

A formulação dos ‘estados relativos’ da teoria quântica

(The ‘relative state’ formulation of quantum mechanics)

Fábio Freitas^{1,2} e Olival Freire Jr.^{2,3}

¹*Departamento de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana,
Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, Ba, Brasil*

²*Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências,
Universidade Federal da Bahia, Salvador, BA, Brasil*

³*Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Salvador, BA, Brasil*

Recebido em 3/12/2007; Aceito em 31/1/2008; Publicado em xx/xx/xx

O objetivo desse artigo é uma apresentação didática, em português, da interpretação dos estados relativos, publicada por Hugh Everett em 1957. Nessa apresentação, reescrevemos os argumentos originais utilizando o formalismo de Dirac de modo a simplificar sua compreensão. A apresentação foi feita sem o uso de cargas ontológicas posteriores, seguindo principalmente os textos originais de Everett. Ao longo dos tópicos, evidenciamos quais os principais problemas enfrentados por essa interpretação.

Palavras-chave: interpretação dos muitos-mundos, Hugh Everett, teoria quântica, interpretação dos estados relativos.

The purpose of this paper is to present, in a pedagogical manner and in Portuguese, the relative state formulation of quantum mechanics, published by Hugh Everett in 1957. In this presentation, we rewrite the original arguments using Dirac’s formalism in order to facilitate their understanding. Furthermore, we point out the main problems encountered by Everett’s interpretation. The presentation focuses on Everett’s original papers and manuscripts, rather than on the subsequent interpretations of Everett’s work, which attached a strong ontological meaning to its alleged implications.

Keywords: many-worlds interpretation, Hugh Everett, quantum theory, relative state interpretation.

Existe uma boa analogia na matemática. Os números complexos foram definidos primeiro somente em termos dos números reais. No entanto, com experiência e familiaridade suficientes com suas propriedades, tornou-se possível e, de fato, mais natural, defini-los primeiro por si só sem referência aos números reais, e derivar deles o caso restrito dos reais. Eu sugeriria que chegou o momento de fazer o mesmo com a mecânica quântica – tratá-la por si só com uma teoria fundamental sem nenhuma dependência da física clássica, e derivar a física clássica dela. Ainda que seja verdade que inicialmente os conceitos clássicos eram necessários para a sua formulação, agora nós possuímos familiaridade suficiente para formulá-la sem a física clássica, como no caso dos números complexos. Eu tenho certeza que você reconhecerá isto como o próprio exemplo de Bohr contra ele.

Carta de Hugh Everett para Aage Petersen, 31 de maio de 1957

1. Introdução

A edição da Nature, da primeira semana de julho de 2007 [1], surpreendeu a todos. Sua capa, imitando as ilustrações contidas nas revistas de ficção científica da década de 1950, mostra infinitas mulheres idênticas, assustadas com a sua multiplicação. Logo abaixo do título, podemos ler “contos estonteantes da superciência”. Porém, é somente com a chamada da reportagem principal que entendemos a brincadeira da revista: “Muitos-mundos: 50 anos da mais profunda estranheza quântica”.

Em julho de 1957, o artigo de Hugh Everett con-

tendo a sua interpretação da mecânica quântica chamada de Interpretação dos Estados Relativos, ou, nas palavras da Nature, dessa hipótese científica estonteante, foi publicado no Reviews of Modern Physics [2]. Por uma série de razões, não exploradas aqui, esse artigo chamou muito menos atenção do que deveria e foi só em fins da década de 60 e no início da década de 70, já rebatizada de interpretação dos muitos mundos, que a hipótese de Everett passaria a compor o universo de interpretações da mecânica quântica, sem dúvida alguma alcançando o posto de a mais estranha de todas. Se a mecânica quântica, com seus paradoxos, já consegue despertar o imaginário das pessoas, acom-

¹E-mail: fabiofreitas@gmail.com.

panhada de uma interpretação que afirma que existem infinitos mundos e que toda vez que uma medição² é realizada o universo inteiro se divide, o efeito passa a ser muito maior. Porém, certamente a revista *Nature* não dedicaria sua capa para comemorar os 50 anos de uma interpretação apenas porque ela é estranha. Além de permitir discutir as relações entre ciência e literatura, a revista identifica algo que foi se concretizando nas três últimas décadas: o estabelecimento dessa interpretação como uma importante alternativa na tentativa de dar significado ao formalismo da teoria quântica. Grandes esforços foram e vêm sendo desenvolvidos no sentido de resolver os problemas dessa interpretação e, em certa medida, a emergência e o desenvolvimento inicial dos estudos de descoerência são tributários dessa interpretação. Hoje, mais do que uma versão científica do universo imaginado por Jorge Luiz Borges no conto *O Jardim das Veredas que se Bifurcam*³ [4], a interpretação de Everett faz parte da física. E, desse modo, todo professor de física deve conhecê-la.

Neste texto, estudaremos o significado da interpretação apresentada por Everett como resultado de seu doutorado em Princeton, concluído em março de 1957. Primeiramente, nós reescreveremos os argumentos apresentados na única publicação em periódico, pelo próprio Everett, em notação contemporânea, isto é, utilizando a notação de Paul A.M. Dirac, buscando esclarecer melhor o significado dos conceitos.⁴ Esse trabalho com a notação e com o esclarecimento do significado dos conceitos se torna necessário tanto pelo processo que a tese sofreu, tendo como resultado a eliminação de alguns aspectos no texto finalmente depositado e publicado, como por alguns problemas intrínsecos à apresentação efetuada por Everett.⁵ Desse modo, nem sempre é claro o significado dessa interpretação e de como ele pretendia resolver alguns dos problemas postos nos fundamentos da teoria quântica. Nessa análise, evidenciaremos quais os principais problemas existentes nessa apresentação, em especial a relação entre a interpretação e a experiência cotidiana do físico, problema que é essencialmente o da transição entre mundo quântico e mundo clássico, e a dedução das probabilidades no seu contexto original.

Esse texto tem como objetivo fazer uma apresentação, que acreditamos ser, até o momento, inédita em língua portuguesa, da interpretação de Everett como ele próprio a concebia, com seus problemas e sem

lhe adicionar uma carga ontológica que só apareceria posteriormente. Em especial, buscamos fazer a distinção entre a interpretação que Everett apresentou e a que DeWitt apresentaria posteriormente, denominada de “muitos-mundos” e que freqüentemente é apresentada como se fosse idêntica à primeira.⁶

2. Formulação convencional da teoria quântica - von Neumann, 1932 (1955)

Para que possamos seguir o caminho traçado por Everett ao desenvolver sua interpretação, vamos primeiro traçar um esboço do que ele entendia como sendo a formulação convencional da teoria quântica. A princípio, se pensamos em uma formulação definitiva da teoria quântica na década de 50, lembramos do que Max Jammer chamou de “monocracia de Copenhague”.⁷ A interpretação desenvolvida principalmente por Niels Bohr parecia ser a que resolvia todos os problemas de fundamentos da teoria quântica e poucos dissidentes se ousavam a questioná-la. Porém, a Universidade de Princeton, o mesmo berço que produziu o primeiro dissidente, David Bohm, produziria um segundo, Hugh Everett III, para desafiar a formulação usual da teoria quântica. Mesmo na hora de considerar quais eram os problemas de fundamentos a serem enfrentados, Everett não se referia diretamente à formulação da complementaridade. Na verdade, ele situava a interpretação de Bohr como uma das possíveis opções entre cinco, incluindo a sua própria.⁸ Porém, eram cinco opções para resolver quais problemas? Os problemas que existiam para serem resolvidos eram os que emergiam do que ele chamou de formulação convencional da teoria quântica, e essa estava mais relacionada à apresentação dessa teoria feita por von Neumann que à interpretação formulada por Niels Bohr. Conforme Everett, “as dificuldades particulares da mecânica quântica que são discutidas neste trabalho estão mais relacionadas com a forma mais comum da teoria quântica, pelo menos nesse país, como expressa por exemplo por von Neumann, e não tanto com a interpretação (de Copenhague) de Bohr.”⁹

De acordo com a formulação convencional da teoria quântica,¹⁰ o estado físico de um sistema é completamente *descrito* por um vetor no espaço de Hilbert. Esse vetor de estado evolui de modo linear e determinístico

² Usamos aqui, a partir de Pessoa, o termo medição e não medida, para não confundir com a medida matemática. Para a justificativa, ver Ref. [3], p. 52, n. 31.

³ De fato um texto interessante para qualquer professor de física ler, seja pela visão de mundo semelhante à da interpretação de Everett seja pela possibilidade de discutir questões relativas ao tempo.

⁴ A consolidação da notação de Dirac como dominante na escrita da física quântica é um problema interessante na história da física, visto que já na década de 30 do século passado ela havia sido desenvolvida, porém, ainda na década de 50, a maioria dos textos de fundamentos da mecânica quântica não usava essa notação.

⁵ Para esse processo, ver Ref. [5].

⁶ Exemplos de ausências dessa distinção são as Refs. [3] e [6].

⁷ Ver Ref. [7].

⁸ Ver Ref. [8], caps. 1 e 6.

⁹ Carta de Hugh Everett para Aage Petersen, 31 maio 1957, Wheeler Papers (Series I - Box Di - Fermi Award #1 - Folder Everett), American Philosophical Society.

¹⁰ Nessa apresentação da formulação de von Neumann da teoria quântica, seguiremos a Ref. [9], cap. 2.

de acordo com a equação de Schrödinger. Assim, é importante frisar que como o vetor de estado descreve o estado físico do sistema, a evolução de acordo com a equação de Schrödinger é a evolução física do estado do sistema.

Os observáveis, que descrevem as propriedades do sistema passíveis de serem observadas, são representados por operadores hermitianos no espaço de Hilbert. Um sistema possui determinada propriedade se, ao aplicarmos o operador relacionado com aquela propriedade física, encontramos o vetor de estado em um auto-estado daquele operador. Ou seja, se \hat{A} é um observável e $|a_k\rangle$ é o vetor de estado do sistema, dizemos que o sistema possui a propriedade \hat{A} se $\hat{A}|a_k\rangle = a_k|a_k\rangle$, no qual a_k é um número real e representa o valor daquela propriedade. Se efetuarmos uma medição da grandeza \hat{A} , encontraremos como resultado o valor a_k .

Porém, de um modo geral, um sistema não está em um auto-estado específico do observável, mas em uma superposição de auto-estados. Nesses casos diz-se que o sistema não possui aquela propriedade específica. Mas, se o sistema não possui um valor específico para aquela propriedade, qual valor a teoria prevê que será o resultado da medição? Para responder essa questão, vamos examinar como o estado é descrito nessa situação.

Consideremos, então, um observável \hat{B} . Nesse caso, o nosso sistema pode ser escrito na base de auto-estados de \hat{B} como a superposição $|a_k\rangle = \sum_i^n c_i |b_i\rangle$, antes de efetuarmos a medição da grandeza \hat{B} . Como o sistema não está em nenhum auto-estado específico de \hat{B} , podemos dizer que o sistema (ainda) não possui essa propriedade. Sabemos, a partir de nossa experiência cotidiana, que ao efetuarmos a medição, encontraremos um valor específico b_k qualquer. Porém, se encontramos como resultado de medição b_k , podemos automaticamente, utilizando a ligação autovalor-autovetor [eigenvalue-eigenvector link], afirmar que o sistema *após a medição* está no estado $|b_k\rangle$. Para verificarmos se essa descrição é verdadeira, podemos repetir a medição da grandeza \hat{B} nesse mesmo sistema. Se fizermos isso, encontraremos novamente o mesmo resultado, o que indica que a nova descrição através do estado $|b_k\rangle$ é correta. O problema é que a evolução de estado de acordo com a equação de Schrödinger não permite sair da superposição $\sum_i^n c_i |b_i\rangle$ para um $|b_k\rangle$ qualquer.

Para resolver esse problema e, com isso, compatibilizar a teoria com a nossa experiência cotidiana, von Neumann propõe um segundo tipo de evolução do estado. Durante o processo de medição, ao invés do estado evoluir de acordo com a equação de Schrödinger, o estado sofre um colapso da superposição para um dos estados específicos, com a probabilidade de terminar em

cada um dos estados dada pela regra de Born.¹¹ Formalmente pode-se dizer que a passagem de uma superposição de estados para um estado específico é feita por um operador de projeção e, assim, essa redução de estado (ou redução do pacote de onda) acontece de acordo com o postulado de projeção. Como a medição, regida por esse postulado, é sempre feita por um observador que é externo ao sistema quântico e não pode ser descrito por esse formalismo (ao menos não enquanto no papel de observador), essa formulação também pode ser chamada de formulação da observação externa.

Aparentemente o postulado de projeção resolve o problema. Para ver melhor como isso funciona, podemos considerar o caso da grandeza spin, ou mais precisamente a componente do spin em uma certa direção. Vamos imaginar um sistema que foi preparado com spin positivo (mais precisamente, $\hbar/2$) na direção \hat{x} . Nesse caso, como o sistema possui o spin positivo na direção \hat{x} , toda vez que medirmos esse sistema nessa direção, encontraremos o mesmo resultado. Nesse caso, podemos descrever o sistema pelo vetor de estado $|S\rangle = |\uparrow_x\rangle$. Porém, o que acontece se ao invés de efetuarmos uma medição na direção \hat{x} , efetuarmos na direção \hat{z} ? Pela descrição usual da teoria quântica, o sistema não possui a propriedade spin na direção \hat{z} bem definida e o seu vetor de estado escrito na base de spin na direção \hat{z} é $|\uparrow_x\rangle = 1/\sqrt{2}(|\uparrow_z\rangle + |\downarrow_z\rangle)$. Pela regra de Born, a probabilidade de encontrarmos qualquer um dos dois possíveis resultados é $1/2$ (o que está em perfeito acordo com nossa experiência cotidiana¹²) e após a medição o sistema será descrito por $|\uparrow_z\rangle$ ou $|\downarrow_z\rangle$, em função do resultado de medição ter sido + ou -, descrição que é consistente com medições posteriores.

Assim, podemos então compreender o papel do postulado de projeção. Ele é responsável por fazer a conexão entre a teoria e a experiência, pois ele permite: explicar como se dá a evolução de estado de uma superposição para um valor específico; em conjunto com a regra de Born, fazer emergir o caráter probabilista da teoria quântica, muito bem corroborado experimentalmente; e, por fim, explicar a repetibilidade quando realizamos medições consecutivas.¹³

Antes de evidenciarmos quais são os problemas nesse modo de apresentar a teoria quântica, vamos então sumarizar a teoria quântica usual. Nessa, um sistema tem seu estado completamente descrito por uma função de estado $|\Psi\rangle$, que é um vetor no espaço de Hilbert. A evolução desse estado pode ocorrer de duas formas. A primeira é a evolução determinística e linear de acordo com a equação de Schrödinger. A segunda é a evolução abrupta, no qual o vetor de estado passa instantaneamente no processo de medição de uma super-

¹¹A regra de Born, também conhecida como interpretação estatística de Born, interpreta o quadrado de cada coeficiente linear das soluções da equação de Schrödinger como sendo a probabilidade de se encontrar como resultado de uma medição o estado relacionado com cada coeficiente linear.

¹²Aqui experiência cotidiana se refere à reprodução dos resultados que obtemos quando fazemos experimentos em laboratório (cotidianamente). No caso do Spin, quando tomamos a situação descrita acima, com sistemas identicamente preparados e efetuando medições da componente do spin na direção x no conjunto dos sistemas, encontraremos metade dos sistemas no estado (+) e metade no estado (-), ou seja, 50% em cada estado.

¹³No caso de medições imperfeitas, quando a repetibilidade não é garantida, ver crítica de Everett nessa seção.

posição de auto-estados para um auto-estado específico, em um processo conhecido como redução do estado. Como o próprio Everett atestou, não existe nenhuma evidência experimental que contradiga essa teoria.¹⁴

O primeiro modo de evolução do estado do sistema não possui problemas. Mais que isso, esse tipo de evolução, linear e determinística, ainda que não seja um pré-requisito para teorias físicas, é sempre um resultado bem vindo, pois é, por exemplo, semelhante ao Eletromagnetismo de Maxwell ou à mecânica newtoniana. Porém o segundo, pelo contrário, é estranho. O primeiro argumento para tal é que não é fácil imaginar como um sistema evolui da superposição para o estado reduzido. O que causa essa redução? É o aparato experimental? É a consciência do observador, como implicado no tratamento do próprio von Neumann?¹⁵ Se for esse o caso, então temos um sério problema físico que é a evolução de um sistema físico causada por um agente *aparentemente* não físico, a consciência. Ainda que não seja algo completamente inaceitável, não parece o tipo de consequência que mais agrada a comunidade dos físicos. E mesmo que fosse aceitável, que tipo de observador é consciente? Um humano certamente parece ser, em oposição a um contador Geiger. Mas e uma ameba? E um gato?

Um segundo argumento é que o postulado de projeção é incompatível com a hipótese da localidade. A crítica mais célebre desse tipo foi formulada no EPR.¹⁶ De um modo resumido, se pegarmos um sistema no estado singleto e fizermos as partes do sistema se separarem espacialmente, mas de modo que não percam a coerência, a medição em qualquer parte do sistema causará, automaticamente, a redução do estado de todo o sistema, independente das distâncias envolvidas e, com isso, a hipótese da localidade seria violada.¹⁷

Além desses dois já citados, Everett apresenta mais três problemas para a teoria quântica envolvendo esse tipo de evolução do estado físico do sistema. O primeiro desses argumentos ficou historicamente conhecido como paradoxo do amigo de Wigner. Existem diversas apresentações desse paradoxo, cujas raízes remontam ao Gato de Schrödinger, e aqui vamos seguir a apresentação que Everett faz no texto publicado em 1973.¹⁸ Esse paradoxo emerge quando tentamos tratar a evolução do estado utilizando mais de um observador. Podemos pegar um sistema qualquer S e colocá-lo para evoluir no tempo até uma observação feita por A . Porém, podemos tomar o sistema $A+S$ como constituindo um outro sistema fechado, S' , esse sujeito a observações de B .

Então temos a seguinte questão: B possui ou não a função de estado do sistema S' ? Se negarmos que

B possa usar a mecânica quântica para descrever o sistema S' , então a teoria é incompleta porque não permite que observadores como A , que no fundo não são nada além de um conglomerado (extremamente complexo) de sistemas microscópicos (quânticos), sejam tratados dentro da teoria. Em especial existe o problema que a teoria não especifica o que pode ser tratado quantomecanicamente e o que não pode, ou seja, o que é observador e o que é sistema. Porém, se permitimos que B tenha acesso à função de estado de S' , $|A+S\rangle$, então enquanto B não interagir com esse sistema, ou seja, não efetuar nenhuma observação sobre ele, o sistema deve evoluir deterministicamente e nenhum tipo de redução de estado pode ocorrer, mesmo que A esteja continuamente efetuando observações sobre o sistema S . Nesse caso, temos duas opções. A primeira é que A está fazendo uma descrição incorreta do sistema S , pois como a evolução de ambos é determinística, ele não poderia ter observado nenhum tipo de colapso. Mas se de fato A pode observar colapsos da função de onda do sistema S e sua descrição é correta, então temos a outra opção, que B não pode ter acesso à função de onda adequada para descrever S' , pois de acordo com sua descrição nenhum colapso pode ter acontecido e a evolução permaneceu linear e determinística. Assim, ou A ou B possui a descrição quântica objetiva do sistema sujeito à observação, mas nunca ambos simultaneamente.

O segundo ponto que Everett apresenta é a impossibilidade de descrever medições imperfeitas utilizando operadores de projeção, exceto para uma pequena classe específica de interações. Como nessas medições o aparato interage fracamente com o sistema físico, não é possível determinar qual será precisamente o resultado marcado no aparato e qual o estado remanescente do sistema. Everett afirma que uma teoria adequada deve especificar ambos e qual a probabilidade de cada leitura em particular acontecer, porém a teoria falha nesse sentido.¹⁹

Por fim, o último argumento apresentado, que surge no texto de 1957, por influência de Wheeler devido ao seu interesse na quantização da gravitação, contra a formulação da observação externa da teoria quântica é a respeito da possibilidade de descrever o universo fechado utilizando essa formulação. Se o universo é um sistema completamente fechado, então não existem observadores externos para efetuarem a transição de um estado para outro, ou seja, induzir o colapso de função de onda e obter estados específicos e fica em aberto a questão de porque o universo não parece estar em uma superposição.²⁰

Na visão de Everett, esses três problemas se resumiam a um único: como aplicar a teoria quântica aos

¹⁴Ver Ref. [2], p. 455.

¹⁵Para essa implicação, ver Ref. [7], p. 479-482.

¹⁶Ver Ref. [10]

¹⁷Na seção 6, desenvolvemos uma explicação mais completa das hipóteses envolvidas e do paradoxo como um todo, bem como a solução proposta por Everett.

¹⁸Ver Ref. [8], p. 4-6.

¹⁹Ver Ref. [2], p. 454-5.

²⁰Ref. [2], p. 455.

sistemas isolados, sem a presença de observadores externos.²¹ Para ele, todo o esquema interpretativo da teoria dependia da noção de observadores externos. As probabilidades envolvidas na teoria aparecem em função do postulado de projeção, porém a redução de estado não pode acontecer sem um observador externo. Assim, para uma ampla gama de situações concebíveis, essa teoria não parece ser consistente.

3. O projeto everettiano

Podemos agora delinear o projeto de Everett. Ele queria uma teoria que fosse completa, dando conta de todos os resultados experimentais conhecidos e que fosse aplicável a qualquer situação concebível, como a um universo fechado, por exemplo. Assim, ele postula que a descrição do estado físico dos sistemas proporcionada pelo vetor de estado é completa e sua evolução é sempre unitária, de acordo com a equação de Schrödinger. Todos os processos são tratados dessa forma, incluindo as observações²². Tanto observadores como aparatos experimentais são passíveis de serem descritos a partir da teoria, cumprindo a exigência do paralelismo psicofísico²³. Dessa forma, ele elimina o postulado de projeção da teoria.

Isso parece uma boa idéia. Como já dito, uma teoria linear e determinística é sempre interessante. Porém, como também já frisado, o papel do postulado de projeção é conectar a estrutura teórica com a nossa experiência cotidiana. Sem ele, qual é o significado do formalismo da teoria e como conectar este com a nossa prática? Naturalmente que Everett não estava alheio a esses problemas. No texto publicado em 1973, ele afirma que estruturar a teoria como ele propõe fornece uma série de vantagens, tais como a aplicabilidade ao universo como um todo, podendo até mesmo se pensar em uma função de estado universal, a possibilidade de tratar todos os processos identicamente, sem um estatuto privilegiado para interações de medição e a já mencionada satisfação do paralelismo psicofísico, porém admite que permanece em aberto “a questão de se é possível ou não colocar tal teoria em correspondência com a nossa experiência”²⁴. Assim, o trabalho que resultou em sua tese de doutoramento é dedicado a mostrar que essa formulação forma um corpo logicamente correto e consistente e, mais que isso, permite deduzir todos os resultados obtidos pela formulação usual, inclusive deduzir da própria teoria o seu caráter probabilístico sem a necessidade de postulados adicionais. Segundo Everett, como a teoria quântica é uma teo-

ria completa, no sentido de compreendermos o seu significado, devemos tentar descrever todas as situações utilizando o seu formalismo e, após isso, ver que tipo de interpretação emerge desse formalismo, explicitando qual o significado dos termos presentes no formalismo matemático. Assim, elimina-se a necessidade de dualismos entre sistemas quânticos e aparatos de medição, de termos extra-teóricos como mundo clássico em oposição a um mundo quântico, de objetos macroscópicos, de noções de probabilidade e mesmo de contextos experimentais. Tudo deve emergir do formalismo sem uma interpretação prévia. Como a emergência desses conceitos surge de uma análise lógica do formalismo, vamos então desenvolver o formalismo proposto por ele no caminho de encontrar o significado da teoria.²⁵

3.1. Formalismo de sistemas compostos²⁶

Um sistema composto é um sistema originado a partir de outros, que serão subsistemas do sistema composto maior. Assim, para um sistema S composto de dois subsistemas S_1 e S_2 , no qual cada um é associado a um espaço de Hilbert H_1 e H_2 , respectivamente, temos que $H = H_1 \otimes H_2$, cujas bases são $\left\{ \left| \xi_i^{S_1} \right\rangle \right\}_1$ e $\left\{ \left| \eta_j^{S_2} \right\rangle \right\}_2$, é o espaço gerado para S . Dessa forma, o estado geral de S pode ser escrito da seguinte forma

$$|S\rangle = \sum_{i,j} c_{ij} |\xi_i, \eta_j\rangle. \quad (1)$$

Da Eq. (1) é possível notar que, em geral, nenhum dos dois sistemas S_1 e S_2 possui um estado independente do outro, ainda que S esteja em um estado bem definido.²⁷ Mas é possível atribuir um outro tipo de estado tanto para S_1 quanto para S_2 . Para tal, vamos atribuir um estado arbitrário $|\xi_k\rangle$ para S_1 . Assim, agora podemos achar diversos estados de S_2 , *estados relativos* ao estado $|\xi_k\rangle$ de S_1 . Assim, o estado de S_2 relativo ao estado $|\xi_k\rangle$ de S_1 é

$$\left| S_{2\text{rel}\xi_k^{S_1}} \right\rangle = N_k \sum_j c_{kj} |\eta_j\rangle. \quad (2)$$

onde N_k é uma constante de normalização. É claro que poderíamos fazer o inverso e atribuir um estado físico ao sistema S_1 relativo ao estado $|\eta_k\rangle$ de S_2 , ou seja, ambos os subsistemas de S possuem estados relativos uns aos outros. Mais que isso, após escolhermos um estado $|\eta_k\rangle$ de S_2 , os estados relativos de S_1 não dependem da escolha de base para S_1 , só dependendo de $|\eta_k\rangle$.

²¹ Ver Ref. [2], p. 455.

²² Idem.

²³ O paralelismo psicofísico, que Everett atribui a von Neumann, que por sua vez atribui a Bohr, afirma que deve ser possível tratar qualquer tipo de percepção extra física como se essa acontecesse no domínio físico. Ref. [9], p. 60.

²⁴ Ver Ref. [8], p. 9.

²⁵ Ver Ref. [8], cap. 1.

²⁶ Ver Ref. [2], seção 4.

²⁷ Ver Apêndice 1 para mais informações.

Dessa forma, o conceito de estado relativo implica que, “De um modo geral, não existe um estado absoluto de um subsistema que faz parte de um sistema composto. Isto é, subsistemas nunca possuem estados independentes em relação ao resto do sistema, de modo que os subsistemas estão geralmente correlacionados entre si. Pode-se escolher arbitrariamente um estado para um dos subsistemas e ser levado ao estado relativo do resto [do sistema]. Assim, lidamos com uma *relatividade de estados fundamental*, implicada pelo formalismo de sistemas compostos. Não tem sentido perguntar qual o estado absoluto de um subsistema – só é possível perguntar qual seu estado relativo a um estado dado do remanescente do sistema”.²⁸

No entanto, por enquanto não emergiu nenhuma novidade em termos de mecânica quântica. Essa noção de estados relativos, na interpretação usual, é o que nos permite saber a distribuição de probabilidade condicional para os resultados de medição feitos em um dos sistemas, dado o estado do outro sistema.²⁹ O que Everett propõe é que utilizemos essa noção de relatividade de estados para que possamos compreender os processos de medição como acontecendo dentro da mecânica quântica, sem um estatuto diferenciado. Para ver como isso acontece, vamos estudar o processo de medição seguindo as seguintes etapas:

1. Tratar um processo de medição qualquer;
2. Incluir o observador dentro do processo, fazendo com que ele perceba resultados específicos (relativos);
3. Tratar a consistência de resultados após medições repetidas;
4. Incluir mais de um observador no sistema.

Dessa forma Everett pretende deduzir as experiências dos observadores a partir do formalismo, sem nenhuma interpretação inicial.

3.1.1. Processo de medição

Consideremos agora uma interação de medição entre um aparato de medição M qualquer, preparado para medir uma propriedade \hat{A} do sistema S , que está representado como uma superposição de auto-estados de \hat{A} .³⁰ Assim,

$$|S\rangle = \sum_i^2 c_i |a_i\rangle. \quad (3)$$

²⁸Ver Ref. [2], p. 456.

²⁹Ver Ref. [7], p. 510.

³⁰Por simplicidade de notação, vamos assumir que só existem dois auto-estados.

³¹Esse estado do aparato pode ser uma luz acesa ou um ponteiro marcando para cima, por exemplo, e o estado oposto a esse ser uma luz apagada ou o ponteiro marcando para baixo.

³²Como o observador passa a ser incluído no formalismo, o ato de observação, para Everett, nada mais é que a interação entre o sistema físico e o observador, interação regida por um operador linear, ou seja, uma interação física entre dois sistemas. Por exemplo, um choque entre um elétron e o observador pode ser uma interação de medição.

³³Ver Ref. [8], p. 53-66.

Como nosso aparato está preparado para medir a propriedade \hat{A} , então podemos supor que o estado $|m_k\rangle$ ³¹ do aparato se refere ao estado $|a_k\rangle$ do sistema que ele mensurou. Assim, após uma interação de medição entre o aparato e o sistema, temos que o novo sistema $|M + S\rangle$ é descrito por

$$|M + S\rangle = c_1 |a_1, m_1\rangle + c_2 |a_2, m_2\rangle, \quad (4)$$

e podemos descrever os estados relativos de ambos os sistemas S e M por (relativos à a_1 e m_1 , respectivamente)

$$\begin{aligned} |M_{rela_1}\rangle &= |m_1\rangle, \\ |S_{relm_1}\rangle &= |a_1\rangle. \end{aligned} \quad (5)$$

Ou seja, após a interação entre o aparato e o sistema, não é mais possível identificar estados individuais independentes para cada um deles, mas somente estados relativos um em relação ao outro. Em termos macroscópicos, o formalismo permite dizer que quando vemos o aparato com o ponteiro apontando para cima, isso é relativo ao sistema quântico estar em um estado a_k específico, porém o formalismo não nos diz qual das duas possibilidades nós veremos. A descrição do estado total $|M + S\rangle$ é a superposição (4) e, como é fácil notar, ela não prevê nenhum resultado específico.

Esse resultado não parece estar de acordo com a nossa experiência. Nunca vemos um aparato de medição em uma superposição de ponteiro para cima mais ponteiro para baixo. Sempre o vemos em um estado ou em outro. Então, para que possamos entender o significado dessa superposição, vamos agora incluir um observador no processo de medição.

3.1.2. Incluindo o observador

Antes de incluirmos efetivamente o observador³² no nosso formalismo, vamos identificar o que significa ser um observador e quais são suas propriedades.³³ Primeiro, um observador é aquele que tem seu estado modificado de alguma forma quando observa alguma situação, caso contrário ele não teria “aprendido” algo novo. Assim, quando o observador identifica um sistema no estado $|a_i\rangle$, de alguma forma seu estado deve mudar de “pronto para observar o valor a qualquer” para “observei a_i ” e essa mudança deve depender somente do estado $|a_i\rangle$ e não alterar o mesmo. O estado do sistema deve permanecer inalterado para que a medição possa ser repetida. Para os nossos objetivos é interessante também que o observador consiga memorizar todos os resultados que ele observou ao longo

de sua experiência. Isso será especialmente importante quando quisermos verificar a possibilidade de repetir o resultado de medição e comparar o resultado obtido por diferentes observadores. Com essas duas propriedades satisfeitas, temos um observador mais que adequado. É importante notar que não há referência ao fato do observador ser consciente ou não. De fato, para estar de acordo com os requisitos acima, basta ser algum tipo de sistema que possa alterar o seu estado, lembrar dessa alteração e permitir o acesso a essa lembrança da alteração. Assim, um autômato com boa memória pode servir tão bem quanto um humano, ou até melhor, porque o autômato não esquece.

Para representarmos esse observador dentro do formalismo, vamos prescrever para ele um vetor de estado $|O\rangle$. Esse observador, após observar a_i como um resultado de medição, terá seu estado alterado e memorizará esse resultado. Assim, devemos incluir na notação elementos que descrevam isso. Dessa forma, a descrição do observador fica $|O_{[a_i]}\rangle$, onde os colchetes indicam a sua memória e os elementos dentro dos colchetes os resultados de medições.³⁴ Como o observador pode observar, após a primeira medição, um outro resultado b_i qualquer, devemos ordenar temporalmente os valores da memória e incluir a possibilidade de que interações intermediárias sejam gravadas na memória, mas cujos valores não sejam importantes. Assim, a descrição do observador é $|O_{[a_i\dots b_i]}\rangle$, onde ... representa interações intermediárias que não importam para a descrição em questão. Devemos ler $|O_{[a_i\dots b_i]}\rangle$ como “O nosso observador mediu primeiro a_i , depois teve um série de interações e por fim mediu b_i ”.

Assim, se temos um sistema S em um auto-estado $|a_i\rangle$, podemos colocar o observador para medir o estado do sistema. Desse modo, o estado do sistema mais observador, antes da observação, é

$$|S + O\rangle = |a_i\rangle |O_{[\dots]}\rangle, \quad (6)$$

após a observação, passa a ser

$$|S + O\rangle^t = |a_i\rangle |O_{[\dots a_i]}\rangle. \quad (7)$$

Isso indica que o observador mediu um resultado específico a_i referente ao sistema no estado $|a_i\rangle$. Porém, de um modo geral, o sistema a ser medido não estará em um auto-estado da propriedade a ser observada. Vamos então examinar a situação na qual o sistema está em uma superposição de auto-estados. Nesse caso, a observação se dá como

$$|S + O\rangle = \sum_i^n c_i |a_i\rangle |O_{[\dots]}\rangle \rightarrow |S + O\rangle^t = \sum_i^n c_i |a_i\rangle |O_{[\dots a_i]}\rangle. \quad (8)$$

³⁴ Ibidem, p. 65

³⁵ Everett se refere aos diferentes termos de uma superposição da função de onda como ramos, pois por ocasião de uma medição o observador “se ramifica”.

³⁶ Ibidem, p. 68

³⁷ Ibidem, p. 67.

³⁸ Ibidem, p. 78.

Após essa interação de medição, o sistema total continua sendo uma superposição. Porém, em cada um dos elementos da superposição, o observador terá percebido o valor a_i referente àquele ramo³⁵ i específico da função de onda. Como em cada elemento i da função de onda o observador percebeu aquele resultado a_i , podemos dizer que o observador mediu, em cada um dos ramos, o valor referente àquele auto-estado. Dessa forma podemos dizer que uma medição foi efetuada, ainda que não exista nenhum resultado específico determinado. Somente existem resultados relativos. Voltando à noção fundamental de estados relativos, o observador mediu a_i relativo ao estado do sistema ser $|a_i\rangle$. Para compreendermos melhor o significado dessa última afirmativa, vamos fazer o observador repetir a medição sob o sistema.

3.1.3. Repetindo a medição e observadores diferentes

Como, em nossa experiência, verificamos se o sistema está em um estado específico ao efetuarmos uma medição e como a nossa observação não altera o estado do sistema, então podemos fazer o nosso observador medir mais de uma vez a mesma propriedade, obtendo sempre o mesmo resultado. Por coerência, o formalismo deve mostrar que as n observações consecutivas devem concordar.³⁶ Partindo, então, da Eq. (8), podemos fazer o observador medir novamente a mesma grandeza. Nesse caso o resultado será

$$|S + O\rangle^t = \sum_i^n c_i |a_i\rangle |O_{[\dots a_i]}\rangle \rightarrow |S + O\rangle^{t+t'} = \sum_i^n c_i |a_i\rangle |O_{[\dots a_i a_i]}\rangle. \quad (9)$$

Podemos notar que o observador, em cada um dos ramos da função de onda, observou o mesmo resultado da medição anterior, assegurando a coerência do formalismo. Poderíamos ainda repetir por n vezes a medição que o resultado sempre concordaria. Como a interação se dá separadamente em cada um dos ramos da função de onda, como consequência da linearidade,³⁷ fica garantido que em cada estado relativo o resultado se repetirá. Assim, fica mais fácil entender que efetivamente, em cada um dos ramos, o observador tem um resultado definido relativo ao resto do sistema. E esse resultado aparece sem menção a nenhum tipo de colapso.

No caso de termos mais de um observador, digamos um outro observador $|P_{[\dots]}\rangle$, podemos verificar se ambos obterão o mesmo resultado.³⁸ Como esperado, visto que se um observador mediu um resultado específico qualquer outro observador deve concordar com a observação, pela linearidade da função de onda também o

observador $|P_{[\dots]}\rangle$ concordará com a observação, o que é descrito por

$$|S + O + P\rangle^{t'+t''} = \sum_i^n c_i |a_i\rangle |O_{[\dots a_i a_i]}\rangle |P_{[\dots a_i]}\rangle. \quad (10)$$

Para verificar se os resultados de ambos concordam, P pode perguntar para O qual o resultado que ele obteve ou ainda olhar a memória de O. Podemos resumir essa seção da seguinte forma: qualquer interação de observação terá como resultado o observador percebendo o sistema em um estado específico k relativo a esse auto-estado específico k do sistema, ainda que de uma maneira global nenhum estado específico tenha sido determinado. Esse resultado é válido, inclusive, quando trabalhamos com mais de um observador medindo sobre o mesmo sistema.

4. Estados relativos e aparência subjetiva

Para ser ainda mais preciso, cada observador em cada ramo da função de onda terá percebido como se o sistema que estava inicialmente em uma superposição tivesse colapsado para aquele estado daquele ramo da função de onda total. O observador, que antes da observação preparou o sistema em uma superposição de estados, ao efetuar a medição, terá como resultado um autovalor referente a um auto-estado. Para ele, o colapso da função de onda parecerá real. Ele terá a experiência de que ao ter efetuado a medição, o sistema, através do postulado de projeção, possui aquela propriedade específica com aquele autovalor específico. Porém, como pudemos notar, essa impressão é sempre relativa ao resto do estado do sistema. Como um todo, o sistema continua numa superposição de todos os auto-estados e, após a interação, o sistema mais completo possui ainda o observador percebendo cada um dos auto-estados, porém em ramos distintos do estado do sistema. Isso significa que de uma perspectiva objetiva, o sistema continua em uma superposição de estados. Porém, na perspectiva subjetiva, no referencial do observador em cada ramo, o sistema que estava inicialmente em uma superposição agora sofreu uma redução de estado e é descrito por um dos auto-estados específicos. Assim, foi possível deduzir em uma perspectiva subjetiva os resultados qualitativos da formulação do observador externo da teoria quântica. Do ponto de vista subjetivo, tudo acontece da mesma forma, porém do ponto de vista objetivo nenhum tipo de colapso de função de onda ocorreu.³⁹ Nada diferente da evolução linear e determinística do estado físico

³⁹Ibidem, p. 70.

⁴⁰Ibidem, p. 68, n. 1.

⁴¹Ibidem, p. 116.

⁴²Ver Ref. [2], p. 459, *note added in proof*. Todavia, é interessante notar que no caso de Copérnico, certas conseqüências teriam efeitos perceptíveis, como o surgimento da força de Coriolis, por exemplo. Agradecemos ao Prof. Roberto Martins por este ponto.

do sistema aconteceu. Everett não explica muito mais que isso sobre a nossa experiência. Em determinado ponto, ao mencionar que quando o observador efetua medições em um sistema superposto, o observador percebe todos os resultados da superposição, ele diz que, de certo ponto de vista, é o mesmo observador que perceberá todos os resultados, já que somente um sistema físico representando o observador está em questão, porém em cada ramo específico trata-se de um observador diferente porque este terá experiências distintas dos demais observadores. Ele considera essa estranha conseqüência da divisão do observador como uma dificuldade lingüística.⁴⁰ No final do texto de 1973 ele ainda acrescenta que não é o sistema que é alterado em função de uma observação, mas o observador que é afetado ao se correlacionar com o sistema.⁴¹

A primeira objeção que se pode fazer a essa formulação é perguntar, então, como acontece a transição de todos os possíveis estados para o estado real. Afinal de contas, eu não me percebo em uma superposição de estados. Eu sempre me percebo medindo um único resultado. De alguma forma deve acontecer a transição de todos os resultados possíveis para o resultado que eu efetivamente percebo. A resposta que Everett propõe é que a pergunta é inadequada. De fato, a própria teoria prevê que você só se percebe vendo um dos possíveis resultados. Isso decorre da ortogonalidade dos estados da função de onda. Como todos os ramos da função de onda mais completa são ortogonais entre si, dois observadores pertencentes a ramos distintos não podem entrar em contato um com o outro e qualquer medição que efetuem não evidenciará a existência de outros mundos. Assim, não é possível perceber mais de um resultado simultaneamente. Cada observador percebe apenas um resultado relativo àquele ramo específico. Em uma nota de rodapé respondendo a essa objeção de DeWitt ao “pre-print” do artigo, Everett compara esse resultado contra-intuitivo com o fato de que não percebemos a Terra girando em torno do seu próprio eixo. Os críticos de Copérnico afirmavam que sua teoria era inadequada porque ninguém percebia os efeitos do movimento da Terra, porém a própria teoria de Copérnico (juntamente com cinemática galileana e a mecânica newtoniana) previa isso.⁴²

Podemos então, após apresentados os argumentos de Everett sobre como devemos compreender a superposição de estados objetiva e como relacionar esta com a nossa experiência cotidiana, analisar para ver se é realmente satisfatória essa forma de interpretar a superposição. O historiador da física Max Jammer, em sua apresentação da interpretação de Everett, menciona que desprezando outros critérios que possivelmente de-

vem ser satisfeitos por teorias científicas, tais como falseabilidade, “os requerimentos mínimos a serem impostos são os de consistência lógica e concordância com a experiência”.⁴³ À parte problemas lógicos, já que estes se referem mais precisamente à forma com que Everett deduz a regra de Born e que serão tratados na próxima seção, vamos nos concentrar no segundo ponto: a concordância com a experiência. A resposta que Everett nos fornece em relação à pergunta de porque percebemos somente um único resultado quando a teoria diz que todos acontecem ao mesmo tempo é insatisfatória. Não é possível explicar que não nos percebamos tendo medido mais de um resultado simultaneamente porque os diversos ramos nos quais essa medição acontece são ortogonais já que sempre é possível, em princípio, recombinar os termos da superposição e obter efeitos de interferência. Assim, sempre pode existir algum tipo de interferência entre observadores que estão em ramos diferentes e, dessa forma, não fica claro como isso explica o fato de só percebermos um único resultado de medição já que os observadores não estariam eternamente isolados uns dos outros.⁴⁴

Ainda que de alguma forma possamos imaginar que é possível compreender porque o experimentador se percebe obtendo apenas um resultado de medição relativo a apenas um auto-estado, não sabemos como entender a “divisão” do observador de um único elemento no estado para vários elementos na superposição. Como Christoph Lehner⁴⁵ afirma, citando Healey, é possível tentar entender isso de dois modos diferentes: um é que de fato o observador não se divide realmente, mas é o mesmo observador que percebe simultaneamente diversos resultados incompatíveis entre si; a outra forma é imaginar que o observador realmente se divide toda vez que efetua uma medição em um sistema superposto. Mas se a primeira forma é verdadeira, e parece ser a mais próxima de Everett, então temos um problema metafísico muito sério: como um único observador pode estar em diversos estados ao mesmo tempo? O que significaria isso? Everett não nos fornece nenhuma resposta nesse sentido. Porém, se a outra forma de encarar a questão for a mais adequada, então criamos um problema físico que é o da divisão de observadores. Existiria um novo processo através do qual por um ato

de medição o observador (ou todo o universo, como vão querer alguns) se divide em N partes referentes à superposição do sistema a ser medido. E se isso já é algo bastante estranho quando lidamos com superposições discretas, imagine se tivermos uma superposição contínua de estados? Existiram, então, infinitos observadores? E, por fim, ainda que possamos responder as objeções de porque não nos percebemos na superposição e de se existe um ou vários observadores, por que motivo não percebemos a divisão ou do estado do observador ou do observador propriamente dito?⁴⁶

Mesmo sem uma resposta definitiva de como conectar o formalismo com a nossa experiência, vamos examinar de que modo Everett pretende ter deduzido também os resultados quantitativos da teoria quântica usual, ou seja, a regra de Born.

5. Regra de Born

Antes de começarmos a efetuar a dedução realizada por Everett, vamos tentar compreender o que ele pretendia alcançar. A princípio, uma dedução desse tipo era completamente dispensável, pois dentro do contexto de sua própria interpretação, os resultados que a regra de Born permitem deduzir perdem um pouco o significado, já que todos os elementos da superposição são efetivamente reais e “acontecem” em um nível objetivo. Dessa forma, notamos que a motivação para essa dedução era efetivamente operacional, diferente de seu contexto inicial, no qual ela era utilizada para dar sentido ao formalismo.⁴⁷ Como essa conexão entre formalismo e mundo é automática no caso de Everett,⁴⁸ o sentido operacional dessa dedução é relacionado com o aspecto subjetivo de nossa experiência cotidiana. De acordo com Everett,⁴⁹ nessa experiência cotidiana subjetiva, “observamos” colapsos da função de onda, colapsos que reduzem de uma superposição de possíveis resultados de medições para um único efetivamente observado.⁵⁰ Em especial, quando tratamos da experiência cotidiana, temos o caso no qual efetuamos medições de um observável sobre um coletivo de sistemas identicamente preparados. Para entender essa questão, vamos imaginar um coletivo de n sistemas identicamente preparados no estado $|\uparrow_z\rangle$. Caso decidamos tomar como observável a ser medido a componente de Spin na direção

⁴³Ver Ref. [7], p. 513.

⁴⁴O próprio Everett tinha claro a possibilidade de recombinar elementos da superposição e obter efeitos de interferência, porém não falou nada sobre como conciliar esses dois resultados conflitantes (ortogonalidade de observadores e interferência entre estes). Ver Ref. [9], p. 86-89 e Ref. [8], p. 105.

⁴⁵Ver Ref. [11]. Christoph Lehner é um filósofo da Física com tese de doutorado sobre a interpretação de Everett.

⁴⁶É curioso notar que esse problema é equivalente ao problema da medição original que Everett tenta resolver.

⁴⁷O trabalho de Born veio para conectar o formalismo da mecânica ondulatória com resultados de medições, fornecendo um significado para a equação de Schrödinger. Como no modo everettiano de interpretar o formalismo o seu significado é claro, desde o início, a regra de Born precisa ser deduzida para prever os resultados experimentais, tendo um sentido operacional e deixando de ser uma questão de princípio.

⁴⁸Ainda que problemática, como vimos anteriormente.

⁴⁹Ver Ref. [2], p. 459.

⁵⁰Para tal é necessário supor que o vetor de estado, em geral, descreve os estados possíveis do sistema e que o resultado de uma medição sobre esse sistema permite identificar qual o estado daquela propriedade que o sistema possui (ligação autovalor-autovetor). Assim, a transição dos estados possíveis para o estado real envolve um colapso da superposição de auto-estados.

x , nós sempre observaremos metade dos sistemas com a componente do Spin para cima e metade para baixo, quando n for suficientemente grande, e essa frequência relativa é prevista pela regra de Born. Porém, como todas as combinações possíveis de medições são reais na formulação de Everett, é preciso explicar porque, num laboratório, quando utilizamos n suficientemente grande, nós nunca observamos desvios significativos dos resultados previstos pela regra de Born, mesmo que o formalismo de sistemas compostos indique que eles devam acontecer.⁵¹

Para explicar essa aparente contradição, Everett propõe colocar uma “medida nos elementos de uma superposição final⁵²”, ou seja, nos elementos da função de onda que existem após uma série de medições. Nesse caminho, Everett demonstra que a única medida que evita ambigüidades e que respeita a aditividade⁵³ possui a forma $m(|\phi_i\rangle) = c_i * c_i$.⁵⁴

Agora que temos a única medida possível de ser atribuída a cada um dos ramos da superposição, podemos então tentar deduzir a regra de Born.⁵⁵ Para tal, consideremos a superposição de estados resultante de uma série n de interações entre observador e sistemas preparados identicamente, que é descrita pelo seguinte vetor:

$$\sum_{i_j, k, \dots, l} c_{i_j} c_{i_k} \dots c_{i_l} |a_{i_j}\rangle |a_{i_k}\rangle \dots |a_{i_l}\rangle \left| O_{[\dots a_{i_j} a_{i_k} \dots a_{i_l}]}\right\rangle.$$

Nesse caso, todas as seqüências possíveis de resultados de medição aparecerão na superposição final, mesmo

⁵¹Visto que também o ramo da função de onda que descreve somente resultados “para cima” possui existência objetiva e, dessa forma, ocorre.

⁵²Ver Ref. [2], p. 460

⁵³Como um estado qualquer pode ser descrito tanto como sendo um estado puro em uma base arbitrária e como sendo uma superposição em outra base, é necessário impor a aditividade de modo que ambas descrições sejam equivalentes.

⁵⁴Para atribuir uma medida a cada um dos estados da superposição $\sum_i^n c_i |\phi_i\rangle$, vamos supor uma função m . Essa função é função somente do módulo dos coeficientes, ou seja, $m(c_i) = m(|c_i|)$. Com isso, o valor da medida não depende de possíveis fases, o que elimina ambigüidades. Como podemos escrever uma superposição de estados por um único elemento, de forma $\alpha|\xi\rangle = \sum_i^n c_i |\phi_i\rangle$, então precisamos ter certeza de que a medida atribuída pela função m ao estado $|\xi\rangle$ seja igual à soma das medidas atribuídas aos estados $|\phi_i\rangle$, o que é expresso por $m(\alpha) = \sum_i^n m(c_i)$. Como m é função somente de $|c_i|$, então façamos $u_i = \sqrt{c_i * c_i} = \sqrt{u_i^2}$. Assim, $m(\alpha) = \sum_i^n m |c_i| = \sum_i^n m(u_i) = \sum_i^n m \left[\sqrt{u_i^2} \right]$.

Pela estrutura do espaço de Hilbert, $|\alpha\rangle = \sqrt{(\sum_i^n c_i * c_i)}$. Desse modo, $m(\alpha) = m \left[\sqrt{\sum_i^n c_i^* c_i} \right] = m \left[\sqrt{\sum_i^n u_i^2} \right]$. Assim, notemos que $\sum_i^n m \left[\sqrt{u_i^2} \right] = m \left[\sqrt{\sum_i^n u_i^2} \right]$.

Podemos definir uma nova função $g(x) = m(\sqrt{x})$. Assim, $g \sum_i^n u_i^2 = \sum_i^n g u_i^2$. Como g é necessariamente linear, $g(x) = kx$ (onde k é constante). Assim, $g(x^2) = kx^2 = m(\sqrt{x^2}) = m(x)$.

Como $m(x) = kx^2$, temos que $m(u_i) = m(c_i) = k u_i^2 = k c_i * c_i$. E dessa forma fica demonstrado que a única medida compatível com a imposição da aditividade é a medida do quadrado da amplitude. Visto que podemos restringir que a medida total seja igual a 1 (pela necessidade que uma função de estado do universo deve possuir medida 1), a constante k fica restrita ao valor 1.

⁵⁵Para a dedução aqui utilizada, ver, além dos textos originais de Everett, Refs. [9] e [11].

⁵⁶É importante notar que é somente usando a medida deduzida anteriormente que se chega a esse resultado, ou seja, que os ramos cujos resultados de medições se aproximam dos previstos pela teoria quântica são maioria. Caso se decidisse contar o número absoluto de ramos existentes, a maioria dos ramos violaria os resultados previstos pela teoria quântica.

⁵⁷Em termos formais: dado um vetor $|O\rangle$ que descreve um observador que mediu n vezes o valor de um observável A em sistemas preparados identicamente, sua memória será descrita por $O_{[a_{i_1} \dots a_{i_n}]}$, onde a_{i_j} é 1 se o sistema nessa medição j -ésima foi encontrado no estado $|a_k\rangle$, e 0 para o sistema em qualquer outro estado $i \neq k$. Assim, temos a superposição (suprimindo os vetores que descrevem os sistemas observados): $|O\rangle = \sum c_{i_1 \dots i_n} O_{[a_{i_1} \dots a_{i_n}]}$. Podemos então tomar o vetor $|O^\varepsilon\rangle = \sum_{\frac{a_{i_1} + \dots + a_{i_n} - |c_k|^2 > \varepsilon}{n}} c_{i_1 \dots i_n} O_{[a_{i_1} \dots a_{i_n}]}$

e mostrar que $\mu(|O^\varepsilon\rangle) \rightarrow 0$ quando $n \rightarrow \infty$ para todo $\varepsilon > 0$, ou seja, todo elemento da superposição que “desobedece” a estatística prevista pela teoria quântica usual terá medida igual a zero no limite de infinitas interações (para esse ponto específico, ver Ref. [9], p. 102). Ver Ref. [13], p. 12.

⁵⁸No fundo, isso é um problema para o projeto de Everett, visto que ele pretendia que a regra de Born fosse dedutível do formalismo sem o uso de postulados adicionais. Para a necessidade desse postulado, ver Ref. [13], p. 11 e para o postulado, ver Ref. [22].

as que violam explicitamente as previsões da teoria quântica. Porém, utilizando a medida proposta anteriormente, ou seja, do módulo do quadrado dos coeficientes, enquanto n se torna cada vez maior, “somente os ramos cuja frequência dos valores dos resultados de medições se aproxima da frequência relativa prevista pela teoria usual terão medida significativa” (os outros ramos terão medida muito pequena, próximas de zero) e serão maioria. No limite em que $n \rightarrow \infty$, somente os ramos nos quais as frequências relativas de resultados de medições forem as previstas pela teoria quântica usual existirão e a soma de suas medidas será igual à unidade,⁵⁶ enquanto todos os outros possuirão medida igual a zero.⁵⁷ Assim, se tomarmos a medida de cada um dos elementos da superposição anterior como a sua probabilidade de obtenção em medições, teremos deduzido a regra de Born no contexto da interpretação de Everett.

Dessa forma, Everett pretende ter deduzido os resultados estatísticos da teoria quântica usual sem ter efetuado nenhum postulado adicional acerca de resultados probabilísticos. E aqui aparece o primeiro problema sério dessa dedução: não existe nada na teoria que nos informe que a medida de cada um dos ramos da função de onda deva ser tomada como sua probabilidade subjetiva. Assim, no sentido de completarmos a dedução, é necessário postular⁵⁸ que “a probabilidade de um resultado de medição é proporcional à soma da medida de todos os ramos no qual esse resultado acon-

tece”, e, nessa teoria, a probabilidade de um resultado de medição específico ser obtido é remetida à probabilidade do observador pertencente à superposição final “se perceber” tendo obtido aquele resultado específico.

Mas existem outros problemas. Como Hughes [12, p. 293] e Healey (*apud* [11]) apontam, se realmente considerarmos que todos os ramos da função de onda são reais (então existem no mundo com probabilidade 1), então como é possível considerar algum tipo de probabilidade? Outro problema é o da base preferencial. Se podemos decompor a função de onda utilizando qualquer base arbitrária, porque devemos preferir a base na qual os resultados de medições são computados e não qualquer outra apenas para deduzirmos resultados estatísticos? Um outro problema é que a dedução utiliza o limite infinito de medições efetuadas, um limite que não é alcançável na prática e dessa forma não pode ser utilizado para justificar a emergência de probabilidades idênticas às da teoria quântica usual. Assim, mesmo utilizando novos postulados, a dedução de Everett da regra de Born não é satisfatória e hoje se tornou um problema de pesquisa efetuar de modo satisfatório essa dedução.⁵⁹

6. Paradoxo EPRB

Até agora a interpretação de Everett conseguiu resolver o problema da consistência de observações consecutivas, o que é um resultado importante no contexto da apresentação de von Neumann. Porém, essa interpretação enfrentou problemas ao tentar explicar como relacionar os resultados de medições com a nossa experiência cotidiana e, mais que isso, não permite uma dedução satisfatória da regra de Born. Antes de concluirmos a apresentação, vamos olhar mais um resultado interessante dessa apresentação. Vamos estudar a questão do paradoxo de Einstein, Podolsky e Rosen.⁶⁰

A apresentação de Bohm desse paradoxo diz que precisamos fazer três suposições acerca do que é uma teoria física completa e de quais elementos do mundo devem constar nessa teoria. A primeira dessas suposições é que *I) todo elemento da realidade física deve possuir uma contrapartida em uma teoria física completa, i.e.*, caso, de algum modo, possamos identificar elementos que existam na realidade física, toda teoria completa deve contemplá-los na sua formulação. A segunda diz que *II) se, sem perturbarmos o sistema, pudermos prever com absoluta certeza (probabilidade igual a unidade) o valor de uma medição futura de uma quantidade física em um sistema, então existe um elemento*

de realidade correspondendo à essa quantidade física, e, por fim, a suposição da localidade nos diz que III) o mundo pode ser analisado em termos de elementos de realidade distintos e separados. Outra forma de afirmar essa suposição é dizer que elementos de realidade de um sistema não podem ser afetados por medições efetuadas à distância em outro sistema.

Considerando essas suposições, podemos preparar uma molécula composta por dois átomos cujo spin total seja zero e o spin de cada um dos átomos seja $\hbar/2$. A partir de um processo qualquer, desde que esse processo não altere o momento angular do sistema, a molécula é separada e cada um dos átomos se afasta espacialmente ao longo do tempo. Dessa forma, após algum tempo, os átomos não terão mais nenhum tipo de interação, porém o momento angular de ambos continuará constante, ou seja, zero. Esse sistema é descrito por um estado singleto de acordo com

$$|\Psi\rangle = a(|\uparrow_i\rangle_1 |\downarrow_i\rangle_2 + |\downarrow_i\rangle_1 |\uparrow_i\rangle_2) \quad (11)$$

e, como podemos ver, o sentido do spin do átomo 1 é sempre oposto ao do átomo 2, refletindo a conservação total do spin. E, mais do que isso, essa correlação permanece qualquer que seja a direção i escolhida, pois a correlação não depende de uma direção específica. Podemos então pegar um sistema preparado dessa forma e descrito pela Eq. (11) e efetuar uma medição de spin em um dos átomos. Efetuando uma medição de spin na direção x no átomo 1, sabemos automaticamente o valor do spin nessa mesma direção no átomo 2 por causa das correlações entre ambos (conservação do spin). Porém, como ambos estão separados espacialmente de modo que o átomo 1 não interage com o átomo 2 (III), podemos concluir que o valor do spin na direção x já estava definido (II) e algum elemento de realidade foi definido quando da separação entre os átomos de modo que quando fosse efetuada uma medição na direção x no átomo 2, aquele valor específico fosse encontrado. Porém como não foi definida, no momento da separação entre os átomos, em qual direção seria efetuada a medição, e mesmo que a direção estivesse definida poderíamos mudar aleatoriamente a direção dos analisadores de spin, temos que existem elementos de realidade que definem o valor de spin nas três direções para o átomo 2 e, dessa forma, também para o átomo 1. Mas como a teoria quântica não engloba e nem consegue prever o valor desses elementos de realidade (I e II), essa teoria não pode ser considerada completa.

Pessoa, ao analisar a forma lógica do argumento, explicita que para se chegar à conclusão de que a teo-

⁵⁹De fato a percepção de que essa dedução não era satisfatória não é contemporânea de Everett, mas somente vai aparecer quando o interesse nessa interpretação é retomado na década de 60. Em especial, o primeiro a notar esse problema e refazer a interpretação foi Roger Graham, aluno de DeWitt. Entre outros físicos que efetuaram deduções da regra de Born no contexto de interpretações baseadas na de Everett, podemos citar D. Deustch e W. Zurek dentre muitos outros, sendo que vários fizeram mais de uma tentativa. Para mais detalhes e para uma dedução no contexto da descoerência, ver Ref. [15].

⁶⁰Para a apresentação original, ver Ref. [10]. Nessa apresentação, seguiremos a apresentação de Bohm em seu livro *Quantum Theory* de 1951 [16], daí o nome EPRB. Também utilizaremos a apresentação de Pessoa ([17, cap. XXII]), mais completa e em português. Seguiremos ainda as apresentações Lehner [11, p. 79-80] e Whitaker [18] no contexto da interpretação de Everett.

ria não é completa, é necessário ainda utilizar o postulado de projeção. Estritamente, com o postulado de projeção, podemos chegar a duas conclusões distintas: ou que a mecânica quântica não é completa ou que localidade não é válida no domínio quântico (ou ambos) [MQ (incluindo PP) \Rightarrow $\neg C(MQ)$ ou $\neg LOC$].⁶¹

Podemos, então, analisar como Everett com sua interpretação propõe dissolver esse paradoxo.⁶² Para tal, vamos introduzir o observador no sistema descrito anteriormente.

Incluindo O^1 e O^2 na Eq. (11)

$$|S\rangle = \frac{-1}{\sqrt{2}} \left(|\uparrow_x\rangle_1 |\downarrow_x\rangle_2 - |\downarrow_x\rangle_1 |\uparrow_x\rangle_2 \right) |O_{[\dots]}^1\rangle |O_{[\dots]}^2\rangle, \quad (12)$$

que pela linearidade fica

$$|S\rangle = \frac{-1}{\sqrt{2}} \left(|\uparrow_x\rangle_1 |\downarrow_x\rangle_2 |O_{[\dots]}^1\rangle |O_{[\dots]}^2\rangle - |\downarrow_x\rangle_1 |\uparrow_x\rangle_2 |O_{[\dots]}^1\rangle |O_{[\dots]}^2\rangle \right). \quad (13)$$

Com o observador 2 observando o spin na direção z , temos

$$|S\rangle = -1/2 \left(\begin{array}{l} |\uparrow_x\rangle_1 |\downarrow_z\rangle_2 |O_{[\dots\uparrow_x]}^1\rangle |O_{[\dots\downarrow_z]}^2\rangle + |\uparrow_x\rangle_1 |\uparrow_z\rangle_2 |O_{[\dots\uparrow_x]}^1\rangle |O_{[\dots\uparrow_z]}^2\rangle + \\ |\downarrow_x\rangle_1 |\downarrow_z\rangle_2 |O_{[\dots\downarrow_x]}^1\rangle |O_{[\dots\downarrow_z]}^2\rangle - |\downarrow_x\rangle_1 |\uparrow_z\rangle_2 |O_{[\dots\downarrow_x]}^1\rangle |O_{[\dots\uparrow_z]}^2\rangle \end{array} \right). \quad (16)$$

Poderíamos, ainda, efetuar medições repetidas em qualquer um dos sistemas ou mesmo colocar o observador 1 para observar o sistema 2 e verificar se as suas observações concordariam, que ainda assim nenhuma contradição apareceria. Ademais, na Eq. (16), tomando a medida desses estados relativos como a probabilidade subjetiva de encontrar cada um destes resultados em uma próxima medição, encontramos que $|1/2|^2 = 1/4$, precisamente a probabilidade prevista pela teoria quântica usual. Assim, foi possível encontrar esse resultado somente eliminando o postulado de projeção, sem fazer nenhuma suposição da existência de elementos de realidade não contemplados pela teoria quântica e nem de algum tipo de interação não local. Todas as interações foram locais no sentido de que interações no átomo 1 não afetam as propriedades do sistema 2. E o valor do spin em determinada direção é determinado no momento que a interação entre o observador e o sistema é realizada, por ocasião da ramificação da função de onda. Em cada estado relativo o valor está bem determinado, ainda que não se possa pensar em um valor mais real que outro. Os dois acontecem, de acordo com a definição anterior de estado relativo.

Observando o paradoxo desse ponto de vista, po-

Podemos então fazer com que o observador 1 efetue uma medição de spin na direção x no sistema 1, o que nos dá

$$|S\rangle = \frac{-1}{\sqrt{2}} \left(|\uparrow_x\rangle_1 |\downarrow_x\rangle_2 |O_{[\dots\uparrow_x]}^1\rangle |O_{[\dots]}^2\rangle - |\downarrow_x\rangle_1 |\uparrow_x\rangle_2 |O_{[\dots\downarrow_x]}^1\rangle |O_{[\dots]}^2\rangle \right). \quad (14)$$

Podemos agora fazer o observador 2 efetuar uma medição de spin na direção z , sendo que os spins na direção x e z são incompatíveis. Para tal, vamos escrever o sistema 2 na base do spin na direção z .

$$\begin{aligned} |\uparrow_x\rangle_2 &= 1/\sqrt{2} (|\uparrow_z\rangle_2 + |\downarrow_z\rangle_2) \\ |\downarrow_x\rangle_2 &= 1/\sqrt{2} (|\uparrow_z\rangle_2 - |\downarrow_z\rangle_2). \end{aligned} \quad (15)$$

demostremos que ele se dissolve virando um pseudoparadoxo. As questões de incompletude levantadas no EPR emergiriam ao se observar o sistema do ponto de vista subjetivo, ou seja, a partir de somente um dos estados relativos da função de onda utilizando o postulado de projeção. O problema se dissolve nas bases objetivas da existência de toda a função de onda, conforme proposta de Everett.

7. Conclusões

A formulação de Everett da teoria quântica, tal qual apresentada originalmente, é, por assim dizer, deficiente. Retomando a crítica de Jammer, ela não é satisfatória nem em relação à consistência lógica nem em relação à concordância com a experiência. Seu projeto de eliminar o postulado de projeção e de, analisando o formalismo, deduzir tanto o seu significado como a sua interpretação sem o uso de postulados adicionais e de regras interpretativas não foi concluído, inclusive mostrando-se logicamente inconsistente. E, por fim, a forma com que ele conectou o formalismo à nossa experiência não permite que se compreenda como afinal ele tentou fazer isso. O que parece é que faltou di-

⁶¹Mecânica quântica incluindo o postulado de projeção implica ou que a mecânica quântica não é completa ou que a localidade não é válida [17]. É importante salientar aqui que essa implicação só é válida quando assumimos um hipótese realista. Desse modo, esse problema está relacionado com a visão que Everett tem da teoria quântica, mas não atinge a visão de Bohr, por exemplo.

⁶²Para uma dedução semelhante, ver Ref. [11].

zer algo. As suas explicações nunca foram satisfatórias, mesmo as que ele forneceu em cartas. Porém a apresentação original de Everett não seria a que veio a alcançar a fama.

Após alguns anos, no fim da década de 60 do século XX, o cosmólogo Bryce DeWitt passa a desenvolver essa interpretação, pois esta seria adequada no contexto da quantização da Cosmologia, fornecendo uma imagem de mundo adequada para um universo fechado, sem a presença de observadores externos. Mas, ao assumir essa interpretação, DeWitt⁶³ passou a introduzir uma carga ontológica que, a princípio, explicaria porque só obtemos um resultado mesmo sendo descritos por uma superposição. Em sua apresentação dessa teoria, todo o universo se divide quando uma interação de medição acontece. Hoje, além dessa opção conhecida por muitos-mundos, outras cargas ontológicas existem e podem ser tão mais estranhas como mais simples que a dos muitos-mundos.⁶⁴

Em relação à dedução dos resultados probabilísticos, também vários pesquisadores tentaram resolver o problema. E, da mesma forma que diversos significados para a teoria emergiram, diversas tentativas de dedução desses resultados apareceram, mas uma linha de desenvolvimento merece atenção especial: a descoerência. Ainda que o fenômeno da descoerência já tivesse sido utilizado para explicar as trajetórias de partículas na câmara de nuvens na década de 20 do século passado, o seu estudo recebeu um impulso importante com os problemas advindos da interpretação de Everett. Por outro lado, talvez fosse possível, utilizando a descoerência, explicar como é possível deduzir a regra de Born e ainda resolver o problema da base preferencial. Porém a promessa, até o momento, não foi satisfeita. W. Zurek, um dos principais advogados dessa forma de resolver os problemas, já derivou de diversas formas os resultados da regra de Born, e novas derivações continuam a aparecer. Hoje, é um campo de pesquisa quase autônomo tentar resolver esse problema.

Kent [13], ao examinar a estrutura axiomática das diversas apresentações da interpretação de Everett, afirma que nenhuma delas conseguiu apresentar um corpo completo de postulados para explicar a sua teoria física. No seu ponto de vista, as tentativas de completar a estrutura axiomática deverão utilizar postulados extremamente complexos, o que contrasta com o projeto original de Everett que, ao contrário, tentava simplificar a mecânica quântica e, assim, essas novas tentativas

parecem cada vez mais se afastar do objetivo original.

Ele também tentou responder por que então essa interpretação continua atraindo tantos interessados. Ele diz que essa pergunta deverá ser respondida por historiadores da ciência, mas sugere duas respostas. A primeira é que as pessoas que desenvolvem essa interpretação talvez não tenham completa consciência da complexidade que é resolver os problemas intrincados nessa formulação. Isso explicaria porque muitos dos advogados dessa interpretação afirmam que os críticos dela não a aceitam por razões estéticas, não por problemas fundamentais de fato. A segunda resposta é que esta formulação seria aplicável a medições cosmológicas. A essas respostas gostaríamos de incluir que parte do interesse que a comunidade de físicos mantém acerca dessa interpretação se deve ao fascínio que ela causa. A possibilidade de ter uma teoria que seja realista, linear e determinística parece atraente. Ademais, a dubiedade com que essa interpretação foi cunhada em relação à visão de mundo implicada permite que sejam possíveis as mais variadas apreensões, o que é facilmente visto pelos multi-mundos, pelas multi-mentes, histórias consistentes⁶⁵... Amélia Hamburger, professora da USP, por exemplo, apreendeu a noção de que a “a função de onda do Universo seria a representação de Deus, mas sem conotação religiosa ou de outra natureza mística. Poderíamos pensar que seria a representação das possibilidades do acontecer antes da medida⁶⁶”, idéias de alguma forma próximas às que nos apareceram nos primeiros contatos que tivemos com essa interpretação.⁶⁷

Mas, então, porque deveríamos nos preocupar em apresentar essa interpretação se existem tantos problemas que parecem indicar que ela não deve ser o caminho para resolver os supostos problemas da teoria quântica? O fato é que existe hoje uma controvérsia sobre os fundamentos da teoria quântica, controvérsia esta que nenhum físico ou professor de física, seja do ensino superior, do médio e do fundamental, deve permanecer alheio e os termos nos quais essa controvérsia tem sido travada incluem o uso da interpretação dos estados relativos, tanto para propor como para resolver problemas. Na literatura de divulgação científica, essa interpretação também tem recebido bastante destaque e, muito em função disso, acreditamos que uma apresentação mais rigorosa se faz necessária. Ademais, recentemente diversos trabalhos apresentaram a interpretação de Everett como sendo a dos muitos-mundos, fugindo do significado e projeto originais.⁶⁸

⁶³Ver textos em DeWitt e Graham [8].

⁶⁴Para uma apresentação não completa dessas abordagens, ver Ref. [9].

⁶⁵Para essas abordagens da interpretação de Everett, ver Ref. [9], cap. 4 ao 9.

⁶⁶Amélia Império Hamburger, comunicação pessoal.

⁶⁷Na apreensão original, um dos autores (Freitas) enxergava a idéia de função de onda universal como representando um deus cristão. Posteriormente enxergou um deus panteísta, até que finalmente desistiu de noções teológicas para compreender essa interpretação.

⁶⁸Yoav Ben-Dov, em artigo publicado em 1990 [19], se dedica a fazer uma distinção entre ambas interpretações. Para ele é importante de se pontuar que existem diferenças fundamentais entre a interpretação dos estados relativos e as interpretações dos muitos-mundos e é necessário fazer uma distinção entre ambas, mesmo porque Everett nunca utilizou o termo muitos-mundos, porém essa distinção raramente ocorre na literatura. Osvaldo Pessoa, em seu excelente livro *Conceitos de Física Quântica* [3], nomeia a interpretação de Everett de “estados relativos”, porém ao apresentar utiliza uma carga ontológica referente aos muitos-mundos. Fernanda e Prado [6]), por sua vez, já chamam a interpretação de Everett de interpretação dos Muitos – Mundos ou Universos Paralelos e se referem diversas vezes ao universo inteiro se dividindo. Mesmo John Wheeler, que orientou Everett no seu doutorado, em artigo de 2001 sobre os 100 anos da mecânica quântica [20], já havia antecipado o ponto de vista defendido por Ostermann e Prado.

Se o projeto de Everett de resolver todos os problemas fundamentais da teoria quântica não logrou sucesso, ao menos não na forma com que ele o apresentou, e mesmo se talvez nunca o possa, pelo menos ele nos ensinou muito sobre esses problemas e sobre a própria teoria quântica. Assim, talvez a interpretação de Everett tenha fechado um dos possíveis caminhos a serem traçados pelos fundamentos da teoria quântica, mas essa conclusão permanece em aberto. Somente a futura pesquisa dirá se essa interpretação tornar-se-á consensual e sua visão de mundo implicada será comum no mundo da física e mesmo, porque não, no mundo cotidiano. Ou, como um resenhista na década de 70⁶⁹ afirmou, ela será como uma pétala de rosa jogada em um abismo, e nenhum eco dela permanecerá futuramente.

Apêndice

O problema da base preferencial⁷⁰

Everett pretende, a partir do seguinte estado

$$|S\rangle = \sum_{i,j} c_{ij} |\xi_i, \eta_j\rangle, \quad (17)$$

introduzir a noção de estados relativos, argumentando que, de um modo geral, o sistema representado por $|S\rangle$ está em um estado bem definido, mas os subsistemas representados por $|S_1\rangle$ e $|S_2\rangle$ não possuem um estado bem definido independentes um do outro. É possível mostrar que, de um modo geral, isso não é verdadeiro. Tomemos, por exemplo, o sistema representado por

$$|\Psi\rangle = |\uparrow_x\rangle_1 \otimes |\uparrow_x\rangle_2. \quad (18)$$

É possível escrever a Eq. (18) de diversas formas, utilizando mudanças de bases, e em algumas dessas, todos sistemas estarão em um estado bem definido, como podemos ver na Eq. (18) e em outras, não. Por exemplo, podemos fazer uma mudança de base onde $|\uparrow_x\rangle = 1/\sqrt{2}(|\uparrow_z\rangle - |\downarrow_z\rangle)$. Desse modo, temos que

$$|\Psi\rangle = |\uparrow_x\rangle_1 \otimes 1/\sqrt{2}(|\uparrow_z\rangle_2 - |\downarrow_z\rangle_2). \quad (19)$$

Nesse caso, podemos notar que na Eq. (19), somente o subsistema **2** (representado pelo índice 2) não possui um estado bem definido, enquanto o sistema representado por $|\Psi\rangle$ e o sistema **1** (representado pelo índice 1) estão em um estado bem definido.

Fazendo novamente uma mudança de base

$$|\Psi\rangle = 1/\sqrt{2}(|\uparrow_z\rangle_1 - |\downarrow_z\rangle_1) \otimes 1/\sqrt{2}(|\uparrow_z\rangle_2 - |\downarrow_z\rangle_2). \quad (20)$$

⁶⁹ Ver Ref. [21]

⁷⁰ Sobre este ponto, ver em especial as Refs. [9, 13 e 19]. Agradecemos o parecerista anônimo por indicar a necessidade de uma discussão mais detalhada deste ponto.

⁷¹ Como, mais recentemente, alguns advogam o uso da descoerência para explicar essa escolha de bases. Ver Ref. [9] para mais detalhes e referências adicionais.

Agora podemos notar que na Eq. (20), o sistema representado por $|\Psi\rangle$ possui um estado bem determinado, enquanto os subsistemas **1** e **2** não.

Desse modo, quando Everett fala de estados relativos, ele parece incluir uma hipótese adicional oculta de que essa noção é válida dada uma escolha específica de bases. Porém, de um modo geral, qualquer base da teoria quântica pode ser utilizada para descrever um sistema e essa escolha é arbitrária, assim é muito difícil sustentar essa hipótese sem uma argumentação suplementar.⁷¹ Adicionalmente, quando utilizamos a noção de estado relativo para explicar o resultado de medições, como feito na seção 3.1.1 e seguintes, o problema da escolha de uma base preferencial se torna mais sensível. Dado um sistema que sofreu uma medição, “quase todas” as expansões possíveis não descreverão um observador tendo obtido um resultado de medição específico. A menos que se resolva o problema de como o ato de observação (ou qualquer outro mecanismo) consegue determinar uma base específica na qual os resultados de medição sejam bem determinados, não é possível compreender, a partir da interpretação de Everett, porque obtemos um resultado específico em um ato de medição.

Agradecimentos

Este artigo é uma versão modificada do primeiro capítulo da dissertação de mestrado de um dos autores (Freitas). Agradecemos aos comentários de Stefano Osnaghi, que atuou como co-orientador da dissertação, aos membros das bancas de qualificação e de defesa, Osvaldo Pessoa Jr., Roberto de Andrade Martins e Aurino Ribeiro Filho, e o parecerista anônimo desta revista. Agradecemos ainda às bolsas Capes/Demanda Social e CNPq (303967/2002-1), e auxílios (American Institute of Physics e American Philosophical Society), que permitiram o desenvolvimento deste trabalho.

Referências

- [1] Nature, Nature **448**, 7149, capa e p. 1 (2007).



Capa da revista Nature **448**.

- [2] H. Everett, *Reviews of Modern Physics* **29**, 454 (1957).
- [3] O. Pessoa Jr., *Conceitos de Física Quântica: v. 1* (Editora Livraria da Física, São Paulo, 2003).
- [4] J.L. Borges, *Ficções* (Globo, Rio de Janeiro, 2001)
- [5] F. Freitas e O. Freire Jr., *Revista da Sociedade Brasileira de História da Ciência* (2008), no prelo.
- [6] F. Ostermann e S. Prado, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **27**, 193 (2005).
- [7] M. Jammer, *The Philosophy of Quantum Mechanics* (Wiley, New York, 1974).
- [8] H. Everett, in *The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics*, edited by B. DeWitt and N. Graham (Princeton University Series, New Jersey, 1973).
- [9] J.A. Barrett, *The Quantum Mechanics of Minds and Worlds* (Oxford Univ. Press, Oxford, 1999).
- [10] A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen, *Physical Review* **47**, 777 (1935).
- [11] C.A. Lehner, *Quantum Mechanics and Reality: An Interpretation of Everett’s Theory*. PhD Thesis, Stanford University, 1997.
- [12] R.I.G. Hughes, *The Structure and Interpretation of Quantum Mechanics* (Harvard University Press, Cambridge, 1989).
- [13] A. Kent, *International Journal of Modern Physics* **A5**, 1745 (1990) (versão atualizada de 1997 em arXiv:gr-qc/9703089).
- [14] J. Wheeler and W. Zurek (eds), *Quantum Theory and Measurement* (Princeton University Series, New Jersey, 1982).
- [15] M. Schlosshauer, *Reviews of Modern Physics* **76**, 1267 (2004).
- [16] D. Bohm, *Quantum Theory* (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1951).
- [17] O. Pessoa Jr., *Conceitos de Física Quântica: v. 2* (Editora Livraria da Física, São Paulo, 2006)
- [18] M.A.B. Whitaker, *J. Phys. A: Math. Gen.* **18**, 253 (1984).
- [19] Y. Ben-Dov, *American Journal of Physics* **58**, 829 (1990).
- [20] M. Tegmark and J. Wheeler, arXiv:quant-ph/0101077 (2001).
- [21] R. Krotkov, *American Journal of Physics* **43**, 117 (1975).
- [22] L. Vaidman, *Many Worlds Interpretation of Quantum Mechanics* (2002). Disponível em <http://plato.stanford.edu/entries/qm-manyworlds/>. Acesso em 16/12/2006.