

## INTRODUÇÃO E APLICAÇÃO DA DILUIÇÃO DA PRECISÃO DAS AMBIGUIDADES GNSS – ADOP

*Introduction and application of the GNSS Ambiguity Dilution of Precision - ADOP*

JOÃO FRANCISCO GALERA MONICO  
VINICIUS FRANCISCO ROFATTO  
MARCO AURÉLIO MORAES DE MENDONÇA

Programa de Pós Graduação em Ciências Cartográficas  
Universidade Estadual Paulista – UNESP  
Rua Roberto Simonsen, 305, Caixa Postal 467  
CEP 19060-900, Presidente Prudente, SP  
galera@fct.unesp.br {rofattaum; mammendonca}@gmail.com;

### RESUMO

Diluição da precisão das ambiguidades GNSS, conhecida como ADOP (*Ambiguity Dilution of Precision*), é o tópico principal deste artigo. Basicamente, o ADOP é definido como uma medida escalar para avaliar a precisão das ambiguidades reais (*float*). Assim, entre as inúmeras possibilidades, a ADOP pode auxiliar na previsão do comportamento de uma linha base ou de uma rede de receptores GNSS no que diz respeito ao problema de solução das ambiguidades envolvidas, quer seja em tempo real (instantânea), ou no modo pós-processado. A vantagem de utilizar a grandeza ADOP advém da possibilidade de extrair uma expressão analítica simplificada, considerando os diversos fatores que afetam a resolução das ambiguidades. Além disso, essa grandeza traz informação a respeito da taxa de sucesso de resolução das ambiguidades. As expressões utilizadas nesse artigo levam em consideração alguns fatores, como por exemplo, informações a priori da precisão das medidas de fase da onda portadora e pseudodistância, número de estações e satélites, número de frequências disponíveis e o comportamento da atmosfera, considerando tanto a troposfera como a ionosfera. A partir dessas informações, diversos cenários são factíveis de serem estabelecidos visando analisar o impacto de cada informação particular na resolução das ambiguidades. As análises foram realizadas no contexto de algumas estações da rede GNSS-SP, uma rede GNSS estabelecida no Estado de São Paulo.

**Palavras-chave:** GNSS; Resolução de Ambiguidades; ADOP.

### ABSTRACT

The main topic of this paper is the Ambiguity Dilution of Precision known as ADOP. Basically, ADOP is defined as a diagnostic measure for assessing the precision of the float scalar ambiguities. Among the several possibilities, the ADOP can provide help in predicting the behavior of a baseline or a network of GNSS receivers, concerning the problem of ambiguity resolution, either in real-time (instantaneous) or in the post-processing mode. The main advantage of using ADOP is possibility of the extraction of a closed analytical expression, considering various factors that affect the ambiguity resolution. Furthermore, the ADOP is related to the success rate of ambiguity resolution. The expressions here used, takes into account several factors, for example, a priori information of the measurement precision of GNSS carrier phase and pseudorange, the number of stations and satellites, the number of available frequencies and the behavior of the atmosphere (ionosphere and troposphere). Several scenarios were established so as to analyze the impact of each factor in ambiguities resolution, within the context of some stations of the São Paulo GNSS network (GNSS-SP).

**Keywords:** GNSS; Carrier Phase Ambiguity Resolution; ADOP.

## 1. INTRODUÇÃO

Uma das formas de obter alta acurácia (ao nível centimétrico) no posicionamento pelo GNSS (*Global Navigation Satellite System*) é ter disponível uma rede de estações de referência que opera continuamente, disponibilizando os dados ou correções aos usuários da mesma. Os dados coletados nessas redes podem ser utilizados para produzir parâmetros de interesse, como por exemplo, atrasos atmosféricos (troposfera e ionosfera), correções de órbitas de satélites, dentre outros. As estimativas destes atrasos atmosféricos a partir da rede podem ser, conseqüentemente, usadas para prever os erros atmosféricos de um usuário (receptor *Rover*) que se encontre na área de abrangência da rede, por meio de modelagem ou interpolação. A posição do usuário pode ser então estimada com alta precisão usando as correções atmosféricas, bem como os dados de uma das estações da rede. Exemplos desta tecnologia, de sistemas RTK (*Real Time Kinematic*) em rede, são descritos, por exemplo, em Vollath et al. (2000) e Alves and Monico (2011).

Para obter uma predição mais precisa dos erros atmosféricos para os usuários, o processamento de dados da rede GNSS deve fixar as ambiguidades da fase da onda portadora em números inteiros (*fix solution* na literatura inglesa). Uma vez que essas ambiguidades estejam solucionadas como inteiras, a alta precisão da fase será refletida nas estimativas dos parâmetros atmosféricos da rede.

As posições das estações de referência da rede não precisam ser estimadas, podendo ser mantidas injunçionadas como constante no processamento dos dados,

já que podem ser determinadas a priori com ótima qualidade. A solução das ambiguidades da rede como números inteiros não é um assunto trivial, devido à presença de erros que se deseja modelar, sobretudo aqueles advindos da troposfera e ionosfera (MONICO, 2008; ALVES E MONICO, 2011). Para uma aplicação prática e eficiente do processamento de dados GNSS em tempo real de uma rede deve-se fazer o uso dos algoritmos envolvidos no Filtro de Kalman, considerando receptores de dupla frequência. Não é aconselhável realizar diferenciação das observações de fase e código (observações originais), dos atrasos zenitais troposféricos, dos efeitos ionosféricos, e dos erros dos relógios dos satélites e receptores presentes no vetor estado, mas se deve considerar as duplas-diferenças (DD) das ambiguidades. No ciclo de atualização do filtro, as ambiguidades são mantidas constantes para todas as épocas (desde que não ocorra perda de ciclos). Embora as ambiguidades no domínio dos números reais (*float solution* da literatura inglesa), que aparecem no vetor estado, sejam solucionadas em tempo real, a resolução do número inteiro de ciclos das ambiguidades, realizado por meio, por exemplo, do método LAMBDA (*Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment*) desenvolvido por Teunissen (1993), requer algumas inicializações. As ambiguidades no espaço dos números reais tendem a convergir (ODIJK E TEUNISSEN, 2011).

Apesar do fato de que, após a convergência do vetor das ambiguidades, o número inteiro da ambiguidade da rede pode ser estimado em tempo real, é certo que o processamento dos dados da rede em tempo real será conduzido com base na resolução instantânea da ambiguidade, ou seja, usando sempre que possível apenas uma única época de observação. A princípio, como demonstrado por Odijk e Teunissen (2011), a resolução instantânea da ambiguidade para uma rede de receptores de duplas-frequências é limitada por alguns fatores, dentre eles o número de satélites, estações, frequências e intervalo de tempo das observações.

A solução das ambiguidades da fase é a chave para o posicionamento GNSS de alta acurácia em curtos espaços de tempo. Tendo em vista tal pressuposto, fica clara a importância do parâmetro de dispersão ADOP (*Ambiguity Dilution of Precision*), proposto por Odijk e Teunissen, (1997). Neste artigo objetiva-se rever as propriedades e o conceito de ADOP baseado fortemente nos artigos de Teunissen (1997) e Odijk e Teunissen (2007, 2008 e 2011). Adicionalmente apresenta-se uma aplicação aos dados de estações pertencentes a rede GNSS-SP (<http://gege.fct.unesp.br>). Além disso, será feita uma análise do impacto da modernização GNSS e os fatores que afetam a resolução instantânea das ambiguidades.

Para tanto, na seção 2 são apresentados os conceitos e fundamentos teóricos envolvidos na resolução das ambiguidades e na ADOP, seguido pela seção 3, onde são descritos os materiais e métodos utilizados no artigo. Os experimentos e resultados estão compondo na seção 4, enquanto os comentários finais e conclusões compõem a seção 5.

## 2. CONCEITOS E FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Alguns fundamentos teóricos e conceitos se fazem necessários para o bom entendimento do artigo, dentre eles a resolução das ambiguidades e a descrição da medida ADOP.

### 2.1 Resoluções das Ambiguidades

A resolução das DDs de fase das ambiguidades GNSS é o processo de determinar o valor dos números inteiros das mesmas no domínio dos números inteiros. Uma vez que as ambiguidades inteiras são solucionadas, as medidas de fase funcionam como medidas de distâncias de alta acurácia, permitindo assim estimar todos os parâmetros do modelo com alta precisão (TEUNISSEN E ODIJK 1997).

A solução das ambiguidades GNSS pode ser realizada em duas etapas (Odiijk e Teunissen, 1997):

1. a da estimativa das ambiguidades e
2. a da validação das ambiguidades.

Na primeira, procura-se estimar as ambiguidades inteiras utilizando o método de mínimos quadrados. Na segunda, verifica-se um determinado candidato possui alta probabilidade de ser a solução por mínimos quadrados inteiros (MQI).

Nas equações de observação linearizadas para o sistema GPS (*Global Positioning System*):

$$y = Aa + Bb + e, \quad (1)$$

o termo  $y$  é o vetor de observações GPS,  $a$  é o vetor de inteiros desconhecidos das duplas diferenças (DD) das ambiguidades,  $b$  é o vetor dos parâmetros restantes,  $e$  é o vetor dos resíduos, e  $A$  e  $B$  são as matrizes das derivadas parciais dos parâmetros (*design matrices*). Na estimativa de mínimos quadrados, todos os parâmetros incógnitos são considerados que pertencem ao espaço de números reais. No entanto, no caso em estudo tem-se um problema de mínimos quadrados onde ocorrem restrições, pois os valores das ambiguidades são inteiros, ou seja:

$\min_{a,b} \|y - Aa - Bb\|^2$  com  $a$  inteiro e  $b$  real.

Seguindo Odiijk e Teunissen, (1997), a solução deste problema de minimização é dividida em três etapas distintas. Na primeira, as restrições de números inteiros não são levadas em consideração, tornando-se um problema de mínimos quadrados padrão. Como resultado obtém-se pelo método dos mínimos quadrados (MMQ) as estimativas de  $a$  e  $b$  (solução *float*), juntamente com suas respectivas matrizes variância-covariância (MVC). Na segunda etapa, as ambiguidades *float* estimadas ( $\hat{a}$ ) e sua MVC,  $\sum_{\hat{a}}$ , são utilizadas para resolver o problema de minimização:  $\min_a (\hat{a} - a)^T \sum_{\hat{a}}^{-1} (\hat{a} - a)$ , sendo  $a$  inteiro.

A solução desta segunda etapa fornece a estimativa de MQI das ambiguidades. O método LAMBDA é muito eficiente para determinar as ambiguidades inteiras, que são então utilizadas na terceira etapa para obter a solução fixa do vetor de

parâmetros  $b$ . Em suma, o processo é constituído pelas seguintes etapas (Odijk e Teunissen, 1997):

- O cálculo do MQI das ambiguidades é baseado no espaço de busca das ambiguidades:  $(\hat{a} - a)^T \Sigma_{\hat{a}}^{-1} (\hat{a} - a) \leq \chi^2$ , onde  $\chi^2$  é uma constante escolhida apropriadamente;
- As DD das ambiguidades e seu espaço de busca são transformados por meio de uma função de decorrelação das ambiguidades. Como resultado são obtidas as ambiguidades transformadas que são em grande parte decorrelacionadas, mais precisas que as ambiguidades originais, e que têm um espaço de busca que está mais próximo de uma hiper-esfera;
- O valor  $\chi^2$  deve ser escolhido adequadamente, sem ser muito pequeno tampouco muito grande. No último caso implicaria num espaço de busca de dimensão desnecessária. Por outro lado, um valor muito pequeno poderia resultar em um espaço de busca vazio. A aplicação de uma estratégia de arredondamento para a solução float das ambiguidades transformadas pode ser adequada;
- Estando o tamanho e a forma do espaço de busca definidos, inicia-se a procura pelos vetores de candidatos. Nesta fase aplica-se o ajustamento de mínimos quadrados condicional que proporciona limites sobre as ambiguidades individuais. Este ajustamento é realizado de forma eficiente quando se aplica uma decomposição  $LDL^T$  ou uma decomposição de Cholesky; e
- A busca irá produzir a solução de MQI das ambiguidades transformadas e, se necessário, a segunda melhor solução também. Esta solução de MQI pode então ser usada, tanto diretamente como indiretamente para obter a solução *fixed* de  $b$ .

Depois que as estimativas do MQI das ambiguidades forem obtidas, resta analisar a qualidade da solução. Na teoria clássica de Ajustamento de Observações, a MVC proporciona informações suficientes sobre os parâmetros estimados, pois observações distribuídas de acordo com a distribuição normal, quando introduzidas em um modelo linear, produzem um estimador linear que terá o mesmo tipo de distribuição (TEUNISSEN E VERHAGEN, 2007; VERHAGEN, 2005). No entanto, essa teoria relativamente simples não pode ser aplicada quando estimadores inteiros estiverem envolvidos no processo, pois eles não têm distribuição normal.

Testes de aceitação e discriminação podem ser adotados na prática. Num primeiro teste, verifica-se se a solução inteira é uma solução provável. Com respeito ao segundo teste verifica-se se a solução pelo MQI - sendo a solução mais provável - difere suficientemente da probabilidade da segunda solução ser a mais provável.

Quando as ambiguidades inteiras estimadas pelo MQI são aceitas como uma solução válida, aplicam-se as injunções sobre a solução inicial (*float*). O problema do teste de discriminação é que as suas funções de densidade de probabilidade são desconhecidas. Assim, os valores críticos e as probabilidades dos erros não são conhecidos. Para mais detalhes, consulte Teunissen (1996) e Monico (2008, p. 367).

## 2.2 Diluição da Precisão das Ambiguidades

A taxa de sucesso de solução das ambiguidades será alta (maior que 99,99%) quando a precisão da estimativa das ambiguidades *float* também for suficientemente de alta qualidade. ADOP pode ser usado para se ter uma visão geral sobre a capacidade de uma linha de base ou rede ter suas ambiguidades solucionadas, pois se trata de uma medida intrínseca para a média da precisão das ambiguidades, além de levar em consideração a correlação entre elas. Trata-se de uma medida similar ao PDOP (*Position Dilution of Precision*), mas leva também em consideração a correlação entre os parâmetros de interesse, ou seja, das ambiguidades.

Desde a sua introdução, o conceito de ADOP tem sido razoavelmente usado nas aplicações GPS. Por exemplo, Wu (2003) e Skaloud (1998) utilizaram o ADOP para integração de dados INS (*Inertial Navigation System*) com dados GPS de simples frequência. Scherzinger (2000, 2001) usou o conceito de ADOP para examinar o impacto das precisões das ambiguidades no RTK auxiliado por sistemas inerciais durante as interrupções do sistema GPS. No cenário nacional, Machado e Monico (2002) usou a ADOP para analisar as soluções rápidas das ambiguidades GPS para aplicações no posicionamento relativo de bases curtas.

Existe a possibilidade de extrair, de modo prático e fácil, as expressões analíticas na forma simplificada para o ADOP. Essas expressões permitem inferir a contribuição das configurações das medidas ou modelo matemático para a precisão das ambiguidades, sem ter que calcular a MVC das ambiguidades explicitamente. Essas expressões dão uma visão mais profunda dos diversos fatores que contribuem para o ADOP, tanto no sentido quantitativo quanto qualitativo. Estes fatores são, entre outros, o número de satélites, a geometria satélite-receptor, tipos de observáveis envolvidas, precisão das observáveis, número de frequências, intervalo de tempo das observações, número de amostras usadas e a inclusão ou exclusão dos atrasos ionosféricos do modelo (ODIJK E TEUNISSEN, 2011). Odijk e Teunissen (2008) derivaram as expressões na forma simplificada do ADOP. Contudo, essas expressões são válidas apenas para o modelo de geometria livre (*geometry-free*), modelo que dispensa a geometria relativa receptor-satélite. Em Teunissen (1997) o modelo baseado na geometria, modelo usual para o posicionamento, foi empregado para extrair as expressões para o ADOP na forma simplificada, porém somente aplicável para linhas de bases curtas para as quais o atraso e avanço ionosférico podem ser negligenciados. Para este trabalho, tal como em Odijk e Teunissen (2011), serão consideradas as expressões analíticas na forma simplificada para o caso geral, em que a fórmula é reduzida ou expandida dependendo do modelo GNSS adotado.

Nos próximos tópicos serão descritos os modelos GNSS encontrados na literatura para a formação das expressões na forma simplificada dos ADOPs.

## 2.3 Apresentação dos Modelos GNSS

Descreve-se na sequência a estrutura geral do modelo para uma linha de base simples para um ambiente GNSS multi-frequências, incluindo os efeitos da

ionosfera como um parâmetro a ser estimado. Esse modelo é comumente designado na literatura inglesa de “modelo com ponderações da ionosfera”. Ele pode ser aplicado à qualquer GNSS em que a resolução da ambiguidade é possível, tais como GPS, GPS modernizado e Galileo. Ele é a base para derivação da forma simplificada do ADOP.

### 2.3.1 Equações de Observação

As equações de observação das DD da fase da onda portadora e do código são o ponto de partida para a derivação do modelo. Envolve, portanto, dois receptores e dois satélites (MONICO, 2008). As equações das DD para a fase ( $\Delta\nabla\lambda$ ) e pseudodistância ( $\Delta\nabla PD$ ), considerando dois satélites (s e t) e dois receptores (r e q), são dadas da seguinte forma, respectivamente por (MARQUES, 2012):

$$\Delta\nabla\lambda\phi_{rq}^{st} = \Delta\nabla\rho_{rq}^{st} + \Delta\nabla T_{rq}^{st} - \Delta\nabla I_{rq}^{st} + \lambda\Delta\nabla N_{rq}^{st} + \square_{\Delta\nabla\lambda\phi_{rq}^{st}} \quad (2)$$

$$\Delta\nabla PD_{rq}^{st} = \Delta\nabla\rho_{rq}^{st} + \Delta\nabla T_{rq}^{st} + \Delta\nabla I_{rq}^{st} + \square_{\Delta\nabla PD_{rq}^{st}} \quad (3)$$

Nas expressões (2) e (3),  $\Delta\nabla\rho_{rq}^{st}$  é a DD das distâncias geométricas satélite-receptor,  $\Delta\nabla T_{rq}^{st}$  são as DD do atraso troposférico,  $\Delta\nabla I_{rq}^{st}$  são as DD do atraso ionosférico,  $\lambda$  é o comprimento de onda,  $\lambda\Delta\nabla N_{rq}^{st}$  são as DD das ambiguidades inteiras da fase, e  $\square_{\Delta\nabla\lambda\phi_{rq}^{st}}$  e  $\square_{\Delta\nabla PD_{rq}^{st}}$  são os erros remanescentes considerados aleatórios (os resíduos ou ruídos das medidas) para as DD da fase e código, respectivamente. Uma vez que os atrasos ionosféricos são dispersivos, isto é, dependem da frequência, podem-se escrever os atrasos de todas as frequências envolvidas em função do atraso na frequência L1 (ODIJK E TEUNISSEN, 2008).

Além das observáveis fase e código, pode-se introduzir um terceiro grupo de observáveis (pseudo-observável), as observáveis advindas de algum conhecimento sobre a ionosfera, tais como os modelos disponíveis atualmente (GIM – Global Ionospheric Model; Mod\_ION (CAMARGO, MONICO E DA SILVA, 2000), etc.):

$$\Delta\nabla I_{rq}^{st} = (I_{rq}^s - I_{rq}^t) + \square_{\Delta\nabla I_{rq}^{st}}, \quad (4)$$

onde  $\Delta\nabla I_{rq}^{st}$  denota as DD das observáveis ionosféricas, advindas das simples diferenças  $I_{rq}^s$  e  $I_{rq}^t$  com  $\square_{\Delta\nabla I_{rq}^{st}}$  sendo o erro considerado aleatório desta observável. Incluindo esta observável, torna-se possível incorporar a informação *a priori* sobre o comportamento da ionosfera, permitindo aplicar o modelo GNSS para os mais variados comprimentos de linhas de base.

Para a apresentação do conceito de ADOP, uma simples linha de base será considerada inicialmente, considerando alguns modelos possíveis, sendo eles: livre de geometria, baseado na geometria e geometria fixa. Estes modelos diferem em seu

conteúdo de informação e, como consequência, eles também diferem em sua robustez para a resolução da ambiguidade.

Pode-se dizer que um dos modelos mais “fracos” é o livre de geometria, pois apresenta grande número de incógnitas. As equações de observação deste modelo podem ser os apresentados nas equações (2) e (3). No entanto, em vez da parametrização das DD das distâncias geométricas presentes nas componentes da linha de base, as equações de observação do modelo livre de geometria permanecem parametrizadas para as DD desconhecidas das distâncias geométricas. Como consequência, a geometria dos satélites em relação aos receptores não desempenha nenhum papel. Logo, informação sobre as efemérides GNSS não é necessária (ou utilizada). Neste caso, ambos os receptores da linha de base podem ser estacionários ou cinemáticos, mas, uma vez que as distâncias geométricas e os atrasos troposféricos não são estimados separadamente no caso do modelo de geometria livre, estes dois parâmetros terão de ser agrupados em um único parâmetro, denominado na literatura inglesa como *troposphere-biased range* (ODIJK E TEUNISSEN, 2008).

Já no modelo baseado na geometria, as DD das distâncias geométricas são parametrizadas nas três componentes desconhecidas da linha de base. Tratam-se de equações não lineares, ao passo que as do modelo de geometria livre são lineares. Desta forma, essas equações de observação baseadas na geometria precisam ser linearizadas com respeito às componentes da linha de base. A geometria satélite-receptor desempenha um papel importante no modelo. Elementos desta geometria também entram quando os diferentes atrasos troposféricos são mapeados para o zênite obtendo um único atraso, o atraso zenital troposférico – ZTD (*Zenith Tropospheric Delay*). Neste trabalho as posições dos satélites são consideradas fixas. Desta forma, as efemérides transmitidas GNSS podem ser utilizadas se as linhas de base são suficientemente curtas. Caso contrário, é necessário utilizar as efemérides precisas, por exemplo, aquelas disponibilizadas pelo IGS (*International GNSS Service*). Além disso, no caso do modelo baseado na geometria, serão considerados intervalos de tempo curtos e longos de observação, e também uma distinção entre o caso estático e cinemático.

O terceiro modelo é denominado de modelo com geometria fixa (*geometry fixed*). Neste caso, a geometria satélite-receptor é conhecida, pois se conhece as coordenadas das estações e dos satélites. Resta, no entanto os atrasos troposférico e ionosférico. Desta forma, os parâmetros a serem estimados são as ambiguidades e, possivelmente, os atrasos ionosféricos e troposférico (ODIJK E TEUNISSEN, 2008).

## 2.4 Descrição da Medida ADOP

O desenvolvimento do conceito de ADOP segue o mesmo princípio que os advindos do GDOP (*Geometric DOP*) e PDOP, os quais proporcionam *a priori* uma ideia geral sobre a precisão esperada nos levantamentos a serem realizados no

posicionamento por ponto simples (MONICO, 2008). Em Teunissen (1997), o ADOP foi definido seguindo esta ideia:

$$ADOP = |\Sigma_{\hat{a}}|^{1/(2n)} \text{ [ciclos]}, \quad (5)$$

onde  $|\cdot|$  é o determinante,  $\Sigma_{\hat{a}}$  é a MVC das ambiguidades *float* e  $n$  é o número de ambiguidades (dimensão da matriz). Ao se calcular o determinante da MVC das ambiguidades *float*, um simples escalar é obtido, o qual não depende apenas das variâncias das ambiguidades, mas também de suas covariâncias, diferentemente do GDOP. Esta é uma propriedade vantajosa, uma vez que as ambiguidades podem ser altamente correlacionadas, especialmente para curtos períodos de tempo. Ao elevar o determinante para a potência de  $1/(2n)$ , o ADOP escalar é, como as ambiguidades, expresso em ciclos.

As principais propriedades da ADOP (ODIJK E TEUNISSEN, 1997) são:

- é invariante para as classes de transformações admissíveis das ambiguidades. Assim, o mesmo valor de ADOP é obtido, independentemente de qual satélite é escolhido como referência na definição das *DD*;
- é definido de tal forma que sua unidade é dada em ciclos;
- é igual à média geométrica dos desvios-padrão das ambiguidades quando ambiguidades são completamente decorrelacionadas;
- pode ser usada para calcular o volume do espaço de busca das ambiguidades. O volume do espaço de busca é um indicador do número de pontos contidos no mesmo; e
- pode ser aplicado para todos os modelos GNSS (por exemplo, livre da geometria, modelo baseado na geometria, simples linha de base, redes etc.).

É importante frisar que a definição da medida ADOP difere dos tradicionais DOP, uma vez que são todas baseadas no traço da MVC das coordenadas, ao invés do determinante. A medida ADOP proporciona uma boa aproximação da precisão média das ambiguidades, e também fornece uma boa aproximação da taxa de sucesso do MQI das ambiguidades (VERHAGEN 2005). Portanto, tem-se a seguinte aproximação (ODIJK E TEUNISSEN, 2008):

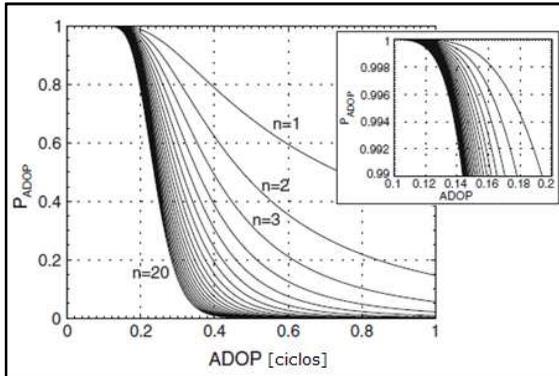
$$P(\check{\alpha}_{LS} = a) = P(\check{z}_{LS} = z) \approx \left[ 2\phi\left(\frac{1}{2ADOP}\right) - 1 \right]^n \quad (6)$$

Na expressão (6),  $\check{\alpha}_{LS}$  e  $\check{z}_{LS}$  são os estimadores do número inteiro das ambiguidades originais e transformadas, respectivamente, e  $\phi$  é a função de distribuição normal padrão acumulada, ou seja,  $\phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}v^2\right\} dv$ . A parte  $\left[ 2\phi\left(\frac{1}{2ADOP}\right) - 1 \right]^n$  da equação (6) é denominada de probabilidade do ADOP

(PADOP). A Figura 1 mostra a PADOP como função do ADOP pelos níveis de variação de  $n$  ( $n = 1, \dots, 20$ ), sendo  $n$  o número de ambiguidades envolvidas.

Figura 1 – PADOP x ADOP em função do número de DD de ambiguidades ( $n$ ).

Fonte: ODIJK E TEUNISSEN, 2008.



A Figura 1 proporciona uma boa indicação da taxa de sucesso da solução das ambiguidades (PADOP) baseada no ADOP. Quando esse diminui, há um aumento na PADOP, a qual é proporcional ao número  $n$ . De uma forma geral pode-se observar que quando a ADOP é da ordem de 0,12 ciclo, a PADOP torna-se maior que 0,999. Por outro lado, para ADOP menor que 0,14 ciclo, PADOP diminui um pouco e será sempre melhor que 0,99 (ODIJK E TEUNISSEN, 2008). Logo, para se alcançar alta taxa de sucesso na solução das ambiguidades, o valor da ADOP da ordem de 0,13 ciclos parece ser bem adequado.

## 2.5 Uma expressão simplificada para a ADOP

Como foi mostrado em Odijk e Teunissen (1997), a ADOP para o caso de multi-receptores ou rede, pode ser facilmente calculado por meio da multiplicação pelo fator  $r^{\frac{1}{2(r-1)}}$ , onde  $r$  é o número de estações na rede. Uma expressão na forma simplificada para a ADOP de uma simples linha de base considerando os modelos de geometria fixa, geometria-livre, e também para os casos do receptor em movimento ou estacionário em curtos intervalos de tempo e receptor em repouso para longos intervalos de tempo foram derivados por Odijk e Teunissen (2008). Baseado nestes resultados pode-se escrever uma equação geral na forma simplificada para a ADOP de uma rede GNSS como sendo:

$$ADOP = \frac{\sqrt{2} |c\phi|^{2j}}{\lambda} \left[ \frac{1}{e_k^T R_k^{-1} e_k} \right]^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{\sum_{s=1}^m w_s}{\prod_{s=1}^m w_s} \right]^{\frac{1}{2(m-1)}} \left[ 1 + \frac{1}{\zeta} \right]^{\frac{1}{2j}} \left[ \prod_{i=1}^v \left( 1 + \frac{1 - \frac{1}{\gamma_i}}{\delta + \frac{1}{\gamma_i}} \right) \right]^{\frac{1}{2j(m-1)}} \quad (7)$$

onde:

- $j$  = número de frequências
- $k$  = número de épocas
- $m$  = número de satélites
- $\nu$  = número de componentes da linha de base:  $\nu = 1$ : coordenadas do(s) receptor (es) são conhecidas e o ZTD é estimado;  $\nu = 3$ : coordenadas são estimadas e o ZTD é constante ou ausente; e  $\nu = 4$ : coordenadas e ZTD são estimados.

- $C_\phi$  = MVC das observáveis fase da onda portadora ( $j \times j$ );
- $C_p$  = MVC das observáveis código ( $j \times j$ );
- $c_{i1}^2$  = fator de variância das observáveis ionosféricas ( $c_{i1}^2 = 0$ : ionosfera fixa;  $c_{i1}^2 = \infty$ : ionosfera float);
- $w_s, s = 1, \dots, m$  = ponderação dependente do satélite observado (*satellite-dependent weights*);
- $e_k = (1, \dots, 1)^T$ ;
- $R_k$  = matriz com correlação temporal das observáveis ( $k \times k$ );
- $\check{\lambda} = \prod_{i=1}^j \lambda_i^{1/j}$ , média geométrica dos comprimentos de ondas;
- $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_j)^T = j$ -vetores dos coeficientes ionosféricos, onde  $\mu_i = \frac{\lambda_i^2}{\lambda_1^2}$ ;
- $\zeta = \frac{1}{\frac{c_{i\rho}^2}{c_{i\rho}^2} - 1}$  = fator de atraso ionosférico, onde  $\frac{c_{i\rho}^2}{c_{i\rho}^2} = \frac{[\mu^T(C_\phi^{-1} + C_p^{-1})\mu] + c_{i1}^{-2}}{[\mu^T C_p^{-1} \mu] + c_{i1}^{-2}}$

(ionosfera-fixa:  $\zeta = \infty$ ; ionosfera-flutuante:  $\frac{[\mu^T(C_p^{-1})\mu]}{[\mu^T(C_\phi^{-1})\mu]}$ ).

- $\delta = \frac{1}{\frac{c_{i\rho}^2}{c_{i\rho}^2} - 1}$  é um fator de escala (ZTD), onde

$$\frac{c_{i\rho}^2}{c_{i\rho}^2} = \frac{[\mu^T C_p^{-1} \mu] + c_{i1}^{-2}}{[e_j^T C_\phi^{-1} e_j]([\mu^T C_p^{-1} \mu] + c_{i1}^{-2}) - [e_j^T C_p^{-1} \mu]^2} \cdot \frac{[e_j^T (C_\phi^{-1} + C_p^{-1}) e_j]([\mu^T (C_\phi^{-1} + C_p^{-1}) \mu] + c_{i1}^{-2}) - [e_j^T (C_\phi^{-1} + C_p^{-1}) \mu]^2}{[\mu^T (C_\phi^{-1} + C_p^{-1}) \mu] + c_{i1}^{-2}}$$

(somente fase:  $\delta = 0$ ; ionosfera-fixa:  $\delta = \frac{[e^T C_p^{-1} e_j]}{[e^T C_\phi^{-1} e_j]}$ ).

- $\gamma_i; i = 1, \dots, \nu$  = número de ganho da linha de base, onde  $\gamma_i \in [1, \infty)$ ; ( $\gamma_i = 1$  para intervalos de tempos longos;  $\gamma_i = \infty$  para uma única época

Essa expressão (Eq. 7) é uma forma geral para o cálculo da ADOP, sem a necessidade de grande dispêndio computacional. Alguns comentários são apresentados visando uma melhor compreensão e entendimento sobre a mesma.

a) Quando não há correlação entre as medidas de fase da onda portadora, isto é,  $C_{\phi 1 \phi j} = 0$ , a MVC se torna  $\prod_{i=1}^j C_{\phi j}^{1/j}$ , que representa a média geométrica dos desvios-padrão das fases envolvidas. Se todas as medidas de fase apresentam a

mesma precisão, ela reduz a  $c_\phi$ . Com o GNSS, espera-se que em algumas situações a precisão do código seja de qualidade melhor ao que se tem atualmente. Uma consequência disto é que o melhoramento da qualidade do código reduz sobremaneira o valor da ADOP, um resultado sobremaneira positivo;

b) Caso não exista correlação temporal entre as observáveis, o que é comum nos modelos estocásticos adotadas até então, então  $R_k = I_k$ , e a expressão  $e_k^T R_k^{-1} e_k$  reduz para o número de épocas  $k$ . Então, o número de épocas beneficia o ADOP;

c) A precisão das medidas depende do ângulo de elevação com que os satélites são rastreados. Desta forma, para contabilizar este efeito, Euler e Goad (1991) propuseram o uso de uma função exponencial:  $w_s = \frac{1}{(1 + \alpha \exp(\frac{\epsilon^s}{\epsilon^0}))^2}$ ,  $s = 1, \dots, m$ .

Neste caso,  $\epsilon^s$  é o ângulo de elevação do satélite  $s$ ,  $\epsilon^0$  é o ângulo de elevação de referência (geralmente adota-se o valor utilizado na máscara de elevação) e  $\alpha \geq 0$  é uma constante. Quando se considera as elevações dos dois receptores iguais para um mesmo satélite, caso de linhas de base curtas, então  $\epsilon_1^s \approx \epsilon_r^s \doteq \epsilon^s$ .

### 3. MATERIAIS E MÉTODOS

Para a realização dos experimentos, a codificação computacional da ADOP (equação 7) foi realizada no software matemático MATLAB 2010, visando facilitar as análises.

Com a estimativa da ADOP na forma simplificada, torna-se possível investigar o impacto de diversos fatores que afetam a solução das ambiguidades numa rede GNSS. Pode-se considerar o número de épocas, o número de estações, o número de satélites, o número de frequências; os valores das variâncias a priori para o atraso ionosférico e a estimativa ou não do ZTD. Para essa análise foi utilizada a configuração da rede GNSS-SP (Veja <http://gege.fct.unesp.br>). As seguintes suposições foram estabelecidas:

1. Cinco estações pertencentes à rede GNSS-SP (PPTE, ROSA, SPAR, SJRP, OURI) rastreiam os mesmos sete satélites (Figura 2);
2. A rede engloba receptores de dupla-frequência ( $j=2$ ) L1 e L2;
3. As observáveis código e fase não são correlacionadas com precisões  $c_\phi = 3$  mm e  $c_\rho = 30$  cm, respectivamente;
4. O desvio-padrão da observável ionosférica (não diferenciada), visando os testes iniciais, foi definido para  $c_i = 10$  cm;
5. As Coordenadas das estações são conhecidas e o ZTD é estimado;
6. Todas as observações foram ponderadas considerando os ângulos de elevações reais (Figura 3).

Figura 2 - Estações pertencentes à rede GNSS-SP.  
(Fonte: <http://gege.fct.unesp.br>).

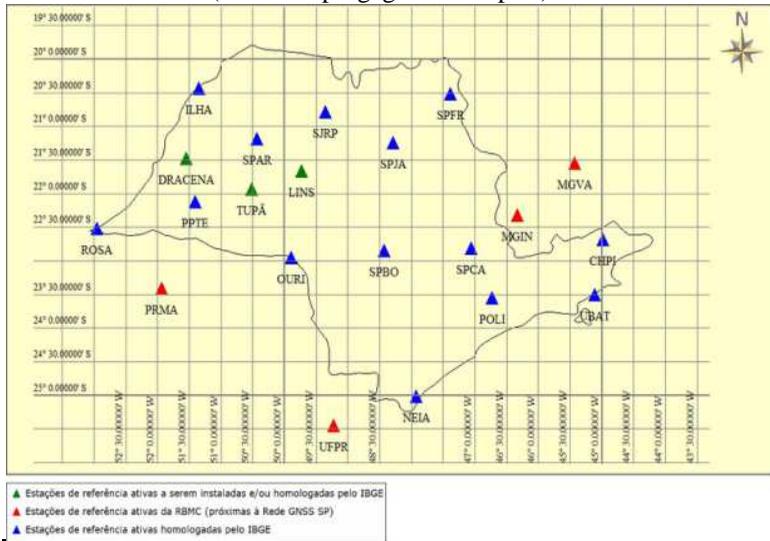
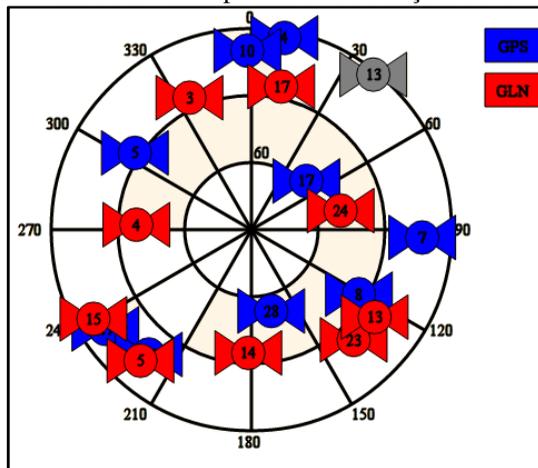


Figura 3 - Satélites observados para as cinco estações da rede GNSS-SP.



#### 4. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

Nesta seção serão mostrados alguns resultados considerando as estratégias descritas na seção 3, bem como outras configurações, tais como: quantidades de satélites, números de estações, impacto da estimativa do ZTD, tipo de modelo (livre de geometria, geometria fixa, geometria baseada no modelo), variações do desvio-

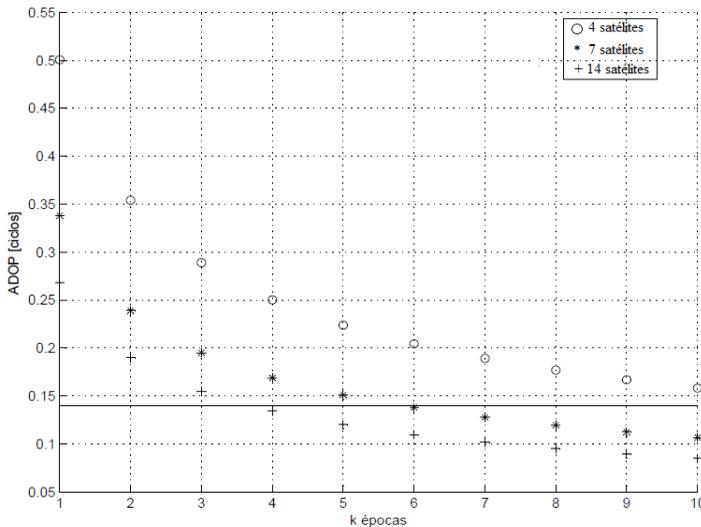
padrão da observável da ionosférica, ambiente multi-frequências (Galileo e GPS) e tripla-frequencia (inserção da L5).

As figuras em que os ADOPs serão apresentadas também irão conter uma linha horizontal representando o valor de ADOP igual a 0,14 ciclos, que é aproximadamente um limiar para a taxa de sucesso da resolução das ambiguidades, como visto na seção (2.4).

#### 4.1 Influência do Número de Satélites

Para analisar a influência do número de satélites nos valores de ADOP foram considerados curtos intervalos de observação, em que as coordenadas foram mantidas fixas, e os demais parâmetros estimados (Figura 4).

Figura 4 - Impacto do aumento no número de satélites.

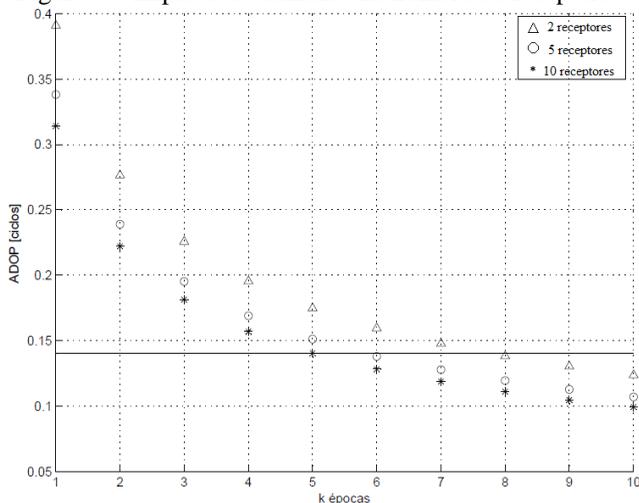


Pode-se observar por meio da Figura 4 que é praticamente impossível a resolução instantânea (em uma época) das ambiguidades, mesmo quando há 14 satélites sendo observados simultaneamente. O número de épocas requeridas para o ADOP menor que 0,14 ciclos varia entre quatro épocas para quatorze satélites e mais que dez épocas usando quatro satélites. Isto significa que o tempo de convergência da ambiguidade da rede GNSS-SP, para este caso, diminuiu devido ao aumento de épocas das amostras de observações.

#### 4.2 Influência do Número de Estações

A Figura 5 mostra o impacto da quantidade de estações sobre o ADOP, e consequentemente na resolução das ambiguidades.

Figura 5 – Impacto do aumento no número de receptores.

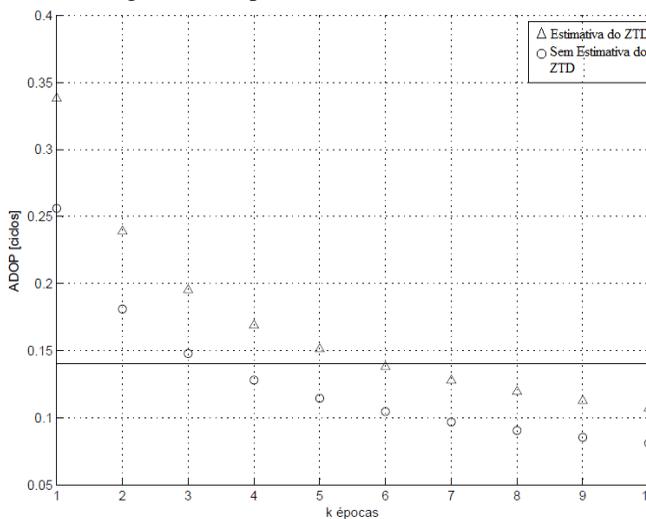


Nota-se que o efeito da presença de mais estações na rede é limitado, pois a adição de novas estações introduzem ambiguidades extras para serem solucionadas.

### 4.3 Impacto da Estimativa do ZTD

Para este experimento considerou-se dois casos: estimativa do ZTD e a ausência do ZTD para a rede (Figura 6).

Figura 6 – Impacto da estimativa do ZTD.

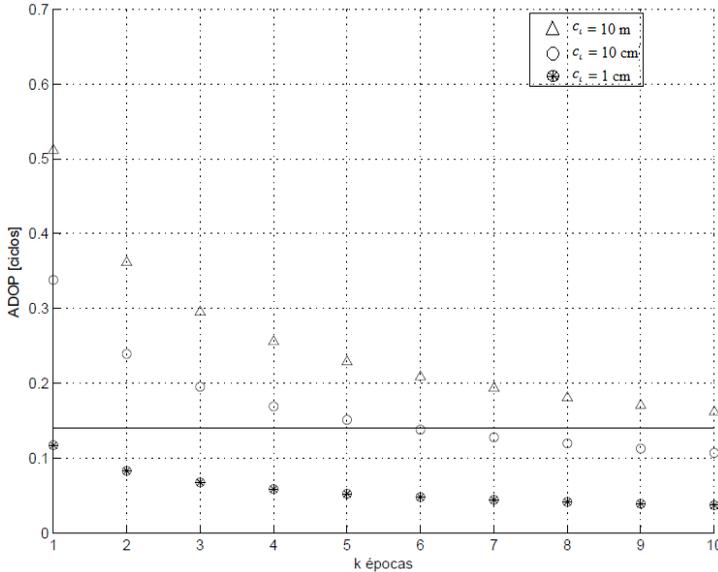


De acordo com a figura (6), a opção por estimar ou não o ZTD é muito pouco relevante quando se deseja resolver as ambiguidades em tempo real para uma rede.

#### 4.4 Impacto das Incertezas Ionosféricas

O impacto das incertezas ionosféricas pode ser inferido a partir da Figura 7, onde o ADOP é plotado para três níveis de desvio-padrão (10 m, 10 cm e 1 cm) da observável ionosférica ( $c_i$ ).

Figura 7 - Impacto das incertezas ionosféricas.



A presença dos atrasos ionosféricos dificulta a resolução instantânea das ambiguidades para a rede considerada. Somente quando o desvio-padrão é menor que 1 cm, o valor de ADOP é menor que 0,14 ciclo para uma única época ( $k=1$ ). Infelizmente, essa precisão é de fato fictícia, já que os produtos para as correções ionosféricas como os Mapas Globais da Ionosfera (*Global Ionospheric Maps -GIM*), apresentam precisão muito pior que 1 cm, podendo ir até 1m.

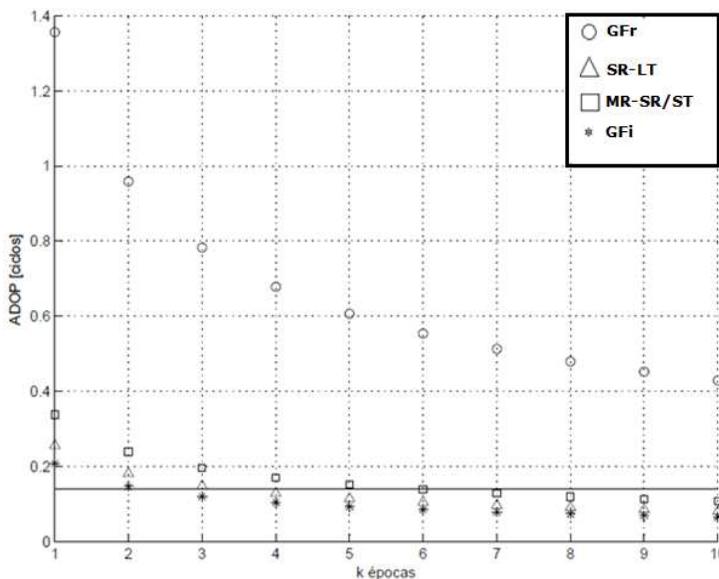
#### 4.5 ADOP a partir dos Modelos GNSS

Os modelos GNSS estudados são diferentes em termos dos conteúdos envolvidos na equação de observação, e como consequência, diferem tanto na forma como na robustez na solução das ambiguidades.

A Figura 8 mostra os diversos ADOPs de acordo com o modelo adotado: geometria fixa (GF<sub>i</sub>), geometria-livre (GF<sub>r</sub>), modelo baseado na geometria considerando o receptor tanto no modo estático como cinemático e para curtos

intervalos de tempo (MR-ST/ST) e receptor estático para longos intervalos de tempo (SR-LT).

Figura 8 - Impacto do modelo GNSS adotado no ADOP.

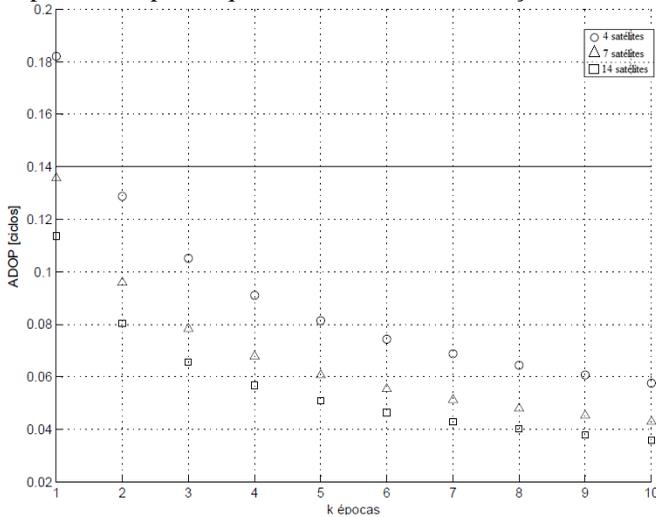


Pode-se observar por meio da Figura 8 a habilidade dos modelos GNSS na resolução das ambiguidades. O modelo considerado mais fraco é aquele que dispensa a geometria satélite-receptor, de geometria livre. Os outros modelos são em grande parte bem próximos quanto à quantificação do ADOP. Pode-se observar que o modelo SR-LT e o de geometria fixa são os mais robustos, no entanto, ainda é impossível ter a solução instantânea das ambiguidades mesmo considerando os diferentes “modelos”.

#### 4.6 Impacto da Modernização GNSS

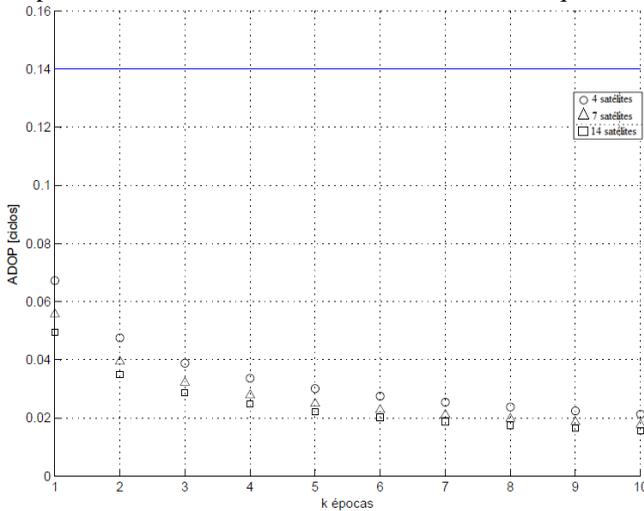
O ADOP foi também calculado considerando um ambiente multi-sinal e multi-sistemas, a fim de analisar o impacto na resolução instantânea das ambiguidades. A Figura 9 mostra o impacto do sistema GPS modernizado (tripla-frequência) variando o número de satélites, para o qual pode ser assumido que a qualidade do código da portadora L5 é melhor se comparado com os códigos da L1 e L2. Assim, considerou-se que os desvios-padrão do código da L1 e L2 são na ordem de 30 cm, enquanto para o L5C é de 10 cm. Todas as observáveis de fase foram consideradas de igual precisão (3 mm).

Figura 9 - Impacto da tripla-frequência GPS nas cinco estações da rede GNSS-SP.



O ADOP também foi calculado considerando um ambiente multi-sistemas, em que o sistema Galileo com as frequências E1, E6, E5, E5a e E5b foi inserido neste contexto, além daquelas fornecidas pelo GPS modernizado (L1, L2 e L5). A figura (10) mostra a influência de um ambiente multi-frequências e multi-sistemas.

Figura 10 - Impacto de um ambiente multi-sistemas e multi-frequências no ADOP.



Pode-se observar tanto pela Figura 9 como pela 10 que a resolução das ambiguidades para o conjunto de estações pertencentes à rede GNSS-SP é tremendamente beneficiada pela modernização GNSS. Nas situações com receptores de tripla-frequência, apenas uma única época, rastreando os mesmos 7 satélites, foi suficiente para atingir valores menores que 0,14 ciclos. E para o ambiente multi-sistemas e multi-frequências, com apenas 4 satélites foi possível atingir valores menores que 0,08 ciclos. Isso implica que a resolução instantânea da ambiguidade torna-se factível, especificamente quando as precisões dos códigos L5, E5 e E5a forem melhores que os atuais códigos, no caso GPS, C1 e L2C.

## 5. COMENTÁRIOS FINAIS E CONCLUSÕES

Neste artigo foi apresentado o conceito e a expressão analítica para o cálculo de valores de ADOP, bem como alguns resultados considerando os vários fatores envolvidos na solução das ambiguidades. Trata-se de um artigo fortemente baseado em Teunissen (1997) e Odjik e Teunissen (2007, 2008 e 2011). O ADOP é uma medida relevante para indicar o sucesso da resolução da ambiguidade GNSS. A expressão na forma simplificada tem sido extraída considerando os modelos GNSS envolvidos. Esses modelos incluem o de geometria-livre e o baseado na geometria, ambos para curtos e longos intervalos de observação. O modelo de geometria fixa é o mais robusto e o de geometria-livre o menos favorável. A expressão do ADOP mostra de forma clara a relação entre os diferentes modelos, bem como fornece um entendimento mais claro sobre os vários fatores que afetam a resolução das ambiguidades em tempo real. Deve ser enfatizado que as expressões do ADOP são aplicadas para linhas de base simples, bem como para ambientes multi linhas de base (*multibaseline*), multi-frequências e multi-sistemas.

Visando aplicar os fundamentos numa situação prática, utilizou-se parte da Rede GNSS-SP visando testar as várias possibilidades em termos de número de satélites, número de épocas, estações, frequências e etc. De acordo com os resultados mostrados fica notório que a evolução do GNSS, com novos sinais e de qualidade superior aos seus antecessores, favorece em muito a resolução instantânea da ambiguidade.

Importante frisar que com as expressões do ADOP pode-se prever a taxa de sucesso da resolução das ambiguidades para vários cenários em uma rede GNSS, antes de se ter os dados efetivamente disponíveis.

## AGRADECIMENTOS:

Os autores agradecem a FAPESP pela concessão de bolsa de mestrado (Nº Processo: 2011/03549-8) e projeto Temático (Processo 2006/04008-2). Agradecem a Professora Dr. Daniele Barroca Marra Alves e a mestranda Hérica dos Reis Silva que colaboraram com a revisão do artigo.

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- ALVES, D. B. M.; MONICO, J. F. G. GPS/VRS *Positioning Using Atmospheric Modeling*. *GPS Solutions* (Heidelberg), v.15, p. 253-261, 2011.
- CAMARGO, P O ; MONICO, J F G ; FERREIRA, L. D. D. *Application of ionospheric corrections in the equatorial region for L1 GPS users*. *Earth, Planets and Space*, Tóquio, Japão, v. 52, n.11, p. 1083-1089, 2000.
- EULER H.J., GOAD C. C. On optimal filtering of GPS dual frequency observations without using orbit information. 1991. *Bull Géod* 65:130-143.
- ODIJK, D., TEUNISSEN, P. J. G. A theoretical study on the bottlenecks of GPS phase ambiguity resolution in a CORS RTK Network. *Journal of Geodetic Science*, Vol. 1, No. 2, p. 143-152. DOI: 10.2478/v10156-010-0017-0. 2011.
- ODIJK, D., TEUNISSEN, P.J.G. ADOP in Closed Form for Hierarchy of Multi Frequency Single-Baseline GNSS Models. *Journal of Geodesy*, 473-492p., 2008.
- ODIJK, D., TEUNISSEN, P. J. G. ADOP in closed form for a hierarchy of multi-frequency single-baseline GNSS models. *Journal of Geodesy*, DOI 10.1007/s00190-007-0197-2, 2007.
- ODIJK, D., TEUNISSEN, P. J. G. Ambiguity Dilution of Precision: Definition, Properties and Application. *Proceedings of the 10th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1997)*, Kansas City, MO, September 1997, pp. 891-899.1997.
- MACHADO, W. C., MONICO, J. F. G Utilização do software GPSeq na solução rápida das ambigüidades GPS no posicionamento relativo cinemático de bases curtas. *Pesquisas*. Instituto de Geociências da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, v. 29, n.2, p. 89-99, 2002.
- MARQUES, H. A. *PPP em Tempo Real com Estimativa das Correções dos Relógios dos Satélites no Contexto de Rede GNSS*. (Tese - Doutorado em Ciências Cartográficas). Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente. 2012.
- MONICO, J. F. G. *Posicionamento pelo GNSS: Descrição, Fundamentos e Aplicações*. São Paulo: Unesp. 2008. 476p.
- SCHERZINGER, B. M. Precise Robust Positioning With Inertial/GPS RTK. *ION GPS 2000*. Salt Lake City, September 19–22, pp 155–162, 2000.
- SCHERZINGER B. M. Robust Inertially-Aided RTK Position Measurement. *KIS2001*. Banff, June 5–8, 8p CD-ROM, 2001.
- SKALOOD, J. Reducing The GPS Ambiguity Search Space By Including Inertial Data. *ION GPS-1998*. Nashville, September 15–18, pp 2073–2080, 1998.
- TEUNISSEN, P. J. G. Least-Squares Estimation Of The Integer GPS Ambiguities. Invited Lecture, Sect. IV Theory And Methodology. *IAG General Meeting*, Beijing, 1993.

- TEUNISSEN, P.J.G. GPS Carrier Phase Ambiguity Fixing Concepts. Chapter 8 in: GPS for Geodesy. A. Kleusberg and P.J.G. Teunissen (eds). *Lecture Notes in Earth Sciences*, Vol. 60, Springer Verlag, pp. 263-335, 1996.
- TEUNISSEN, P.J.G. : Closed Form Expressions For The Volume Of The GPS Ambiguity Search Spaces. *Artificial Satellites*, Vol. 32, No. 1, pp 5-20, 1997.
- VERHAGEN, S. *The GNSS integer ambiguities: estimation and validation*. Ph.D. thesis, Publications on Geodesy, 58, Netherlands Geodetic Commission, Delft. (2005).
- TEUNISSEN, P.J.G. AND VERHAGEN, S. GNSS Phase Ambiguity Validation: A Review. Proc. *Space, Aeronautical and Navigational Electronics Symposium SANE2007*, The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers (IEICE), Japan, 107(2):1-6. 2007.
- VOLLATH U., DEKING A., LANDAU H., PAGELS C., WAGNER B. Multi-Base RTK Positioning Using Virtual Reference Stations, *ION GPS-2000*, Salt Lake City, UT, 19-22 Setembro 2000.
- WU, H. *On-The-Fly Ambiguity Resolution With Inertial Aiding*. Dissertação de Mestrado, University of Calgary, Canada, 171 p, 2003.

(Recebido em janeiro de 2014. Aceito em fevereiro de 2014).