciais, S e S' , inerciais que se afastam com velocidade \mathbf{v} , dividimos os campos em componentes perpendicular e paralelo a \mathbf{v} [12]. Os campos se transformam como

$$\begin{aligned} E'_{\parallel} &= E; \\ B'_{\parallel} &= B; \\ E'_{\perp} &= \gamma (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})_{\perp}; \\ B'_{\perp} &= \gamma \left(\mathbf{B} - \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}}{c^2} \right)_{\perp} \end{aligned} \quad (18)$$

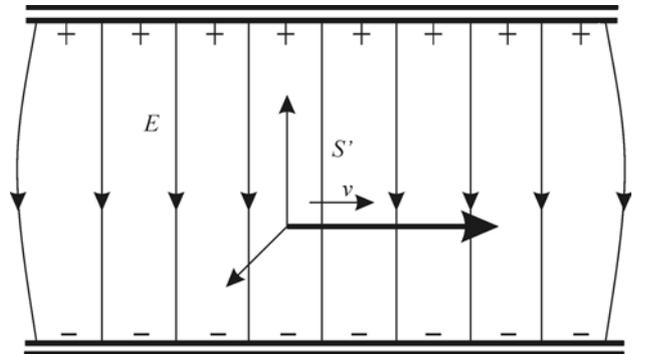


Figura 6 - Dois sistemas de referência: S (em repouso em relação ao capacitor) e S' (com velocidade \mathbf{v} em relação ao capacitor).

²Para o entendimento adequado desta questão, deve-se entender que os “boosts” de Lorentz são não-compactos. Entretanto, tal discussão foge aos objetivos deste trabalho. Remetemos à Ref. [17] para o leitor interessado em aprofundar este ponto.

2.4.1. Transformação de observador em um campo elétrico uniforme

Utilizando como campo de fundo um campo elétrico uniforme vamos ver como a expressão dos campos modificam-se por transformação de observador. Vamos colocar os nossos referenciais inerciais S e S' imersos em um campo elétrico gerado por um capacitor, movendo-se paralelamente às placas, portanto perpendicular ao campo elétrico de fundo, como mostra a Fig. 6 (sendo que S está em repouso em relação as placas do capacitor). Como o campo magnético \mathbf{B} de partida é nulo nossa transformação nos campos fica simples. Vamos supor que o nosso movimento é perpendicular ao campo elétrico uniforme \mathbf{E} . Então nossa transformação nos campos fica

$$\begin{aligned} \mathbf{E}' &= \frac{\mathbf{E}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \\ \mathbf{B}' &= \frac{-\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \end{aligned} \quad (19)$$

Portanto, temos um novo campo elétrico \mathbf{E}' e magnético \mathbf{B}' totalmente transversos a velocidade. Então, quando nos movemos perpendicularmente a um campo elétrico estático uniforme, veremos um novo campo elétrico \mathbf{E} reduzido, e aparece um campo magnético $\mathbf{B}' = -\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}'}{c^2}$.

2.4.2. Empurrão sobre a partícula

Quando realizamos um empurrão (“boost” instantâneo) de Lorentz sobre o elétron não estamos movendo as placas do capacitor, portanto o campo elétrico assume as características de um campo de fundo que não está variando, ou seja

$$E'(x') = E(x). \quad (20)$$

Então este campo, ou melhor, esta componente do campo, apresenta um comportamento de um campo escalar quando realizamos um empurrão sobre o elétron

$$\delta E(x) = E'(x) - E(x) = -\delta x^\mu \partial_\mu E(x). \quad (21)$$

Com base na expressão 15 podemos estimar o valor de δx^μ e a expressão da variação funcional $\delta E(x)$

$$\begin{aligned} \delta E(x) &= - \begin{bmatrix} ct & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\delta\alpha \\ -\delta\alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial_t E}{c} \\ \partial_x E \end{bmatrix} = \\ &= \frac{\delta\alpha x}{c} \partial_t E + \delta\alpha ct \partial_x E. \end{aligned} \quad (22)$$

A transformação de observador do campo elétrico fez com que um campo magnético transversal surgisse. Portanto o campo elétrico se transformou em um campo

eletromagnético diferente. Isto ocorre porque o campo eletromagnético segue uma lei de transformação tensorial perante as transformações de observador. Este comportamento é chamado de covariância de Lorentz.

Já a transformação de partícula atua somente nos pontos do espaço-tempo, portanto somente o elétron se desloca com velocidade $-\mathbf{v}$. As placas do capacitor ficam paradas, portanto o campo elétrico de fundo não se modifica. Conclui-se, assim, que o campo elétrico tem um comportamento de um campo escalar (22).

2.4.3. O movimento do elétron

Vamos estudar o movimento de um elétron com velocidade inicial \mathbf{u} movendo-se paralelamente às placas do capacitor. A força que o elétron sente é dada pela expressão

$$\mathbf{F} = e(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}). \quad (23)$$

O observador S verá o elétron em queda livre sendo acelerado somente pelo campo elétrico ($\mathbf{B} = 0$). Se as velocidades envolvidas são comparáveis a c um elétron de massa m sujeito a uma força constante \mathbf{F}

$$F = \frac{dp}{dt}, \implies \Delta p = Ft, \quad (24)$$

sendo Δp a variação de momento relativístico. Já que o momento relativístico inicial na vertical é nulo ($p = 0$, $t = 0$) temos

$$p = \frac{mu_y}{\sqrt{1 - \left(\frac{u_y}{c}\right)^2}} = Ft. \quad (25)$$

Extraindo u_y da expressão acima

$$u_y = \frac{\left(\frac{F}{m}\right)t}{\sqrt{1 + \left(\frac{Ft}{mc}\right)^2}}, \quad (26)$$

para obtermos o valor do espaço percorrido na vertical fazemos

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{F}{m} \int_0^t \frac{t'}{\sqrt{1 + \left(\frac{Ft'}{mc}\right)^2}} dt' = \\ &= \frac{mc^2}{F} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{Ft}{mc}\right)^2} - 1 \right). \end{aligned} \quad (27)$$

Note que ao invés, de obtermos uma parábola (caso não relativístico), esta equação descreve uma hipérbole [13]. Tomando o limite não relativístico ($mc \gg Ft$), temos $\sqrt{1 + \left(\frac{Ft}{mc}\right)^2} \simeq 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{Ft}{mc}\right)^2$, e ficamos com

$$y(t) = \frac{F}{2m} t^2. \quad (28)$$

Já o observador S' , em movimento, verá o elétron submetido a uma força

$$\mathbf{F}' = e\left(\frac{\mathbf{E}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right), \quad (29)$$

e

$$p = \frac{mu_y}{\sqrt{1 - \left(\frac{u_y}{c}\right)^2}} = F't', \quad (30)$$

$$t' = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}t. \quad (31)$$

Com isto, o movimento da partícula fica descrito por

$$y'(t) = \frac{mc^2}{F'} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{F't'}{mc}\right)^2} - 1 \right), \quad (32)$$

$$y(t) = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}y'(t). \quad (33)$$

Da mesma forma, para o alcance do elétron ($x(t)$), temos

$$x'(t) = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}x(t). \quad (34)$$

Na aproximação de baixas velocidades S e S' concordam com a mesma medição do alcance do elétron $A = x'(t) = x(t)$. Sob o ponto de vista da transformação de partícula o campo de fundo fica inalterado e aplicamos um “boost” na partícula de $-\mathbf{v}$. Desta forma o observador S verá o elétron cair em queda livre apresentando como alcance $\mathbf{A} = (\mathbf{u} - \mathbf{v}) \cdot t_q$ (Sendo t_q o tempo de queda), Fig. 7. No caso anterior tínhamos o elétron se movendo com velocidade \mathbf{u} , portanto o alcance no caso da transformação de observador é maior.

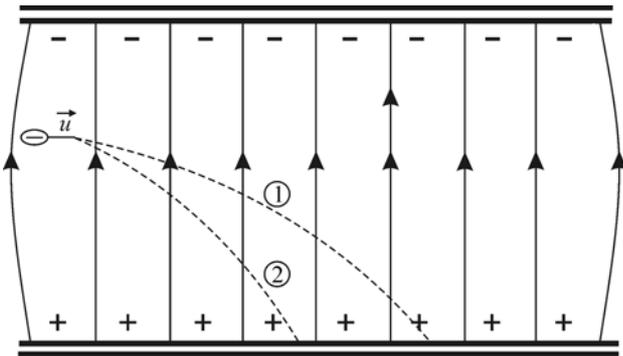


Figura 7 - Trajetórias do elétron: (1) com velocidade inicial \mathbf{u} ; (2) com velocidade inicial $\mathbf{u} - \mathbf{v}$

3. Conclusão

Em relatividade especial na presença de um campo de fundo, as transformações de Lorentz que relacionam dois referenciais inerciais por intermédio de mudança

de coordenadas são chamadas de transformações de Lorentz de observador. Podemos também considerar transformações que relacionam duas partículas com diferentes velocidades sem mudar de referencial - as transformações de partícula fazem este trabalho.

Vimos que, no caso de partículas livres (campo de fundo nulo), estas transformações são chamadas de passiva (observador) e ativa (partícula) e se relacionam de maneira inversa.

A presença do campo de fundo torna estas duas transformações não mais descrevendo uma situação física equivalente. Para exemplificar esta diferença entre as duas transformações analisamos o movimento balístico de um elétron em presença de um campo de fundo eletrostático uniforme. Através da transformação de observador o campo elétrico apresenta um comportamento covariante, portanto preservando a simetria de covariância de Lorentz. Para baixas energias vimos que os dois observadores inerciais concordam com o movimento parabólico do elétron.

Sob transformação de partícula o campo de fundo fica inalterado e o elétron sofre um “boost” instantâneo e diminui seu alcance. Este comportamento de um campo escalar quebra a simetria de covariância de Lorentz. Portanto, é neste sentido que a simetria de Lorentz é quebrada por um campo de fundo.

Na literatura recente a proposta de quebra de simetria de Lorentz é realizada por um quadrivetor (p^μ ou v^μ) proveniente da quebra espontânea de uma simetria interna [3, 14], [15, 16]. De maneira equivalente, as componentes deste quadrivetor, sob transformação de partícula, tem um comportamento escalar. Sob transformação de observador este quadrivetor tem um comportamento covariante de Lorentz.

4. Agradecimentos

Os autores agradecem a J.A. Helaýel-Neto pela leitura e comentários deste trabalho.

Referências

- [1] Gordon Kane, Scientific American (Brasil) **39**, 100 (2005).
- [2] Lisa Randall, Science **296**, 1422 (2002).
- [3] V.A. Kostelecky and S. Samuel, Phys. Rev. **D 39**, 683 (1989); V.A. Kostelecky, Scientific American (Brasil) **29**, 72 (2004).
- [4] A. Songaila and L.L. Cowie, Nature **398**, 667 (1999); P.C.W. Davies, T.M. Davies and C.H. Lineweaver Nature **418**, 602 (2002); A. Songaila and L.L. Cowie, Nature **428**, 132 (2004).
- [5] P.M.A. Dirac, Nature **139**, 323 (1937).
- [6] John D. Barrow and John K. Webb, Scientific American (Brasil) **38**, 28 (2005).
- [7] J.W. Moffat, Int. J. Mod. Phys. **D12**, 1279 (2003); O. Bertolami, hep-ph/0301191.

- [8] S.R. Coleman and S.L. Glashow, *Phys. Rev. D* **59**, 116008 (1999); V.A. Kostelecký and M. Mewes, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 251304 (2001); *Phys. Rev. D* **66**, 056005 (2002).
- [9] J.J. Sakurai and S. Samuel, *Modern Quantum Mechanics* (Addison-Wesley Publishing Company, Nova Iorque, 1994).
- [10] A.O. Barut, *Electrodynamics and Classical Theory of Fields and Particles* (Dover, Nova Iorque, 1964), *Classics of Science and Mathematics*.
- [11] G.F.R. Ellis and R.M. Williams, *Flat and Curved Space Times* (Clarendon Press, Oxford, 1988).
- [12] R.P. Feynman, Leighton, Sands, *The Feynman Lectures on Physics* (Fondo Educativo Interamericano S.A., Bogotá, 1971) ,v. II
- [13] D.J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics* (Prentice Hall, New Jersey, 1999), 3rd ed.
- [14] S.M. Carroll, G.B. Field and R. Jackiw, *Phys. Rev. D* **41**, 1231 (1990).
- [15] D. Colladay and V.A. Kostelecký, *Phys. Rev. D* **55**, 6760 (1997); D. Colladay and V.A. Kostelecký, *Phys. Rev. D* **58**, 116002 (1998); S.R. Coleman and S.L. Glashow, *Phys. Rev. D* **59**, 116008 (1999).
- [16] H. Belich, J.L. Boldo, L.P. Colatto, J.A. Helayel-Neto, A.L.M.A. Nogueira, *Phys. Rev. D* **68**, 065030 (2003); *Nucl. Phys. B - Supp.* **127**, 105 (2004).
- [17] L. Ryder, *Quantum Field Theory* (Cambridge University Press, Nova Iorque, 1994).