

Artigos

Análise de regressão do perfil do fuste de *Corymbia citriodora* formado em área de Cerrado

Regression analysis of the profile of the stem of *Corymbia citriodora* formed in savannas area

Valdir Carlos Lima de Andrade^I 
David Lucas Camargo Vieira Terra^I 
Samuel de Pádua Chaves e Carvalho^{II} 

^IUniversidade Federal do Tocantins, Gurupi, TO, Brasil
^{II}Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, MT, Brasil

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo realizar uma análise de regressão do afilamento do fuste de *Corymbia citriodora*. Para isso, foram cubadas 24 árvores-amostra abatidas disponibilizando os dados necessários ao ajuste de 46 modelos de afilamento de efeito fixo (EF), os quais foram avaliados por meio de uma detalhada análise de regressão baseando-se nos critérios estatísticos: análise gráfica dos resíduos, erro padrão residual, coeficiente de determinação ajustado, delineamento em blocos casualizados no esquema de parcelas subdivididas com posterior aplicação do teste Dunnett, desvio absoluto médio, Raiz quadrada do erro médio, soma dos quadrados dos resíduos relativos, desvio padrão das diferenças, critério de informação de Akaike e soma de quadrados dos resíduos. O modelo EF que mais se sobressaiu, dentre os 46 avaliados, foi ajustado incluindo-se os efeitos aleatórios da classe diamétrica e da razão H/D (CHD), resultando em uma equação de efeito misto (EM). Com isso, as equações obtidas EF e EM foram avaliadas adotando-se, também, os critérios estatísticos referentes à significância da estimativa dos coeficientes de regressão, pressuposições da regressão quanto à normalidade, homoscedasticidade e independência de resíduos e teste da razão da máxima verossimilhança. Concluiu-se por um modelo de melhor desempenho que foi do tipo expoente-forma não linear com inclusão do efeito aleatório CHD, havendo expressiva superioridade tanto na precisão quanto na acurácia da equação EM frente a de EF.

Palavras-chave: Multiprodutos da madeira; Biometria Florestal; Modelos mistos; Eucalipto

ABSTRACT

This work aimed to carry out a regression analysis of the tapering of the stem of *Corymbia citriodora*. For this, 24 felled sample trees were cubed, providing the necessary data for the adjustment 46 fixed-effect (FE) taper models, which were evaluated by means of a detailed regression analysis based on statistical criteria: graphical analysis of residuals, residual standard error, adjusted coefficient of determination, randomized block design in a split-plot scheme with subsequent application of the Dunnett test, mean absolute deviation, square root of mean error, sum of squares of relative residuals, standard deviation of differences, Akaike's information criterion and sum of squares of residuals. The EF model that most stood out among the 46 evaluated was adjusted by including the random effects of the diametric class and the H/D ratio (CHD), resulting in a mixed-effect equation (ME). Thus, the equations obtained FE and ME were evaluated by also adopting the statistical criteria referring to the significance of the estimation of the regression coefficients, regression assumptions regarding normality, homoscedasticity and independence of residues and maximum likelihood ratio test. It was concluded that a model with the best performance was the nonlinear exponent-form type with the inclusion of the CHD random effect, with expressive superiority in both the precision and the accuracy of the EM equation compared to the FE equation.

Keywords: Wood multiproducts; Forest Biometrics; Mixed models; Eucalyptus

1 INTRODUÇÃO

O rendimento na conversão do fuste das árvores para determinado uso madeireiro será tanto maior quanto menor for a taxa de decréscimo no sentido base-topo. Ou seja, quanto mais o fuste tender a um cilindro, maior será o volume de madeira disponível para serraria, laminação, carvão vegetal, celulose, aglomerado e outros. Sendo assim, tanto melhor conhecer a forma ou o afilamento do fuste das árvores, quanto melhor serão as decisões sobre um uso otimizado a que se pretende destinar a madeira produzida nos povoamentos florestais, especificamente, em plantios com *Corymbia citriodora*.

Ocorre que o afilamento das árvores não é determinado durante a realização de um inventário florestal, sendo mais racional o emprego de métodos indiretos. Geralmente, uma equação de regressão, gerada pelo ajuste do modelo estatístico que melhor possível se sobressaiu dentre outros avaliados, é empregada para realizar de forma indireta o sortimento da madeira. Como resultado, são disponibilizadas informações sobre o estoque disponível para diferentes fins madeireiros desejados.

A quantificação dos multiprodutos madeireiros, em estoque nos plantios com *Corymbia citriodora*, é possível porque uma equação de regressão, neste caso denominada equação de afilamento, permite determinar o perfil do fuste possibilitando quantificar os volumes comercial e total, além da determinação da altura e diâmetro comerciais de diferentes usos madeireiros, bem como o número de toras disponíveis (sortimento da madeira). Nesse caso, mérito deve ser dado a Hojer, que em 1903 representou os primórdios no uso de equações para descrever o afilamento do fuste das árvores permitindo prover o sortimento da madeira produzida.

Ao longo do tempo, segundo Andrade (2014), diversos estudos feitos em plantios florestais brasileiros destacaram os modelos de Schöepfer (1966), Hradetzky (1976), Demaerschalk (1972) e Ormerod (1973). Já, em estudos recentes com introdução de modelos do tipo expoente-forma, obteve-se destaque os modelos de Kozak (1988), Bi (2000), Perez *et al.* (1990) e Muhairwe (1999), como se pode verificar nos trabalhos de Andrade (2014), Cerqueira *et al.* (2018) e Alves *et al.* (2019).

Os modelos de afilamento, recentemente introduzidos no Brasil, demonstraram grande potencial para uso porque seu ajuste resultou em equações mais estáveis e acuradas que as equações geradas a partir dos modelos que já estavam em uso no país. Isso permite inferir o quão notável é o teste de vários modelos de afilamento para identificar o mais apropriado possível ao povoamento florestal em que se deseja quantificar multiprodutos da madeira, pois decisões serão tomadas, e o emprego de uma equação inadequada disponibiliza informações que levam a decisões equivocadas, principalmente quanto ao uso otimizado e racional dos recursos madeireiros também em plantios com *Corymbia citriodora*.

Diante desse contexto e considerando a necessidade de se conhecer novas alternativas de modelos de afilamento pouco, ou, ainda não testados no Brasil, o objetivo deste trabalho foi o de realizar uma análise de regressão em várias equações geradas para descrever o afilamento do fuste de árvores aplicando-se dados de *Corymbia citriodora* obtidos em um plantio formado em área de cerrado.

2 MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Local e coleta de dados

Os dados foram coletados em uma área de cerrado implantada com *Corymbia citriodora* no espaçamento de 3,0 m X 1,5 m, tendo 66,2 meses de idade e localizada próxima ao município de Gurupi, sul do estado do Tocantins. Nessa região, o clima predominante é do tipo C2w2A' a` da classificação de Thornthwaite-Mather, com temperaturas médias mensais de 26°C e precipitação pluviométrica média em torno de 1.500 mm por ano, com estação chuvosa de outubro a maio (SEPLAN, 2012).

A coleta de dados foi feita pela cubagem de 24 árvores abatidas, contemplando uma variação diamétrica de 3,6 cm a 17,8 cm. Nessas árvores, os diâmetros do fuste foram medidos nas posições: 0,2 m, 0,4 m, 0,7 m, 2,70 m e a cada 2 m até em torno de 3 cm com casca, resultando em 221 posições medidas ao longo do fuste das árvores cubadas (n=221). Também, em cada árvore, foi medida a altura total e o diâmetro à altura do peito (DAP).

2.2 Modelos de afilamento avaliados

Foram avaliadas equações de afilamento ajustadas a partir de 46 modelos de efeito fixo obtidos em Andrade (2014), Môra (2015), Cerqueira *et al.* (2018) e Alves *et al.* (2019), onde constam as suas referências. Estes modelos de efeito fixo, de regressão linear e não linear, tem as conformações descritas a seguir.

2.2.1 Modelos lineares

$$\left(\frac{d}{D}\right) = [\beta_0 + \beta_1(z) + \beta_2(z)^2 + \beta_3(z)^3 + \beta_4(z)^4 + \beta_5(z)^5] + \varepsilon \quad (1)$$

(SCHÖEPFER, 1966)

$$\left(\frac{d}{D}\right) = \beta_0 + \beta_1(z)^{p_1} + \beta_2(z)^{p_2} + \dots + \beta_n(z)^{p_n} + \varepsilon \quad (2)$$

(HRADETZKY, 1976)

$$\left(\frac{d}{D}\right)^2 = \beta_0 + \beta_1(z) + \beta_2(z)^2 + \varepsilon \quad (3)$$

(KOZAK *et al.*, 1969)

$$\begin{aligned} \left(\frac{d}{D}\right)^2 = & \beta_0 + \beta_1(x)^{1,5} + \beta_2(x^{1,5} - x^3)(D) + \beta_3(x^{1,5} - x^3)(H) \\ & + \beta_4(x^{1,5} - x^3)(H)(D) + \beta_5(x^{1,5} - x^3)(H^{0,5}) + \beta_6(x^{1,5} - x^3)(H^2) + \varepsilon \end{aligned} \quad (4)$$

(BRUCE *et al.*, 1968)

$$\begin{aligned} \left(\frac{d}{D}\right) = & \beta_0 + \beta_1x + \beta_2 \left[\frac{(H-h)(H-1,3)}{D} \right] + \beta_3 \left[\frac{(H-h)(H-1,3)(H)}{D} \right] \\ & + \beta_4 \left[\frac{(H-h)(H-1,3)(H+h+1,3)}{D} \right] + \varepsilon \end{aligned} \quad (5)$$

(BENNET; SWINDEL, 1972)

$$\left(\frac{d}{D}\right)^2 = \beta_0 + \beta_1x + \beta_2(x)^2 + \beta_3(x)^3 + \varepsilon \quad (6)$$

(COFFRE, 1982)

$$\left(\frac{d}{D}\right)^2 - (x)^2 = \beta_1(x^3 - x^2) + \beta_2(x^8 - x^2) + \beta_3(x^{40} - x^2) + \varepsilon \quad (7)$$

(REAL; MOORE, 1986)

$$\left(\frac{d}{D}\right)^2 = \beta_1 + \beta_2 z + \beta_3 (z)^2 + \beta_4 (z)^3 + \beta_5 (z)^4 + \beta_6 (z)^5 + \varepsilon \quad (8)$$

(JIMENEZ *et al.*, 1994)

$$\left(\frac{d}{D}\right) = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h}{H-1,3}\right) + \varepsilon \quad (9)$$

(MUNRO, 1970)

$$\text{Ln}(d) = \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(D) + \beta_2 \text{Ln}(L) + \beta_3 \text{Ln}(H) + \text{Ln}(\varepsilon) \quad (10)$$

(DEMAERSCHALK, 1973)

$$\text{Ln}\left(\frac{d}{D}\right) = \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(x) + \text{Ln}(\varepsilon) \quad (11)$$

(ORMEROD, 1973)

$$\begin{aligned} \text{Ln}(d) = & \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(D) + \beta_2 (D) + \beta_3 (z^2) \text{Ln}(k1) + \beta_4 \text{Ln}(z + 0,001) \text{Ln}(k1) \\ & + \beta_5 (\sqrt{z}) \text{Ln}(k1) + \beta_6 (e^z) \text{Ln}(k1) + \beta_7 (DH) \text{Ln}(k1) + \text{Ln}(\varepsilon) \end{aligned} \quad (12)$$

(KOZAK, 1988)

$$\begin{aligned} \text{Ln}(d) = & \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(D) + \beta_2 \text{Ln}(k2) + \beta_3 \left[\frac{1}{e^{(DH)}}\right] \text{Ln}(k2) + \beta_4 (D)^{(k2)} \text{Ln}(k2) \\ & + \beta_5 (k2)^{(DH)} \text{Ln}(k2) + \text{Ln}(\varepsilon) \end{aligned} \quad (13)$$

(KOZAK I, 2004)

$$\begin{aligned} \text{Ln}(d) &= \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(D) + \beta_2 \text{Ln}(H) + \beta_3 (z^4) \text{Ln}(k3) \\ &+ \beta_4 \left(\frac{1}{e^{(DH)}} \right) \text{Ln}(k3) + \beta_5 (k3)^{0,1} \text{Ln}(k3) + \beta_6 \left(\frac{1}{D} \right) \text{Ln}(k3) \\ &+ \beta_7 \left\{ H \left[1 - z \left(\frac{1}{3} \right) \right] \right\} \text{Ln}(k3) + \beta_8 (k3) \text{Ln}(k3) + \text{Ln}(\epsilon) \end{aligned} \quad (14)$$

(KOZAK II, 2004)

$$\begin{aligned} \text{Ln}(d) &= \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(D) + \beta_2 (D) + \beta_3 (z^2) \text{Ln}(k4) + \beta_4 \left(\frac{1}{z} \right) \text{Ln}(k4) \\ &+ \beta_5 (D) \text{Ln}(k4) + \beta_6 (H) \text{Ln}(k4) + \beta_7 (DH) \text{Ln}(k4) + \text{Ln}(\epsilon) \end{aligned} \quad (15)$$

(MUHAIRWE I, 1999)

$$\begin{aligned} \text{Ln}(d) &= \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(D) + \beta_2 (z) \text{Ln}(k4) + \beta_3 (z^2) \text{Ln}(k4) + \beta_4 \left(\frac{1}{z} \right) \text{Ln}(k4) \\ &+ \beta_5 (z^3) \text{Ln}(k4) + \beta_6 (D) \text{Ln}(k4) + \beta_7 (DH) \text{Ln}(k4) + \text{Ln}(\epsilon) \end{aligned} \quad (16)$$

(MUHAIRWE II, 1999)

$$\begin{aligned} \text{Ln}(d) &= \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(d) + \beta_2 (z)^2 \text{Ln}(1 - z) + \beta_3 (z) \text{Ln}(1 - z) \\ &+ \beta_4 \text{Ln}(1 - z) + \text{Ln}(\epsilon) \end{aligned} \quad (17)$$

(LEE *et al.*, 2003) (17)

$$\begin{aligned} \text{Ln} \left(\frac{d}{D} \right) - 2 \text{Ln} \left(\frac{h}{1,3} \right) - \text{Ln}(x) &= \beta_0 + \beta_1 \text{Ln} \left(\frac{h}{1,3} \right) + \beta_2 (z) \text{Ln} \left(\frac{h}{1,3} \right) \\ &+ \beta_3 (z)^2 \text{Ln} \left(\frac{h}{1,3} \right) + \text{Ln}(\epsilon) \end{aligned} \quad (18)$$

(SHARMA; ZHANG, 2004) (18)

$$\begin{aligned} \text{Ln}\left(\frac{d}{D}\right) &= \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(x) + \beta_2 \text{Ln}\left(\frac{h}{1,3}\right) + \beta_3(z) \text{Ln}\left(\frac{h}{1,3}\right) \\ &+ \beta_4(z)^2 \text{Ln}\left(\frac{h}{1,3}\right) + \text{Ln}(\varepsilon) \end{aligned} \quad (19)$$

(SHARMA; PARTON I, 2009)

$$\begin{aligned} \text{Ln}\left(\frac{d}{D}\right) - \text{Ln}(x) &= \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}\left(\frac{h}{1,3}\right) + \beta_2(z) \text{Ln}\left(\frac{h}{1,3}\right) \\ &+ \beta_3(z)^2 \text{Ln}\left(\frac{h}{1,3}\right) + \text{Ln}(\varepsilon) \end{aligned} \quad (20)$$

(SHARMA; PARTON II, 2009)

$$\text{Ln}\left(\frac{d}{D}\right) = \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(x) + \text{Ln}(\varepsilon) \quad (21)$$

(NEWBERRY; BURKHART, 1986)

$$\left(\frac{d}{D}\right) = \beta_0 + \beta_1(x) + \beta_2(x)^2 + \beta_3(x)^3 + \beta_4(x)^4 + \varepsilon \quad (22)$$

(CERVERA, 1973)

$$\begin{aligned} \left(\frac{d}{d2H}\right) &= \beta_1(w) + \beta_2(w)^2 + \beta_3(w)^3 + \beta_4(w)^5 + \beta_5(w)^8 \\ &+ \beta_6(w)^{13} + \beta_7(w)^{21} + \beta_8(w)^{34} + \varepsilon \end{aligned} \quad (23)$$

(LAASASENAHO, 1982)

$$\left(\frac{d}{D}\right) = \beta_1 x + \beta_2 \left[\frac{(H^2 - h^2)(h - 1,3)}{(DH^2)} \right] + \varepsilon \quad (24)$$

(AMIDON, 1984)

$$\left(\frac{d}{D}\right) = \beta_1(1 - (z)^3) + \beta_2 \text{Ln}(z) + \varepsilon \quad (25)$$

(PAIN; BOYER, 1996)

2.2.2 Modelos não lineares

$$\left(\frac{d}{D}\right) = (10)^{\beta_0} (D)^{(\beta_1-1)} (L)^{\beta_2} (H)^{\beta_3} + \varepsilon \quad (26)$$

(DEMAERSCHALK, 1973)

$$\left(\frac{d}{D}\right) = \beta_0 x^{\beta_1} + \varepsilon \quad (27)$$

(ORMEROD, 1973)

$$\left(\frac{d}{D}\right) = \beta_1 + \beta_2 \text{Ln} \left\{ 1 - z^{\frac{1}{3}} \left[1 - e^{\left(\frac{-\beta_1}{\beta_2}\right)} \right] \right\} + \varepsilon \quad (28)$$

(BIGING, 1984)

$$\left(\frac{d}{D}\right) = \beta_0 [1 + \beta_1 \text{Ln}(1 - \beta_2 (z)^{\beta_3})] + \varepsilon \quad (29)$$

(GARAY, 19793)

$$\left(\frac{d}{D}\right)^2 = \beta_1 \left(1 - \frac{h}{H}\right)^{\beta_2} + \varepsilon \quad (30)$$

(REED; GREEN, 1984)

$$\left(\frac{d}{D}\right)^2 = \beta_1 (z - 1) + \beta_2 \sin(C\pi z) + \beta_3 \cotan\left(\frac{\pi z}{2}\right) + \varepsilon \quad (31)$$

(THOMAS; PARRESOL, 1991)

$$(d) = \beta_0(D)^{\beta_1} \beta_2^{(D)} (k1) [\beta_3(z^2) + \beta_4 \ln(z+0,001) + \beta_5(\sqrt{z}) + \beta_6(e^z) + \beta_7(DH)] + \varepsilon \quad (32)$$

(KOZAK, 1988)

$$d = \beta_1(D)^{\beta_2} (1 - \sqrt{z}) [\beta_3(z) + \beta_4(z^2) + \frac{\beta_5}{z} + \beta_6(z^3) + \beta_7(D) + \beta_8(DH)] + \varepsilon \quad (33)$$

(MUHAIRWE I, 1999)

$$d = \beta_1(D)^{\beta_2} (1 - \sqrt{z}) [\beta_3(z) + \beta_4(z^2) + \frac{\beta_5}{z} + \beta_6(z^3) + \beta_7(D) + \beta_8(DH)] + \varepsilon \quad (34)$$

(MUHAIRWE II, 1999)

$$d = \beta_1(D)^{\beta_2} (1 - z) [\beta_3(z^2) + \beta_4(z) + \beta_5] + \varepsilon \quad (35)$$

(LEE *et al.*, 2003)

$$\left(\frac{d}{D}\right) = \left\{ \frac{\text{Logsin}\left(\frac{\pi z}{2}\right)}{\text{Logsin}\left(\frac{\pi 1,3}{2}\right)} \right\} \left[\begin{array}{l} \beta_1 + \beta_2 \sin\left(\frac{\pi}{2}z\right) + \beta_3 \cos\left(\frac{3\pi}{2}z\right) + \beta_4 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}z\right)}{z} + \beta_5(D) \\ + \beta_6(z)(\sqrt{D}) + \beta_7(z)(\sqrt{H}) \end{array} \right] + \varepsilon \quad (36)$$

(BI, 2000) (36)

$$\left(\frac{d}{D}\right)^2 = \beta_1 \left(\frac{H}{1,3}\right)^{2 - (\beta_2 + \beta_3 z + \beta_4 z^2)} z + \varepsilon \quad (37)$$

(SHARMA; ZHANG, 2004) (37)

$$\left(\frac{d}{D}\right) = \beta_0 x \left(\frac{H}{1,3}\right)^{(\beta_1 + \beta_2 z + \beta_3 z^2)} + \varepsilon \quad (38)$$

(SHARMA; PARTON I, 2009) (38)

$$d = \beta_1 D(x)^{\beta_2} + \varepsilon \tag{39}$$

(NEWBERRY; BURKHART, 1986)

$$d = \beta_1 (D)^{\beta_2} [k1] \{ \beta_3 (z)^2 + \beta_4 \ln(z+0,001) + \beta_5 (DH) \} + \varepsilon \tag{40}$$

(PERES *et al.*, 1990)

$$d = \beta_1 (D)^{\beta_2} (H)^{\beta_3} \left[\frac{(1-\sqrt{z})}{\left(1-\sqrt{\frac{1,3}{H}}\right)} \right] \left\{ \begin{array}{l} \beta_4 10\sqrt{z} + \beta_5 (z)^4 + \beta_6 \arcsin(1-\sqrt{z}) + \beta_7 \left(\frac{1}{e(DH)}\right) \\ + \beta_8 (D) \left[\frac{(1-\sqrt{z})}{\left(1-\sqrt{\frac{1,3}{H}}\right)} \right] \end{array} \right\} + \varepsilon \tag{41}$$

(KOZAK, 1997)

$$\left(\frac{d}{D}\right) = X \left[e^{\left(\frac{1}{\beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 (x)^6 + \beta_4 (DH) + \beta_5 \left(\frac{H^2}{h}\right) + \beta_6 (z)^{0,5}} \right)} \right] + \varepsilon \tag{42}$$

(TORRUBIANO, 1994)

$$\left(\frac{d}{D}\right) = X \left(\beta_1 + \beta_2 (z)^{0,25} + \beta_3 (z)^{0,5} + \beta_4 (DH) \right) + \varepsilon \tag{43}$$

(ZENG WEISHENG, 1997)

$$d = \beta_0 (D)^{\beta_1} \beta_2^{(D)} [k1] \left\{ \begin{array}{l} \beta_3 + \beta_4 (z)^{\left(\frac{1}{4}\right)} + \beta_5 (z)^{\left(\frac{1}{3}\right)} + \beta_6 (z)^{\left(\frac{1}{2}\right)} \\ + \beta_7 \arcsin\left(1-(z)^{\left(\frac{1}{2}\right)}\right) + \beta_8 \left(\frac{1}{(DH)+z}\right) + \beta_9 (H) \end{array} \right\} + \varepsilon \tag{44}$$

(KOZAK, 1994)

$$d = \beta_0(D)\beta_1(k2)\left[\beta_2 + \beta_3\left(\frac{1}{e(DH)}\right) + \beta_4(D)^{(k2)} + \beta_5(k2)^{(DH)}\right] + \varepsilon \quad (45)$$

(KOZAK I, 2004)

$$(d) = \beta_0(D)\beta_1(H)\beta_2(k3) \left\{ \begin{array}{l} \beta_3(z^4) + \beta_4\left[\frac{1}{e(DH)}\right] + \beta_5(k3)^{0,1} + \beta_6\left(\frac{1}{D}\right) \\ + \beta_7(H)\left[1 - z\left(\frac{1}{3}\right)\right] + \beta_8(k3) \end{array} \right\} + \varepsilon \quad (46)$$

(KOZAK II, 2004)

Em que: d = diâmetro na altura h (cm); h = altura no tronco onde se mediu d (m); $x = \left(\frac{H-h}{H-1,3}\right)$; D = DAP (cm); H = altura total (m); DH = (D / H); L = (H - h); W = (H - h / H); z = (h / H); $k1 = \frac{(1-\sqrt{z})}{(1-\sqrt{P})}$; $k2 = \frac{1-z\left(\frac{1}{4}\right)}{1-0,01\left(\frac{1}{4}\right)}$; $k3 = \frac{1-z\left(\frac{1}{3}\right)}{1-P\left(\frac{1}{3}\right)}$; $k4 = (1 - \sqrt{z})$; P = 0,15; β_i = coeficientes de regressão à serem estimados; Ln = logaritmo neperiano; e = inverso de Ln; ε = erro aleatório do modelo.

As 46 equações de afilamento avaliadas se referem a modelos do tipo simples (1 a 9, 22 a 27, 30, 39 e 42), sigmóide (28 e 29), logaritmos (10 a 21), expoentes-forma (32 a 35, 37, 38, 40, 41 e 43 a 46) e expoente-forma trigonométrico (31 e 36). Desses, os modelos 10 a 21 são a forma linearizada dos modelos não lineares: Demaerschalk (1973), Ormerod (1976), Kozak (1998), Kozak I (2004), Kozak II (2004), Muhairwe I (1999), Muhairwe II (1999), Lee *et al.* (2003), Sharma e Parton I (2009), Sharma e Parton II (2009), Sharma e Zhang (2004), Newberry e Burkhart (1986). Nesse caso, considerou-se em uma análise inicial apenas os efeitos fixos.

2.3 Avaliação dos modelos de afilamento

As equações geradas pelo ajuste dos 46 modelos de efeito fixo foram avaliadas por meio de dois testes de validação. Em um teste, foram utilizados os mesmos dados empregados no ajuste (validação com dados dependentes) e, em outro teste, foram utilizados dados diferentes para ajuste e aplicação das equações e *vice-versa* (validação cruzada). Nesse caso, para obter dois bancos de dados diferentes, foram utilizados para o 1º banco de dados (BD1) as posições: 0,2 m, 0,7 m, 4,7 m e a cada 4 m até a

última posição no fuste resultando em 106 posições. Já, para o 2º banco de dados (BD2), utilizou-se as posições: 0,4 m, 2,7 m e a cada 4 m até a última posição em que não foi utilizado no BD1 resultando em 91 Posições (ANDRADE; FREITAS; TERRA, 2021).

No caso da validação com dados dependentes, além da análise da distribuição dos resíduos (ADR), foram utilizados os critérios estatísticos: erro padrão residual (EPR), coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}), delineamento em blocos casualizados no esquema de parcelas subdivididas (DBC_{sub}) e teste Dunnett (D_n), ambos ao nível de 5%, desvio absoluto médio (DAM), Raiz quadrada do erro médio (RQEM), soma dos quadrados dos resíduos relativos (SQRR), desvio padrão das diferenças (DPD) e critério de informação de Akaike (CIA).

Quanto à validação cruzada, além de ADR, adotou-se: desvio padrão das diferenças (DPD), raiz quadrada do erro médio (RQEM), erro médio quadrático (EMQ) e porcentagem da variação explicada (PVE). Esses critérios e aqueles adotados na validação com dados dependentes podem ter suas formulações e procedimento de análises vistos em: Scolforo *et al.* (1998), Andrade (2014), Cerqueira *et al.* (2018) e Alves *et al.* (2019). Também, ressalta-se que todos os modelos foram ajustados utilizando-se o programa R for Windows (R CORE TEAM, 2015).

Diante disso, visando conduzir um trabalho menos oneroso e mais estimulante quanto ao tempo despendido na análise do grande número de equações de afilamento, ajustadas a partir de 46 modelos de efeito fixo (EF), foram seguidas cinco etapas de avaliação (Figura 1). Com essa estratégia, evitou-se que esforços desnecessários e maçantes fossem direcionados à análise de equações de afilamento EF inadequadas e permitiu filtrar as equações que mais sobressaíram às demais para serem analisadas quanto à inclusão dos efeitos aleatórios avaliando-se, dessa forma, o ajuste de modelos de efeito misto (EM).

Na análise inicial com ADR, em uma validação com dados dependentes, as equações de EF que apresentaram uma distribuição mais homogênea e equilibrada de resíduos foram selecionadas para a segunda etapa de avaliação incluindo-se o erro

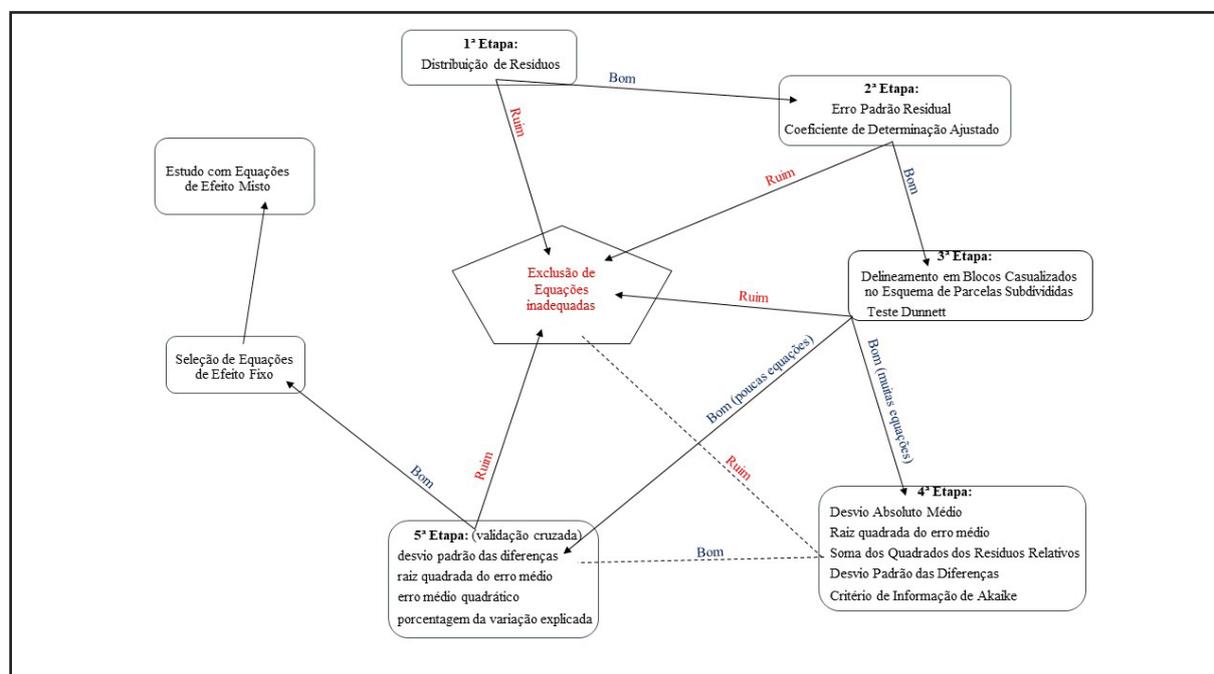
padrão residual (EPR) e o coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}). Em seguida, como equações de afilamento geralmente tem baixa acurácia em algumas partes do fuste, mesmo apresentando erros médios baixos, então, para uma terceira etapa de avaliação, separou-se o fuste das árvores nos três segmentos: basal ($0,0 \leq h \leq 1,3$), intermediário ($1,3 < h \leq 0,45H$) e superior ($0,45H < h \leq H$).

A terceira etapa de avaliação (Figura 1) se constituiu de um DBC_{sub} , com os blocos sendo designados às classes diamétricas, e as parcelas como sendo os segmentos basal, intermediário e superior. Como subparcelas, se considerou sendo o diâmetro ao longo do fuste real e estimados pelas equações de EF selecionadas na etapa anterior. Por conseguinte, para a ocorrência de resultados significativos ao nível de 5%, o teste Dn foi utilizado (GOMES, 2009).

A quarta etapa de análise consistiu um teste de validação cruzada caso poucas equações fossem selecionadas pelo DBC_{sub} (Figura 1). Mas, caso contrário, a análise se constitui de um teste de validação com dados dependentes por segmento do fuste. Para facilitar esta análise, foram atribuídas notas de acordo com o resultado de cada um dos critérios estatísticos adotados (DAM, RQEM, SQRR, DPD, CIA e EPR), acumulando-se em uma soma de notas em cada banco de dados BD1 e BD2 (SN). Em seguida, utilizando os resultados de SN, obteve-se a soma geral de notas (SG) que, aliada à amplitude de SN entre BD1 e BD2 (ASN), permitiu inferir sobre a estabilidade das equações avaliadas, melhor balizando a decisão (ANDRADE; FREITAS; TERRA, 2021).

As equações selecionadas foram avaliadas em uma quinta etapa por meio de uma validação cruzada adotando-se os critérios estatísticos: ADR, DPD, RQEM, EMQ e PVE, também seguidos da acumulação de notas (SN, SG e ASN). Portanto, em diferentes etapas de avaliação de 46 equações de afilamento de EF, foram identificadas as melhores para serem analisadas considerando-se a teoria de modelos mistos (efeitos fixo e aleatório). Nesse caso de modelos mistos, como efeito aleatório se considerou a classe diamétrica (CD) e a classe resultante de H/D (CHD), sendo incluída a posição de medição e o segmento do fuste dentro de CD e CHD.

Figura 1 – Fluxograma da sequência adotada na avaliação de 46 equações de afilamento de efeito fixo geradas para eucalipto citriodora



Fonte: Autores (2021)

As equações de efeito misto (EM), inicialmente, foram analisadas por meio de uma validação com dados dependentes selecionando-se as equações EM que se sobressaíram quanto ao CIA e EPR. Em seguida, verificou-se a estimativa dos coeficientes de regressão (ECR) a um nível de 10% de significância pelo teste *t* de *student*. Ainda, ao nível de 5% de significância, para a análise das pressuposições de regressão, aplicou-se os testes: Kolmogorov-Smirnov (KS), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW), quanto à normalidade (Nr), homocedasticidade (Hm) e independência dos resíduos (IR), respectivamente.

As equações EM, com atendimento aos critérios da análise anterior, foram avaliadas também quanto ao ajuste de EM *versus* EF correspondente por meio do teste da razão de verossimilhança (RV) ao nível de 5% de significância. Como análise final em uma validação cruzada, além de ADR, DPD e RQEM, incluiu-se os critérios estatísticos: média dos erros (ME), soma dos quadrados dos erros relativos (SQER) e média dos erros em valores absolutos (MEA). Também, com os resultados obtidos desses critérios, obteve-se SN, SG e ASN.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Visando reduzir o grande número de equações de afilamento geradas a partir dos 46 modelos de regressão avaliados, inicialmente, foram extraídas as equações que apresentaram a melhor distribuição homogênea e equilibrada de resíduos. Em seguida, incluindo-se os resultados de EPR abaixo de 5% ($EPR \leq 5\%$), foram destacadas as equações de afilamento geradas a partir de seis modelos lineares (Tabela 1 e Figura 2) e dez não lineares (Tabela 2 e Figura 3), cujas equações resultaram em R^2_{aj} entre 0,987 a 0,991 e EPR entre 4,02% a 4,78%.

Diante dos resultados obtidos de EPR e R^2_{aj} , decidiu-se considerar apenas o EPR na análise, pois o R^2_{aj} apresentou alto valor ($R^2_{aj} \geq 0,985$), não sendo conclusivo para destacar equações de afilamento. Nesse caso, para o critério EPR, como equações geradas para eucalipto no Brasil variam entre 4,00% a 10,59% (ANDRADE; GAMA; TERRA, 2019), pode-se observar que os ajustes obtidos foram excelentes (Tabelas 1 e 2). Por isso, na segunda etapa de avaliação, foram selecionadas somente as equações que apresentaram $EPR \leq 5\%$.

Como na maioria dos plantios brasileiros, destacam-se equações geradas a partir dos modelos de Schöepfer (1), Hradetzky (2), Demaerschalk (26) e Ormerod (27), e decidiu-se incluí-las no total de equações avaliadas mesmo que os resultados obtidos para EPR as desqualificam da seleção, com 5,74% (1), 5,37% (2), 6,86% (26) e 6,96% (27), respectivamente, além de uma ruim distribuição dos resíduos (Figura 4). Esses resultados, provavelmente em parte, são contribuições das técnicas atuais de produção de mudas, formação e manejo dos plantios florestais no Brasil, que são bem diferentes de épocas anteriores, quando os plantios eram seminais e havia a dominância da condução da produção por talhadia do que em alto fuste.

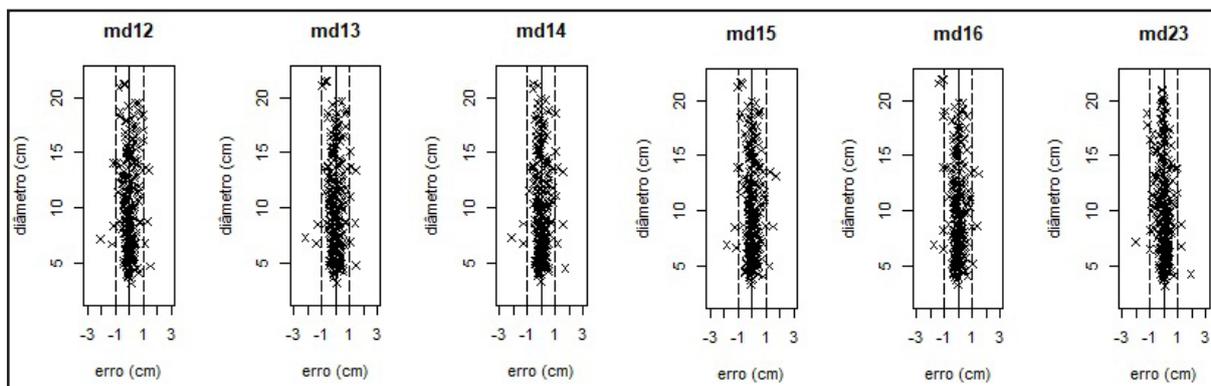
Tabela 1 – Coeficientes estimados de seis equações de afilamento lineares selecionadas previamente para *Corymbia citriodora*, além do erro padrão residual (EPR) e coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj})

Modelo Linear de Afilamento						
	12	13	14	15	16	23
$\hat{\beta}_0$	0,0724	0,2841	0,1483	0,0401	0,0236	
$\hat{\beta}_1$	0,9818	0,9653	0,9654	1,0371	0,9349	2,4344
$\hat{\beta}_2$	-6,95E-03	0,1633	0,1226	-8,69E-03	1,1007	-6,1871
$\hat{\beta}_3$	1,0532	0,6060	0,0891	0,2205	-0,9517	9,0791
$\hat{\beta}_4$	-0,3935	0,0702	0,2253	-0,0219	-0,0341	-9,0664
$\hat{\beta}_5$	2,8782	-0,4878	0,4153	-0,0171	0,4388	8,2259
$\hat{\beta}_6$	-1,2216		-0,7060	0,0243	0,0157	-5,9356
$\hat{\beta}_7$	-0,1395		0,1409	0,1438	-0,4199	3,1075
$\hat{\beta}_8$			-0,5468			-0,6020
EPR	4,34	4,37	4,34	4,26	4,21	4,17
R^2_{aj}	0,990	0,989	0,990	0,990	0,990	0,998

Fonte: Autores (2021)

Em que: 12 = Kozak (1988); 13 = Kozak I (2004); 14 = Kozak II (2004); 15 = Muhairwe I (1999); 16 = Muhairwe II (1999); 23 = Laasaseno (1982); $\hat{\beta}_0 \dots \hat{\beta}_8$ = coeficientes estimados de regressão linear.

Figura 2 - Distribuição de resíduos para seis equações de afilamento selecionadas até a segunda etapa de avaliação, as quais foram geradas a partir do ajuste de modelos lineares; md12 a md23 (rodapé da Tabela 1)



Fonte: Autores (2021)

Diante disso, foram selecionados um total de 20 equações de afilamento de EF para uma terceira etapa de avaliação, sendo seis lineares (Tabela 1 e Figura 2), dez não lineares (Tabela 2 e Figura 3) e quatro usuais em destaque no Brasil (modelos 1, 2, 26 e 27). Na análise desses 20 modelos, obteve-se um DBC_{Sub} não significativo para segmentos do fuste e significância para modelos e interação entre segmentos do fuste e modelos.

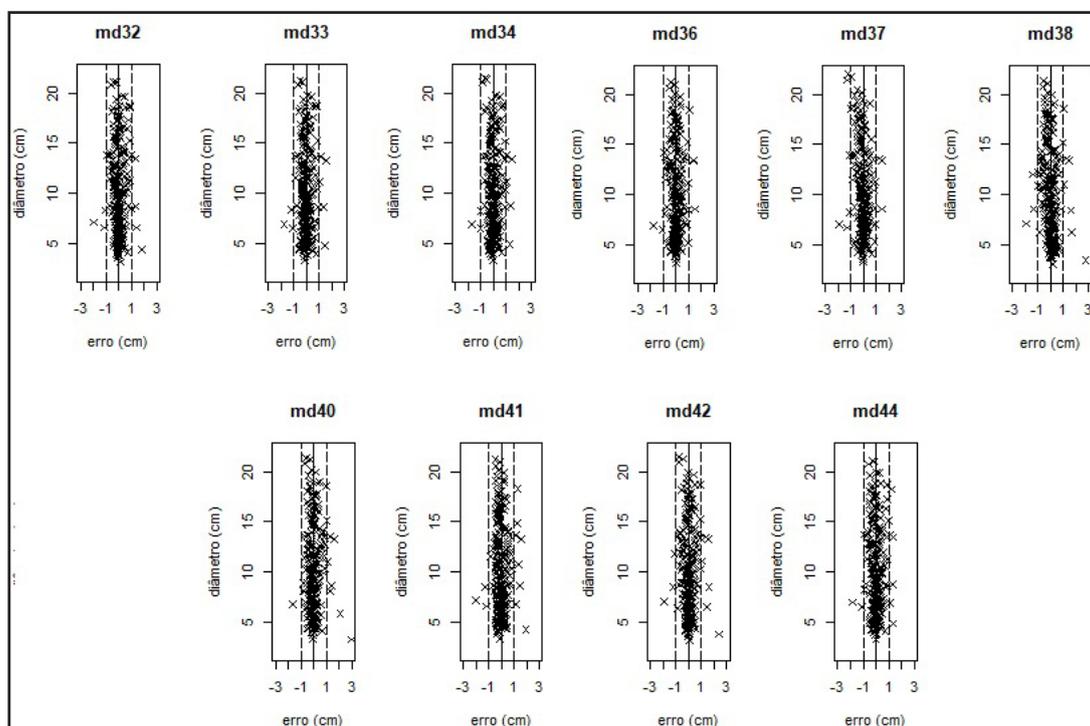
Tabela 2 - Coeficientes estimados de dez equações de afilamento não lineares selecionadas previamente para *Corymbia citriodora*, além do erro padrão residual (EPR) e coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj})

Modelo Não Linear de Afilamento										
	32	33	34	36	37	38	40	41	42	44
$\hat{\beta}_0$	1,0666					1,01526			-3,5972	1,0859
$\hat{\beta}_1$	0,9798	1,0413	1,0694	1,4317	1,0218	-0,0649	1,1546	1,1080	2,5210	0,9600
$\hat{\beta}_2$	0,9945	1,0481	0,9357	-1,0054	2,2162	0,42203	0,9122	0,9428	-0,2352	0,9965
$\hat{\beta}_3$	0,7095	0,9907	1,1887	-0,1743	-0,1073	-0,13466	0,48372	0,0236	-0,0552	-53,0102
$\hat{\beta}_4$	-0,2909	0,2329	-1,3004	-0,5663	1,0109		-0,11312	0,0381	-1,49E-04	6,6967
$\hat{\beta}_5$	2,0135	-0,0184	-0,0281	-3,31E-03			0,27706	0,1302	3,9188	27,6436
$\hat{\beta}_6$	-0,7942	-0,0153	0,6984	0,0425				0,1301		18,9488
$\hat{\beta}_7$	-0,0397	0,0225	0,0146	0,0643				0,1832		27,2970
$\hat{\beta}_8$		0,1561	-0,3534					0,0207		0,0817
$\hat{\beta}_9$										8,44E-03
EPR	4,21	4,14	4,05	4,02	4,22	4,78	4,73	4,44	4,44	4,13
R^2_{aj}	0,990	0,991	0,991	0,991	0,990	0,987	0,988	0,989	0,989	0,991

Fonte: Autores (2021)

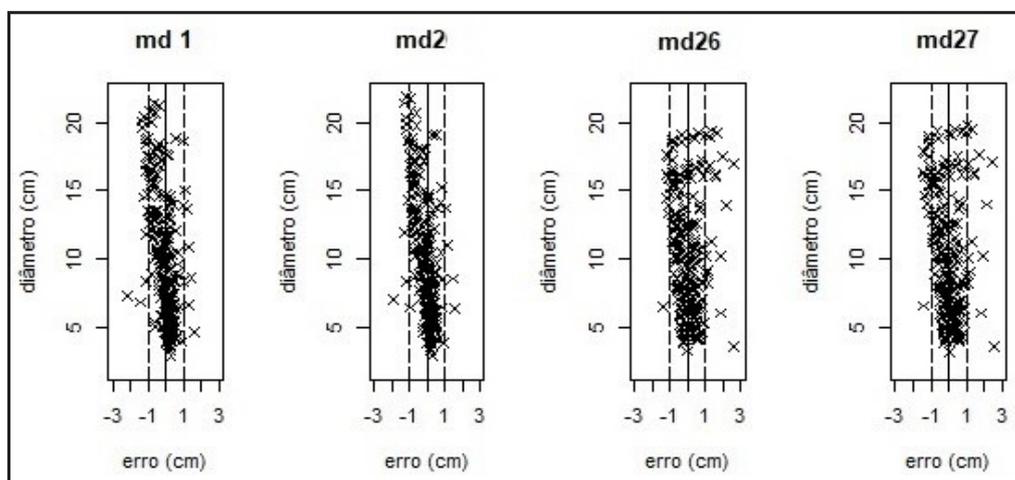
Em que: 32 = Kozak (1988); 33 = Muhairwe I (1999); 34 = Muhairwe II (1999); 36 = Bi (2000); 37 = Sharma & Zhang (2004); 38 = Sharma & Parton (2009); 40 = Peres *et al.* (1990); 41 = Kozak (1997); 42 = Torrubiano (2004); 44 = Kozak (1994); $\hat{\beta}_0 \dots \hat{\beta}_8$ = coeficientes estimados de regressão não linear.

Figura 3 – Distribuição de resíduos para dez equações de afilamento selecionadas até a segunda etapa de avaliação, as quais foram geradas a partir do ajuste de modelos não lineares; md32 a md44 (rodapé da Tabela 2)



Fonte: Autores (2021)

Figura 4 – Distribuição de resíduos para quatro equações de afilamento geradas a partir do ajuste de modelos de regressão mais difundidos em plantios florestais brasileiros, sendo: md1= Schöepfer (1966), md2 = Hradetzky (1976), md26 = Demaerschalk (1973) e md27 = Ormerod (1973)



Fonte: Autores (2021)

Devido ao resultado significativo de interação do DBC_{sub} , foi necessário proceder ao desdobramento dos modelos dentro de cada segmento do tronco. O resultado foi o de significância somente nos segmentos base e intermediário, o que exigiu a aplicação do teste Dn resultando em significância para os modelos de Demaerschalk (segmento basal) e Ormerod (segmentos basal e intermediário). Assim, para a próxima etapa de análise, decidiu-se excluir os modelos de Demaerschalk e Ormerod porque, estatisticamente pelo teste Dn, ambos modelos descrevem um perfil diferente do fuste de *Corymbia citriodora* implantado na área de cerrado amostrada.

Em uma quarta etapa de avaliação, por resultar na grande quantidade de 18 equações de afilamento selecionadas, decidiu-se pela validação com dados dependentes por segmento do fuste. Como resultado, as equações de ajuste linear de Schöepfer e Hradetzky (Tabela 3) tiveram um desempenho bem inferior às demais com valor de SG acima de 100 pontos, seguidos do modelo linearizado de Kozak II (2004) com SG=106. Por isso esses modelos foram excluídos, sendo selecionados os cinco modelos lineares: Kozak (1988), Kozak I (2004), Muhairwe I (1999), Muhairwe II (1999) e Laasasenaho (1982).

Por outro lado, quanto aos dez modelos não lineares (Tabela 4), observam-se quatro modelos com $SG > 100$ pontos e um destaque dos seis modelos não lineares: Kozak (1988), Muhairwe I (1999), Muhairwe II (1999), Bi (2000), Sharma e Zhang (2004) e Kozak (1994). Portanto, dos 46 modelos de afilamento avaliados por meio de uma validação com dados dependentes, ao incluir os cinco modelos lineares selecionados (Tabela 3), destacaram-se onze modelos para descrever o perfil do fuste de *Corymbia citriodora* em área de cerrado.

Tabela 3 – Estatísticas por segmento do fuste para oito modelos lineares de afilamento

Modelo	DAM	RQEM	SQRR	DPD	CIA	EPR	SN	SG
Segmento do Fuste: BASE								
Schöpfer (1)	-0,2037 ⁸	0,6295 ⁸	0,2644 ⁸	0,5844 ⁸	146,27 ⁸	5,19 ⁸	48	139
Hradetzky (2)	-0,1981 ⁷	0,5979 ⁷	0,2499 ⁷	0,5509 ⁷	141,97 ⁷	4,93 ⁷	42	103
Kozak 88 (12)	-0,0042 ¹	0,4091 ⁴	0,1172 ²	0,4129 ⁴	114,94 ⁴	3,38 ⁴	19	51
Kozak 04 (13)	-0,0238 ²	0,4085 ³	0,1460 ⁵	0,4103 ³	110,22 ³	3,37 ³	19	63
Kozak 04 (14)	-0,0748 ⁶	0,4142 ⁵	0,1517 ⁶	0,4234 ⁶	118,36 ⁶	3,42 ⁵	34	106
Muhairwe (15)	-0,0657 ⁴	0,3862 ²	0,1255 ³	0,3866 ²	110,15 ²	3,19 ²	15	66
Muhairwe (16)	-0,0339 ³	0,4222 ⁶	0,1264 ⁴	0,4195 ⁵	117,58 ⁵	3,48 ⁶	29	53
Laasasenaho (23)	-0,0666 ⁵	0,3555 ¹	0,1039 ¹	0,3600 ¹	103,23 ¹	2,93 ¹	10	60
Segmento do Fuste: Intermediário								
Schöpfer (1)	-0,0884 ⁶	0,4944 ⁸	0,1457 ⁸	0,5197 ⁸	94,80 ⁸	4,81 ⁷	45	
Hradetzky (2)	-0,0811 ⁴	0,4879 ⁷	0,1380 ⁷	0,5000 ⁷	92,44 ⁵	4,62 ⁶	36	
Kozak 88 (12)	0,0581 ³	0,4097 ¹	0,0917 ¹	0,4285 ²	87,03 ²	3,88 ¹	10	
Kozak 04 (13)	0,0816 ⁵	0,4099 ²	0,0937 ²	0,4175 ¹	82,15 ¹	3,88 ¹	12	
Kozak 04 (14)	0,1642 ⁸	0,4408 ⁵	0,1115 ⁴	0,4354 ⁴	93,94 ⁷	4,18 ⁴	32	
Muhairwe (15)	0,1388 ⁷	0,4513 ⁶	0,1174 ⁵	0,4534 ⁵	92,75 ⁶	4,28 ⁵	34	
Muhairwe (16)	0,0508 ²	0,4147 ³	0,1051 ³	0,4352 ³	87,74 ³	3,93 ²	16	
Laasasenaho (23)	0,0180 ¹	0,4362 ⁴	0,1247 ⁶	0,4605 ⁶	90,73 ⁴	4,13 ³	24	
Segmento do Fuste: SUPERIOR								
Schöpfer (1)	-0,0373 ⁷	0,6081 ⁸	0,5185 ⁸	0,6360 ⁸	90,63 ⁷	8,36 ⁸	46	
Hradetzky (2)	-0,0583 ⁸	0,5403 ⁵	0,3567 ²	0,5628 ³	84,78 ²	7,43 ⁵	25	
Kozak 88 (12)	0,0001 ¹	0,5307 ³	0,4147 ⁵	0,5673 ⁵	89,02 ⁵	7,29 ³	22	
Kozak 04 (13)	-0,0047 ²	0,5467 ⁷	0,4411 ⁶	0,5729 ⁶	85,36 ⁴	7,51 ⁷	32	
Kozak 04 (14)	-0,0304 ⁶	0,5412 ⁶	0,4425 ⁷	0,5836 ⁷	92,72 ⁸	7,44 ⁶	40	
Muhairwe (15)	-0,0276 ⁵	0,4912 ²	0,3679 ³	0,5243 ²	85,20 ³	6,75 ²	17	
Muhairwe (16)	0,0185 ³	0,4588 ¹	0,3138 ¹	0,4901 ¹	81,73 ¹	6,31 ¹	8	
Laasasenaho (23)	-0,0257 ⁴	0,5312 ⁴	0,4140 ⁴	0,5672 ⁴	89,07 ⁶	7,30 ⁴	26	

Fonte: Autores (2021)

Em que: DAM = desvio absoluto médio; RQEM = Raiz quadrada do erro médio; SQRR = soma dos quadrados dos resíduos relativos; DPD = desvio padrão das diferenças; CIA = critério de informação de Akaike; EPR = erro padrão residual; SN = soma das notas; SG = soma geral das notas; Expoentes são as notas de cada modelo.

Tabela 4 – Estatísticas por segmento do fuste para dez modelos não lineares de afilamento

Modelo	DAM	RQEM	SQRR	DPD	CIA	EPR	SN	SG
Segmento do Fuste: BASE								
Kozak 88 (32)	-0,0212 ⁷	0,3746 ⁵	0,1156 ⁷	0,3852 ⁶	107,60 ⁶	3,09 ⁵	36	77
Muhairwe I (33)	-0,0101 ⁴	0,3769 ⁶	0,1382 ⁹	0,3876 ⁷	108,12 ⁷	3,11 ⁶	39	95
Muhairwe II (34)	0,0014 ²	0,3892 ⁸	0,1328 ⁸	0,3964 ⁸	110,80 ⁸	3,21 ⁸	42	71
Bi (36)	-0,0005 ¹	0,3134 ¹	0,0657 ¹	0,3195 ¹	90,39 ¹	2,59 ¹	6	68
Sharma e Zhang (37)	-0,1129 ¹⁰	0,4080 ⁹	0,1025 ⁴	0,3777 ⁵	105,71 ⁵	3,37 ⁹	42	85
Sharma e Parton I (38)	-0,0784 ⁹	0,3461 ³	0,0827 ³	0,3343 ³	91,98 ²	2,86 ³	23	125
Peres (40)	-0,0118 ⁵	0,3557 ⁴	0,1031 ⁵	0,3549 ⁴	96,45 ⁴	2,94 ⁴	26	124
Kozak 97 (41)	-0,0662 ⁸	0,4090 ¹⁰	0,1683 ¹⁰	0,4149 ¹⁰	114,90 ¹⁰	3,37 ⁹	57	133
Torrubiano (42)	0,0210 ⁶	0,3308 ²	0,0690 ²	0,3290 ²	92,61 ³	2,73 ²	17	111
Kozak 94 (44)	-0,0082 ³	0,3831 ⁷	0,1154 ⁶	0,3993 ⁹	114,20 ⁹	3,16 ⁷	41	88
Segmento do Fuste: Intermediário								
Kozak 88 (32)	0,0301 ³	0,3974 ¹	0,0879 ¹	0,4187 ¹	85,23 ³	3,77 ¹	10	
Muhairwe I (33)	0,0435 ⁴	0,4194 ⁴	0,1127 ⁶	0,4408 ⁶	88,42 ⁶	3,97 ⁴	30	
Muhairwe II (34)	-0,0003 ¹	0,4045 ³	0,1063 ⁴	0,4275 ³	86,28 ⁴	3,83 ³	18	
Bi (36)	0,0534 ⁵	0,4653 ⁹	0,1151 ⁷	0,4843 ¹⁰	92,05 ¹⁰	4,41 ⁸	49	
Sharma e Zhang (37)	0,0695 ⁶	0,4233 ⁵	0,1003 ³	0,4271 ²	79,44 ¹	4,01 ⁵	22	
Sharma e Parton I (38)	0,0888 ⁷	0,4654 ¹⁰	0,1262 ¹⁰	0,4673 ⁹	85,05 ²	4,41 ⁸	46	
Peres (40)	0,0918 ⁸	0,4613 ⁷	0,1214 ⁹	0,4660 ⁸	86,78 ⁵	4,37 ⁶	43	
Kozak 97 (41)	0,1038 ⁹	0,4235 ⁶	0,1072 ⁵	0,4336 ⁵	88,98 ⁷	4,01 ⁵	37	
Torrubiano (42)	0,1445 ¹⁰	0,4643 ⁸	0,1160 ⁸	0,4583 ⁷	89,51 ⁸	4,40 ⁷	48	
Kozak 94 (44)	0,0088 ²	0,4034 ²	0,0958 ²	0,4334 ⁴	91,37 ⁹	3,82 ²	21	
Segmento do Fuste: Superior								
Kozak 88 (32)	0,0109 ³	0,5422 ⁶	0,4138 ⁶	0,5795 ⁶	89,99 ⁵	7,45 ⁵	31	
Muhairwe I (33)	-0,0379 ⁶	0,4930 ⁴	0,3677 ⁴	0,5255 ⁴	85,38 ⁴	6,78 ⁴	26	
Muhairwe II (34)	-0,0138 ⁴	0,4618 ¹	0,3232 ¹	0,4934 ¹	82,14 ³	6,35 ¹	11	
Bi (36)	0,0081 ²	0,4838 ²	0,3422 ²	0,5120 ³	81,83 ²	6,65 ²	13	
Sharma e Zhang (37)	-0,0475 ⁷	0,4903 ³	0,3753 ⁵	0,5015 ²	75,23 ¹	6,74 ³	21	
Sharma e Parton I (38)	-0,0599 ⁸	0,6946 ¹⁰	0,5999 ¹⁰	0,7112 ¹⁰	92,47 ⁹	9,55 ⁹	56	
Peres (40)	-0,0923 ¹⁰	0,6722 ⁹	0,5815 ⁹	0,6908 ⁹	93,18 ¹⁰	9,24 ⁸	55	
Kozak 97 (41)	-0,0215 ⁵	0,5500 ⁷	0,4368 ⁷	0,5876 ⁷	90,88 ⁷	7,56 ⁶	39	
Torrubiano (42)	-0,0825 ⁹	0,6030 ⁸	0,4801 ⁸	0,6258 ⁸	90,21 ⁶	8,29 ⁷	46	
Kozak 94 (44)	0,0016 ¹	0,4935 ⁵	0,3573 ³	0,5386 ⁵	91,00 ⁸	6,78 ⁴	26	

Fonte: Autores (2021)

Em que: DAM = desvio absoluto médio; RQEM = Raiz quadrada do erro médio; SQRR = soma dos quadrados dos resíduos relativos; DPD = desvio padrão das diferenças; CIA = critério de informação de Akaike; EPR = erro padrão residual; SN = soma das notas; SG = soma geral das notas; Expoentes são as notas de cada modelo.

Os onze modelos de afilamento selecionados foram avaliados por meio de uma validação cruzada utilizando-se dois bancos de dados diferentes com 106 e 91 posições do tronco, respectivamente. Como resultado, o modelo de Muhairwe I apresentou o menor valor de SG, com 25 pontos, seguido do modelo Muhairwe II com 28 pontos, ambos modelos não lineares tendo melhor acurácia que o respectivo ajuste na forma linearizada com SG de 33 e 48 pontos, respectivamente (Tabela 5). Observou-se, também, que ocorreram quatro modelos não lineares se sobressaindo aos de ajuste linear, o que evidencia modelos não lineares superarem os lineares.

Ainda, verificando a amplitude SN (ASN) entre os dois bancos de dados (Tabela 5), obteve-se: 9 para Muhairwe I (17-8), 4 para Muhairwe II (16-12), 25 para Bi (29-4) e 23 para Sharma e Zhang (27-4). Esses valores indicam melhor estabilidade de aplicação para os modelos de Muhairwe I (MW1) e Muhairwe II (MW2), seguidos do modelo de Kozak (Kz88) com ASN=1 (26-25), apesar de ter a sexta colocação de SG com 51 pontos. Com isso, o modelo MW1 de EF foi ajustado incluindo os efeitos aleatórios com aplicação da teoria de modelos mistos. Incluiu-se também nessa etapa os modelos MWII e KZ88 devido ao menor SG aliado ao menor valor de ASN. No caso do modelo KZ88, este foi incluído também por ser um modelo do tipo expoente-forma de destaque em alguns estudos brasileiros atuais, como Andrade (2014) e Alves *et al.* (2019).

Na validação cruzada, o ajuste dos modelos de efeito misto (EM), modelos MW1.EM, MW2.EM e Kz88.EM, resultou em não significância ao nível de 10% pelo teste t de *student* apenas nos coeficientes b7 e b8 nos modelos MW2 e Kz88 empregando-se os dados BD1 (n=106) e, utilizando-se os dados BD2 (n=91), houve não significância para b5 e b8 nos modelos Kz88 e coeficientes b6, b7 e b8 no modelo MW2, sendo referidos coeficientes de regressão excluídos no ajuste dos modelos de afilamento MW1, Kz88 e Mw2.

Quanto aos resultados dos modelos EF, obteve-se não significância nos testes BP, KS e DW em atendimento favorável às pressuposições de regressão quanto à Hm, Nr e IR, respectivamente. Somente no ajuste com dados BD2 (n=91), para EF se obteve significância em DW=1,37* (p-value=0,16%), DW=1,46* (p-value=0,71%) e DW=1,52* (p-value=1,76%) para Kz88.EF, MW1.EF e MW2.EF, respectivamente. Já, para EM se obteve significância no teste DW=1,52* (p-value=1,60%) apenas para Kz88.EM. Por fim, na aplicação do teste RV ao nível de 5% de significância, obteve-se diferença entre os respectivos ajustes de EF e EM com p-value de 0,04% (Kz88.EF *versus* Kz88.EM), de 0,19% (MW1.EF *versus* MW1.EM) de 3,4% (MW2.EF *versus* MW2.EM).

Tabela 5 – Resultados dos critérios estatísticos adotados na validação cruzada de onze modelos de afilamento

Modelo	DPD	RQEM	EMQ	PVE	SN	SG
Banco de Dados 1 (n=106)						
Kozak 88 (12)	0,600 ⁸	5,61 ⁸	0,373 ⁸	98,35 ⁸	32	68
Kozak 04 (13)	0,616 ⁹	5,76 ⁹	0,386 ⁹	98,26 ⁹	36	51
Muhairwe I (15)	0,556 ³	5,12 ³	0,312 ³	98,62 ³	12	33
Muhairwe II (16)	0,618 ¹⁰	5,82 ¹⁰	0,402 ¹⁰	98,22 ¹⁰	40	48
Laasasenaho (23)	0,574 ⁵	5,26 ⁵	0,333 ⁵	98,54 ⁵	20	60
Kozak 88 (32)	0,576 ⁷	5,36 ⁶	0,341 ⁶	98,49 ⁶	25	51
Muhairwe I (33)	0,543 ²	5,02 ²	0,299 ²	98,68 ²	8	25
Muhairwe II (34)	0,557 ⁴	5,20 ⁴	0,321 ⁴	98,58 ⁴	16	28
Bi (36)	0,513 ¹	4,76 ¹	0,266 ¹	98,81 ¹	4	33
Sharma e Zhang (37)	0,574 ⁶	5,47 ⁷	0,342 ⁷	98,43 ⁷	27	31
Kozak 94 (44)	1,447 ¹¹	13,63 ¹¹	2,254 ¹¹	90,23 ¹¹	44	75
Banco de Dados 2 (n=91)						
Kozak 88 (12)	0,463 ⁹	4,40 ⁹	0,219 ¹⁰	98,85 ⁸	36	
Kozak 04 (13)	0,418 ³	4,01 ⁴	0,178 ⁴	99,04 ⁴	15	
Muhairwe I (15)	0,437 ⁵	4,16 ⁵	0,196 ⁶	98,97 ⁵	21	
Muhairwe II (16)	0,408 ²	3,87 ²	0,170 ²	99,11 ²	8	
Laasasenaho (23)	0,537 ¹⁰	5,06 ¹⁰	0,293 ¹¹	98,48 ⁹	40	
Kozak 88 (32)	0,452 ⁷	4,28 ⁶	0,207 ⁷	98,91 ⁶	26	
Muhairwe I (33)	0,424 ⁴	4,01 ⁴	0,182 ⁵	99,04 ⁴	17	
Muhairwe II (34)	0,418 ³	3,95 ³	0,177 ³	99,07 ³	12	
Bi (36)	0,451 ⁶	4,31 ⁸	0,208 ⁸	98,90 ⁷	29	
Sharma e Zhang (37)	0,397 ¹	3,84 ¹	0,159 ¹	99,12 ¹	4	
Kozak 94 (44)	0,460 ⁸	4,30 ⁷	0,214 ⁹	98,90 ⁷	31	

Fonte: Autores (2021)

Em que: DPD = desvio padrão das diferenças; RQEM = Raiz quadrada do erro médio; EMQ = erro médio quadrático; PVE = porcentagem da variação explicada; SN = soma das notas; SG = soma geral das notas; Valores dos expoentes são as notas de cada modelo.

Dentre os critérios utilizados na avaliação da qualidade de ajuste, obteve-se melhores resultados de EPR abaixo de 5% para EM comparados aos respectivos EF. Quanto ao critério CIA (Tabela 6), observou-se melhores valores para o modelo Kz88.EM com cerca de 3,4% (146,2) e 12,3% (68,7) inferior ao segundo modelo de melhor resultado (MW2.EM). Quanto aos critérios de validação cruzada (ME, RQEM, SQER, DPD e MEA), observa-se superioridade do modelo de Kz88.EM por resultar no menor SG=16 pontos, além de menor ASN=2 pontos.

Por outro lado, ao se referenciar no pressuposto de regressão acerca de IR, observou-se um teste DW* para o modelo Kz88.EM, resultado que o desqualifica se comparado aos demais modelos MW1.EM e MW2.EM que tiveram teste DW^{ns}. Assim, mesmo esses dois últimos modelos sendo inferiores ao modelo Kz88.EM, quanto a SG e ASN, observa-se que ambos podem ser qualificados superiores devido ao teste DW e, também, por serem de mais fácil ajuste, porque não necessitam de um valor P como o modelo Kz88.

Tabela 6 – Estatísticas de validação cruzada obtidas para equações de EM geradas por meio dos modelos Kz88, MW1 e MW2

CE	Modelo de Afilamento					
	Kz88.EM	MW1.EM	MW2.EM	Kz88.EM	MW1.EM	MW2.EM
	Banco de dados 1 (n=106):			Banco de dados 2 (n=91):		
CIA	146,2	151,3	147,4	68,7	78,3	70,9
ME	0,06381	0,02772	-0,06432	-0,00719	0,00402	-0,01266
RQEM	0,48070	0,46952	0,49074	0,33870	0,35243	0,34225
SQER	0,25890	0,33423	0,30326	0,12883	0,17631	0,15002
DPD	0,47871	0,47093	0,48882	0,34050	0,35436	0,34391
MEA	0,35742	0,33734	0,36230	0,25943	0,26027	0,25807
ME	2	1	3	2	1	3
RQEM	2	1	3	1	3	2
SQER	1	3	2	1	3	2
DPD	2	1	3	1	3	2
MEA	2	1	3	2	3	1
SN	9	7	14	7	13	10
SG	16 ²	20 ⁶	24 ⁴			

Fonte: Autores (2021)

Em que: CE = critério estatístico, com exceção de CIA, foram obtidos na validação cruzada; CIA = critério de informação de Akaike obtido no ajuste; ME = média dos erros; RQEM = raiz quadrada do erro médio; SQER = soma dos quadrados dos erros relativos; DPD = desvio padrão das diferenças; MEA = média dos resíduos em valores absolutos; Kz88.EM = modelo 12 de efeito misto (KOZAK, 1988); MW1 = modelo 15 de efeito misto (MUHAIRWE I, 1999); MW2 = modelo 16 de efeito misto (MUHAIRWE II, 1999); SN = soma das notas; SG = soma geral das nota, onde os valore em expoente se referem a amplitude entre SN (ASN).

4 CONCLUSÃO

Os modelos conhecidos como usuais no Brasil, Schoepfer, Hradetzky, Demaerschalk, Kozak e Ormerod, foram não preferíveis para descreverem o perfil do fuste de *Corymbia citriodora* em área de cerrado.

Em geral, os modelos de afilamento não lineares geraram equações com melhor desempenho quando comparados aos lineares para descrever o perfil do fuste de *Corymbia citriodora* dentre os critérios utilizados neste estudo.

Dentre os modelos lineares testados, Muhairwe I obteve melhores resultados quando comparados a todos os demais. Já, para os modelos não lineares, os que se destacaram em todas as análises foram Muhairwe I, Muhairwe II, Bi e Sharma e Zhang, sendo de possível utilização para *Corymbia citriodora*.

O melhor modelo de afilamento para descrever o perfil do fuste de *Corymbia citriodora* em área de cerrado, dentre todos os 46 modelos que foram avaliados neste estudo, foi o modelo não linear de Muhairwe I.

O ajuste de efeito misto se mostrou bem superior ao ajuste de somente efeito fixo em todos os critérios adotados de avaliação, mantendo-se a superioridade do modelo de Muhairwe I.

AGRADECIMENTOS

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de pesquisa. Também, estendem-se merecidos agradecimentos aos avaliadores deste artigo pela conduta imparcial e estritamente profissional adotada ao se posicionaram perante o conteúdo apresentado neste artigo científico, sugerindo alterações que muito contribuíram para um melhor contexto do assunto em enfoque.

REFERÊNCIAS

ALVES, J. A. *et al.* Avaliação de funções de afilamento de expoente-variável para árvores de *Eucalyptus* spp. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 47, n. 121, p. 45-58, 2019.

ANDRADE, V. C. L.; FREITAS, B. C.; TERRA, D. L. C. V. Equações de perfil do tronco avaliados para *Corymbia citriodora* Hill & Johnson. **Agrarian**, Dourados, v.14, n.51, p. 82-94, 2021.

ANDRADE, V. C. L.; GAMA, R. C.; TERRA, D.L.C.V.Considerações sobre modelos de taper no brasil. **Revista Científica Eletrônica de Engenharia Florestal da FAEF**, Garça, v. 33, n. 1, p. 1-16, 2019.

ANDRADE, V. C. L. Modelos de taper do tipo expoente-forma para descrever o perfil do fuste de árvores. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, v. 34, p. 271-283, 2014.

CERQUEIRA, C. L. *et al.* Funções de afilamento para eucalipto em sistema de integração Lavoura-Pecuária-Floresta. **Advances in Forestry Science**, Cuiabá, v. 5, n. 4, p. 479-485, 2018.

MÔRA, R. **Funções de afilamento de forma variável e modelagem de efeitos mistos em fustes de *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna***. 2015. 277 f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba. 2015.

GOMES, F. P. **Curso de estatística experimental**. 15ª Ed. Piracicaba: FEALQ, 2009, 451p.

R Development Core Team (2015). R: A language and environment for statistical computing. **R Foundation for Statistical Computing**, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org/>.

SCOLFORO, J.R.S.; *et al.* Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil do fuste de *Pinus elliottii*. **Cerne**, Lavras, v. 4, n. 1, p. 100 - 122, 1998.

SEPLAN. Secretaria do Planejamento e da Modernização da Gestão Pública. **Atlas do Tocantins: subsídios ao planejamento da gestão territorial**. 6. ed. 80p. 2012.

Contribuição de Autoria

1 – Valdir Carlos Lima de Andrade

Engenheiro Florestal, Dr., Professor

<https://orcid.org/0000-0002-5559-9124> • vclandradeuft@gmail.com

Contribuição: Conceituação, Curadoria de dados, Análise Formal, Investigação, Metodologia, Software, Supervisão, Validação, Escrita – primeira redação, Escrita – revisão e edição

2 – David Lucas Camargo Vieira Terra

Engenheiro Florestal, Dr., Professor

<https://orcid.org/0000-0002-5762-0804> • davidlcvt7@hotmail.com

Contribuição: Conceituação, Curadoria de dados, Análise Formal, Investigação, Metodologia, Software, Validação, Escrita – primeira redação

3 – Samuel de Pádua Chaves e Carvalho

Engenheiro Florestal, Dr., Professor

<https://orcid.org/0000-0002-5590-9049> • samuel.carvalho@ufmt.br

Contribuição: Conceituação, Análise Formal, Metodologia, Validação, Escrita – revisão e edição

Como citar este artigo

Andrade, V. C. L.; Terra, D. L. C. V.; Carvalho, S. P. C. Análise de regressão do perfil do fuste de *Corymbia citriodora* formado em área de Cerrado. *Ciência Florestal*, Santa Maria, v. 32, n. 3, p. 1500-1527, 2022. DOI 10.5902/1980509866721. Disponível em: <https://doi.org/10.5902/1980509866721>.