

O Interferômetro de Mach-Zehnder e a Escolha Retardada Quântica

The Mach-Zehnder Interferometer and the Quantum Delayed Choice

Diogo Soares-Pinto^{*1}, Caio Naves¹

¹Universidade de São Paulo, Instituto de Física de São Carlos, São Carlos, SP, Brasil.

Recebido em 7 de março de 2021. Aceito em 25 de março de 2021.

A proposta do presente trabalho é analisar o experimento da Escolha Retardada através de um experimento idealizado utilizando um interferômetro de Mach-Zehnder aliado a uma partícula quântica de prova como controladora do resultado: padrão de interferência ou comportamento corpuscular. Inicialmente, estudamos a proposta original do experimento da escolha retardada e também como o aparato se encaixa como modelo de um experimento análogo ao de dupla fenda. Dentro desse contexto, também analisamos os conceitos de partícula e onda e a sua relação com o princípio de complementaridade de Bohr. Mostramos como a extensão para um experimento de escolha retardada quântica pode ser feita no contexto de interferômetros de Mach-Zehnder. As conclusões gerais são de que os comportamentos ondulatório e corpuscular devem ser associados às distribuições de probabilidades resultantes e que estes emergem no contexto do experimento de escolha retardada quântica através de uma correlação entre os resultados da partícula principal e da partícula auxiliar.

Palavras-chave: interferômetro de Mach-Zehnder, dualidade onda-partícula, princípio de complementaridade, escolha retardada quântica.

The proposal of the present work is to analyze the Delayed Choice experiment through an idealized experiment using a Mach-Zehnder interferometer combined with a quantum auxiliary particle as the result controller: interference pattern or corpuscular behavior. Initially, we studied the original proposal of the delayed choice experiment and also how the apparatus fits as an analogous model for a double-slit experiment. Within this context, we also analyze the concepts of particle and wave and their relationship to Bohr's principle of complementarity. We show how the extension to a delayed quantum choice experiment can be done in the context of Mach-Zehnder interferometers. The general conclusions are that the wave and corpuscular behavior must be associated with the resulting probability distributions and that they emerge in the context of the quantum delayed choice experiment through a correlation between the results of the main particle and the auxiliary particle.

Keywords: Mach-Zehnder interferometer, wave-particle duality, complementarity principle, quantum delayed choice.

1. Introdução

O experimento da dupla fenda, realizado pela primeira vez por Thomas Young em 1801 [1], consiste em incidir um feixe de luz sobre uma placa que possui duas fendas, cuja separação é da ordem do comprimento de onda da luz utilizada, e realizar a observação da intensidade luminosa em um anteparo colocado após a placa. Young observou que o padrão de intensidade luminosa no anteparo era característico de ondas que interferem, já que havia pontos de máximos e mínimos em regiões em que se esperaria uma intensidade luminosa nula e não nula, respectivamente. Portanto, a conclusão de Young foi de que a luz se comportava como uma onda.

Todavia, no fim do século XIX Heinrich Hertz observou que ao colocar um centelhador em uma caixa escura, com um painel de vidro entre a fonte de ondas eletromagnéticas e o receptor de centelhas, o comprimento

da centelha diminuía. Trocando o vidro por quartzo, o mesmo não ocorria. A explicação de tal fenômeno é de que haveria uma relação entre a luz ultravioleta, absorvida pelo vidro e não pelo quartzo, e a quantidade de elétrons emitidos pelo centelhador [2]. Experimentos posteriores, envolvendo a emissão de elétrons através da incidência de luz sobre a superfície de metais, o chamado efeito fotoelétrico, concluíram que só haveria emissão de elétrons após um dado valor de frequência para a luz, independentemente da intensidade luminosa utilizada, o que não estava de acordo com a teoria ondulatória da luz que implicava em uma dependência direta entre a intensidade da luz e a fotocorrente para qualquer frequência. A explicação desses efeitos foi dada por Albert Einstein em 1905, onde ele propôs que a luz era composta de *quanta*, os fótons, partículas que carregam uma energia proporcional a sua frequência. Com isso, um elétron ejetado seria aquele que teria absorvido um fóton que possuía energia suficiente para ele romper a sua ligação com os núcleos do metal [1].

* Endereço de correspondência: dosp@ifsc.usp.br

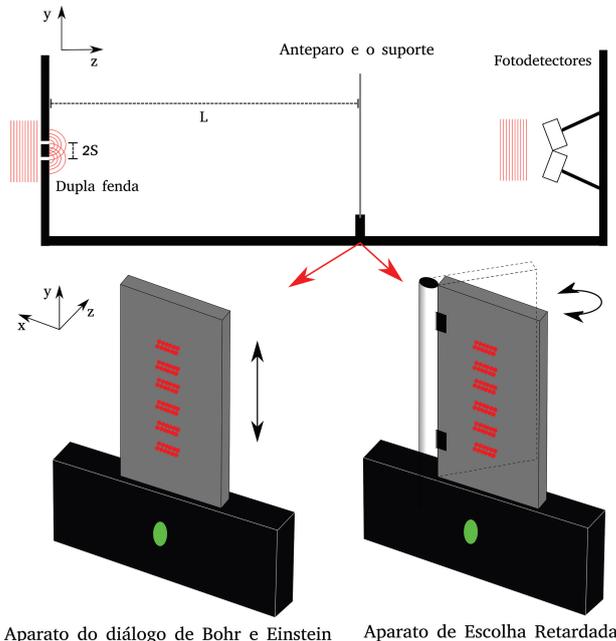
Esse comportamento corpuscular associado a luz entra em contradição com a teoria ondulatória e introduz a seguinte questão: se a luz é composta de partículas, que classicamente se associaria um caminho bem definido, como que ela produz um padrão de interferência em um experimento de dupla fenda? A explicação da Mecânica Quântica é que o estado de deslocamento do fóton é descrito por uma função de onda, cuja integral do seu módulo ao quadrado sobre um intervalo de espaço dá a probabilidade dele ser encontrado nesse intervalo [3]. O fóton, ao passar pelas fendas, terá a sua função de onda alterada de modo que a probabilidade de encontrá-lo em uma dada posição no anteparo será igual ao módulo ao quadrado da soma das funções correspondentes a passagem por cada uma das duas fendas, de modo que haverá um termo de interferência e a partícula será detectada em regiões onde ela não seria caso houvesse apenas uma fenda [4].

Albert Einstein não acreditava que a explicação dada acima era suficiente, visto que para ele haveria uma inconsistência na Mecânica Quântica, conforme explicaremos a seguir. Em um debate com Niels Bohr, Einstein propôs uma série de experimentos mentais [5] para provar o seu ponto, e um deles envolvia o experimento de dupla fenda, cujo raciocínio se segue: considerando que o anteparo esteja preso a uma haste deslizante, seria possível determinar por qual fenda a partícula passou através da componente do momento na direção em que a tela pode se deslocar, tomada como sendo a direção em que as fendas estão separadas. Além disso, ao mesmo tempo seria possível observar o padrão de interferência e concluir que o *quantum* de energia atravessou as duas fendas. Portanto, a teoria quântica seria internamente inconsistente.

A resposta de Bohr ao argumento de Einstein leva em conta o *princípio de incerteza de Heisenberg*, que diz que a incerteza em uma componente da posição e a incerteza na componente do momento correspondente devem satisfazer a desigualdade [3]

$$\Delta i \Delta p_i \geq h/2\pi, \quad i = x, y, z. \quad (1)$$

Considerando que $i = y$ (ver a Fig. 1), examinemos a proposta de Einstein. Para que seja possível observar um padrão de interferência, a incerteza na posição do anteparo, ou a sua variação, na direção y deve possuir o limite superior $\Delta y < (L/S)(\lambda/4\pi)$, onde $2S$ é a separação entre as fendas, L a distância entre elas e o anteparo e λ o comprimento de onda da luz utilizada. Esse limite pode ser entendido notando que o espaçamento entre as franjas de interferência é dado por $(\lambda L/2S)$, de modo que se não definirmos a posição do anteparo com uma precisão maior que essa separação o padrão de interferência é perdido [5]. Por outro lado, para que seja possível diferenciar entre os *quanta* vindos da fenda superior e da fenda inferior, a incerteza na componente y do momento determinado deve ser menor que a diferença entre as componentes y do momento das



Aparato do diálogo de Bohr e Einstein Aparato de Escolha Retardada

Figura 1: Representação Esquemática do experimento da Dupla-Fenda. Há duas configurações possíveis da região receptora. A primeira à esquerda trata-se do aparato idealizado por Einstein em seu diálogo com Bohr, onde a placa pode deslizar na direção vertical para anotarmos o valor do momento das partículas. Já a segunda é a configuração de escolha retardada idealizada por Wheeler, onde a placa pode ser rotacionada para fora do caminho do feixe de partículas de modo que elas sejam detectadas pelos fotodetectores.

partículas que partem de diferentes fendas e chegam no mesmo ponto. Se o anteparo está suficientemente longe, podemos tomar as componentes do momento na direção normal ao anteparo como iguais para ambas as partículas e a relação será $\Delta p_y < (S/L)(h/\lambda)$. Desse modo vemos que

$$\Delta y \Delta p_y < (h/4\pi),$$

o que violaria o princípio de incerteza e portanto não seria possível determinar ao mesmo tempo por qual fenda a partícula passou e ver um padrão de interferência bem definido.

Inspirado por essa discussão, Niels Bohr enunciou o seu *princípio de complementaridade*, que afirma que partículas quânticas possuem pares de propriedades complementares que só podem ser observadas com arranjos experimentais mutuamente excludentes [5]. No caso do experimento da dupla fenda, as duas propriedades complementares evidenciadas seriam a capacidade de produzir um padrão de interferência e possuir a informação de qual caminho. Desse modo, também foi definido o conceito de dualidade onda-partícula, que nos diz que toda partícula quântica pode ser descrita como uma partícula ou como uma onda.

Tendo em vista que, da discussão anterior, só é possível observar um dos comportamentos,

o experimento da dupla fenda de escolha retardada, proposto por John A. Wheeler em 1978 [6, 7], consiste em analisar a seguinte questão: é possível escolher se a partícula irá passar através de uma ou ambas as fendas após ela ter atravessado a placa com as duas fendas? Se com uma trava conseguirmos escolher se a tela pode ou não deslizar na direção vertical, assim como na Fig. 1, podemos realizar a escolha de que iremos detectar um padrão de interferência ou o momento na direção y após as partículas terem passado pelas fendas, dado que o tempo de deslocamento entre estas e o anteparo seja suficientemente grande. Como há uma dificuldade intrínseca na determinação da variação do momento da placa devido ao seu peso, Wheeler propôs uma alteração no experimento. Ao invés de determinar por qual fenda as partículas passaram através do momento ganhado pelo anteparo, se determinaria utilizando fotodetectores colocados longe o suficiente do anteparo, de modo que os feixes de luz não mais se superporiam, e com uma abertura suficiente para que cada detector detecte apenas fótons vindos de uma fenda. Por conseguinte, bastaria que tirássemos o anteparo do caminho dos fótons que saberíamos por qual fenda eles passaram e caso contrário veríamos um padrão de interferência.

Caso o tempo de viagem dos fótons não seja grande o suficiente para que a escolha seja feita, pode-se substituí-los por elétrons e o experimento ainda seria realizável. Mesmo assim, a possibilidade de se escolher no último instante ver um padrão de interferência ou detectar por qual fenda as partículas passaram nos leva a um paradoxo aparente: dado que a partícula tenha passado por uma das fendas, ou ambas, escolhido o tipo de detecção complementar estaríamos alterando o comportamento passado das partículas. A conclusão de Wheeler sobre esse paradoxo é de que: “*Nenhum fenômeno é um fenômeno até que este seja observado. [...] O passado não possui existência exceto quando gravado no presente. Não faz sentido dizer o que um quantum estava fazendo*

exceto se é observável ou calculável do que é observado.” Isso significa, na visão de Wheeler, que só podemos dizer que a partícula passou por uma ou por ambas as fendas quando realizarmos uma medida, do contrário nada se poderia afirmar sobre o seu comportamento passado [6].

A seguir, analisaremos o experimento da Escolha Retardada através de um experimento idealizado utilizando um interferômetro de Mach-Zehnder. Também veremos os efeitos da introdução de uma partícula quântica de prova- que caracteriza um experimento de Escolha Retardada Quântica- como controladora do resultado obtido, padrão de interferência ou comportamento corpuscular.

2. O interferômetro de Mach-Zehnder e suas aplicações

2.1. Descrição do Interferômetro de Mach-Zehnder

O Interferômetro de Mach-Zehnder (IMZ) trata-se de um dispositivo construído para determinar as diferenças de fase relativas a dois raios de luz devido a variações do caminho óptico percorrido por eles, que geralmente são causadas por uma mudança no tamanho dos braços do interferômetro ou pela inserção de um alterador de fase. Usando a abordagem da Ref. [8], podemos analisar o experimento de um IMZ com partículas através da teoria quântica. Abaixo há uma representação esquemática do aparato, em duas configurações possíveis.

Na Fig. 2 temos um feixe de partículas que entram no interferômetro na direção \hat{x} . Os dispositivos BS_1 e BS_2 , *beam splitter* em inglês, são separadores de feixe que possuem a propriedade de transmitir parcialmente um feixe de partículas incidente em uma das suas faces na sua direção de propagação e parcialmente na direção perpendicular. A e B representam os dois raios gerados pela passagem das partículas em BS_1 . M_A e

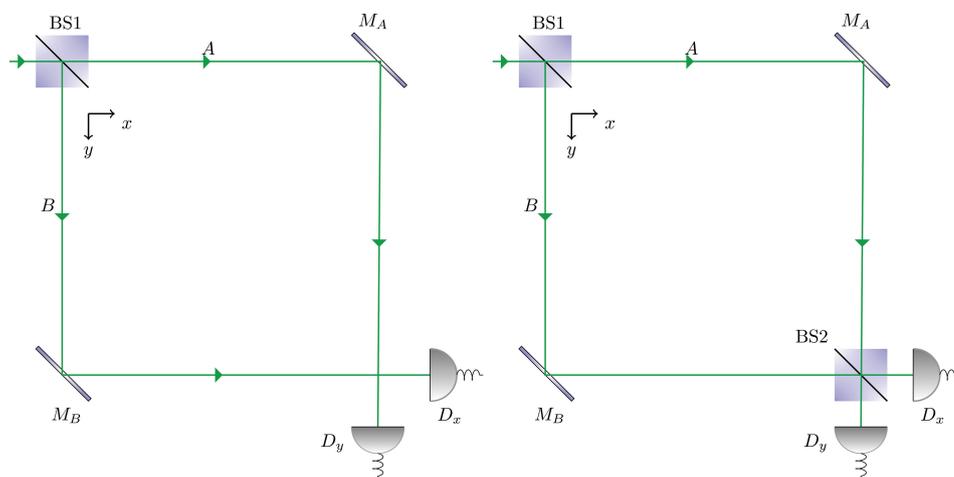


Figura 2: Representação esquemática de duas configurações do Interferômetro De Mach-Zehnder.

M_B representam dois espelhos completamente refletivos usados para redirecionar os feixes em direção à saída do interferômetro. Por último, temos os detectores, D_x e D_y , que detectam partículas vindo da direção \hat{x} e \hat{y} , respectivamente. O estado da partícula pode ser modelado por um sistema de dois níveis associados às direções de deslocamento dentro do interferômetro, $\{|x\rangle, |y\rangle\}$. Por outro lado, a evolução temporal do vetor de estado da partícula será descrita através de operadores unitários correspondentes às operações dos dispositivos no interferômetro sobre o estado da partícula, de modo que a evolução será discreta [9].

As ações dos separadores de feixe sobre os estados do sistema serão, de uma forma geral

$$BS_{1(2)} : \begin{cases} |x\rangle \longrightarrow \alpha_{1(2)} |x\rangle + i\beta_{1(2)} |y\rangle \\ |y\rangle \longrightarrow \beta_{1(2)} |y\rangle + i\alpha_{1(2)} |x\rangle \end{cases} \quad (2)$$

onde $\alpha_{1(2)}^2 + \beta_{1(2)}^2 = 1$ e $\alpha_{1(2)}, \beta_{1(2)} \in \mathbb{R}$. A representação matricial da operação dos separadores de feixe é

$$BS_{1(2)} = \begin{pmatrix} \alpha_{1(2)} & i\alpha_{1(2)} \\ i\beta_{1(2)} & \beta_{1(2)} \end{pmatrix}.$$

Porém, considerando que esse operador deva ser unitário, tem-se que

$$\begin{aligned} BS_{1(2)} BS_{1(2)}^\dagger &= \begin{pmatrix} \alpha_{1(2)} & i\alpha_{1(2)} \\ i\beta_{1(2)} & \beta_{1(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{1(2)} & -i\beta_{1(2)} \\ -i\alpha_{1(2)} & \beta_{1(2)} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3)$$

o que implica em

$$\alpha_{1(2)} = \beta_{1(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (4)$$

Portanto,

$$BS_{1(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Vemos que o separador de feixe atua no estado de deslocamento da partícula de modo a colocá-lo em um estado de superposição de deslocamento nas duas direções e com iguais probabilidades. Assim, após a partícula passar por BS_1 não saberemos mais com certeza em qual direção ela está se deslocando.

A ação dos espelhos podem ser descritas por

$$\begin{cases} M_A : |x\rangle \longrightarrow i |y\rangle \\ M_B : |y\rangle \longrightarrow i |x\rangle \end{cases} \quad (6)$$

onde o fator de fase é introduzido devido a mudança na direção do deslocamento da partícula.

A ação da primeira configuração, à esquerda, sobre o estado inicial da partícula será

$$\begin{aligned} |\psi_{in}\rangle &= |x\rangle \xrightarrow{BS_1} \frac{(|x\rangle + i|y\rangle)}{\sqrt{2}} \xrightarrow{M_A, M_B} \\ |\psi_e\rangle &= \frac{(-|x\rangle + i|y\rangle)}{\sqrt{2}}, \end{aligned} \quad (7)$$

e a segunda configuração levará ao seguinte estado final

$$\begin{aligned} |\psi_{in}\rangle &\rightarrow |\psi_e\rangle \xrightarrow{BS_2} \frac{1}{2}(-|x\rangle - i|y\rangle + i|y\rangle - |x\rangle) \rightarrow \\ |\psi_d\rangle &= -|x\rangle. \end{aligned} \quad (8)$$

As probabilidades de detecção em D_x e em D_y para cada uma das configurações são

$$\begin{aligned} \Pr(D_x^e) &= \langle \psi_e | D_x | \psi_e \rangle = \frac{1}{2} \\ \Pr(D_y^e) &= \langle \psi_e | D_y | \psi_e \rangle = \frac{1}{2}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Pr(D_x^d) &= \langle \psi_d | D_x | \psi_d \rangle = 1 \\ \Pr(D_y^d) &= \langle \psi_d | D_y | \psi_d \rangle = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

onde $D_x = |x\rangle\langle x|$ e $D_y = |y\rangle\langle y|$ são os operadores de medida projetiva correspondente aos detectores na saída do interferômetro [9].

Analisando as probabilidades de detecção temos que, se pensarmos nas partículas classicamente, ou seja, que a probabilidade de se obter um dado resultado é dada apenas pela soma das probabilidades das configurações intermediárias que levam a esse resultado, no primeiro caso o resultado estaria de acordo com a Mecânica Clássica. Porém, ao introduzir o segundo separador de feixe, vemos que a probabilidade de detecção em D_x torna-se 1 ao invés de 1/2 – já que 50% de 50% do feixe original em ambas direções em uma saída do segundo separador de feixe somaria a meio – significando que a interpretação anterior está incorreta. Isso ocorre pois na teoria quântica as probabilidades são dadas pelo módulo ao quadrado da projeção do vetor de estado, portanto há a possibilidade de que ocorra uma *interferência*; justamente o que ocorre na segunda configuração do IMZ. Nesse caso, dizemos que houve uma *interferência de uma partícula* no interferômetro [8].

Vejamos o que a introdução de um operador de mudança de fase em um dos braços do interferômetro altera nos resultados obtidos para o IMZ com o segundo separador de feixe, como na Fig. 3. A ação do alterador de fase é descrita por

$$\hat{\phi} |x\rangle = e^{i\phi} |x\rangle. \quad (11)$$

Nesse caso, a evolução do estado da partícula será

$$\begin{aligned} |\psi_{in}\rangle &= |x\rangle \xrightarrow{BS_1, M_A, M_B} \frac{i|y\rangle - |x\rangle}{\sqrt{2}} \xrightarrow{\hat{\phi}} \frac{i|y\rangle - e^{i\phi}|x\rangle}{\sqrt{2}} \\ &\xrightarrow{BS_2} \frac{i|y\rangle - |x\rangle - e^{i\phi}|x\rangle - ie^{i\phi}|y\rangle}{2}. \end{aligned}$$

Ignorando o fator de fase global $-e^{i\phi/2}$, teremos o seguinte resultado

$$|\psi_{out}\rangle = \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) |x\rangle - \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) |y\rangle. \quad (12)$$

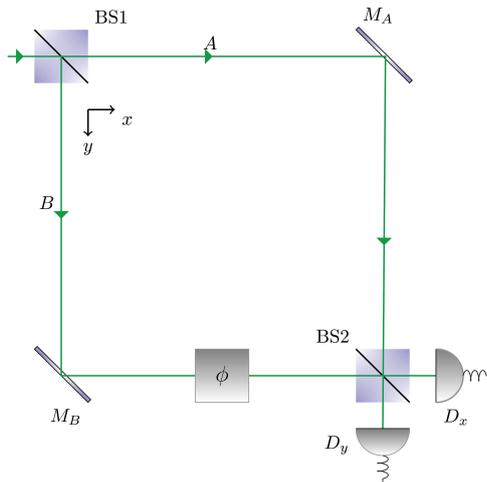


Figura 3: IMZ com um alterador de fase.

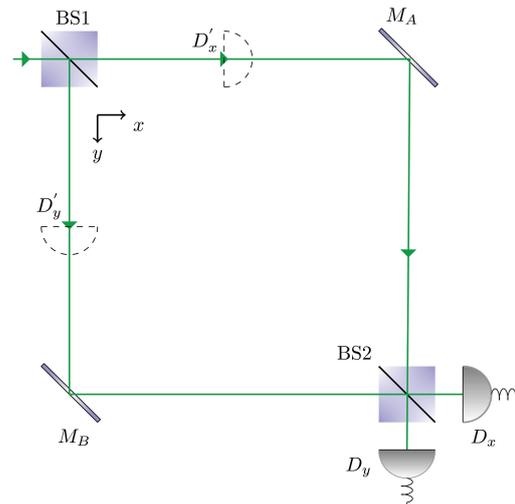


Figura 4: IMZ com detectores de caminho.

As probabilidades de detecção tornam-se

$$\Pr(D_x) = \langle \psi_{out} | D_x | \psi_{out} \rangle = \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right), \quad (13)$$

$$\Pr(D_y) = \langle \psi_{out} | D_y | \psi_{out} \rangle = \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right). \quad (14)$$

Notemos que, ao introduzir uma mudança de fase em um dos braços do interferômetro, podemos variar o resultado das probabilidades de detecção obtidas e chegar aos resultados das duas configurações do IMZ utilizadas anteriormente. Se a fase for um múltiplo inteiro de π , teremos detecção em apenas um dos detectores, e se ela for um múltiplo inteiro ímpar de $\pi/2$ teremos a mesma probabilidade de detecção em ambos detectores.

É interessante também analisarmos a visibilidade do padrão de interferência. A visibilidade é definida como sendo [1]

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \quad (15)$$

em que I é a intensidade do padrão de interferência obtida por

$$I(\phi) = \text{tr}(\rho |x\rangle\langle x|) = \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \quad (16)$$

e $\rho = |\Psi_{out}\rangle\langle\Psi_{out}|$, é a matriz densidade [9] do estado final. Logo

$$V = \frac{\max(\cos^2(\phi/2)) - \min(\cos^2(\phi/2))}{\max(\cos^2(\phi/2)) + \min(\cos^2(\phi/2))} = 1. \quad (17)$$

A visibilidade do padrão de interferência ser igual a um significa que a configuração do interferômetro é tal que os resultados nos indicam um comportamento ondulatório, independentemente da fase que escolhemos. Caso calculássemos a visibilidade do padrão de interferência do estado final de uma partícula que passou pelo IMZ sem

o segundo separador de feixe, Eq. (7) com o fator de fase multiplicando o vetor de estado na direção x , obteríamos

$$I(\phi) = \frac{1}{2} \longrightarrow V = 0, \quad (18)$$

o que seria esperado como resultado de um experimento cujas probabilidades indicam um comportamento corpuscular.

Para completar o modelo do experimento da dupla fenda através do IMZ, analisemos o que ocorre se colocarmos detectores de não demolição (detectores que não destroem a partícula ao interagir com ela) nos caminhos A e B , como na Fig. 4 abaixo.

Nesse caso, devemos incluir o estado da partícula que muda quando a mesma é detectada. Vamos supor que a partícula entra em um estado excitado, $|\epsilon\rangle$, dentro do interferômetro e que quando ela é detectada por um dos detectores emite um fóton, cujo estado inicial denotaremos por $|0\rangle$, e decai para o estado de energia $|g\rangle$. Os estados do fóton quando ele é emitido no caminho A ou B serão denotados por $|A\rangle$ e $|B\rangle$, respectivamente. É importante notar que nesse caso não estamos realizando uma leitura clássica da informação de qual caminho - o que seria equivalente a realizar a projeção do estado da partícula no estado correspondente ao caminho na qual ela foi detectada- e sim mantendo a superposição dos estados transferindo a informação de qual caminho para o estado do fóton. Consequentemente, para sabermos o resultado da detecção devemos realizar uma medida do estado do fóton [8].

As operações dos detectores são tais que

$$D'_x(|x\rangle \otimes |0\rangle \otimes |\epsilon\rangle) = D'_x|x, 0, \epsilon\rangle = |x, A, g\rangle, \quad (19)$$

$$D'_y(|y\rangle \otimes |0\rangle \otimes |\epsilon\rangle) = D'_y|y, 0, \epsilon\rangle = |y, B, g\rangle. \quad (20)$$

Assim, sendo $|x, 0, \epsilon\rangle$ o estado inicial da partícula, a evolução do seu estado será

$$\begin{aligned}
 |\psi_{in}\rangle &= |x, 0, \epsilon\rangle \xrightarrow{BS_1} \frac{(|x\rangle + i|y\rangle) \otimes |0, \epsilon\rangle}{\sqrt{2}} \xrightarrow{D'_x, D'_y} \frac{(|x, A, g\rangle + i|y, B, g\rangle)}{\sqrt{2}} \\
 &\xrightarrow{M_A, M_B} \frac{(i|y, A, g\rangle - |x, B, g\rangle)}{\sqrt{2}} \xrightarrow{BS_2} \frac{1}{2} [i(|y\rangle + i|x\rangle)|A, g\rangle - (|x\rangle + i|y\rangle)|B, g\rangle] \\
 |\psi_{out}\rangle &= \frac{1}{2} [-|x\rangle(|A\rangle + |B\rangle) + i|y\rangle(|A\rangle - |B\rangle)] \otimes |g\rangle.
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

As probabilidades de detecção serão dadas por

$$\Pr(D_x) = \frac{1}{4} [\langle x | (\langle A | + \langle B |)] [|x\rangle (|A\rangle + |B\rangle)] = \frac{1}{2},
 \tag{22}$$

$$\Pr(D_y) = \frac{1}{4} [-i \langle y | (\langle A | - \langle B |)] [i|y\rangle (|A\rangle - |B\rangle)] = \frac{1}{2}.
 \tag{23}$$

A partir dos resultados das Eqs. (22) e (23) vemos que as probabilidades de detecção em D_x e em D_y serão iguais, logo não teremos mais a interferência de uma partícula. Isso ocorre porque na etapa de detecção os estados de deslocamento da partícula tornam-se emaranhados com o estado de emissão dos fótons, que consequentemente indicam em qual caminho eles foram emitidos. Também é possível concluir que não é necessário que um observador realize uma medida clássica para que se perca o padrão de interferência, basta que a informação de qual caminho esteja disponível.

Levando em conta as configurações do interferômetro acima, percebemos que o IMZ com o segundo separador de feixe simula o experimento de dupla fenda, já que ao saber em qual caminho - equivalente a saber por qual fenda a partícula passou - o padrão de interferência é perdido [8].

2.2. O Apagador Quântico

Agora idealizaremos um aparato que será capaz de trazer de volta a interferência de uma partícula. Como vimos acima, há uma relação entre o padrão de interferência

e a informação de qual caminho a partícula passou, carregada pelo fóton. Para que a interferência exista é necessário que a informação de qual caminho inexistia, ou seja, que a partícula não emita o fóton ou que o fóton emitido seja destruído. O apagador quântico consiste em explorar essa segunda opção.

Para tal, imaginemos que haja um caminho óptico nos detectores ideais dos decaimentos em A e B que leve o fóton a uma outra partícula que está no seu estado fundamental de energia, que será denominada *apagador*. Supomos que essa partícula esteja localizada, de modo que seja necessário apenas descrever o seu estado de energia. Os estados possíveis serão $|G\rangle$ e $|E\rangle$, fundamental e excitado respectivamente.

Assim como na seção anterior, podemos tratar a absorção ou não absorção do fóton pelo apagador como uma operação sobre estado do sistema composto, agora incluindo também o apagador

$$\begin{cases}
 |x, A, g, G\rangle \xrightarrow{ER(A)} \phi_1 |x, A, g, G\rangle + \phi_2 |x, 0, g, E\rangle \\
 |y, B, g, G\rangle \xrightarrow{ER(A)} \phi_1 |y, B, g, G\rangle + \phi_2 |y, 0, g, E\rangle
 \end{cases}
 \tag{24}$$

em que o módulo ao quadrado de ϕ_1 é a probabilidade do fóton não ser absorvido e o módulo ao quadrado de ϕ_2 é a probabilidade do fóton ser absorvido pelo apagador [8].

Vejamos o estado quântico do sistema composto ao sair do interferômetro, considerando também que haja uma probabilidade $|q|^2$ da partícula decair, ou não, dada por $|p|^2$, em ambas direções

$$\begin{aligned}
 |\Psi_{in}\rangle &= |x, 0, \epsilon, G\rangle \xrightarrow{BS_1} (1/2) |x, 0, \epsilon, G\rangle + i(1/2) |y, 0, \epsilon, G\rangle \\
 &\xrightarrow{D'_x, D'_y} \frac{|x\rangle}{2} \otimes (p|0, \epsilon, G\rangle + q|A, g, G\rangle) + (i/2) |y\rangle \otimes (p|0, \epsilon, G\rangle + q|B, g, G\rangle) \\
 &\xrightarrow{ER(A), ER(B)} \frac{|x\rangle}{2} \otimes (p|0, \epsilon, G\rangle + q\phi_1 |A, g, G\rangle + q\phi_2 |0, g, E\rangle) + \frac{i}{2} |y\rangle \otimes (p|0, \epsilon, G\rangle + q\phi_1 |B, g, G\rangle + q\phi_2 |0, g, E\rangle) \\
 &\xrightarrow{M_A, M_B} \frac{i}{2} |y\rangle \otimes (p|0, \epsilon, G\rangle + q\phi_1 |A, g, G\rangle + q\phi_2 |0, g, E\rangle) + \frac{-|x\rangle}{2} \otimes (p|0, \epsilon, G\rangle + q\phi_1 |B, g, G\rangle + q\phi_2 |0, g, E\rangle)
 \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{BS_2} \frac{i}{2}(|y\rangle + i|x\rangle) \otimes (p|0, \epsilon, G\rangle + q\phi_1|A, g, G\rangle + q\phi_2|0, g, E\rangle) + \frac{-1}{2}(|x\rangle + i|y\rangle) \otimes (p|0, \epsilon, G\rangle + q\phi_1|B, g, G\rangle + q\phi_2|0, g, E\rangle).$$

O estado composto final do sistema será

$$|\Psi_{out}\rangle = -|x\rangle \otimes [p|0, \epsilon, G\rangle + q\phi_2|0, g, E\rangle + (q/2)\phi_1(|A, g, G\rangle + |B, g, G\rangle)] + i|y\rangle \otimes (q/2)\phi_1(|A, g, G\rangle - |B, g, G\rangle). \tag{25}$$

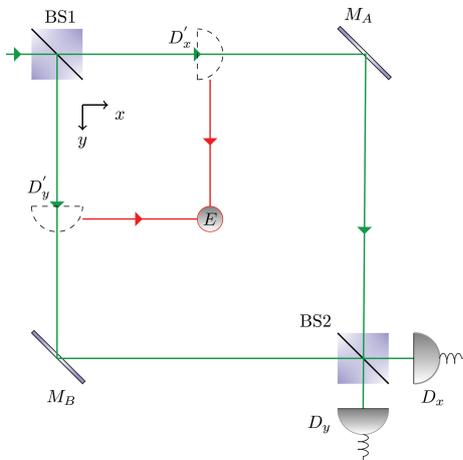


Figura 5: Representação esquemática do apagador quântico.

As probabilidades de detecção serão agora condicionadas pelas probabilidades de absorção do fóton pelo apagador. Elas serão projeções no estado de direção da partícula e no estado de energia do apagador

$$\begin{aligned} \Pr(x|G) &= \| \mathbf{P}_x \otimes \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} \otimes \mathbf{P}_G |\Psi_{out}\rangle \|^2, \\ \Pr(x|E) &= \| \mathbf{P}_x \otimes \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} \otimes \mathbf{P}_E |\Psi_{out}\rangle \|^2, \\ \Pr(y|G) &= \| \mathbf{P}_y \otimes \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} \otimes \mathbf{P}_G |\Psi_{out}\rangle \|^2, \\ \Pr(y|E) &= \| \mathbf{P}_y \otimes \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} \otimes \mathbf{P}_E |\Psi_{out}\rangle \|^2, \end{aligned}$$

que resultarão em

$$\Pr(x|G) = p^2 + (q^2/2)\phi_1^2, \tag{26}$$

$$\Pr(y|G) = (q^2/2)\phi_1^2, \tag{27}$$

$$\Pr(x|E) = q^2\phi_2^2, \tag{28}$$

$$\Pr(y|E) = 0. \tag{29}$$

Analisemos a consistência desses resultados. Se $q = 0$, temos que a probabilidade de decaimento da partícula é nula. Logo, não é possível que o apagador esteja no estado excitado, já que o fóton nunca é emitido. Também vemos que recuperamos o resultado na Eq. (10). Se $\phi_2 = 0$, a probabilidade de o apagador estar no estado excitado é nula, logo as probabilidades condicionais a este caso também devem o ser.

Dos resultados acima, vemos que a Eq. (29) é zero sempre, ou seja, se o apagador está no estado excitado não haverá detecção em D_y e portanto temos a interferência de uma partícula de volta. A informação de qual

caminho é efetivamente apagada, nos casos em que o fóton é absorvido pelo apagador.

2.3. A Escolha Retardada Quântica

Como vimos na subseção 2.1, a presença do segundo separador de feixe no interferômetro altera o resultado final do experimento. Sem ele, associamos um comportamento corpuscular à partícula e com ele um comportamento ondulatório, de acordo com as distribuições de probabilidades geradas por cada configuração. É razoável fazer essa associação, já que, como Wheeler notou na sua conclusão sobre o experimento de escolha retardada, nada podemos dizer sobre o comportamento passado de uma partícula antes de realizarmos as medidas sobre ela. Portanto, tudo o que temos são os resultados dos experimentos. Logo, seguindo a ideia de Wheeler, podemos realizar um experimento de escolha retardada escolhendo se o segundo separador de feixe será introduzido ou não após a partícula ter adentrado o interferômetro.

A proposta do experimento de escolha retardada quântica na Ref. [10] consiste em analisar o resultado de um experimento de IMZ codificando os estados em bits quânticos, q-bits. Um q-bit é a unidade de informação fundamental na computação quântica, área que estuda aplicações de propriedades de sistemas quânticos na computação [11], que difere do bit clássico na possibilidade dele existir em um estado de superposição dos estados da base computacional. A base computacional equivalente ao 0 e 1 na computação clássica são os vetores de base de um sistema de dois níveis, $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ e por isso um sistema de dois níveis qualquer pode ser modelado por um q-bit. Desse modo, o estado da partícula pode ser codificado em um q-bit, já que os estados de deslocamento da partícula no interferômetro é um sistema de dois níveis, como vimos na seção 2.1.

A operação utilizada, equivalente à operação do separador de feixe, que deixa o estado da partícula em uma superposição dos estados base, é uma porta lógica quântica, a Hadamard

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}. \tag{30}$$

Uma porta lógica na computação clássica é uma operação qualquer que pode, ou não, alterar o estado de um bit clássico de 0 para 1 e vice-versa. Já portas

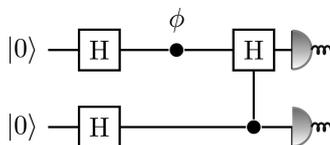
lógicas quânticas são operadores que atuam no vetor de estado de um sistema quântico, com a restrição de que sejam unitários [11]. No caso da Hadamard, a sua ação sobre os estados da base computacional é

$$H|0\rangle \equiv \frac{(|0\rangle + |1\rangle)}{\sqrt{2}}, \quad H|1\rangle \equiv \frac{(|0\rangle - |1\rangle)}{\sqrt{2}}. \quad (31)$$

Além disso, também é proposto a possibilidade de introduzir a escolha da ausência ou presença do segundo separador de feixe no interferômetro a um controlador quântico. Como devemos escolher se o segundo separador de feixe estará presente ou não, a escolha deve ser feita de modo que se elimine uma possível correlação entre o estado da partícula e a escolha feita. Por isso se utilizaria um gerador de número aleatórios. Desse modo, o controlador quântico que fará o papel de gerador de números aleatórios será uma partícula auxiliar colocada em um estado de superposição dos estados base, $\{|0\rangle, |1\rangle\}$, de modo que uma medida do seu estado sempre resultará em um deles de modo aleatório e assim podemos associar a um resultado uma escolha. No caso da Ref. [10], foi escolhido que se uma medida da partícula auxiliar resultasse em $|0\rangle$ o separador de feixe estaria ausente e caso contrário presente.

Como as operações dos separadores de feixe foram modeladas pela porta Hadamard, a operação do segundo separador de feixe condicionada pelo resultado da medida da partícula auxiliar, de acordo com a escolha comentada acima, é equivalente a uma porta Hadamard controlada [11], onde a medida da partícula auxiliar pode ser feita após a detecção da partícula principal [10]. Isso elimina o problema comentado na seção 1, de que caso o tempo de viagem da partícula não for suficientemente grande para que seja possível realizar a escolha antes que ela atravesse o interferômetro, bastaria substituir a partícula por uma mais massiva.

Podemos resumir o experimento no seguinte circuito quântico



A primeira linha representa a evolução do estado da partícula principal: ϕ é um fator de fase introduzido em uma das componentes do seu estado, a seguir a operação Hadamard condicionada ao estado da partícula auxiliar e no fim há uma representação de uma detecção, respectivamente.

Analisaremos esta proposta mas utilizando interferômetros de Mach-Zehnder, onde a evolução conjunta do sistema será corretamente modelada através da introdução de um outro interferômetro com uma conexão entre um detector de caminho e o segundo separador de feixe.

3. A Escolha Retardada Quântica e o Interferômetro de Mach-Zehnder

Para que se introduza um meio de realizar a escolha de detecção de um comportamento corpuscular ou ondulatório, utilizaremos um segundo IMZ no qual a partícula auxiliar será introduzida e colocada em uma superposição dos estados de deslocamento no interferômetro. Com um detector de qual caminho em uma das direções no segundo IMZ, no caso a direção \hat{y} , é escolhido se o separador de feixe atuará ou estará transparente, ou seja, transmitirá os feixes completamente em ambas direções, conforme partícula auxiliar é ou não é detectada nessa direção, respectivamente. Na Fig. 6 temos uma representação do aparato idealizado.

O detector \tilde{D}_y de não demolição conectado a BS_2 trata-se do detector que quando clica faz BS_2 atuar. Como a partícula no primeiro IMZ pode atravessar o segundo separador de feixe antes da partícula auxiliar ser detectada, o que temos é que BS_2 está em uma superposição de presente e ausente do interferômetro e estamos de acordo com o protocolo de escolha retardada. A ação de \tilde{D}_y é tal que

$$\tilde{D}_y |\Psi_1\rangle |y\rangle = (BS_1 \otimes I) |\Psi_1\rangle |y\rangle \quad (32)$$

$$\tilde{D}_y |\Psi_1\rangle |x\rangle = |\Psi_1\rangle |x\rangle, \quad (33)$$

onde $|\Psi_1\rangle$ é o vetor de estado da partícula no IMZ principal.

Desconsiderando a diferença no sentido de propagação da partícula auxiliar, temos que a ação do aparato no seguinte estado inicial, $|\Psi_{in}\rangle = |x, x\rangle$, será

$$\begin{aligned} |\Psi_{in}\rangle = |x, x\rangle &\xrightarrow{BS_1, BS'_1} \frac{(|x\rangle + i|y\rangle)}{\sqrt{2}} \otimes \frac{(|x\rangle + i|y\rangle)}{\sqrt{2}} \xrightarrow{M_{A,B}, M'_{A,B}, \phi} \frac{(i|y\rangle - e^{i\phi}|x\rangle)}{\sqrt{2}} \otimes \frac{(i|y\rangle - |x\rangle)}{\sqrt{2}} \\ &\xrightarrow{\tilde{D}_y} \left[\frac{i(|y\rangle + i|x\rangle)}{2} - \frac{e^{i\phi}(|x\rangle + i|y\rangle)}{2} \right] \otimes \frac{i|y\rangle}{\sqrt{2}} + \left[\frac{(e^{i\phi}|x\rangle - |y\rangle)}{\sqrt{2}} \right] \otimes \frac{|x\rangle}{\sqrt{2}}, \end{aligned}$$

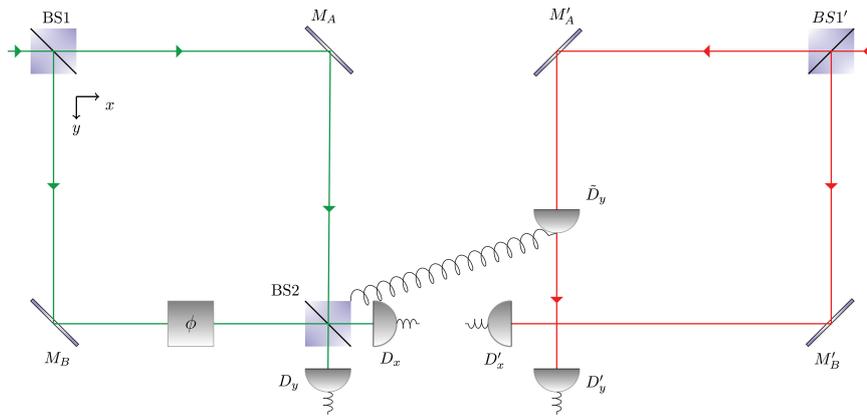


Figura 6: Aparato Experimental da Escolha Retardada Quântica.

e o estado final do sistema composto é

$$|\Psi_{out}\rangle = \frac{(e^{i\phi}|x\rangle - i|y\rangle)|x\rangle}{2} - \frac{ie^{i\phi/2}}{\sqrt{2}} \left(\cos\frac{\phi}{2}|x\rangle - \sin\frac{\phi}{2}|y\rangle \right) |y\rangle. \tag{34}$$

As probabilidades de detecção da partícula principal e da partícula auxiliar serão

$$\Pr(D_x \otimes D'_x) = \frac{1}{4}, \quad \Pr(D_x \otimes D'_y) = \frac{\cos^2(\phi/2)}{2}, \tag{35}$$

$$\Pr(D_y \otimes D'_x) = \frac{1}{4}, \quad \Pr(D_y \otimes D'_y) = \frac{\sin^2(\phi/2)}{2}. \tag{36}$$

Percebe-se, dos resultados acima, que sempre que a partícula auxiliar é detectada em D'_x temos uma distribuição de probabilidade para a partícula principal característica do comportamento corpuscular, e quando a partícula auxiliar é detectada em D'_y temos a distribuição de probabilidade característica do comportamento ondulatório. Portanto, o que temos é que em um mesmo aparato experimental observamos um comportamento ondulatório e corpuscular, duas características complementares, contrário ao princípio de complementaridade definido por Bohr. Desse modo, pode-se dizer que é possível observar duas características complementares em um mesmo aparato experimental, bastando que um componente esteja em um estado de superposição quântica.

A análise desse experimento também ajuda a esclarecer a questão introduzida por Wheeler quanto à escolha retardada. Como a detecção da partícula auxiliar é feita após a detecção da partícula principal, estaríamos, de acordo com as Eqs. (35) e (36), alterando o estado passado? O que obtemos de resultados sobre o comportamento da partícula no interferômetro são probabilidades de detecção e, nesse caso, essas probabilidades estão correlacionadas às probabilidades de detecção da partícula auxiliar, ou seja, só é possível dizer que

partícula principal tem um determinado comportamento se correlacionarmos os seus resultados de detecção com os da partícula auxiliar. Isso fica claro se analisarmos as probabilidades de detecção da partícula principal independentemente dos resultados da partícula auxiliar e a visibilidade do padrão de interferência gerado por ela

$$\Pr(D_x) = \frac{1}{4} + \frac{\cos^2(\phi/2)}{2}, \tag{37}$$

$$\Pr(D_y) = \frac{1}{4} + \frac{\sin^2(\phi/2)}{2}, \tag{38}$$

e a visibilidade será

$$V = \frac{(3/4) - (1/4)}{(3/4) + (1/4)} = \frac{1}{2}. \tag{39}$$

Se estivéssemos na configuração do interferômetro sem o segundo separador de feixe a visibilidade seria nula, e se estivéssemos com o separador a visibilidade seria a unidade, como vimos na seção 2.1. Logo a visibilidade do padrão de interferência, nesse caso, nos diz que o comportamento do sistema é um meio termo entre ondulatório e corpuscular, se desconsiderarmos os estados da partícula auxiliar. Além do mais, a distribuição de probabilidade nas Eqs. (37) e (38) nos dizem que o máximo de interferência que temos é de $3/4$, em $\phi = n\pi$, sendo n um número inteiro, e que quando $\phi = n\pi/2, n \in \mathbb{N}^*$, teremos a mesma probabilidade de detecção nas duas direções.

Considerando a distribuição de probabilidades de detecção conjunta da partícula principal e da partícula auxiliar, podemos denotar o estado final da seguinte maneira

$$|\Psi_{out}\rangle = \frac{|\text{partícula}\rangle |x\rangle + |\text{onda}\rangle |y\rangle}{\sqrt{2}}, \tag{40}$$

em que

$$|\text{partícula}\rangle = \frac{(e^{i\phi}|x\rangle - i|y\rangle)}{\sqrt{2}}, \quad (41)$$

$$|\text{onda}\rangle = -ie^{i\phi/2} \left(\cos \frac{\phi}{2} |x\rangle - \sin \frac{\phi}{2} |y\rangle \right), \quad (42)$$

já que tais estados levam às distribuições de probabilidades características dos seus comportamentos.

Também é possível realizarmos uma medida do estado da partícula principal em uma base composta por superposições de $|x\rangle$ e $|y\rangle$, assim fornecendo os seguintes estados

$$|\Psi_{\pm}\rangle = \frac{|\text{partícula}\rangle \pm |\text{onda}\rangle}{\sqrt{2}}. \quad (43)$$

Tal estado é um estado que não possui um análogo clássico, já que ele corresponde a uma superposição dos estados que nos dão um comportamento corpuscular e ondulatório.

4. Conclusão

A análise da situação aparentemente paradoxal, no experimento da escolha retardada proposto por Wheeler, sob a ótica da teoria quântica torna-se simples utilizando o modelo do interferômetro de Mach-Zehnder. Como foi mostrado na seção 2.1, o interferômetro de Mach-Zehnder serve como modelo de um experimento de dupla fenda, além de fornecer um contexto alternativo para que se possa imaginar uma realização do experimento da escolha retardada. No que concerne aos resultados obtidos, vê-se que não há um paradoxo, visto que os comportamentos corpuscular e ondulatório emergem a partir da correlação dos dados de detecção da partícula principal com os dados de detecção da partícula auxiliar. Quando não levamos em conta os resultados de detecções desta última, o que temos é um comportamento intermediário entre o corpuscular e ondulatório, visto através da distribuição de probabilidade nas Eqs. (37) e (38) e da visibilidade do padrão de interferência na Eq. (39). Analisando os conceitos de comportamento “corpuscular” e “ondulatório”, percebe-se que no contexto da teoria quântica as definições mais razoáveis são aquelas em que se considera os resultados experimentais como classificadores dos comportamentos, já que, como Wheeler de certa forma notou, não devemos afirmar sobre o que as partículas estão fazendo antes das detecções. Por fim, como foi mostrado que é possível observar em um mesmo aparato experimental ambos os comportamentos, o princípio de complementaridade de Bohr deve ser revisitado para que se leve em conta a possibilidade de um componente do aparato estar em um estado de superposição.

Com esse trabalho é possível notar que a análise de situações aparentemente paradoxais é extremamente importante para a compreensão e desenvolvimento de uma teoria, já que ao analisá-las testamos o conhecimento sobre os conceitos envolvidos, assim como os seus limites; neste caso, a proposta de Wheeler nos fornece a oportunidade de entender melhor as limitações da nossa compreensão clássica do mundo e ter novas ideias sobre a teoria quântica.

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer o suporte financeiro das agências de financiamento CNPq (projeto número 307088/2019-4) e FAPESP (projeto número 2017/03727-0) e do Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia em Informação Quântica [CNPq INCT-IQ (465469/2014-0)].

Referências

- [1] H.M. Nussenzveig, *Curso de Física Básica: Ótica, Relatividade, Física Quântica* (Editora Blucher, São Paulo, 1998), v. 4.
- [2] R. Eisberg e R. Resnick, *Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei, and Particles* (John Wiley & Sons, New York, 1985), 2ª ed.
- [3] D.J. Griffiths, *Mecânica Quântica* (Pearson Education do Brasil, São Paulo, 2011), 2ª ed.
- [4] D. Bohm, *Quantum Theory* (Dover Publications, New York, 1989).
- [5] J.A. Wheeler e W.H. Zurek, *Quantum Theory and Measurement* (Princeton University Press, New Jersey, 1983).
- [6] J.A. Wheeler, em: *Mathematical Foundations Of Quantum Theory*, editado por A.R. Marlow (Academic Press, New York, 1978).
- [7] O. Pessoa Junior, *Conceitos de Física Quântica* (Editora Livraria da Física, São Paulo, 2003), v. 1.
- [8] C. Ferrari e B. Braunecker, *Am. J. Phys.* **78**, 792 (2010).
- [9] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu e F. Laloe, *Quantum Mechanics* (Editora Hermann, Paris, 1977), 1ª ed, v. 1.
- [10] R. Ionicioiu e D.R. Terno, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 230406 (2011).
- [11] M.A. Nielsen e I.L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, New York, 2010).