

# Caracterização do momento magnético de ímãs de neodímio e uma abordagem didática para anomalia ( $g-2$ ) do múon

Magnetic moment characterization of neodymium magnets and a didactic approach for muon anomaly ( $g-2$ )

Adriano Doff<sup>\*1</sup>, Romeu M. Szmoski<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, PR, Brasil.

Recebido em 04 de julho de 2023. Aceito em 10 de julho de 2023.

Neste trabalho, considerando um modelo simplificado, estimamos o momento magnético  $\bar{m}$ , associado a dois ímãs de neodímio com diferentes geometrias. Investigamos como o efeito da temperatura modifica propriedades magnéticas, como a intensidade do campo magnético avaliada no extremo destes magnetos, a partir destes resultados apresentamos uma *anomalia fictícia* de cunho didático inspirado na discussão construída ao longo do trabalho, que permite ilustrar um problema atual no cenário de física de altas energias, conhecido como *anomalia ( $g-2$ ) do múon*.

**Palavras-chave:** Ímãs de neodímio, Momento magnético, Aproximação dipolar, Momento magnético de léptons.

In this work, considering a simplified model we estimate the magnetic moment  $\bar{m}$  associated to two neodymium magnets with different geometries. We investigated how the effect of temperature modifies magnetic properties, such as the intensity of the magnetic field evaluated at the extreme of these magnets, based on these results we present a *fictitious anomaly* as an didactic purpose inspired by the discussion built throughout the work, which allows illustrating a current problem in the scenario of high energy physics, known as the *muon ( $g-2$ ) anomaly*.

**Keywords:** Neodymium magnets, Magnetic moment, Dipole approximation, Magnetic moment of leptons.

## 1. Introdução

Desde sua descoberta, o magnetismo tem sido um tema de grande interesse e curiosidade ao longo da história da humanidade. Provavelmente uma das primeiras aplicações foi o desenvolvimento da bússola, que é formada por uma agulha magnetizada capaz de girar livremente no plano horizontal. Como consequência do campo magnético terrestre, observamos uma de suas extremidades apontar para o norte e denominamos este extremo como polo (N), enquanto a outra extremidade, que aponta no sentido oposto, caracterizamos como polo sul (S).

Essa orientação dos polos na bússola é resultado do momento magnético próprio da agulha, que é feita de um material magnético. O momento magnético de um ímã, ou de maneira análoga, o momento de dipolo magnético é representado por um vetor  $\vec{m}$ , o qual pode ser empregado para caracterizar as propriedades magnéticas globais do ímã considerado.

No início dos anos 80 surge no mercado os ímãs de neodímio-ferro-boro, ou simplesmente ímãs de neodímio, que têm como principal característica uma intensidade elevada de campo magnético residual e coercividade.

Tipicamente estes ímãs produzem campos magnéticos próximos a sua superfície da ordem de  $O(1)T$ , e por isso também são conhecidos como super-ímãs.

Esses super-ímãs, ao longo dos últimos 30 anos, veem substituindo os ímãs de samário-cobalto em muitas aplicações e se tornaram acessíveis do ponto de vista comercial. Como consequência, esses magnetos passaram a integrar muitos experimentos de laboratório relacionadas a cursos básicos de eletromagnetismo.

Além disso, muitas publicações pertinentes a área de ensino consideram o emprego destes magnetos, como na Ref. [1], onde consideramos a descrição do funcionamento de um motor homopolar. Esses magnetos também tem sido empregados no estudo do movimento da frenagem magnética observado em tubos de materiais condutores não-ferromagnéticos, que representa uma enfática demonstração da Lei de Faraday-Lenz [2–4].

Neste trabalho, adotaremos um modelo simplificado para determinar o momento magnético  $\vec{m}$  associado a dois ímãs de neodímio com diferentes geometrias. Faremos a caracterização do momento magnético  $\vec{m}$  em uma ampla faixa de temperaturas, o que nos permitirá introduzir uma anomalia fictícia com fins puramente didáticos. Essa anomalia será a base para ilustrar um problema atual no campo da física de altas energias.

A fim de apresentar ao leitor o problema conhecido como *anomalia ( $g-2$ ) do múon*, que a partir deste ponto

\*Endereço de correspondência: [agomes@utfpr.edu.br](mailto:agomes@utfpr.edu.br)

iremos nos referir como *anomalia*  $(g-2)_\mu$ , faremos uma breve revisão sobre o assunto.

A organização deste trabalho é a seguinte: Na seção 2 apresentamos o modelo para caracterização do momento magnético  $\vec{m}^i$  associado as duas geometrias. Na seção 3, a fim de verificar a previsão para  $\vec{m}^i$ , consideramos uma abordagem distinta para estimativa do momento de dipolo magnético baseado na metodologia explorada na Ref. [5].

Na seção 4, incluímos o efeito da temperatura na determinação do campo gerado pelos magnetos, e introduzimos o conceito de uma *anomalia fictícia* com base nos resultados experimentais. Na seção 5 apresentamos uma discussão inerente a *anomalia*  $(g-2)_\mu$ .

A seção 6 será dedicada ao emprego da *anomalia fictícia*, que a partir de algumas analogias, possibilitará ilustrar o problema da *anomalia*  $(g-2)$  do *múon* em um contexto didático. Por fim, na seção 7 apresentamos as conclusões.

## 2. Um Modelo para Caracterização do Momento Magnético $\vec{m}$

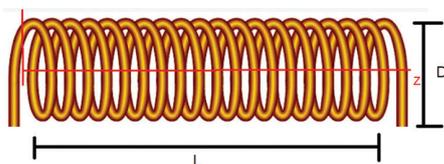
A fim de obtermos um modelo para  $\vec{m}$ , podemos estabelecer uma analogia com um solenoide cilíndrico formado por N espiras transportando uma corrente  $i$ . A indução magnética produzida por um ímã cilíndrico, uniformemente magnetizado, é equivalente à indução magnética produzida por um solenoide [2, 3]. A Figura 1 ilustra o formato de um solenoide cilíndrico de comprimento L e diâmetro D

Para a caracterização das coordenadas de  $\vec{B}$ , ou seja,  $\vec{B} = B(z)\hat{k}$ , consideramos o eixo z no centro (eixo) da bobina. Em relação a este eixo, o campo magnético produzido por uma corrente  $i$ , corresponde a

$$B(z) = \frac{\mu_0 N R^2 i}{2} \frac{1}{(R^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (1)$$

O momento de dipolo magnético de uma espira circular é identificado por  $\vec{m} = i\vec{A}$ , sendo  $\vec{A} = A\hat{e}_\perp$  e  $\hat{e}_\perp$  é um vetor unitário que aponta na direção  $\perp$  a superfície de área A.

No caso de uma única espira de área  $A = \pi R^2$  o módulo do momento de dipolo magnético é dado por  $\vec{m} = i\pi R^2$ . Portanto, para N espiras obtemos,  $\vec{M} = N\vec{m}$  e o campo magnético na região central da bobina pode



**Figura 1:** Representação de uma bobina com N espiras de geometria cilíndrica, de diâmetro D.

ser representado em termos de  $\vec{m}$  da seguinte forma,

$$B(z) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{N\vec{m}}{(R^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (2)$$

Assumindo um solenoide muito extenso, no limite em que  $z = L \gg R$  obtemos  $B(z) \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{N\vec{m}}{z^3}$ , de forma que a intensidade máxima do campo magnético ocorre em  $z = 0$ . Nessa situação podemos denotar  $B(z \rightarrow 0) = B_{max}$  para caracterização da máxima intensidade do campo no interior do solenoide.

Com a escolha de coordenadas mencionada acima, assumindo que o centro do solenoide coincide com a origem do sistema de coordenadas, podemos expressar o valor máximo do campo  $B_{max}$  no centro deste por

$$B_{max} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{m}_{max}}{R^3} = \frac{\mu_0 \vec{m}_{max}}{V}. \quad (3)$$

Na equação anterior, considerando uma bobina (ou ímã) simétrica em que  $L = D$ , o volume V pode ser calculado como  $V = \pi R^2 L = 2\pi R^3$ . A Equação (3) nos permite estimar o momento de dipolo magnético no centro da bobina, ou centro de ímãs, que denotamos por  $\vec{m}_{max}$ .

Os ímãs de neodímio, caracterizados por  $D \times L = 14\text{mm} \times 14\text{mm}$  N35, apresentam a intensidade do campo magnético  $B_{max}$  como informado pelos fabricantes da ordem de  $B_{max} \approx O(1)T$ , entretanto, precisamos determinar a intensidade do campo magnético na base destes ímãs.

Para isso, podemos considerar a representação para  $B(z)$  sobre o eixo deste cilindro empregada em [3], com escolha de coordenadas que assumimos anteriormente. Essa representação nos permite escrever

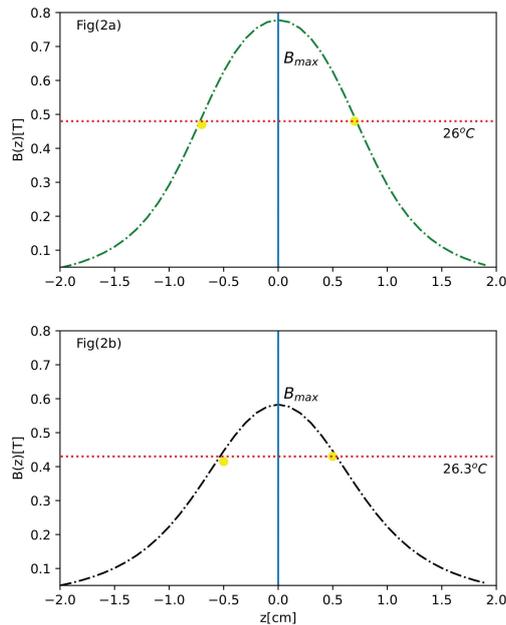
$$B(z) = \frac{B_{max}}{2} \left( \frac{\frac{L}{2} - z}{\sqrt{\frac{D^2}{4} + (\frac{L}{2} - z)^2}} + \frac{z + \frac{L}{2}}{\sqrt{\frac{D^2}{4} + (z + \frac{L}{2})^2}} \right). \quad (4)$$

Nas extremidades do ímã,  $z = L/2$  ou  $z = -L/2$  a intensidade do campo é denotada por  $B_{ext}$ , obtemos para o ímã de geometria  $D = L$ ,  $B_{ext} = \frac{B_{max}}{\sqrt{5}}$ , enquanto para um magneto onde  $D = 2L$  temos  $B_{ext} = \frac{B_{max}}{2\sqrt{2}}$ . Esses resultados concordam com as medidas realizadas para  $B_{ext}$ , conforme apresentado na Fig. (2).

Na Tabela 1, apresentamos na primeira coluna (i) os valores de  $B_{ext}$  para ímãs cilíndricos de geometria  $(14\text{mm} \times 14\text{mm})$  informado por dois fabricantes, na coluna do meio (ii) a estimativa obtida a partir da Eq. (4), por fim na última coluna (iii) duas medidas realizadas para os polos N e S que foram determinadas empregando um medidor de intensidade de campo magnético Waite-WT10A da Waite Magnetic Technology Co. Ltd., sendo as medidas realizadas a  $T_{amb} \sim 26^\circ C$ .

Assim, o momento de dipolo magnético  $\vec{m}_{ext}$  nas extremidades dos ímãs considerados, pode ser estimado a partir da equação

$$B_{ext} = \frac{\mu_0 \vec{m}_{ext}}{V} = \mu_0 \lambda_{ext}, \quad (5)$$



**Figura 2:** Distribuição da intensidade de campo magnético  $B(z)$  da Eq. (4) para diferentes geometrias: Fig(2a), geometria (a)  $D = L = 14\text{mm}$ ; Fig (2b), geometria (b)  $D = 18\text{mm}$ ,  $L = 10\text{mm}$ . Sendo  $\Delta B(z) = \pm 1\text{mT}$  a precisão das medidas indicadas em (●).

**Tabela 1:** Intensidade do campo magnético: (i) Informado por dois fabricantes; (ii) Obtido com auxílio da Eq. (4), para  $B_{max} = O(1.1)\text{T}$  e (iii) Medidas obtidas N e S, respectivamente.

$B_{ext}(T)$	(i)	(ii)	(iii)
	0,48	0,49	0,48
	0,52	0,49	0,47

onde  $(\lambda_{ext})$  corresponde à densidade de momento de dipolar orientada a  $B_{ext}$ . Com o auxílio dessa equação, podemos, em princípio, determinar  $\bar{m}_{ext}$  a partir das medidas de  $B_{ext}$ .

Na Figura 2, apresentamos o comportamento da intensidade do campo magnético dado pela Eq. (4) para os dois ímãs com geometrias cilíndricas distintas, que denotamos por geometria (a) e (b): Na Fig. (2a), consideramos o caso do magneto com geometria  $L = D = 14\text{mm}$ , onde os pontos indicados por (●) denotam medidas experimentais realizadas nos polos N e S respectivamente.

Os resultados para o caso do magneto com geometria  $L = 10\text{mm}$  e  $D = 18\text{mm}$ , é apresentado na Fig. (2b). Considerando essas medias, obtemos as seguintes estimativas para  $\bar{m}_{ext}^i$  de cada geometria,  $i = a, b$

$$\begin{aligned} \bar{m}_{ext}^a &= \frac{B_{ext}^a}{\mu_0} V^a = 0.82 A.m^2 \\ \bar{m}_{ext}^b &= \frac{B_{ext}^b}{\mu_0} V^b = 0.87 A.m^2. \end{aligned} \tag{6}$$

Uma vez que a área ( $A$ ) da base do magneto de geometria (b),  $A_b$ , é maior do que a área da base do magneto de geometria (a),  $A_a$ , e a intensidade do campo magnético  $B_{ext}$  é da mesma ordem para ambos, temos  $\bar{m}_{ext}^b > \bar{m}_{ext}^a$  como consequência das diferentes geometrias de magnetos.

Entretanto, a fim de verificar os resultados encontrados acima, iremos considerar uma abordagem distinta para estimativa do momento de dipolo magnético  $\bar{m}_{ext}$  dos ímãs na próxima seção.

### 3. A Força de Interação entre Dois Ímãs Alinhados: Assumindo a Aproximação Dipolar

Inicialmente, em um curso de eletromagnetismo após a caracterização do campo elétrico  $\vec{E}(r)$ , obtido para certas configurações de cargas, é apresentada a descrição do campo elétrico gerado por um dipolo elétrico. Esse dipolo elétrico é formado por cargas opostas  $Q$  de mesmo módulo, e o campo elétrico gerado por ele, na forma mais geral, é dado por

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} (3(\vec{p} \cdot \hat{r}) \cdot \hat{r} - \vec{p}) \tag{7}$$

sendo que na expressão acima para  $\vec{p} = p\hat{k}$ ,  $\hat{r} = \hat{k}$ .

Como o dipolo se encontra sobre o eixo  $z$ , recuperamos o caso encontrado nos livros textos básicos [6], onde as cargas que formam o dipolo estão alinhadas sobre o eixo  $z$ , separadas por uma distância  $d$ . O campo elétrico gerado por esse dipolo é aproximadamente

$$\vec{E}(r) \approx \frac{2p}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{k}}{z^3} = \frac{2Qd}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{k}}{z^3}. \tag{8}$$

De maneira análoga, o campo produzido por um dipolo magnético, cujo momento de dipolo é identificado por  $\bar{m}_1$ , é caracterizado por

$$\vec{B}_1(r) = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} (3(\bar{m}_1 \cdot \hat{r}) \cdot \hat{r} - \bar{m}_1). \tag{9}$$

Assumindo que os dipolos magnéticos, caracterizados por dois ímãs dispostos no mesmo eixo de orientação  $\hat{r} = \hat{k}$ , apresentem o mesmo momento magnético  $\bar{m}_1 = \bar{m}_2 = \bar{m}$ , temos que a força de interação do campo  $\vec{B}_1(z)$  produzido pelo dipolo (1), sobre o dipolo (2) será dada por

$$\vec{F}_m = -\vec{\nabla} U_m = -\bar{m}^2 \frac{\partial}{\partial z} \frac{\mu_0}{2\pi z^3} \hat{k} = \mu_0 \frac{3\bar{m}^2}{2\pi z^4} \hat{k}. \tag{10}$$

Esta expressão é obtida a partir da analogia com o caso associado a interação entre dois dipolos elétricos, os quais apresentam a mesma orientação dos dipolos magnéticos.

A energia de interação entre um dipolo elétrico com um campo elétrico externo  $\vec{E}$  é dada por  $U_E = -\vec{p} \cdot \vec{E}$ . A obtenção e caracterização da energia potencial de um

dipolo imerso em um campo externo são descritas com detalhes no Cap.4 da Ref. [6].

Considerando o campo externo gerado por um segundo dipolo elétrico, dado pela Eq. (8), obtemos a força de interação entre dois dipolos elétricos dispostos sobre o eixo  $z$ .

$$\vec{F}_E = -\vec{\nabla}U_E = \frac{3}{2\pi\epsilon_0} \frac{p^2}{z^4} \hat{k}.$$

De maneira similar, para um dipolo magnético imerso em um campo externo  $\vec{B}$ , a energia potencial é dada por  $U_B = -\vec{m}\cdot\vec{B}$ . Assumindo o campo magnético externo devido a um segundo dipolo magnético, temos que a previsão da Eq. (10) resulta da Eq. (9).

A Eq. (10) corresponde a uma descrição aproximada da força de interação entre os magnetos. A determinação precisa desta força, mesmo apresentando simetria cilíndrica que leva  $\vec{m}\cdot\hat{B}\hat{k} = \vec{m}B_z$ , não é uma tarefa simples.

De forma geral, podemos representar a força magnética por unidade de volume do magneto por

$$\vec{f}_m = \frac{d\vec{F}_m}{dV} = \vec{\nabla}(\vec{M}\cdot\vec{B}) \quad (11)$$

onde  $\vec{M}$  é a magnetização. Dessa forma, a força total que o ímã sente devido ao campo externo  $\vec{B}$  pode ser escrita como:

$$\vec{F}_m = \int_V \vec{\nabla}(\vec{M}\cdot\vec{B})dV. \quad (12)$$

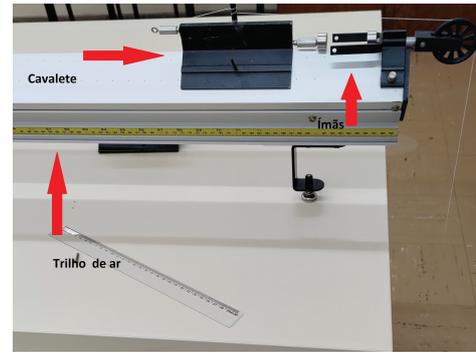
Para implementar a solução apropriada para a Eq. (12), seria necessário utilizar coordenadas cilíndricas e realizar um tratamento numérico específico, o qual não é o objetivo deste trabalho.

Como mencionado ao final da seção anterior, a proposta desta seção é apenas fornecer uma abordagem distinta para estimativa do momento de dipolo magnético  $\vec{m}_{ext}$  dos ímãs considerados, a fim de verificar o resultado apresentado pela Eq. (6).

A estimativa de  $\vec{m}$  assumindo a Eq. (10), é determinada considerando o módulo da força de interação entre os ímãs  $|\vec{F}_m|$  conforme a seção 4.2 da Ref. [5], onde os respectivos autores apresentam uma série de alternativas interessantes e didáticas para a caracterização da força de interação magnética  $|\vec{F}_m|$  entre ímãs de neodímio.

Assim, para estimar  $|\vec{F}_m|$  experimentalmente, colocamos um magneto (N-S) posicionado no cavalete de um trilho de ar, o qual está acoplado a um fio por meio de uma roldana, ambos com massa desprezível, conforme ilustrado na Fig. (3).

Na direção oposta ao cavalete, incluímos um segundo magneto com orientação (S-N)<sup>1</sup>, de maneira a produzir uma força de repulsão entre estes, descrita pela Eq. (10).



**Figura 3:** Caracterização experimental dos magnetos no trilho de ar para determinação de  $|\vec{F}_m|$ .

**Tabela 2:** Caracterização de momento de dipolo magnético  $\vec{m}_{ext}^a$  considerando a Eq. (10).

$d(m)$	$ \vec{F}_m (N)$	$\vec{m}_{ext}^a(A.m^2)$
0,031	0,77	1.09
0,028	0,86	0,94

**Tabela 3:** Caracterização de momento de dipolo magnético  $\vec{m}_{ext}^b$  considerando a Eq. (10).

$d(m)$	$ \vec{F}_m (N)$	$\vec{m}_{ext}^b(A.m^2)$
0,033	1.1	1.45
0,029	1.26	1.22

Com base nas considerações elencadas, podemos estimar  $|\vec{F}_m| \approx T \approx P$ , sendo  $P$  o contrapeso empregado para gerar as diferentes leituras de  $z = d$ , onde  $d$  corresponde a distância entre a superfície de base dos magnetos empregados, que apresentam geometrias (a) e (b).

Nas Tabelas 2 e 3, são apresentados os resultados obtidos para os magnetos (a) e (b). É importante ressaltar que, o objetivo desta seção é apenas estimar a ordem de grandeza de  $\vec{m}$  encontrada para as duas geometrias de magnetos, portanto, não iremos considerar um amplo espectro de medidas.

Nas Tabelas (2) e (3), a primeira coluna apresenta os valores experimentais de  $d(m)$ , a segunda coluna ao módulo da força entre os ímãs e a última coluna a estimativa de  $\vec{m}^i$  resultante da Eq. (10). Os resultados constantes nas tabelas, em comparação com a estimativa apresentada na Eq. (6), são da mesma ordem de magnitude.

Novamente, observamos  $\vec{m}_{ext}^b > \vec{m}_{ext}^a$  como consequência dos diferentes diâmetros dos magnetos, resultado que se repete para um conjunto mais amplo de medidas, que não foi incluído a fim de minimizar o tamanho das tabelas. Na seção seguinte, consideraremos o efeito da temperatura na caracterização de  $B_{ext}$ , e, portanto, dependendo da geometria, quais serão as correções  $\Delta\lambda_{ext}$  para a densidade dipolar dos ímãs empregados.

A fim de evitar conflitos com a notação, uma vez que a unidade de medida  $T = [Tesla]$  corresponde

<sup>1</sup> Na Figura 3, o anteparo entre os magnetos, bem como cavalete, são feitos de alumínio de forma que a interação magnética é apenas entre os ímãs.

a intensidade de campo magnético, iremos nos referir, a partir deste ponto, apenas como  $(\Theta)$  quando nos referirmos à dependência de  $B_{ext}$  com a Temperatura, bem como para as demais grandezas pertinentes.

#### 4. Inclusão dos Efeitos da Temperatura a $B_{ext}(\Theta)$

Na seção 2, apresentamos um modelo aproximado para caracterização do momento de dipolo magnético  $\vec{m}_{ext}^i$ , o qual tem como principal êxito a descrição apropriada da diferença observada nos extremos  $B_{ext}$  dos ímãs, com geometrias distintas.

Como vimos, a caracterização de  $\vec{m}_{ext}^i$  obtida com o auxílio da Eq. (10), nos permitiu verificar a previsão descrita pela Eq. (6). Nesta seção iremos incluir o efeito da temperatura na caracterização do campo no extremo dos magnetos  $B_{ext}(\Theta)$ , o que permitirá a identificação de correções a densidade de momento de dipolo  $\Delta\lambda_{ext}$ .

Uma discussão sobre o procedimento experimental adotado é apresentada no Apêndice A. Em materiais paramagnéticos podemos associar a susceptibilidade magnética  $\chi_m$ , com a temperatura a partir da Lei de Curie [6]

$$\chi_m = \frac{\mu_0 M}{B} = \frac{C}{\Theta}, \tag{13}$$

onde  $C$  é a constante Curie do material considerado, e  $\chi_m$  corresponde ao análogo magnético da susceptibilidade elétrica  $\chi$  discutida em meios dielétricos [6].

Para ímãs de neodímio, a temperatura de Curie é da ordem de  $\Theta_C \sim 350^\circ C$ , o que significa que, nesta temperatura, o ímã seria completamente desmagnetizado. As propriedades magnéticas destes ímãs já são perdidas a  $\Theta \sim 80^\circ C$ , porém, são restabelecidas com a diminuição da temperatura.

Em meios ferromagnéticos, a magnetização resultante dos ímãs, que representamos por  $\vec{M}$ , apenas foi entendida com a introdução da visão microscópica da matéria após os desdobramentos resultantes do surgimento da Teoria Quântica, em particular devido ao Princípio da Incerteza de Heisenberg em 1927.

Típicamente, em uma amostra macroscópica de um material ferromagnético, temos numerosos microcristais, de estrutura cúbica, em que temos domínios(regiões) onde as unidades microscópicas de momento magnético ( $\vec{\mu}$ ) produzem um alinhamento coletivo [6].

Dentro de microcristal é possível encontrar regiões com vários domínios apresentando diferentes orientações para ( $\vec{\mu}$ ), mas que podem ser facilmente alinhados, estando próximas o suficiente a fim de produzir um padrão com forte magnetização resultante.

A magnetização total de um magneto,  $\vec{M}$ , pode ser descrita como

$$\vec{M} = \sum_k^N \vec{\mu}_k, \tag{14}$$

de forma que a intensidade de  $B_{ext}^i$ , resulta da contribuição global do alinhamento das unidades microscópicas.

Conforme prevê a Eq. (13), em temperaturas mais baixas do que a temperatura ambiente ( $\sim 26^\circ C$ ), esperamos que a intensidade da magnetização total seja amplificada. Portanto, a intensidade do campo magnético  $B_{ext}$  será maior nos extremos dos magnetos considerados.

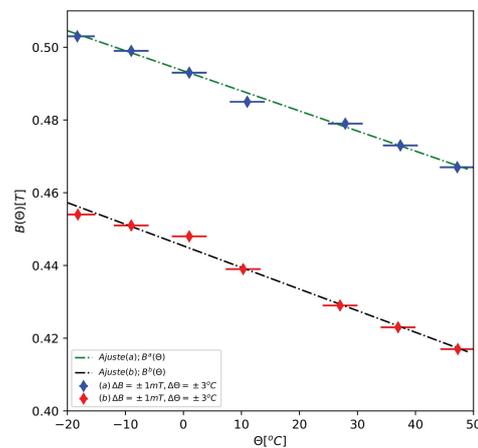
Na Tabela 4 apresentamos alguns valores obtidos para a intensidade do campo magnético nas extremidades dos magnetos (a) e (b) para diferentes temperaturas no intervalo  $\Theta(-20^\circ C \text{ à } 50^\circ C)$ . Nesta tabela a primeira e a terceira coluna indicam a temperatura em que as medidas foram realizadas. A segunda e a quarta coluna correspondem, respectivamente, às medidas de campo magnético para os magnetos (a) e (b).

Os resultados apresentados na Tabela 4, foram transcritos na Figura 4 considerando o devido tratamento de dados. As linhas indicadas em verde e preto correspondem a um ajuste de dados. Para o magneto de geometria (a), obteve-se

$$B_{ext}^a(\Theta)[T] = 0.493 - 0.000552(\Theta) \tag{15}$$

**Tabela 4:** Caracterização de  $B_{ext}^i(\Theta)$  para o intervalo  $(-20^\circ C \text{ à } 50^\circ C)$ .

$\Theta(^{\circ}C)$	$B_{ext}^a(\Theta)$	$\Theta(^{\circ}C)$	$B_{ext}^b(\Theta)$
-18,3	0,503	-18,2	0,454
-9,0	0,499	-9,0	0,451
1,0	0,493	1,0	0,448
11,0	0,484	10,3	0,439
27,9	0,479	27,0	0,429
37,4	0,473	37,0	0,423
47,2	0,467	47,3	0,417



**Figura 4:** Distribuição da intensidade de Campo magnético  $B_{ext}^i(\Theta)$  para geometrias (a) e (b) em função de diferentes temperaturas: Nas curvas (a) e (b) as linhas ponto-tracejado, verde e preto correspondem, respectivamente, ao ajuste dos pontos experimentais. O quadro na base inferior esquerda do gráfico apresenta a precisão dos dispositivos empregados na caracterização da medidas.

com um fator de qualidade de ajuste  $\chi_a^2 = 0.99999$ . Enquanto que, para o magneto de geometria (b),

$$B_{ext}^b(\Theta)[T] = 0.445 - 0.000595(\Theta), \quad (16)$$

com um fator de qualidade de ajuste  $\chi_a^2 = 0.999984$ .

As curvas na Fig. 4 ilustram o comportamento da intensidade de campo magnético  $B_{ext}^i(\Theta)[T]$  para as duas geometrias. Como era esperado, a diminuição da temperatura eleva a intensidade do campo como consequência da estrutura interna dos magnetos. Pois, como mostram as Eqs. (13) e (14), a magnetização total de um magneto,  $\vec{M}$ , decorre do efeito de alinhamento de dipolos elementares ( $\vec{\mu}$ ) influenciado pela temperatura ( $\Theta$ ).

Com base na qualidade apresentada pelo ajuste das duas curvas, podemos extrapolar o comportamento destas para um intervalo um pouco maior, ( $-50^\circ C$  à  $50^\circ C$ ), a fim de determinar a correção  $\Delta\lambda_{ext}$  resultante dos efeitos da variação de temperatura mais baixas para cada magneto

$$\begin{aligned} \Delta\lambda_{ext}^a(exp) &= (55mT \pm 1mT)/\mu_0 \\ \Delta\lambda_{ext}^b(exp) &= (60mT \pm 1mT)/\mu_0, \end{aligned} \quad (17)$$

onde  $\Delta\lambda_{ext}^i$  foi determinado para o intervalo de temperatura indicado. Note que  $\Delta\lambda_{ext}^b > \Delta\lambda_{ext}^a$ .

A partir deste resultado, podemos iniciar uma breve discussão a respeito das implicações do modelo aproximado para caracterização de  $\Delta B_{ext}^i$ , ou  $\Delta\lambda_{ext}^i$ .

Conforme mostrado na seção 2, o modelo empregado prevê de maneira apropriada a descrição de como  $B_{ext}^a > B_{ext}^b$  resulta das diferentes geometrias.

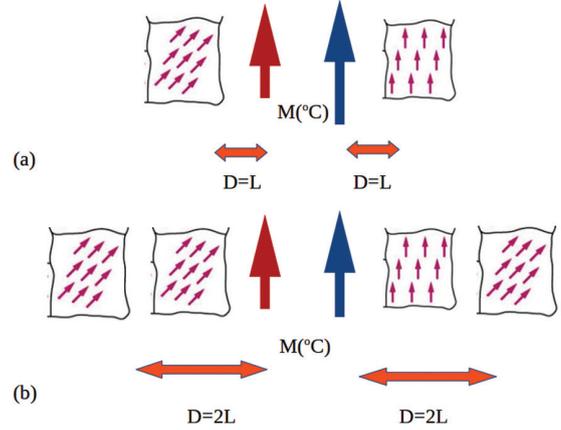
Entretanto, este modelo aproximado não incorpora nenhuma informação a respeito da estrutura interna dos magnetos. Se consideramos os ímãs submetidos a um resfriamento caracterizado por  $\Delta\Theta$ , teríamos uma aparente contradição frente ao resultado experimental, uma vez que, em princípio, teríamos  $\Delta\lambda_{ext}^a = \Delta\lambda_{ext}^b$ <sup>2</sup>.

Tal contradição, que a partir deste ponto nos referimos como *anomalia fictícia*, é uma consequência da visão incompleta do processo de magnetização dos ímãs, baseada apenas na sugestão do comportamento descrito pela Eq. (5).

No entanto, se considerarmos para o processo de magnetização uma descrição da estrutura do ponto de vista mais fundamental (microscópica), verificaremos que não há contradição e que os resultados obtidos podem ser facilmente explicados.

Como mencionado, a diferença fundamental entre os magnetos é devido a suas geometrias. Enquanto  $D = L$  no magneto (a), no magneto (b)  $D \approx 2L$ .

Retomando as considerações que apresentamos sobre a estrutura microscópica dos magnetos, em um



**Figura 5:** Representação ilustrativa do incremento da magnetização para as geometrias (a) e (b). As setas em vermelho indicam as possíveis contribuições de domínios magnéticos nas diferentes geometrias, as setas perpendiculares em vermelho-escuro ilustram a disposição de domínios em temperaturas mais elevadas, enquanto as setas em azul, o efeito de alinhamento devido à diminuição da temperatura.

microcristal é possível encontrar regiões com vários domínios, e com diferentes orientações espaciais para ( $\vec{\mu}$ ), mas que podem ser facilmente alinhados, quando estão próximas o suficiente, resultando em um padrão com forte magnetização.

Na Fig. 5 ilustramos, no plano, a representação de domínios pertinentes para as duas geometrias, considerando o eixo ortogonal à direção da magnetização indicada na figura.

À medida que a temperatura diminui, verifica-se que para distâncias mais próximas ao centro dos magnetos, por exemplo, para  $D \sim L$  conforme indica a Figura (5a), ocorre a adição de dipolos com a mesma orientação produzindo o efeito de incremento a  $\vec{M}$  (seta vermelha  $\rightarrow$  azul) em ambos magnetos.

Para o magneto (b), cuja geometria corresponde a  $D \approx 2L$ , certamente existem domínios que estão mais afastados como ilustra a Figura (5b), porém, à medida que os magnetos são resfriados, esses domínios também devem ser incluídos como um efeito coletivo. Em consequência, notamos a ampliação da contribuição à  $\Delta\lambda_{ext}^b$  em comparação a  $\Delta\lambda_{ext}^a$ , conforme ilustram as Eqs. (15) e (16).

Portanto, para geometria (b), podemos considerar um número maior de contribuições de dipolos elementares  $N_{\vec{\mu}}^b$  orientados na direção  $\hat{k}$ , do que  $N_{\vec{\mu}}^a$  a temperaturas bem mais baixas, como mostra a Eq. (17).

Em resumo, temos um efeito aditivo na magnetização global, que é responsável pela explicação do aumento da intensidade de campo magnético (ou  $\lambda_{ext}^i$ ), levando a diferença  $\Delta\lambda_{ext}^b > \Delta\lambda_{ext}^a$ .

Assim, com base na discussão acima, é possível interpretar a inconsistência apresentada de forma proposital nos resultados obtidos para os magnetos (a) e (b), como uma *anomalia fictícia*. A verificação experimental

<sup>2</sup> Sem considerar a estrutura interna dos ímãs descrita em termos de arranjos microscópicos dipolares, devido à variação de temperatura  $\Delta\Theta$ , poderíamos esperar uma pequena mudança de volume  $\Delta V^i$  que levaria a uma também pequena variação  $\Delta B_{ext}^i$ .

do aumento expressivo de  $\lambda_{ext}^i$ , ou  $\Delta B_{ext}^i$  indicado na Eq. (17), decorre do aumento do número de contribuições de dipolos elementares a  $\vec{M}$ .

Da mesma forma, devido às diferentes geometrias, em temperaturas muito baixas temos um número de contribuições de dipolos elementares em (b), superiores a (a), ou seja, um número maior de interações dipolares com mesma orientação espacial ( $\hat{k}$ ), que explica  $\Delta\lambda_{ext}^b > \Delta\lambda_{ext}^a$ .

A discussão pertinente a *anomalia fictícia* será reconsiderada na seção 6, onde apresentamos um modelo específico para solução desta. Já na seção 5 ilustramos, a partir de analogias, como um cenário de física nova poderia ser solução ao problema da *anomalia*  $(g-2)_\mu$ .

## 5. O Momento Magnético de Léptons: A Anomalia $(g-2)_\mu$

A fim de caracterizar a *anomalia*  $(g-2)_\mu$ , primeiramente precisamos introduzir o conceito de momento magnético intrínseco, que é devido ao spin e que iremos denotar por  $\vec{\mu}$ . Para tanto, em um primeiro momento vamos considerar a descrição clássica da órbita circular de um elétron em relação a um núcleo, em que este se move com uma velocidade  $\vec{v}_e$ .

Como vimos na seção 2, o momento de dipolo magnético devido a uma espira de corrente, é definido como  $\vec{m} = i\vec{A}$ , de forma que para o elétron temos

$$\vec{m}_e = \left(\frac{e}{T_e}\right) \pi r^2 \hat{e}_\perp = \left(\frac{e}{T_e}\right) \pi r^2 \hat{e}_\perp = \frac{em_e v R}{2m_e} \hat{e}_\perp, \quad (18)$$

sendo que para o elétron de carga  $e$ , consideramos a corrente associada ao movimento orbital  $i = \frac{e}{T_e}$ , com  $T_e = \frac{2\pi R}{v}$ , sendo  $v$  a velocidade.

Podemos identificar o módulo do momento angular do elétron por  $L = m_e v R$ , de modo a obter a previsão clássica para o momento de dipolo magnético para o elétron, resultante do movimento de rotação orbital que corresponde a [6]

$$\vec{m}_e = \frac{e}{2m_e} \vec{L}. \quad (19)$$

A mecânica quântica leva a uma relação idêntica à expressão acima para a previsão do momento de dipolo magnético em relação ao momento angular orbital  $\vec{L}$ , sendo neste caso identificado por  $\vec{L} = \frac{\hbar}{2\pi}$ , e o momento magnético descrito pela Eq. (19) denominado de magneton de Bohr.

O conceito de momento magnético intrínseco do elétron, ou spin do elétron, surge a partir dos experimentos dos físicos alemães Otto Stern e Walther Gerlach. Em analogia com a equação acima, é possível descrever o momento magnético intrínseco do elétron como

$$\vec{\mu}_e = g \left(\frac{e}{2m_e}\right) \vec{S}, \quad (20)$$

em que o fator  $g$  é conhecido como raio giromagnético.

A previsão da mecânica quântica para este fator é  $g = 2$ , e exatamente sobre este fator que as correções advindas da teoria quântica de campos, resultam no chamado *momento magnético anômalo* identificado por

$$a = \frac{g-2}{2}. \quad (21)$$

A partir deste ponto, vamos iniciar uma breve discussão em relação às correções do Modelo Padrão(SM) da física de partículas elementares [7–10] a este parâmetro. A fim de facilitar a leitura, empregaremos a abreviação (SM), quando nos referimos ao Modelo Padrão.

Podemos, de maneira bem resumida, descrever o espectro de partículas elementares presentes no SM como sendo formado por: férmions que apresentam spin 1/2, bósons de spin 1, que são vetoriais e por fim o bóson de Higgs, que é uma partícula escalar, com spin 0.

Os férmions são divididos em duas classes: os léptons (l) e os quarks (q). Os léptons que correspondem a  $l = (e, \nu_e), (\mu, \nu_\mu)$  e  $(\tau, \nu_\tau)$ , são identificados como elétron(e), múon( $\mu$ ) e tau( $\tau$ ) que têm a mesma carga elétrica ( $q = e$ ). Enquanto os neutrinos,  $\nu_i$  para  $i = e, \mu, \tau$ , não têm carga elétrica ( $q = 0$ ).

Os quarks(q), que correspondem a  $q = (u, d), (c, s)$  e  $(t, b)$ , são identificados como up(u), down(d), charm(c), strange(s), top(t) e bottom(b). A carga elétrica dos quarks é fracionária, ( $q = \frac{2}{3}|e|$ )(u,c,t) e ( $q = -\frac{1}{3}|e|$ )(d,s,b).

Em relação a classificação dos bósons vetoriais, temos o fóton( $\gamma$ ) mediador da interação eletromagnética, os bósons ( $W^\pm, Z^0$ ) mediadores da interação fraca e os glúons (g) que são os responsáveis pela interação forte.

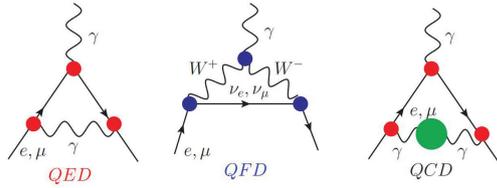
Para aqueles que não estão familiarizados com a física descrita no âmbito do SM, a Ref. [11] apresenta uma descrição didática e ilustrativa dos principais aspectos. Em teoria quântica de campos, os processos de interação podem ser representados de forma esquemática, considerando os conhecidos *diagramas de Feynman*.

No que diz respeito à descrição dos processos inerentes a teoria quântica de campos por meio dos *diagramas de Feynman*, sugerimos ao leitor os excelentes textos publicados na edição comemorativa da RBEF, celebrando os 100 anos de nascimento de Richard P. Feynman, a saber,

- (i) Richard Feynman e a QED [12].
- (ii) Diagramas de Feynman: O poder de uma imagem [13].

Na Figura 6, apresentamos as correções típicas do SM, envolvendo as denominadas *correções radiativas* ao fator  $g$  devido à Eletrodinâmica Quântica (QED), Quantum Flavor Dynamics (QFD) e Cromodinâmica Quântica(QCD) em ordem mais baixa em teoria de perturbação.

Medidas experimentais recentes [14, 15] indicam desvios significativos em relação às previsões do SM, que podem sugerir a existência de uma nova física ainda não descoberta.



**Figura 6:** Correções em menor ordem de teoria de perturbação (1-loop) à anomalia ( $g-2$ ) do múon do SM.

Após estabelecer as correções relevantes para o SM, identificadas por  $a = a^{SM}$ , podemos finalmente caracterizar para  $l = \mu$ , a anomalia ( $g-2$ ) $_{\mu}$  como

$$\Delta a_{\mu} = a_{\mu}^{EXP} - a_{\mu}^{SM} \approx 4.2\sigma, \quad (22)$$

onde o fator  $4.2\sigma$  corresponde ao desvio estatístico estabelecido recentemente pelas colaborações (BNL, FNAL) [14, 15].

As contribuições à  $a_{\mu}^{SM}$  decorrem de três setores, o associado a interação eletromagnética (QED), a interação fraca (QFD) e as interações fortes (QCD).

As correções provenientes do setor hadrônico (QCD), quando calculadas usando a abordagem de QCD na rede, indicam que o desvio observado para  $\Delta a_{\mu}$  pode ser muito menos significativo [16], sugerindo uma possível solução para a anomalia ( $g-2$ ) $_{\mu}$ .

Entretanto, é importante ressaltar que os indícios de uma física nova, ainda não descoberta, e não contemplada pelo SM que de forma genérica é denominada por física além do Modelo Padrão (BSM), não se limitam à anomalia ( $g-2$ ) $_{\mu}$ . Existem várias questões fundamentais não explicadas pelo SM e, portanto, a anomalia mencionada não deve ser um problema considerado isolado.

Na seção seguinte, vamos abordar a anomalia ( $g-2$ ) $_{\mu}$  no contexto de BSM. A motivação para a necessidade de correções ao SM será apresentada na sequência, com o objetivo de fornecer ao leitor um resumo dos problemas atuais pertinentes a física de altas energias. O SM proporciona uma descrição bem sucedida de todas as interações entre os componentes fundamentais da matéria em torno da escala de Fermi, léptons e quarks. Uma das grandes virtudes do SM foi unificar as forças fraca e eletromagnética em uma única estrutura baseada na simetria  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , conhecida como simetria eletro fraca.

No entanto, ainda existem várias questões fundamentais em aberto que não podem ser explicadas pelo SM. Neste ponto, é consenso na comunidade de física de altas energias que o SM seja considerado uma teoria efetiva (ou aproximada) de um modelo mais completo.

Na lista a seguir, incluímos apenas algumas dessas questões como exemplos. Uma lista bem mais ampla, com considerações detalhadas, pode ser encontrada na seção 10.1.1, pg. 426 da Ref. [17].

- (a) O SM não oferece nenhuma explicação ou indicação para a existência de três gerações distintas de

férmions, cujas massas estão compreendidas entre a faixa de eV a algumas centenas de GeV.

- (b) O SM não prevê massa para os neutrinos. No entanto, experimentos como o realizado em Super-Kamiokande confirmaram o fenômeno de oscilação de neutrinos, apontando para a existência de massa nos neutrinos e indicando a necessidade de correção ao SM.
- (c) É amplamente aceito pela comunidade científica que cerca de 25% do universo seja composto de matéria escura. Essa matéria é essencialmente não-bariônica e não-relativista. Além disso, estima-se que cerca de 70% do universo seja constituído por energia escura, fenômenos não explicados pelo SM.

Além das questões mencionadas acima, é importante destacar um resultado significativo recentemente reportado pela colaboração (CDF) [18], The Collider Detector at Fermilab (CDF), associada ao Tevatron que é um colisor de hadrons situado nos USA. Os resultados obtidos neste trabalho mostram uma discrepância de  $7\sigma$  em relação à previsão da massa dos bósons W obtida no SM, o que caracteriza uma nova anomalia.

Na Ref. [19] os autores apresentam uma discussão a respeito do impacto das recentes anomalias nas previsões do SM e como a combinação dos vários resultados corrobora a busca por possíveis cenários (BSM). Se a anomalia quanto à previsão da massa dos bósons W for confirmada, seria o sinal mais claro de física não prevista no SM.

No caso das correções hadrônicas para a anomalia ( $g-2$ ) $_{\mu}$ , essas podem ser calculadas mediante relações de dispersão [20]. No entanto, as contribuições não perturbativas da QCD, consideradas nessa abordagem, não podem ser determinadas de maneira precisa.

Como mencionado anteriormente, quando as contribuições hadrônicas são calculadas considerando a abordagem da QCD na rede, que permite a caracterização de efeitos não-perturbativos da QCD, tal determinação sugere uma possível solução ao problema da anomalia ( $g-2$ ) $_{\mu}$ .

No entanto, como mostrado pelos autores da Ref. [21], as contribuições hadrônicas para as duas anomalias, ( $g-2$ ) $_{\mu}$  e a anomalia associada à previsão da massa dos bósons W, operam de maneira oposta. Isso significa que as correções hadrônicas para uma anomalia podem contribuir para reduzir a discrepância, enquanto para a outra anomalia podem aumentá-la.

Desta forma, uma possível solução para ambos os problemas pode ser encontrada em um cenário BSM [21]. O Modelo Padrão, embora seja uma teoria bem-sucedida, não consegue explicar essas anomalias e outras questões fundamentais não resolvidas. Um cenário BSM permitiria a introdução de novas partículas, interações ou simetrias que poderiam fornecer uma explicação para as discrepâncias observadas.

Neste ponto, devemos enfatizar que, a finalidade deste trabalho, é apenas representar de maneira figurativa o

problema da *anomalia*  $(g-2)_\mu$ , com uma abordagem mais simples e que possa ser utilizada em cursos introdutórios.

A apresentação de temas avançados, assumindo analogias com sistemas físicos mais simples, é comum em muitos trabalhos recentes dedicados ao ensino de física. Na Ref. [22], por exemplo, os autores utilizam uma analogia entre osciladores harmônicos para abordar o mecanismo de Higgs.

Na próxima seção do trabalho, reconsiderando a *anomalia fictícia* introduzida na seção 4, apresentamos algumas analogias que permitem que o experimento com ímãs aqui descrito, possa ser utilizado como recurso didático para caracterização do problema da *anomalia*  $(g-2)_\mu$ .

## 6. Uma Analogia Simplificada com Ímãs para Anomalia $(g-2)_\mu$

A *anomalia*  $(g-2)_\mu$  é um problema atual no cenário da física de altas energias e como vimos bastante complexo. Sua caracterização e compreensão exige conhecimentos avançados da teoria quântica de campos e das interações fundamentais da matéria.

No entanto, para tornar esse problema mais acessível e motivador em um contexto didático, é possível explorar analogias como a anomalia fictícia introduzida na seção 4. Essa analogia pode servir como um recurso pedagógico para ilustrar, de forma simplificada, a complexidade presente na *anomalia*  $(g-2)_\mu$ .

É importante ressaltar que a analogia proposta não substitui a necessidade de conhecimentos avançados em teoria quântica de campos para uma compreensão mais geral da *anomalia*  $(g-2)_\mu$ . Ela serve como uma introdução inicial, uma forma de despertar o interesse dos alunos e fornecer um contexto mais acessível antes de se aprofundar nos aspectos teóricos e experimentais mais complexos devido à anomalia.

### (i) A anomalia fictícia: Uma aparente contradição entre a teoria e o experimento com ímãs

O modelo apresentado na seção 2, permitiu a previsão adequada de  $\bar{m}$  para os ímãs (a) e (b). Na seção 4, consideramos o efeito do resfriamento dos magnetos, como consequência para este modelo aproximado verificamos que  $\Delta\lambda_{ext}^a(teor) = \Delta\lambda_{ext}^b(teor) \approx 0$ .

A Eq. (17) resume os resultados obtidos experimentalmente para  $\Delta\lambda_{ext}^i(exp)$ , que agora podem ser comparados com a previsão do modelo descrito na seção 2, segundo o qual

$$\begin{aligned}\Delta\lambda_{ext}^a(exp) - \Delta\lambda_{ext}^a(teor) &= \delta_a \\ \Delta\lambda_{ext}^b(exp) - \Delta\lambda_{ext}^b(teor) &= \delta_b.\end{aligned}\quad (23)$$

O resultado exibido na Eq. (23) pode ser visto como uma *anomalia fictícia*, entre os resultados da previsão teórica do modelo apresentado na seção 2, se comparado ao resultado experimental.

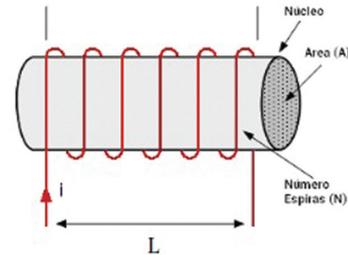


Figura 7: Bobina com núcleo interno de ferrite.

### (ii) Resolvendo a discrepância entre a teoria e o experimento com ímãs

Conforme toda a fundamentação elaborada na seção 4, não existe contradição (anomalia) entre o resultado experimental e teórico. Uma vez que a verificação experimental do aumento expressivo de  $\lambda_{ext}^i$ , é devido à adição ao número de contribuições de dipolos elementares a  $\vec{M}$ .

Portanto, considerando que no modelo simplificado discutido ao longo da seção 2, as bobinas sem núcleo interno representadas pela Figura 1, sejam substituídas por novas, por exemplo, com núcleos cilíndricos de ferrite, como sugere a Figura 7, ampliamos a capacidade de predição do modelo.

Ao considerar a submissão deste *novo modelo* a uma variação de temperatura  $\Delta\Theta$ , a adição do termo inerente a magnetização do ferrite, leva a uma nova previsão para  $\Delta\lambda_{ext}^i(teor)$

$$\Delta\lambda_{ext(F)}^i(teor) = \Delta\lambda_{ext}^i(teor) + \delta^F \lambda_{ext}^i(teor) \quad (24)$$

na qual  $\delta^F \lambda_{ext}^i(teor)$  corresponde ao termo de correção devido à estrutura interna de ferrite.

O *novo modelo* descrito acima é capaz de solucionar a *anomalia fictícia*, e podemos, a partir deste ponto, estabelecer analogias agora com a *anomalia*  $(g-2)_\mu$ , e de forma figurativa ilustrar como um cenário (*BSM*), em princípio poderia ser uma solução para a *anomalia*  $(g-2)_\mu$ .

### (iii) Ilustrando a anomalia $(g-2)_\mu$ com ímãs

Tomando como base a discussão nos parágrafos acima, podemos associar, de forma figurativa, o momento magnético total do magneto (b) de maior diâmetro  $D \approx 2L$  com o correspondente momento atribuído ao múon, ou seja,  $\lambda_{ext}^b$ . Da mesma forma, para o magneto (a), temos a identificação do momento atribuído ao elétron como  $\lambda_{ext}^a$ . Com essa escolha,  $D_b > D_a$ , estamos simulando uma situação que corresponderia a  $m_\mu > m_e$ .

É importante destacar que essas analogias devem ser vistas estritamente como um apelo meramente didático e ilustrativo. Obviamente não podemos comparar previsões de um experimento, simples, que envolve apenas conceitos inerentes ao eletromagnetismo clássico, com cálculos elaborados decorrentes de teoria quântica de campos.

Além disso, é relevante notar que o elétron também apresenta uma anomalia  $a_e$ . Essa informação complementa a análise que apresentamos e destaca que a exemplo do múon, os demais léptons também apresentam anomalias.

Os primeiros cálculos para caracterização de  $a_e$  datam de 1948, e são devidos a Julian Schwinger, que juntamente com Richard Feynman e Sin-Itiro Tomonaga estabeleceram as bases que conhecemos hoje para QED [12]. As formulações da QED devido a Feynman, Schwinger e Tomonaga são equivalentes e coube a outro eminente físico, Freeman Dyson, mostrar a equivalência matemática entre as diferentes formulações.

Considerando apenas a QED, as correções teóricas a  $a_e$ , estão de acordo com as previsões experimentais com precisão de mais de 10 casas decimais. Neste ponto, temos que destacar que o elétron, assim como o múon e tau também sentem a interações fracas QFD.

No SM os acoplamentos devido à interação fraca são universais, ou seja são os mesmos para elétron, múon e o tau. Desta forma, muitas contribuições tanto para  $a_e$ , quanto para  $a_\mu$ , são idênticas [23], porém, existem termos que são dependentes das massas [20, 23].

A razão entre a massa do múon  $m_\mu$  e do elétron  $m_e$  corresponde a  $\frac{m_\mu}{m_e} \approx 207$ , nos cálculos pertinentes à correção das anomalias, tipicamente se encontram correções da ordem de  $(\frac{m_\mu}{m_e})^2$  para o múon, em consequência a anomalia do múon é ligeiramente maior que a do elétron.

Como mencionamos na seção anterior, no cálculo da anomalia  $(g-2)_\mu$  se considera as contribuições advindas de QED, QFD e QCD. Uma discussão apropriada a caracterização da anomalia  $(g-2)_\mu$  pode ser encontrada nas Refs. [20, 23]. Devido às contribuições para  $a_\mu$  serem maiores, a anomalia  $(g-2)_\mu$  é um laboratório para a investigação de indícios de BSM.

Retomando a discussão pertinente a anomalia fictícia, podemos agora fazer uma analogia com o SM, reforçando mais uma vez que essa analogia é apenas figurativa, de forma que a previsão teórica  $\Delta\lambda_{ext}^b(teor) \Leftrightarrow a_\mu(teor)$ , da mesma forma que o resultado experimental  $\Delta\lambda_{ext}^b(exp) \Leftrightarrow a_\mu(exp)$ , e a Eq. (23) permite identificar

$$a_\mu(exp) - a_\mu(teor) = \delta. \quad (25)$$

Na expressão acima, assim como no caso simples com ímãs, o fator  $\delta$  sugere a diferença observada entre as previsões teórica, resultantes do SM, em comparação com os resultados experimentais.

Para o SM, as previsões teóricas para  $a_\mu(teor)$  são determinadas a partir de contribuições como as ilustradas na Figura 6, cuja caracterização resulta de cálculos sofisticados inerentes a teoria quântica de campos [20, 23].

Por outro lado,  $a_\mu(exp)$  resulta de experimentos igualmente complexos, realizados em aceleradores de partículas [14, 15].

No caso dos ímãs, vimos que a solução da anomalia fictícia é obtida por meio da adição do termo  $\delta^F \lambda_{ext}^i(teor)$ . Ou seja, por intermédio do aprimoramento do modelo

simplificado, que apesar de prever o comportamento correto de  $\lambda_{ext}^b$  a temperatura ambiente não é capaz de descrever de forma apropriada, o comportamento observado experimentalmente para  $\Delta\lambda_{ext}^b(exp)$ , mediante grandes variações de temperatura  $\Delta\Theta$ .

De forma análoga, os cenários de BSM têm a finalidade de aprimorar as previsões resultantes do SM, assim, como sugerido na Ref. [21], leptoquarks escalares  $S^l$ , que carregam números quânticos leptônicos e graus de liberdade de QCD(cor), adicionariam ao SM uma correção na forma

$$\delta\mathcal{L}_{lept} \sim y_l \bar{u} e S^l, \quad (26)$$

que potencialmente poderia resolver, de forma simultânea, o problema da anomalia  $(g-2)_\mu$  e da anomalia encontrada entre a previsão da massa para os bósons W [18].

## 7. Conclusões

Neste estudo, exploramos algumas propriedades magnéticas de dois ímãs de neodímio com diferentes geometrias e investigamos o efeito da temperatura sobre essas propriedades. Em resumo, apresentamos uma estimativa do momento magnético  $\bar{m}$  em função do campo magnético externo  $B_{ext}$ , cuja intensidade foi determinada experimentalmente para um amplo intervalo de temperaturas.

Considerando toda a discussão apresentada ao longo da seção 4, vimos como o efeito da temperatura modifica propriedades magnéticas dos ímãs de diferentes geometrias, em particular, como  $\Delta\lambda_{ext}^b > \Delta\lambda_{ext}^a$  resulta das diferentes geometrias dos magnetos.

A partir da caracterização experimental de  $\lambda_{ext}^i$ , também obtida em função de variação da temperatura  $\Delta\Theta$ , introduzimos o conceito da anomalia fictícia na seção 4. A seção 5, foi destinada à apresentação da base conceitual necessária à caracterização da anomalia  $(g-2)_\mu$ .

Como vimos, a anomalia  $(g-2)_\mu$ , não deve ser vista como um problema considerado isoladamente, uma vez que existem várias questões fundamentais em aberto e que não podem ser explicadas pelo SM.

Na seção 6, considerando algumas analogias com a anomalia fictícia, vimos como um experimento simples realizado com ímãs de neodímio poderia ser utilizado como recurso didático para ilustrar um problema complexo como a anomalia  $(g-2)_\mu$ .

## Agradecimentos

Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro, processo: 310015/2020-0.

## Material suplementar

O seguinte material suplementar está disponível online: Apêndice A.

## Referências

- [1] A. Doff e R.M. Szmoski, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **38**, e2311 (2016).
- [2] Y. Levin, F.L. da Silveira e F.B. Rizzato, *American Journal of Physics* **74**, 815 (2006).
- [3] F.L. da Silveira, Y. Levin e F.B. Rizzato, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* **24**, 295 (2007).
- [4] R.M. Szmoski, A. Doff, V.M. Lenart, S.K. Schwiderke e L.V.G. Fachini, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **40**, e1505 (2018).
- [5] P.V. Alves, B.F. Rizzuti e R. Gonçalves, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **42**, e20200285 (2020).
- [6] H.M. Nussenzveig, *Curso de Física Básica: Eletromagnetismo* (Blucher, São Paulo, 2015), v. 3.
- [7] S.L. Glashow, *Nucl. Phys. B* **22**, 579 (1961).
- [8] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 1264 (1967).
- [9] A. Salam, em: *Elementary Particle Theory*, editado por N. Svartholm (Almquist Wiksell, Estocolmo, 1968).
- [10] <https://home.cern/science/physics/standard-model>, acessado em: 12/07/2023.
- [11] M.A. Moreira, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **31**, 1306 (2009).
- [12] V. Pleitez, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **40**, e4208 (2018).
- [13] A.C. Aguilar, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **40**, e4205 (2018).
- [14] G.W. Bennett, B. Bousquet, H.N. Brown, G. Bunce, R.M. Carey, P. Cushman, G.T. Danby, P.T. Debevec, M. Deile, H. Deng et al., *Phys. Rev. D* **73**, 072003 (2006).
- [15] B. Abi, T. Albahri, S. Al-Kilani, D. Allspach, L.P. Alonzi, A. Anastasi, A. Anisenkov, F. Azfar, K. Badgley, S. Baeßler et al., *Phys. Rev. Lett.* **126**, 141801 (2021).
- [16] S. Borsanyi, Z. Fodor, J.N. Guenther, C. Hoelbling, S.D. Katz, L. Lellouch, T. Lippert, K. Miura, L. Parato, K.K. Szabo et al., *Nature* **593**, 51 (2021).
- [17] P. Langacker, *The Standard Model and Beyond* (Taylor & Francis Group, Oxfordshire, 2017).
- [18] T. Aaltonen, S. Amerio, D. Amidei, A. Anastassov, A. Annovi, J. Antos, G. Apollinari, J.A. Appel, T. Arisawa, A. Artikov et al., *Science* **376**, 170 (2022).
- [19] A. D'Alise, G. de Nardo, M.G. Di Luca, G. Fabiano, D. Frattulillo, G. Gaudino, D. Iacobacci, M. Merola, F. Sannino, P. Santorelli et al., *Journal of High Energy Physics* **08**, 125 (2022).
- [20] F. Jegerlehner, *The Anomalous Magnetic Moment of the Muon* (Springer International Publishing, Berlim, 2017).
- [21] P. Athron, A. Fowlie, C.T. Lu, L. Wu, Y. Wu e B. Zhu, *Nature Communications* **14**, 659 (2023).
- [22] A. Sá, W.F. Balthazar e J.A. Helayél-Neto, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **44**, e20210264 (2022).
- [23] J.P. Miller, E. Rafael e B.L. Roberts, *Rept. Prog. Phys.* **70**, 795 (2007).