

Análise dos transientes de ondas de tensão em ambos os extremos de uma linha quarto de onda e analogia com o fenômeno de reflexão e transmissão de ondas eletromagnéticas

(*Transient Analysis of tension waves in both extremes of a quarter wavelength line and analogy with reflection and transmission of electromagnetic waves*)

F.A. Callegari¹

Centro de Engenharia, Modelagem, e Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do ABC, Santo André, SP, Brasil
Recebido em 25/10/2010; Aceito em 16/6/2011; Publicado em 6/7/2011

Os valores estacionários da amplitude de uma onda de tensão em ambos os extremos de uma linha quarto de onda foram determinados através de uma análise de transiente, para um frente de onda incidente de tensão senoidal. Foram levadas em conta as múltiplas reflexões e transmissões parciais da onda incidente, junto com o acúmulo de fase devido à propagação. Foram também derivadas expressões genéricas para o caso mais geral de uma linha de comprimento qualquer. Foi mostrado que existe uma total analogia entre o estudo apresentado neste trabalho e a reflexão e transmissão de ondas eletromagnéticas na interface entre dois meios dielétricos diferentes.

Palavras-chave: linhas de transmissão, casamento de impedâncias, reflexões e transmissões múltiplas de ondas de tensão, ondas eletromagnéticas.

The stationary values of voltage amplitude wave in both extremities of a quarter wavelength line were determined through a transient analysis, for an incident sin-type voltage wavefront. Multiple partial reflections and transmission of the incident wave were taken account, together with the phase shift due to propagation. Generic expressions for the general case of a line of arbitrary length were also determined. It was shown that there is analogy between the formalism developed in this work and the reflection and transmission of electromagnetic waves, in the interface between two different dielectric medium.

Keywords: transmission lines, impedance matching, multiple reflections and transmission of voltage waves, electromagnetics waves.

1. Introdução

A linha de transmissão é definida como o dispositivo capaz de transmitir energia eletromagnética entre dois pontos. Essa transmissão é guiada ou conduzida através de um meio físico, formado por dois condutores separados por um material isolante (ou dielétrico), desde uma fonte geradora até uma carga. Logicamente, a idéia destes dispositivos é fazer com que a energia gerada pela fonte seja transmitida e consumida na carga de forma eficiente. A eficiência na transmissão está relacionada às perdas nas linhas, questão que não será tratada neste trabalho. A eficiência do consumo requer que toda a energia arribando na carga seja absorvida por esta. Em praticamente todos os projetos envolvendo linhas de transmissão, este não é o caso. Em geral, sempre haverá parte da energia que, não sendo con-

sumida pela carga, retornará à fonte geradora através da linha transmissão. Por outro lado, a transmissão de energia numa linha de transmissão é dada pela propagação de ondas de tensão e corrente ao longo da dita linha. Portanto, a reflexão de energia significa que as ondas de tensão e corrente estão sendo refletidas. Nesse caso, temos o que se chama de reflexão da onda na carga.

Esta é uma situação análoga à que acontece no caso de uma onda eletromagnética incidindo em uma interface entre dois meios dielétricos diferentes. Sabe-se que, parte da onda será transmitida e parte refletida, dependendo, entre outros parâmetros, dos índices de refração dos meios dielétricos.

Como é sabido, quando duas ondas contra-propagantes interferem, forma-se um padrão de interferência, chamado de onda estacionária, a qual tem va-

¹E-mail: fulvio.callegari@ufabc.edu.br.

lores máximos e mínimos de amplitude, os quais permanecem sempre no mesmo ponto do espaço (daí o nome de onda estacionária). A aparição de uma onda estacionária de tensão numa linha de transmissão pode acarretar diversos problemas. Um deles é que a voltagem (ou tensão) de pico da onda estacionária de tensão, que será a soma da amplitude da onda de tensão incidente e da amplitude da onda de tensão refletida, possa afetar o material isolante da linha, através da ruptura dielétrica de tensão, podendo provocar um curto na linha. Também, a energia retornando pode afetar a fonte geradora. Por isso, entre os tópicos freqüentemente abordados nos cursos e livros de texto, destacam-se os métodos utilizados para evitar a reflexão de onda na carga. Quando esta reflexão não existe, ou foi evitada aplicando uma dessas técnicas, diz-se que temos “casamento de impedâncias” entre a linha e a carga.

Uma breve introdução aos conceitos básicos de linhas de transmissão será feita a seguir, a modo de contextualizar o escopo deste trabalho. Na Fig. 1, vemos um diagrama esquemático do conjunto gerador, linha de transmissão e carga. Vamos considerar ondas de tensão senoides, caracterizadas pela sua amplitude, V_0 , e a sua freqüência, f . Conhecendo a permissividade elétrica, ϵ , e a permeabilidade magnética, μ , do material isolante que separa os condutores, o comprimento de onda, λ , correspondente à freqüência f , pode se determinar através de $\lambda = 1/[f(\epsilon\mu)^{1/2}]$ [1]. O parâmetro Z_0 é a impedância característica da linha, a qual é definida como a impedância “enxergada” pelo gerador se a linha tiver comprimento infinito. O parâmetro Z_L é a impedância de carga. Neste trabalho, vamos considerar linhas sem perdas (Z_0 real).

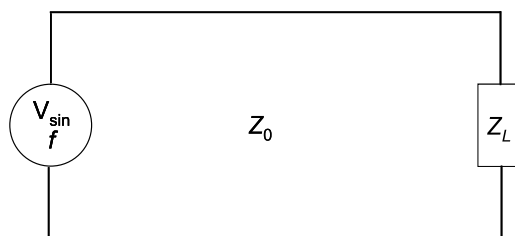


Figura 1 - Diagrama esquemático do conjunto gerador, linha de transmissão e carga.

A impedância é matematicamente definida como o quociente entre o valor da voltagem e da intensidade da corrente elétrica em um determinado ponto do circuito. Na propagação de ondas eletromagnéticas, costuma-se também definir a impedância característica do meio, como o quociente entre as amplitudes de campo elétrico e campo magnético da onda [2-3].

A reflexão de energia na carga pode se caracterizar através do coeficiente de reflexão para a tensão, ρ_V , definido como a razão entre a amplitude da onda de tensão refletida (V_R) à tensão incidente (V_I), dado pela expressão [2]

$$\rho_V = \frac{V_R}{V_I} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}. \quad (1)$$

Idealmente, este coeficiente deveria ter o valor zero para não termos reflexões. Vemos, a partir da Eq. (1), que reflexões indesejadas de energia aparecem devido à disparidade entre os valores da impedância característica da linha e a impedância de carga.

Observa-se que a expressão (1) é formalmente idêntica à expressão do coeficiente de reflexão para a amplitude do campo elétrico de uma onda eletromagnética linearmente polarizada incidindo na interface entre dois médios diferentes, quando temos incidência normal (onda com direção de propagação normal ao plano da interface) [2].

Na maioria dos livros de texto que tratam sobre linhas de transmissão, é comum apresentar a linha de quarto de onda, com impedância característica, $Z_{0\lambda/4} = \sqrt{Z_0 \times Z_L}$, como uma das possibilidades para obter o casamento de impedâncias entre a linha e a carga, isto é, evitar as reflexões indesejadas.

A linha quarto de onda é uma linha que produzirá uma defasagem de 90 graus ($\lambda/4$) numa onda de tensão que tenha sido propagada através dela, para isto, o comprimento físico da linha deve ser igual a $\lambda/4$, onde λ é o comprimento da onda.

Esta linha deverá ser colocada entre a linha de transmissão e a carga. A linha quarto de onda também pode ser utilizada para casar a impedância entre duas linhas com impedâncias características diferentes. Esta solução é formalmente idêntica àquela proposta no campo da óptica, quando se deseja criar uma superfície anti-refletora. Para isto, é colocada uma lâmina de material dielétrico de comprimento igual a $\lambda/4$, e com impedância característica dada por $Z_{0\lambda/4}$, sobre a superfície de interesse [2]. Intuitivamente, o propósito da linha (ou material dielétrico) $\lambda/4$ fica claro: uma onda se propagando nessa linha até o final, e retornando (após a reflexão na carga), terá uma defasagem total de 180 graus respeito da onda incidindo no início da linha, desta forma, teremos interferência destrutiva e não haverá onda de tensão refletida retornando pela linha de transmissão (nem onda óptica refletida, para o caso de superfície anti-refletora).

Por outro lado, a impedância característica da linha de transmissão, Z_0 , é diferente de $Z_{0\lambda/4}$, pelo que, aplicando a Eq. (1), na interface entre a linha de transmissão e a linha quarto de onda, é fácil ver que o coeficiente de reflexão para tensão será diferente de zero, o que origina reflexões nessa interface.

O intuito deste trabalho é esclarecer esta aparente contradição mediante uma análise rigorosa de transientes, levando em conta não apenas as reflexões da onda de tensão, mas também as transmissões parciais dessa onda nas interfaces entre a linha de transmissão e a linha quarto de onda. Para chegarmos ao resultado correto, é necessário expressar a tensão como uma série

infinita de termos, e considerar também o acúmulo de fase da onda de tensão devido à propagação pela linha quarto de onda. Este tratamento não é detalhado nos livros de texto habitualmente usados para o tema [1, 3] é, no caso que é mencionado, como na Ref. [2], na qual se apresenta um exemplo específico que será estudado neste trabalho, a análise é incompleta, o que pode levar o estudante a confusão.

Todo o formalismo que se apresenta a seguir pode ser também utilizado para o estudo da evolução da amplitude do campo elétrico de uma onda eletromagnética linearmente polarizada, a qual é refletida e transmitida ao incidir normalmente na interface entre dos médios dielétricos.

2. Apresentação do exemplo e cálculo dos coeficientes

Vamos estudar o exemplo fornecido na Ref. [2, p. 162], no qual é analisado o caso de uma linha quarto de onda para casar a impedância entre duas linhas de transmissão, de impedâncias características, Z_{01} e Z_{02} , de 100 e 400 Ω respectivamente. Neste caso, a impedância característica da linha quarto de onda é: $Z_{0\lambda/4} = \sqrt{400 \times 100} = 200 \Omega$. Um diagrama esquemático ilustrativo para este caso é fornecido na Fig. 2.

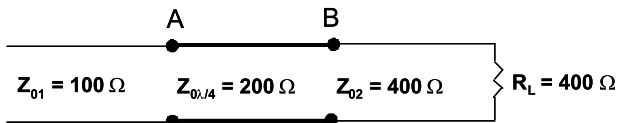


Figura 2 - Diagrama esquemático do exemplo estudado neste trabalho.

Os pontos assinalados “A” e “B” são as interfaces, isto é, os pontos onde temos as junções entre as diferentes linhas. O objetivo do exercício é; dado um frente de onda senoidal, com amplitude V_0 e comprimento de onda λ , incidindo na interface “A” desde a esquerda (ou seja, pela linha com impedância característica Z_{01}), determinar os valores estacionários das amplitudes da onda de tensão a esquerda do ponto “A” e à direita do ponto “B”. É nesses pontos onde analisaremos as múltiplas reflexões e transmissões da onda de tensão. A transmissão da onda de tensão é quantificada através do coeficiente de transmissão para tensão, definido como o quociente entre a amplitude da onda transmitida à refletida numa interface, e é dado pela expressão [2]

$$\tau = \frac{2Z_L}{Z_L + Z_0} = 1 + \rho. \quad (2)$$

Primeiramente, vamos detalhar os cálculos dos coeficientes de reflexão, ρ , para a voltagem no ponto A

$$\rho_{A \leftarrow} = \frac{Z_{0\lambda/4} - Z_{01}}{Z_{0\lambda/4} + Z_{01}} = \frac{200 - 100}{200 + 100} = \frac{1}{3}. \quad (3)$$

A expressão (1) foi utilizada, onde a linha quarto de onda faz o papel de “carga”.

A seta indica a direção de propagação da onda refletida. A necessidade de levar isto em conta provém do fato que, na interface “A”, parte da onda será transmitida, o que por sua vez originará reflexões (e transmissões) parciais no ponto “B”. A onda retornando do ponto “B” e incidindo em “A”, será, por sua vez, parcialmente refletida e transmitida e, para levar em conta esse fato, os respectivos coeficientes de reflexão e transmissão deverão ser calculados. Por exemplo, o coeficiente de reflexão no ponto “A”, para a onda que está incidindo de direita para esquerda, isto é, devido à reflexão parcial da onda ocorrida previamente no ponto “B”, será calculado como

$$\rho_{A \rightarrow} = \frac{Z_{01} - Z_{0\lambda/4}}{Z_{0\lambda/4} + Z_{01}} = \frac{100 - 200}{200 + 100} = -\frac{1}{3}, \quad (4)$$

onde, mais uma vez, a seta indica a direção de propagação para a onda refletida. Neste caso, a linha de 100 Ω faz o papel de “carga”.

Para facilitar os cálculos ulteriores, na Tabela 1 são mostrados todos os coeficientes de reflexão e transmissão que serão utilizados, calculados nas interfaces “A” e “B”.

Tabela 1 - Coeficientes de reflexão e transmissão em ambas as interfaces “A” e “B”.

Símbolo	Grandeza	Valor numérico
$\rho_{A \leftarrow}$	Coeficiente de reflexão	1/3
$\rho_{A \rightarrow}$	Coeficiente de reflexão	-1/3
$\tau_{A \rightarrow}$	Coeficiente de transmissão	4/3
$\tau_{A \leftarrow}$	Coeficiente de transmissão	2/3
$\rho_{B \leftarrow}$	Coeficiente de reflexão	1/3
$\tau_{B \rightarrow}$	Coeficiente de transmissão	4/3

Os coeficientes $\rho_{B \rightarrow}$ e $\tau_{B \leftarrow}$ não foram calculados, uma vez que não esperamos ondas arribando ao ponto “B” da direita, já que a carga $R_L = 400 \Omega$ está efetivamente casada com a linha de 400 Ω .

3. Análise de transiente e determinação das amplitudes estacionarias das ondas de tensão

Agora estamos em condições de determinar as amplitudes estacionárias das ondas de tensão a ambos os extremos da linha quarto de onda. Começaremos pela amplitude de tensão à esquerda do ponto “A”. Chamaremos essa amplitude de V_{FA} , a qual é a soma de dois termos; a tensão incidente mais a tensão refletida. Esta última será formada por múltiplas (infinitas) reflexões. O resultado será apresentado em forma de uma série matemática de termos. O primeiro termo é V_0 , correspondente à amplitude de tensão da onda

incidente. Quando esta onda atinge a interface “A”, temos uma reflexão parcial, cuja amplitude de tensão é $V_0 \rho_A$, sendo este o segundo termo da série. No ponto “A”, também haverá uma transmissão parcial da onda de tensão, com amplitude $V_0 \tau_A$. Esta onda, incidindo na interface “B” será parcialmente refletida e, retornando ao ponto “A”, será parcialmente transmitida (e refletida também). A parte transmitida, que é o terceiro termo da série, é $V_0 \tau_A \rho_B \tau_A e^{j2\beta\lambda/4}$, onde o termo exponencial descreve o acúmulo de fase da onda de tensão, indo de “A” a “B”, e retornando ao ponto “A”. O símbolo $\beta = 2\pi/\lambda$ representa a constante de propagação. A distância linear percorrida é, claramente, $2\lambda/4$. A reflexão parcial correspondente a essa onda (no ponto “A”) tem amplitude $V_0 \tau_A \rho_B \rho_A e^{j2\beta\lambda/4}$, essa onda será parcialmente refletida em “B” e transmitida em “A”, e contribui para o valor final da tensão V_{FA} com $V_0 \tau_A \rho_B e^{j2\beta\lambda/4} \rho_A \rho_B \tau_A e^{j2\beta\lambda/4}$. De aqui para frente, o mesmo raciocínio deverá ser aplicado, e o valor de V_{FA} pode ser expresso pela série infinita

$$V_{FA} = V_0 \left(1 + \rho_A + \tau_A \rho_B \tau_A e^{j2\beta\lambda/4} + \tau_A \rho_B e^{j2\beta\lambda/4} \rho_A \rho_B \tau_A e^{j2\beta\lambda/4} + \tau_A \rho_B e^{j4\beta\lambda/4} \rho_A \rho_B \rho_A \rho_B \tau_A e^{j2\beta\lambda/4} + \dots \right) \quad (5)$$

Examinando a Eq. (5) vemos que, do terceiro termo em diante, temos um fator comum, o qual pode ser colocado em evidência, obtendo

$$V_{FA} = V_0 \left\{ 1 + \rho_A + \tau_A \rho_B \tau_A e^{j2\beta\lambda/4} \left[1 + \rho_A \rho_B e^{j2\beta\lambda/4} + (\rho_A \rho_B)^2 e^{j4\beta\lambda/4} + (\rho_A \rho_B)^3 e^{j6\beta\lambda/4} + \dots \right] \right\}, \quad (6)$$

onde o termo entre colchetes, $1 + x + x^2 + x^3 + \dots$, é facilmente reconhecido como a série geométrica, a qual converge ao valor dado pela expressão $\frac{1}{1-x}$, desde que $|x| < 1$. No nosso caso, x corresponde a $\rho_A \rho_B e^{j2\beta\lambda/4}$ e, como os módulos dos coeficientes de reflexão são menores que 1, a série é convergente e a expressão (6) pode ser rescrita como

$$V_{FA} = V_0 \left[1 + \rho_A + \tau_A \rho_B \tau_A e^{j2\beta\lambda/4} \left(\frac{1}{1 - \rho_A \rho_B e^{j2\beta\lambda/4}} \right) \right]. \quad (7)$$

Podemos notar que a Eq. (7) pode representar uma expressão geral, válida não apenas para o caso em que a linha intermediária “A”-“B”, mostrada na Fig. 2, seja quarto de onda, mas para uma linha de comprimento arbitrário, desde que, ao invés do fator $\lambda/4$, o comprimento correspondente (em unidades λ) seja usado.

Para nosso caso particular, o exponencial é calculado como: $e^{j2\beta\lambda/4} = \cos\pi + j\sin\pi = -1$, onde foi usado $\beta = 2\pi/\lambda$, e, por fim, a expressão para V_{FA} é

$$V_{FA} = V_0 \left[1 + \rho_A - \tau_A \rho_B \tau_A \left(\frac{1}{1 + \rho_A \rho_B} \right) \right]. \quad (8)$$

Usando os valores dos coeficientes listados na Tabela 1, o valor V_{FA} pode ser calculado, sendo o resultado $V_{FA} = V_0$, o qual mostra que as reflexões à esquerda da interface “A” vão se cancelando gradualmente e, no estado estacionário, a linha quarto de onda efetivamente casa a impedância, como era esperado.

Podemos reescrever a expressão (7) como

$$V_{FA} = V_0 [1 + \rho_{AE}], \quad (9)$$

e, por comparação, escrever

$$\rho_{AE} = \rho_A + \tau_A \rho_B \tau_A e^{j2\beta\lambda/4} \left(\frac{1}{1 - \rho_A \rho_B e^{j2\beta\lambda/4}} \right), \quad (10)$$

onde ρ_{AE} pode ser visualizado como um coeficiente de reflexão efetivo no ponto “A”, o qual, para o caso particular da linha quarto de onda, apresenta o valor 0.

A outra questão levantada no exemplo estudado aqui é o valor da tensão à direita do ponto “B”, isto é, na linha de 400Ω (e também na impedância R_L). Chamaremos esta tensão de V_{FB} . Para obter o resultado, devemos empregar a mesma linha de raciocínio utilizada anteriormente. Mais uma vez, a resposta será expressa como uma série infinita. Como já visto, a onda de tensão com amplitude V_0 arribando ao ponto “A” desde a esquerda, será parcialmente transmitida (com amplitude $V_0 \tau_A$), e, por sua vez, parcialmente transmitida na interface “B”, com amplitude $V_0 \tau_A \tau_B$, o qual será o primeiro termo da série. Para obtermos o segundo termo, devemos calcular, a partir da amplitude $V_0 \tau_A$, a tensão refletida na interface “B”, na seqüência refletida em “A”, e posteriormente transmitida em “B”, e levar em conta o acúmulo de fase, e obtemos $V_0 \tau_A \rho_B \rho_A \tau_B e^{j2\beta\lambda/4}$. O resto dos termos é obtido em forma análoga. A expressão final é

$$V_{FB} = V_0 \left(\tau_A \tau_B + \tau_A \rho_B \rho_A \tau_B e^{j2\beta\lambda/4} + \tau_A \rho_B \rho_A e^{j2\beta\lambda/4} \rho_B \rho_A \tau_B e^{j2\beta\lambda/4} + \tau_A \rho_B \rho_A e^{j4\beta\lambda/4} \rho_B \rho_A \rho_B \rho_A \tau_B e^{j2\beta\lambda/4} + \dots \right). \quad (11)$$

Também temos, na Eq. (11), um fator comum para por em evidência a partir do segundo termo, com o qual a expressão para V_{FB} fica

$$V_{FB} = V_0 \left\{ \tau_{\rightarrow A} \tau_{\rightarrow B} + \tau_{\rightarrow A} \tau_{\rightarrow B} \rho_{\leftarrow B} \rho_{\rightarrow A} e^{j2\beta\lambda/4} [1 + \right. \\ \left. + \rho_{\rightarrow A} \rho_{\leftarrow B} e^{j2\beta\lambda/4} + (\rho_{\rightarrow A} \rho_{\leftarrow B} e^{j2\beta\lambda/4})^2 + \right. \\ \left. + (\rho_{\rightarrow A} \rho_{\leftarrow B} e^{j2\beta\lambda/4})^3 + \dots \right\}, \quad (12)$$

onde, mais uma vez, o termo entre colchetes representa a série geométrica, a qual é convergente, com isso, a expressão (12) fica

$$V_{FB} = V_0 \tau_{\rightarrow A} \tau_{\rightarrow B} \left[1 + \rho_{\leftarrow B} \rho_{\rightarrow A} e^{j2\beta\lambda/4} \left(\frac{1}{1 - \rho_{\rightarrow A} \rho_{\leftarrow B} e^{j2\beta\lambda/4}} \right) \right]. \quad (13)$$

Aqui também, a expressão (13) pode ser utilizada para obter uma formula geral, colocando o comprimento correspondente (em unidades λ) da linha intermediária "A"- "B", no termo exponencial.

Substituindo na Eq. (13) o valor numérico para o termo exponencial (que será igual a -1, como já visto), e os valores dos coeficientes de reflexão e transmissão calculados e listados na Tabela 1, o resultado para a tensão à direita do ponto "B" fica: $V_{FB} = 2V_0$. O resultado coincide com o do exemplo em [2], e, numericamente nesse exemplo $V_0 = 1$ V, daí, obviamente $V_{FB} = 2$ V.

A partir da expressão (13) podemos também visualizar um coeficiente de transmissão efetivo no ponto "B"

$$\tau_{\rightarrow BE} = \tau_{\rightarrow A} \tau_{\rightarrow B} \left[1 + \rho_{\leftarrow B} \rho_{\rightarrow A} e^{j2\beta\lambda/4} \left(\frac{1}{1 - \rho_{\rightarrow A} \rho_{\leftarrow B} e^{j2\beta\lambda/4}} \right) \right], \quad (14)$$

o qual, para o nosso caso particular apresentou o valor 2.

4. Conclusões

Neste trabalho foram estudados, através de uma análise rigorosa de transientes, os valores estacionários das ondas de tensão em ambas as extremidades de uma linha quarto de onda, para uma onda de tensão senoidal incidente com amplitude V_0 . A aparente contradição

devido ao fato do coeficiente de reflexão para a tensão não ser zero na interface "A", foi resolvida através desta análise. Também, foi determinada a tensão à direita da interface "B", na linha de 400Ω , que é também a tensão na carga.

As expressões obtidas podem ser utilizadas como fórmulas gerais, para o caso de junções entre linhas de transmissão com diferentes impedâncias características, simplesmente substituindo, no fator exponencial em (7) e (13), o termo $\lambda/4$ pelo comprimento correspondente à linha intermediária. Foram também obtidas expressões gerais para os coeficientes de reflexão e transmissão efetivos, nos pontos "A" e "B", respectivamente. Este tratamento não é explicitado na bibliografia usualmente utilizada nos cursos de engenharia elétrica. Espera-se que o conteúdo deste trabalho possa ser um complemento na abordagem destes tópicos.

Os resultados apresentados neste trabalho também podem ser aplicados ao estudo da evolução da amplitude de campo elétrico de uma onda eletromagnética linearmente polarizada, incidindo normalmente num médio dielétrico de comprimento arbitrário, o qual está inserido entre dois médios dielétricos (diferentes). Neste caso, a amplitude de tensão nas expressões obtidas deverá ser substituída pela amplitude de campo elétrico. As propriedades ópticas dos médios dielétricos estão dadas pelas suas respectivas impedâncias características. Dessa forma, podem ser calculados os coeficientes ópticos de reflexão e transmissão nas interfaces entre os médios, em total semelhança como foi feito neste trabalho com os respectivos coeficientes de reflexão e transmissão para a tensão. Assim, foi mostrada a analogia entre um problema de particular interesse do campo da engenharia elétrica e o problema de reflexão e refração de ondas na interface entre dois médios dielétricos diferentes.

Referências

- [1] F.T. Ulaby, *Eletromagnetismo para Engenheiros* (Bookman & Artmed, Porto Alegre, 2007).
- [2] J.D. Krauss and D.A. Fleisch, *Electromagnetics with Applications* (WCB/McGraw-Hill, New York, 1999).
- [3] S.M. Wentworth, *Fundamentos de Eletromagnetismo com Aplicações em Engenharia* (LTC, Rio de Janeiro, 2006)