

Floors number influence on the instability parameter of reinforced concrete wall- or core-braced buildings

Influência do número de pavimentos no parâmetro de instabilidade de edifícios contraventados por paredes ou núcleos de concreto armado



R. J. ELLWANGER^a
rjellwanger@pop.com.br

Abstract

This work aims to investigate the floors number influence on the instability parameter limit α_1 of buildings braced by reinforced concrete walls and/or cores. Initially, it is showed how the Beck and König discrete and continuous models are utilized in order to define when a second order analysis is needed. The treatment given to this subject by the Brazilian code for concrete structures design (NBR 6118) is also presented. It follows a detailed analytical study that led to the derivation of equations for the limit α_1 as functions of the floors number; a series of examples is presented to check their accuracy. Results are analyzed, showing the precision degree achieved and topics for continuity of research in this field are indicated.

Keywords: instability, bracing structures, second order analysis.

Resumo

O presente trabalho tem por objetivo investigar a influência do número de pavimentos no limite α_1 do parâmetro de instabilidade de edifícios contraventados por paredes e/ou núcleos de concreto armado. Inicialmente, é abordada a utilização dos modelos discreto e contínuo de Beck e König na definição da necessidade ou não de se realizar uma análise de segunda ordem; mostra-se também como esta questão é tratada pela norma de projeto de estruturas de concreto (NBR 6118). Na seqüência, apresenta-se um detalhado estudo analítico que levou ao estabelecimento de fórmulas para o limite α_1 em função do número de andares, seguido de uma série de exemplos para testar a validade das mesmas. Os resultados são analisados, mostrando-se o grau de precisão obtido e indicando-se tópicos para a continuidade da pesquisa nesta área.

Palavras-chave: instabilidade, estruturas de contraventamento, análise segunda ordem.

^a Professor Associado, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, e-mail: rjellwanger@pop.com.br, endereço postal: Rua Marcelo Gama 1189/401, CEP 90540-041, Porto Alegre-RS, Brasil.

1. Introdução

1.1 Efeitos de segunda ordem e o parâmetro de instabilidade

Quando ações verticais e de vento atuam simultaneamente na estrutura de contraventamento de um edifício com certo grau de flexibilidade, podem provocar efeitos adicionais em relação àqueles que são usualmente determinados em uma análise linear ou de primeira ordem (na qual o equilíbrio é estudado na configuração geométrica inicial da estrutura). Tratam-se dos efeitos de segunda ordem, em cuja determinação devem ser considerados o comportamento não linear dos materiais (não linearidade física) e a configuração deformada na análise do equilíbrio (não linearidade geométrica).

A análise da estabilidade global de edifícios altos recebeu uma importante contribuição para o desenvolvimento de sua teoria e prática através do trabalho de Beck e König [1]. Adotou-se para esta análise um modelo simplificado para o sistema de contraventamento de um edifício com andares igualmente espaçados, mostrado na figura 1. Inicialmente, todas as subestruturas de contraventamento são agrupadas num único pilar e os elementos contraventados (elementos portantes que não participam do contraventamento) são representados por um conjunto de barras bi-rotuladas, conforme mostrado na figura 1-a (modelo discreto). *W* representa as ações devidas ao vento, aplicadas em cada andar. *P* e *V* representam as ações verticais totais, por andar, transmitidas respectivamente às subestruturas de contraventamento e aos elementos contraventados. As ações *W*, *P* e *V* são consideradas com seus valores característicos.

Quando o sistema se deforma lateralmente, pode-se mostrar que as ações *V* induzem a transmissão de forças horizontais ao sistema de contraventamento, através das barras dos pavimentos.

Estas forças somam-se às cargas de vento, fazendo aumentar os momentos fletores no contraventamento. Pode-se mostrar que este aumento é igual à soma dos produtos das forças *V* pelos deslocamentos horizontais dos respectivos pavimentos. Portanto, no que se refere à determinação destes momentos fletores, incluindo os efeitos de segunda ordem, tudo se passa como se as cargas verticais atuantes no sistema de contraventamento fossem dadas pela soma de suas próprias ações *P* com as ações *V*.

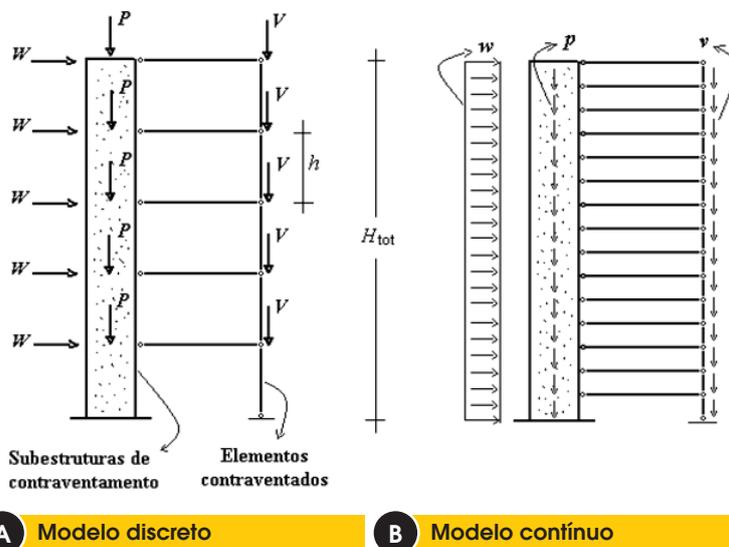
Em seguida, para possibilitar a análise do edifício inteiro através de uma única equação diferencial, Beck e König [1] adotaram o sistema contínuo aproximado equivalente mostrado na figura 1-b, no qual se admite uma distribuição contínua e uniforme de andares, ações verticais ($p = P/h$ e $v = V/h$) e de vento ($w = W/h$). Na dedução dessa equação, surge uma constante α , em função da carga vertical total atuante no edifício, da altura H_{tot} e da rigidez horizontal EI do sistema de contraventamento. Esta constante é conceituada como parâmetro de instabilidade, sendo expressa por:

$$\alpha = H_{tot} \sqrt{(p+v)H_{tot} / EI} \tag{1}$$

Beck e König [1] consideraram que essa única equação diferencial mostrou-se adequada para utilização em edifícios de três ou mais pavimentos. Além disso, concluíram que a análise de segunda ordem é desnecessária quando, em relação às solicitações mais importantes da estrutura, os efeitos de segunda ordem não excedem os 10% dos efeitos de primeira ordem.

Vasconcelos [2] e Ellwanger [3] mostram como os estudos posteriores ao trabalho de Beck e König [1] utilizaram essa conclusão com o intuito de estabelecer um critério para definir se determinado sistema de contraventamento necessita ou não ser submetido

Figura 1 – Modelos simplificados do sistema de contraventamento



a uma análise de segunda ordem. Nesse contexto, destacam-se as recomendações do *Comité Euro-International du Béton* (CEB [4]), de 1978, nas quais a aplicação do referido critério consiste em comparar os valores absolutos dos momentos fletores globais na base do sistema de contraventamento M^I (considerando apenas os efeitos de primeira ordem) e M^{II} (incluindo os efeitos de segunda ordem), de acordo com a expressão:

$$M^{II} \leq 1.1 M^I \quad (2)$$

Ao expressar M^I e M^{II} em função do carregamento e da rigidez horizontal do sistema, resultam determinados limites de valores aos quais o parâmetro de instabilidade α , expresso por (1), fica sujeito. A próxima seção mostra como esta questão é tratada pela NBR 6118 (ABNT [5]), atual norma para projeto de estruturas de concreto.

Mesmo não fazendo parte do escopo deste trabalho, merece menção o método baseado no coeficiente de amplificação de momentos g_2 , o qual é empregado com o auxílio de computador. Apresentado em 1991 por Franco e Vasconcelos [6], ele também aplica o critério do acréscimo de 10% em relação aos efeitos de 1ª ordem para definir a necessidade ou não de uma análise de 2ª ordem; aqui, porém, isto é feito para cada combinação de ações horizontais e verticais. Ademais, sob certas condições, o próprio método pode se constituir em uma análise de 2ª ordem. Estas características fizeram com que este método fosse rapidamente difundido e passasse a ser amplamente utilizado no projeto de estruturas de edifícios.

Além disso, encontra-se atualmente disponível uma grande variedade de sofisticados programas de análise estrutural, permitindo uma simulação precisa das estruturas de edifícios. Mesmo assim, devido à simplicidade de sua aplicação, o diagnóstico baseado no parâmetro de instabilidade é frequentemente utilizado nas fases preliminares do projeto, especialmente no pré-dimensionamento das estruturas de contraventamento.

1.2 Prescrições da ABNT NBR 6118

A idéia fundamental contida em [1] e [4] foi adotada pela NBR 6118, ao estabelecer, em sua seção 15, que os efeitos globais de segunda ordem são desprezíveis sempre que inferiores a 10% dos respectivos efeitos de primeira ordem (estrutura com nós fixos). Para “verificar a possibilidade da dispensa da consideração dos esforços globais de segunda ordem, ou seja, para indicar se a estrutura pode ser classificada como de nós fixos, sem a necessidade de cálculo rigoroso”, a norma apresenta dois processos aproximados, baseados respectivamente no parâmetro de instabilidade e no coeficiente γ_2 . O primeiro consiste justamente na aplicação do critério de Beck e König [1] e estabelece que: “Uma estrutura reticulada simétrica pode ser considerada como sendo de nós fixos se seu parâmetro de instabilidade α for menor que o valor α_1 , conforme as expressões:”

$$\alpha = H_{tot} \sqrt{N_k / (E_{CS} I_C)} \quad (3)$$

$$\alpha_1 = 0.2 + 0.1n \quad \ni n \leq 3 \quad \wedge \quad \alpha_1 = 0.6 \quad \ni n \geq 4 \quad (4)$$

“ n é o número de níveis de barras horizontais (andares) acima da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo. H_{tot} é a altura total da estrutura, medida a partir do topo da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo. N_k é o somatório de todas as cargas verticais atuantes na estrutura (a partir do nível considerado para o cálculo de H_{tot}), com seu valor característico. $E_{CS} I_C$ representa o somatório dos valores de rigidez de todos os pilares na direção considerada. I_C é o momento de inércia considerando as seções brutas dos pilares. E_{CS} é o módulo de elasticidade secante, expresso por:”

$$E_{CS} = 0.85 E_{Ci} = 0.85 \times 5600 f_{ck}^{1/2} \quad (5)$$

E_{CS} , E_{Ci} (módulo de elasticidade tangente) e f_{ck} (resistência característica do concreto à compressão) são dados em MPa. A NBR 6118 ainda estabelece diferentes valores de α_1 em função do tipo de estrutura de contraventamento: “O valor limite $\alpha_1 = 0,6$ prescrito para $n \geq 4$ é, em geral, aplicável às estruturas usuais de edifícios. Pode ser adotado para associações de pilares-parede e para pórticos associados a pilares-parede. Pode ser aumentado para $\alpha_1 = 0,7$ no caso de contraventamento constituído exclusivamente por pilares-parede e deve ser reduzido para $\alpha_1 = 0,5$ quando só houver pórticos.”

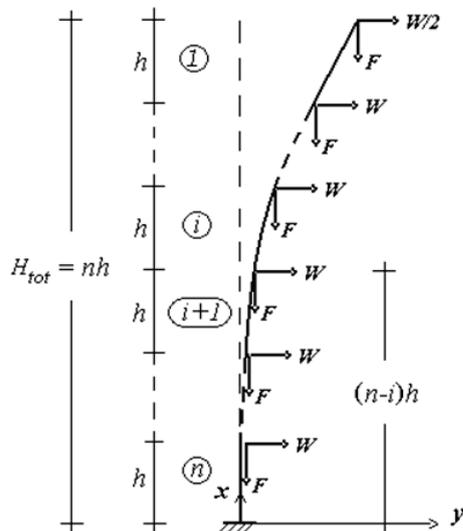
Em uma análise de segunda ordem, devem ser considerados simultaneamente os efeitos das não-linearidades física e geométrica. A NBR 6118, em seu item 15.7.3, permite que a não-linearidade física seja considerada de forma aproximada, mediante uma redução das rigidezes dos elementos estruturais em função de $E_{Ci} I_C$, ou de $E_{CS} I_C$ se for aplicada a equação (5). Apesar de a norma limitar este procedimento a estruturas com quatro ou mais andares, o mesmo será adotado neste trabalho também em edifícios com três ou menos andares. Portanto, deve-se ter este fato em mente ao analisar resultados de exemplos com número reduzido de andares. Assim, para o caso dos pilares, resulta a seguinte expressão para a rigidez reduzida:

$$(EI)_{sec} = 0.8 E_{Ci} I_C = 0.941 E_{CS} I_C \quad (6)$$

1.3 Justificativa e objetivos da pesquisa

A NBR 6118 representou um avanço em relação à norma anterior, ao introduzir em seu texto os processos para verificação da dispensa de consideração dos efeitos globais de segunda ordem. No que diz respeito ao parâmetro de instabilidade em função do número de andares, é dado tratamento diferenciado para edifícios com menos de quatro andares. Entretanto, para um número maior de andares, a norma estabelece valores fixos (0,5, 0,6 ou

Figura 2 – Sistema de contraventamento com n pavimentos



0,7, dependendo do tipo de sistema de contraventamento), o que é questionável. Por exemplo, Ellwanger [3] encontrou diferenças na ordem de 12 % entre os coeficientes limites α_1 para um edifício contraventado exclusivamente por paredes, fazendo variar o número de andares entre 5 e 30. Considerando que a determinação do parâmetro de instabilidade envolve a extração de uma raiz quadrada, a diferença nas correspondentes rigidezes horizontais atinge 25 %. Assim, ao se verificar a dispensa da necessidade de uma análise de segunda ordem, o erro na determinação da rigidez necessária pode tornar-se relevante.

Este trabalho tem por objetivo pesquisar uma forma de definição do limite α_1 do parâmetro de instabilidade de edifícios contraventados por paredes e/ou núcleos, variável com o número de andares. Inicialmente, o modelo discreto de Beck e König [1] é adotado no desenvolvimento de um método de obtenção dos limites α_1 para edifícios com um número qualquer de andares. O método, envolvendo computação, é aplicado para uma série de quantidades de andares, gerando-se uma série de valores de α_1 .

Na seqüência, é pesquisada uma fórmula aproximada que reproduza esta série de valores, adotando-se o modelo contínuo de Beck e König [1]. As equações diferenciais são resolvidas pelo método de Galerkin. São abordados os casos de carga de vento uniforme e com variação segundo as prescrições da NBR 6123 – Forças Devidas ao Vento em Edificações (ABNT [7]). As fórmulas deduzidas são testadas em 11 exemplos de edifícios contraventados por paredes e núcleos, realizando-se 22 testes, com o número de andares variando entre 3 e 100.

2. Os efeitos de 2ª ordem no modelo discreto

De acordo com o modelo de Beck e König [1], um sistema de contraventamento formado por paredes e/ou núcleos pode ser

modelado por uma simples barra, comportando-se como um pilar. Ele é dotado de uma alta rigidez ao esforço cortante, predominando as deformações por flexão. A figura 2 mostra uma barra engastada-livre, de comprimento H_{tot} , simulando o sistema de contraventamento de um edifício com n andares de mesma altura h , submetido à ação de cargas gravitacionais F e de vento ($W/2$ no topo e W nos demais andares); as cargas são consideradas com seus valores característicos.

Levando em consideração a deformação da barra (não-linearidade geométrica) e representando por E , J , $M(x)$ e $y(x)$, respectivamente, o módulo de elasticidade longitudinal do material, o momento de inércia da seção transversal (constante) e as funções de momentos fletores e de deslocamentos horizontais, pode-se demonstrar que, para um trecho qualquer i , a equação diferencial da linha elástica e sua respectiva solução são dadas por:

$$M_i(x) = -EJ \frac{d^2 y_i}{dx^2} = -W \left\{ \frac{nh-x}{2} + \sum_{j=1}^{i-1} [(n-j)h-x] \right\} + F \left\{ i y_i(x) - \sum_{j=0}^{i-1} y_{j+1} [(n-j)h] \right\} \quad (7)$$

$$y_i(x) = \frac{1}{i} \sum_{j=0}^{i-1} y_{j+1} [(n-j)h] + C_{2i-1} \text{sen}(\sqrt{i} ax) + C_{2i} \cos(\sqrt{i} ax) + \frac{W}{iF} \left\{ \frac{nh-x}{2} + \sum_{j=1}^{i-1} [(n-j)h-x] \right\} \quad (8)$$

C_{2i-1} e C_{2i} são constantes de integração e o coeficiente a é expresso por:

$$a^2 = F/EJ \quad (9)$$

Consideram-se negativos os momentos causando tração na face esquerda da barra. Os sub-índices junto a $M(x)$ e $y(x)$ indicam o trecho ao qual estas funções se referem. Aplicando a equação (8) para o topo do sistema ($x = nh$ e $i = 1$), obtém-se:

$$C_2 = -C_1 \tan(nah) \quad (10)$$

Tendo sido obtida uma relação entre C_1 e C_2 , será demonstrado a seguir como as constantes de integração relativas a um trecho qualquer da barra podem ser expressas em função das constantes relativas ao trecho imediatamente anterior. Na

equação (8), ao substituir i por $i + 1$, obtém-se a função $y_{i+1}(x)$. Expressando sucessivamente $y_i(x)$ e $y_{i+1}(x)$ para $x = (n - i)h$ (transição entre os trechos i e $i + 1$) e modificando adequadamente estas expressões, obtém-se:

$$y_i[(n-i)h] - \frac{1}{i} \sum_{j=0}^{i-1} y_{j+1}[(n-j)h] - \frac{iWh}{2F} = C_{2i-1} \operatorname{sen}[\sqrt{i}(n-i)ah] + C_{2i} \cos[\sqrt{i}(n-i)ah] \quad (11)$$

$$\frac{i}{i+1} \left\{ y_{i+1}[(n-i)h] - \frac{1}{i} \sum_{j=0}^{i-1} y_{j+1}[(n-j)h] - \frac{iWh}{2F} \right\} = C_{2i+1} \operatorname{sen}[\sqrt{i+1}(n-i)ah] + C_{2i+2} \cos[\sqrt{i+1}(n-i)ah] \quad (12)$$

A condição de igualdade entre $y_i(x)$ e $y_{i+1}(x)$ para $x = (n - i)h$ faz com que os membros esquerdos das equações (11) e (12) sejam múltiplos entre si. Consequentemente, (11) e (12) podem ser agrupadas numa única equação:

$$C_{2i+1} \operatorname{sen}[\sqrt{i+1}(n-i)ah] + C_{2i+2} \cos[\sqrt{i+1}(n-i)ah] = B_2 \quad (13)$$

onde

$$B_2 = \frac{i}{i+1} \left\{ C_{2i-1} \operatorname{sen}[\sqrt{i}(n-i)ah] + C_{2i} \cos[\sqrt{i}(n-i)ah] \right\} \quad (14)$$

Por outro lado, derivando a equação (8) em relação a x , obtém-se:

$$dy_i/dx = \sqrt{i} a [C_{2i-1} \cos(\sqrt{i} ax) - C_{2i} \operatorname{sen}(\sqrt{i} ax)] - (W/iF)(i - 1/2) \quad (15)$$

Expressando a equação (15) sucessivamente para os trechos i e $i + 1$, obtém-se as funções de rotações para estes trechos. A condição de continuidade de rotações implica na igualdade entre estas funções para $x = (n - i)h$, resultando:

$$C_{2i+1} \cos[\sqrt{i+1}(n-i)ah] - C_{2i+2} \operatorname{sen}[\sqrt{i+1}(n-i)ah] = B_1 \quad (16)$$

onde

$$B_1 = \frac{\sqrt{i}}{\sqrt{i+1}} \left\{ C_{2i-1} \cos[\sqrt{i}(n-i)ah] - C_{2i} \operatorname{sen}[\sqrt{i}(n-i)ah] \right\} + \frac{W}{2i(i+1)^{3/2} aF} \quad (17)$$

A partir das equações (13), (14), (16) e (17), podem-se expressar C_{2i+1} e C_{2i+2} em função de C_{2i-1} e C_{2i} :

$$C_{2i+1} = B_1 \cos[\sqrt{i+1}(n-i)ah] + B_2 \operatorname{sen}[\sqrt{i+1}(n-i)ah] \quad (18)$$

$$C_{2i+2} = B_2 \cos[\sqrt{i+1}(n-i)ah] - B_1 \operatorname{sen}[\sqrt{i+1}(n-i)ah] \quad (19)$$

Uma vez obtida a relação entre as constantes de integração referentes a dois trechos consecutivos da barra, será deduzida a seguir uma expressão para o momento fletor na base da mesma. A condição de rotação nula na base é imposta, igualando a zero a equação (15) com $i = n$ (último trecho) e $x = 0$. Em seguida, pode-se isolar C_{2n-1} :

$$C_{2n-1} = (2n - 1)W / 2n\sqrt{n} aF \quad (20)$$

Derivando a equação (15) em relação a x e aplicando-a para $i = n$, obtém-se:

$$d^2 y_n / dx^2 = -n a^2 [C_{2n-1} \operatorname{sen}(\sqrt{n} ax) + C_{2n} \cos(\sqrt{n} ax)] \quad (21)$$

A expressão do momento fletor na base $M(0)$ é obtida, tomando-se a primeira igualdade da equação (7) e fazendo $i = n$ e $x = 0$. Em seguida, introduz-se $d^2 y_n / dx^2$ dado por (21) com a^2 dado por (9) e $x = 0$, resultando:

$$M(0) = M_n(0) = -EJ d^2 y_n / dx^2(0) = n a^2 E J C_{2n} = nF C_{2n} \quad (22)$$

O processo de obtenção da expressão de $M(0)$ para um número qualquer n de pavimentos inicia com a aplicação da equação (10), ficando C_2 expresso em função de C_1 . Assim, ao aplicar as equações (18) e (19) para a transição entre o primeiro e o segundo trecho ($i = 1$), resultarão expressões para C_3 e C_4 contendo C_1 como única constante de integração. O mesmo acontecerá com as demais constantes ao aplicar essas equações para os demais

trechos. Além disso, em virtude da última parcela da expressão de B_1 , dada por (17), as sucessivas aplicações de (18) e (19) geram para as expressões das demais constantes de integração um termo independente de C_1 , o qual aparece multiplicado por W/aF . Assim, ao final deste processo, terão sido geradas expressões para C_{2n-1} e C_{2n} (trecho n), as quais podem ser postas na forma:

$$C_{2n-1} = A_1 C_1 + D_1 W / aF \quad (23)$$

$$C_{2n} = A_2 C_1 + D_2 W / aF \quad (24)$$

Os termos A_1, A_2, D_1 e D_2 resultam das sucessivas aplicações das equações (18) e (19). Combinando as equações (20), (22), (23) e (24), obtém-se a seguinte expressão para o momento fletor na base:

$$M(0) = \frac{nW}{a} \cdot \frac{A_2}{A_1} \left(\frac{2n-1}{2n\sqrt{n}} - D_1 \right) + \frac{nW}{a} D_2 \quad (25)$$

Por outro lado, este mesmo momento fletor, incluindo apenas os efeitos de primeira ordem, é dado por:

$$M(0) = -Wh \left(n/2 + \sum_{i=1}^{n-1} i \right) \quad (26)$$

Tabela 1 – Sequência de operações para a solução da inequação (28)

Entrar com n (número de andares).

a) Calcular o membro à direita da inequação (28).

b) Entrar com o valor (tentativa) de $\sqrt{1,4} ah$.

c) Atribuir valores iniciais: 1 para A_1 ; $-\tan(\sqrt{1,4} nah)$ para A_2 ; 0 para D_1 e D_2 .

d) Se $n = 1$, ir diretamente para a etapa (f). Se $n > 1$, atualizar sucessivamente os valores de A_1, A_2, D_1 e D_2 , executando por $n - 1$ vezes (percorrendo os trechos 2 até n) o conjunto de operações mostrado abaixo:

e.1) $\theta_1 = \sqrt{i(n-i)}\sqrt{1,4} ah$

e.2) $B_1 = \sqrt{i/(i+1)} (A_1 \cos\theta_1 - A_2 \text{sen}\theta_1)$

e.3) $B_2 = [i/(i+1)] (A_1 \text{sen}\theta_1 + A_2 \cos\theta_1)$

e.4) $B_{W1} = \sqrt{i/(i+1)} (D_1 \cos\theta_1 - D_2 \text{sen}\theta_1) + 1/2i(i+1)^{3/2}$

e.5) $B_{W2} = [i/(i+1)] (D_1 \text{sen}\theta_1 + D_2 \cos\theta_1)$

e.6) $\theta_2 = \sqrt{i+1} (n-i)\sqrt{1,4} ah$

e.7) $A_1 = B_1 \cos\theta_2 + B_2 \text{sen}\theta_2$

e.8) $A_2 = B_2 \cos\theta_2 - B_1 \text{sen}\theta_2$

e.9) $D_1 = B_{W1} \cos\theta_2 + B_{W2} \text{sen}\theta_2$

e.10) $D_2 = B_{W2} \cos\theta_2 - B_{W1} \text{sen}\theta_2$

f) Determinados A_1, A_2, D_1 e D_2 , calcular o membro à esquerda da inequação (28).

g) Exibir os valores numéricos dos membros esquerdo e direito da inequação (28), para comparação.

h) Informar decisão sobre nova tentativa; se afirmativa, ir para (c), caso contrário, encerrar o processo.

Observações com relação às expressões das operações da etapa (e):

a) Elas foram deduzidas a partir das equações (14), (17), (18) e (19), separando-se as parcelas que são multiplicadas por C_1 e por $W/\sqrt{1,4} aF$.

b) i é o trecho que está sendo processado e o símbolo $=$ não significa igualdade matemática, mas sim “assumir o valor de”.

Para a verificação da dispensa de consideração dos efeitos de 2ª ordem, a inequação (2) será aplicada com os módulos de M^1 e M^2 dados respectivamente pelos $M(0)$ de (26) e (25) (com os sinais invertidos, uma vez que a aplicação destas equações resulta em valores negativos para ambos os $M(0)$). Por outro lado, sendo este critério aplicado para o estado limite último, de acordo com o item 11.7.1 da NBR 6118, as cargas W e F devem ser majoradas por 1,4 e o coeficiente a por $\sqrt{1,4}$ (devido à equação (9)). Consequentemente:

$$\begin{aligned} & -\frac{n \times 1,4W}{\sqrt{1,4} a} \cdot \frac{A_2}{A_1} \left(\frac{2n-1}{2n\sqrt{n}} - D_1 \right) - \\ & \frac{n \times 1,4W}{\sqrt{1,4} a} D_2 \leq 1,1 \times 1,4Wh \left(n/2 + \sum_{i=1}^{n-1} i \right) \end{aligned} \quad (27)$$

É tacitamente assumido que os termos A_1 , A_2 , D_1 e D_2 , constantes nas equações (23) e (24), terão sido obtidos aplicando-se as equações (14), (17), (18) e (19) com $\sqrt{1,4} a$ no lugar de a . Efetuando-se os devidos algebrismos, a inequação (27) transforma-se em:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{1,4} ah} \cdot \frac{A_2}{A_1} \left(\frac{2n-1}{2\sqrt{n}} - nD_1 \right) + \\ & \frac{nD_2}{\sqrt{1,4} ah} \leq 1,1 \left(n/2 + \sum_{i=1}^{n-1} i \right) \end{aligned} \quad (28)$$

Para um pequeno número de andares, podem-se deduzir expressões de A_1 , A_2 , D_1 e D_2 , como funções de $\sqrt{1,4} ah$, e substituí-las no membro esquerdo de (28). Em seguida, a inequação (28) pode ser resolvida por tentativas, obtendo-se o fator $\sqrt{1,4} ah$. Todavia, para uma quantidade maior de andares, é necessário aplicar as equações (18) e (19) por múltiplas vezes, o que resulta em expressões muito extensas para A_1 , A_2 e, consequentemente, para o

membro esquerdo de (28). Para edifícios com mais de quatro andares, este método de obtenção de $\sqrt{1,4} ah$ torna-se impraticável. Diante dessa situação, foi desenvolvido um método alternativo de obtenção do fator $\sqrt{1,4} ah$ para edifícios com uma quantidade maior de andares. Por este método, a solução também é obtida por meio de tentativas. Porém, no lugar de se deduzirem expressões cada vez mais extensas para A_1 , A_2 , D_1 e D_2 , atribuem-se sucessivamente valores iniciais (tentativas) ao fator $\sqrt{1,4} ah$ e determinam-se valores numéricos para aquelas variáveis. Em cada tentativa, aplica-se o formulário visto até aqui de forma a obter valores numéricos para os membros à direita e à esquerda da inequação (28). Quando estes valores forem suficientemente próximos, de maneira a poderem ser considerados iguais, o fator $\sqrt{1,4} ah$ terá sido determinado.

Devido à grande quantidade de operações, o método é aplicado com o auxílio de computador. A título de ilustração, apresenta-se na tabela 1 a seqüência de operações de obtenção de $\sqrt{1,4} ah$ por meio de tentativas. Representando por b a solução da inequação (28), obtida por este método, e considerando a definição de a (equação (9)), pode-se escrever:

$$\sqrt{1,4} ah = \sqrt{1,4} \sqrt{F/EJ} h \leq b \quad (29)$$

Pode-se observar na figura 2 que $h = H_{tot}/n$ e $F = N_k/n$, conforme definição de N_k na subseção 1.2. Por outro lado, como a parede ou núcleo tem comportamento equivalente ao de um pilar, a não linearidade física pode ser considerada, substituindo-se EJ por $(EI)_{sec}$ dado por (6). Isto leva a inequação (29) a assumir a forma:

$$H_{tot} \sqrt{N_k / E_{CS} I_C} / n \sqrt{0,941n} \leq b / \sqrt{1,4} \quad (30)$$

Tabela 2 - Valores de $\alpha 1$ em função do número de andares (carga de vento uniforme)

n	$\alpha 1$ (1)	$\alpha 1$ (2)	n	$\alpha 1$ (1)	$\alpha 1$ (2)
1	0,425	0,426	25	0,754	0,754
2	0,571	0,573	30	0,757	0,757
3	0,631	0,631	35	0,759	0,759
4	0,663	0,663	40	0,761	0,761
5	0,683	0,683	50	0,763	0,763
6	0,697	0,697	60	0,765	0,765
7	0,707	0,707	70	0,766	0,766
8	0,715	0,715	80	0,767	0,767
9	0,721	0,721	100	0,768	0,768
10	0,726	0,726	125	0,769	0,769
12	0,734	0,733	165	0,770	0,770
14	0,739	0,739	250	0,771	0,771
16	0,743	0,743	500	0,772	0,772
18	0,746	0,746	≥ 1100	0,773	0,773
20	0,749	0,749	-	-	-

n - número de andares; $\alpha 1$ (1) - modelo discreto; $\alpha 1$ (2) - modelo contínuo

Comparando (30) com as equações (3) e (4), conclui-se que o limite α_1 do parâmetro de instabilidade pode ser expresso por:

$$\alpha_1 = bn\sqrt{0.941n}/\sqrt{1.4} = 0.82bn^{3/2} \quad (31)$$

Assim, entrando-se com o número de andares desejado (n), pode-se obter b por meio do processo de tentativas já descrito e, em seguida, o valor do coeficiente limite α_1 , aplicando-se a equação (31). Isto foi feito para uma série de quantidades de andares e os resultados encontram-se na segunda e quinta colunas da tabela 2.

3. O modelo contínuo na obtenção de uma fórmula aproximada para α_1

Os valores de α_1 , apresentados na tabela 2, podem ser considerados como “soluções exatas” (no contexto do modelo discreto da figura 2) para o limite do parâmetro de instabilidade de sistemas de contraventamento formados exclusivamente por paredes e/ou núcleos resistentes. A questão é que o método desenvolvido na seção anterior não proporciona uma fórmula explícita de obtenção do coeficiente limite α_1 . Assim, o objetivo desta seção é a dedução de fórmulas aproximadas que forneçam, com uma precisão adequada, o valor de α_1 em função do número de pavimentos. Aborda-se inicialmente o caso de carga de vento uniformemente distribuída e, na seqüência, o de carga com distribuição conforme as prescrições na NBR 6123 [7].

O modelo contínuo, apresentado na figura 1-b, mostra-se inadequado para edifícios com poucos andares. Isto se deve basicamente ao fato de que a simulação de um conjunto de cargas concentradas por meio de uma carga distribuída fornece uma boa precisão apenas se o número de cargas concentradas for grande.

Em edifícios com um número menor de andares, o modelo da figura 1-b falha principalmente por não captar o efeito da carga vertical concentrada no último andar. Para evitar este inconveniente, adota-se o modelo contínuo da figura 3, no qual se inclui uma força vertical P concentrada no topo.

3.1 Carga de vento uniformemente distribuída

No modelo da figura 3-a, se for desconsiderado o efeito das deformações, pode-se demonstrar que a solução linear, em termos das rotações $\phi(x)$, para o caso de carga de vento uniforme de taxa w , será dada por:

$$\phi(x) = \frac{w\ell^3}{6EJ} \left[1 - \left(1 - \frac{x}{\ell} \right)^3 \right] \quad (32)$$

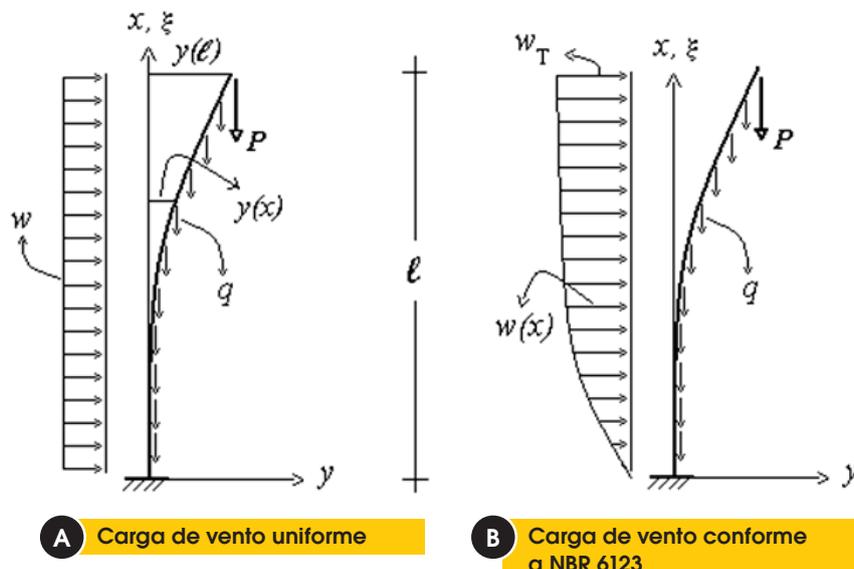
Considerando, agora, o efeito das deformações, a função dos momentos fletores será expressa por:

$$M(x) = -w(\ell - x)^2/2 - P[y(\ell) - y(x)] - \int_x^\ell q[y(\xi) - y(x)]d\xi \quad (33)$$

Chamando de $Y(x)$ a função primitiva dos deslocamentos horizontais $y(x)$, a equação (33) transforma-se em:

$$M(x) = -w(\ell - x)^2/2 - P[Y(\ell) - Y(x)] - q[Y(\ell) - Y(x) - (\ell - x)y(x)] \quad (34)$$

Figura 3 – Modelo contínuo para o contraventamento



A equação diferencial da linha elástica é obtida igualando $-EJ d^2y/dx^2$ a $M(x)$ dado por (34). Derivando-a em relação a x , lembrando que $dy/dx = \phi(x)$ e reordenando os termos, resulta:

$$EJ d^2\phi / dx^2 + [P + q(\ell - x)]\phi(x) + w(\ell - x) = 0 \quad (35)$$

Para a solução da equação (35), será adotado o método de Galerkin, o qual consiste em obter uma solução aproximada, na forma:

$$\phi(x) \cong \bar{\phi}(x) = \sum_{i=1}^m a_i \phi_i(x) \quad (36)$$

onde $\phi_i(x)$ ($i = 1, 2, \dots, m$) são funções escolhidas previamente e os a_i são coeficientes a serem determinados. Considerações mais detalhadas sobre o método de Galerkin podem ser vistas em Kantorovitch e Krylov [8]. Na aplicação do método para o presente caso, o somatório da equação (36) será reduzido a uma única parcela ($m = 1$), adotando-se para $\phi_1(x)$ uma função proporcional à solução linear, dada por (32). Em consequência, a equação (36) assume a forma:

$$\phi(x) \cong a_1 \phi_1(x) = a_1 \left[1 - \left(1 - \frac{x}{\ell} \right)^3 \right] \quad (37)$$

Para a obtenção de α_1 , deve ser resolvida a seguinte equação:

$$\int_0^\ell \left\{ -\frac{6EJ}{\ell^2} a_1 \left(1 - \frac{x}{\ell} \right) + [P + q(\ell - x)] \cdot a_1 \left[1 - \left(1 - \frac{x}{\ell} \right)^3 \right] + w(\ell - x) \right\} \phi_1(x) dx = 0 \quad (38)$$

onde o termo que aparece multiplicado por $\phi_1(x)$ é o operador diferencial referente à equação (35). Assim, entrando com $\phi_1(x)$ dado por (37), efetuando a integração e isolando α_1 , resulta:

$$a_1 = \frac{w\ell^3}{6EJ - (15/7)P\ell^2 - (3/4)q\ell^3} \quad (39)$$

Substituindo (39) em (37), determina-se a função $\phi(x)$. Comparando-a com (32), observa-se que a não linearidade geométrica se manifesta através dos termos que são subtraídos de $6EJ$ no denominador de α_1 . Integrando $\phi(x)$ duas vezes, obtêm-se sucessivamente as funções $y(x)$ e $Y(x)$. Substituindo-as na equação (34) e aplicando-a para $x = 0$, obtêm-se a seguinte expressão para o momento fletor na base:

$$M(0) = -\frac{w\ell^2}{2} - \frac{7}{5} \cdot \frac{w\ell^2(5P\ell^2 + 2q\ell^3)}{56EJ - 20P\ell^2 - 7q\ell^3} \quad (40)$$

Para a verificação da dispensa de consideração dos efeitos de 2ª ordem, a inequação (2) será aplicada com M'' dado por $M(0)$ de (40) em módulo, com as cargas majoradas por 1,4. Portanto:

$$1.4 \frac{w\ell^2}{2} + \frac{7}{5} \frac{1.4w\ell^2 \times 1.4(5P\ell^2 + 2q\ell^3)}{56EJ - 20 \times 1.4P\ell^2 - 7 \times 1.4q\ell^3} \leq 1.1 \times 1.4 \frac{w\ell^2}{2} \quad (41)$$

Efetando-se sucessivos algebrismos, obtêm-se:

$$(8P + 3.15q\ell)\ell^2 / EJ \leq 2 \quad (42)$$

Na inequação (42), a não-linearidade física pode ser considerada substituindo EJ por $(EI)_{\text{sec}}$ dado por (6). Em seguida, extraindo a raiz quadrada de ambos os membros e rearranjando, resulta:

$$\ell \sqrt{(2.54P + q\ell) / E_{CS} I_C} \leq 0.773 \quad (43)$$

Convém lembrar que o objetivo desta seção é obter uma fórmula para α_1 em função do número de pavimentos. Para que isto possa ser feito a partir da equação (43), é necessário encontrar uma relação entre $q\ell$ e P em função do número de andares, tal que a aplicação de (43) venha a fornecer valores de α_1 os mais próximos possíveis da série apresentada na segunda e quinta colunas da tabela 2. Por outro lado, representando H_{tot} por ℓ , a equação (3) combinada com a (4) pode ser expressa na forma:

$$\ell \sqrt{N_k / E_{CS} I_C} \leq \alpha_1 \quad (44)$$

Nas equações (43) e (44), pode-se isolar o fator $E_{CS} I_C$. Igualando as expressões resultantes e considerando que a carga vertical total N_k é dada pela soma de P e $q\ell$, pode-se demonstrar que:

$$\frac{q\ell}{P} = \frac{2.54\alpha_1^2 - 0.773^2}{0.773^2 - \alpha_1^2} \quad (45)$$

Aplicando a equação (45) para os valores de α_1 constantes na tabela 2 (modelo discreto), determinam-se sucessivos valores de $q\ell/P$, correspondentes a sucessivas quantidades de andares, listando-os na tabela 3. Em seguida, é necessário pesquisar uma equação que forneça, com uma precisão adequada, os valores de $q\ell/P$ em função de n . Uma possível solução consiste na equação de uma reta, apresentada abaixo:

$$q\ell / P = 1.201n - 1.528 \quad (46)$$

Tabela 3 – Valores de $q\ell/P$ em função do número de andares

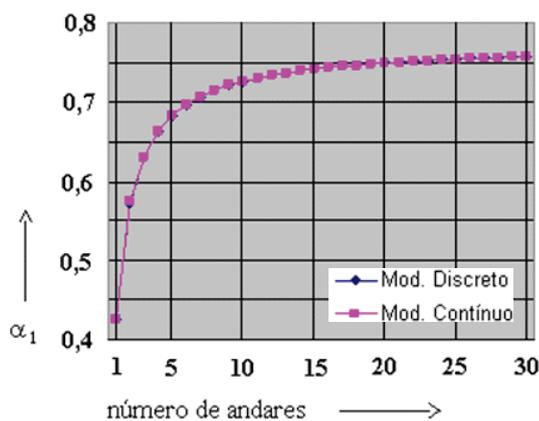
Número de andares	$q\ell/P$	Número de andares	$q\ell/P$
1	-0,333	20	22,6
2	0,849	25	29,2
3	2,07	30	35,0
4	3,28	35	40,4
5	4,48	40	47,3
6	5,69	50	57,2
7	6,88	60	72,0
8	8,12	70	82,5
9	9,30	80	97,0
10	10,5	100	116
12	13,1	125	147
14	15,3	165	196
16	17,7	250	291
18	19,9	500	593

Finalmente, considerando que ℓ é a altura H_{tot} e combinando as equações (44), (45) e (46), resulta:

$$H_{tot} \sqrt{N_k / E_{CS} I_C} \leq \alpha_1 = 0.773 \sqrt{(n - 0.44) / (n + 0.84)} \quad (47)$$

Obteve-se assim uma expressão para α_1 em função do número de andares. A equação (47) foi aplicada para a mesma série de números de pavimentos da tabela 2 e os valores resultantes encontram-se na terceira e sexta colunas da mesma. Pode-se perceber a concordância quase perfeita entre os valores de α_1 relativos aos modelos discre-

Figura 4 – Gráficos α_1 x número de andares



to e contínuo; os respectivos gráficos, mostrados na figura 4 para os casos de 1 a 30 andares, apresentam-se coincidentes.

3.2 Carga de vento distribuída conforme as prescrições da NBR 6123

A figura 3-b apresenta o modelo de um sistema de contraventamento submetido a uma carga de vento de taxa $w(x)$ variável com a altura, atingindo um valor $w_T = w(\ell)$ no topo de edifício. De acordo com o que é prescrito pela NBR 6123 (ABNT [7]), a taxa $w(x)$ pode ser expressa por:

$$w(x) = K(x/10)^p \quad (48)$$

K é uma constante que depende de vários fatores, como: área da face da edificação normal à direção do vento; relação entre as dimensões da edificação; velocidade básica do vento, fatores de rajada, topográfico e estatístico, conforme definições da NBR 6123. O expoente p é igual ao dobro do parâmetro meteorológico \bar{p} , variável entre 0,06 e 0,175, dependente das dimensões da edificação e da rugosidade do terreno. Portanto, p pode variar de 0,12 a 0,35. Pode-se mostrar que as rotações $\phi(x)$ e o momento fletor na base $M(0)$, devidos exclusivamente aos efeitos de primeira ordem, são dados respectivamente por:

$$\phi(x) = \frac{w_T}{EJ} \cdot \frac{(p+1)\ell^2 x - (p+2)\ell x^2/2 + x^{p+3}/(p+3)\ell^p}{(p+1)(p+2)} \quad (49)$$

$$M(0) = -w_T \ell^2 / (p+2) \quad (50)$$

Por outro lado, considerando o efeito das deformações e seguindo a mesma linha dedutiva que levou às equações (34) e (35), pode-se mostrar que a função de momentos fletores e a equação diferencial da linha elástica são dadas respectivamente por:

$$M(x) = -w_T \cdot \frac{(p+1)\ell^2 - (p+2)\ell x + \frac{x^{p+2}}{\ell^p}}{(p+1)(p+2)} - P[y(\ell) - y(x)] - q[Y(\ell) - Y(x) + (\ell - x)y(x)] \quad (51)$$

$$EJ \frac{d^2 \phi}{dx^2} + [P + q(\ell - x)]\phi(x) + w_T \cdot \frac{\ell - x^{p+1}/\ell^p}{p+1} = 0 \quad (52)$$

Para a solução da equação (52), será utilizado o método de Galerkin, adotando-se uma função $\varphi_1(x)$ proporcional à solução linear dada por (49). Na seqüência da dedução, devido à grande extensão das expressões envolvidas, o formulário será particularizado para $p = 0,35$, o que corresponde a um parâmetro meteorológico \bar{p} de 0,175, referente a um terreno com categoria de rugosidade V. Este valor de p resulta na configuração de carregamento mais afastada da distribuição uniforme. Assim, seguindo a mesma linha dedutiva que levou à equação (40), obtém-se o momento fletor na base incluindo os efeitos de segunda ordem:

$$M(0) = -0.4255 w_T \ell^2 - \frac{0.3505 w_T \ell^2 (2.516 P \ell^2 + q \ell^3)}{7.95 E J - 2.886 P \ell^2 - q \ell^3} \quad (53)$$

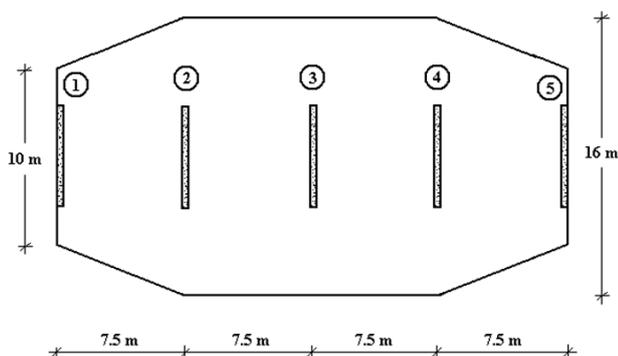
Para a verificação da dispensa de consideração dos efeitos de segunda ordem, os momentos M^I e M^{II} serão dados pelos $M(0)$, em módulo, respectivamente de (50) e (53), com as cargas majoradas por 1,4. Desta forma, aplicando a inequação (2), substituindo EJ por $(EI)_{sec}$ dado por (6) (não-linearidade física) e efetuando-se os devidos algebrismos, obtém-se:

$$\ell \sqrt{(2.556 P + q \ell) / E_{CS} I_C} \leq 0.7606 \quad (54)$$

Devido à similaridade entre as equações (54) e (43), será assumido o mesmo padrão de variação de α_1 para o caso do vento uniforme, com o coeficiente 0,773 de (43) sendo alterado para 0,7606. Consequentemente, obtém-se uma expressão de α_1 em função do número de andares, para o caso da carga de vento conforme a NBR 6123, semelhante à equação (47):

$$H_{tot} \sqrt{N_k / E_{CS} I_C} \leq \alpha_1 = 0.7606 \sqrt{(n - 0.44) / (n + 0.84)} \quad (55)$$

Figura 5 – Sistema de contraventamento transversal: exemplos 1 a 7



Na equação (55), pode-se isolar I_C , obtendo-se:

$$I_C \geq 1.729 \times \frac{n + 0.84}{n - 0.44} \times \frac{N_k H_{tot}^2}{E_{CS}} \quad (56)$$

A equação (56) é de grande utilidade na fase de pré-dimensionamento de um sistema de contraventamento, quando o objetivo é obter uma estrutura classificada pela NBR6118 como sendo de nós fixos.

4. Exemplos

4.1 Descrição dos testes

A figura 5 mostra a configuração básica, em planta, do sistema de contraventamento transversal de um edifício de planta octogonal alongada, o qual é constituído pelas paredes 1 a 5. Este sistema foi empregado em edifícios com 3, 5, 10, 15, 20, 30 e 40 andares, constituindo os exemplos 1 a 7. Da mesma forma, pode-se observar na figura 6 a configuração básica do sistema de contraventamento transversal formado pelas paredes 1 a 7, o qual foi empregado em edifícios com 50, 60, 80 e 100 andares, constituindo os exemplos 8 a 11. Nos exemplos 10 e 11, no lugar das paredes 1 e 7, foram utilizados núcleos em forma de canais, indicados pelas linhas quebradas da figura 6.

Em todos os exemplos, considerou-se um pé direito de 3 m e a utilização de concreto com $f_{ck} = 25$ MPa, resultando em um módulo $E_{CS} = 23800$ MPa. Foi considerada a carga vertical total (valor característico) de 10 kN/m² por pavimento. Adotou-se inicialmente uma carga devida à pressão do vento de 1,5 kN/m² (valor característico), constante ao longo da altura. Esta consideração é devida ao fato de se estar testando uma formulação baseada num modelo com carga de vento de taxa constante.

Cada um dos 11 sistemas de contraventamento foi testado com o objetivo de determinar a relação entre cargas verticais e rigidez horizontal que resultasse em um acréscimo de 10% no momen-

Figura 6 – Sistema de contraventamento transversal: exemplos 8 a 11

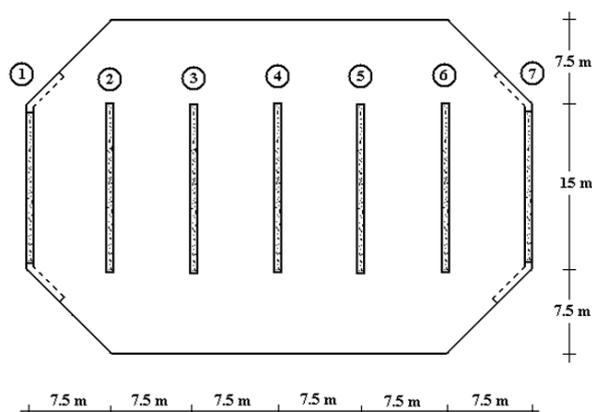


Tabela 4 – Resultados para a carga de vento uniforme

Exemplo	n	α_1 (1)	α_1 (2)	I_c (m ⁴)	Paredes	Dimensões (cm) da seção transversal
1	3	0,631	0,632	0,1226	5	20 x 114
2	5	0,683	0,684	0,4852	5	20 x 180
3	10	0,726	0,726	3,441	5	20 x 346
4	15	0,741	0,741	11,15	5	30 x 447
5	20	0,749	0,749	25,88	5	30 x 592
6	30	0,757	0,757	85,53	5	40 x 800
7	40	0,761	0,761	200,7	5	48 x 1000
8	50	0,763	0,763	1004	7	51 x 1500
9	60	0,765	0,765	1727	5	60 x 1771
-	-	-	-	-	+ 2	60 x 1500
10	80	0,767	0,767	4073	5	80 x 2000
-	-	-	-	-	+ 2	85 x 1500 (alma) e 85 x 354 (abas)
11	100	0,768	0,768	7924	5	120 x 2200
-	-	-	-	-	+ 2	120 x 1500 (alma) e 120 x 472 (abas)

n – n° de andares; α_1 (1) – equação (47); α_1 (2) – valores obtidos nos exemplos

to global da base do edifício, em relação à análise de primeira ordem; com isso, determinava-se o limite α_1 do parâmetro de instabilidade. O procedimento aplicado em cada teste consistiu em atribuir dimensões iniciais às seções das paredes e realizar uma análise de segunda ordem, empregando-se o método P-Delta com processamento em precisão dupla. Detalhes sobre o método P-Delta podem ser vistos em Smith e Coull [9]. Em seguida, realizaram-se novas análises de segunda ordem, ajustando-se as dimensões das seções até resultar no acréscimo desejado de 10% no momento global da base.

A não-linearidade física foi considerada por meio da redução da rigidez das barras individuais, expressa pela equação (6). Devido à dupla simetria do contraventamento em planta, pôde-se adotar para as análises um modelo de pórtico plano com as paredes ligadas entre si por bielas representando as lajes dos pavimentos. Na sequência, os 11 exemplos foram re-analisados, considerando a distribuição da carga de vento variável com a altura. Foram seguidas as prescrições da NBR 6123, adotando-se os seguintes parâmetros: velocidade básica de 45 m/s; fatores topográfico e estatístico iguais a 1,0; e rugosidade do terreno de categoria

Tabela 5 – Resultados para a carga de vento conforme a NBR 6123

Exemplo	n	α_1 (3)	$I_{c,1}$ (m ⁴)	α_1 (4)	$I_{c,2}$ (m ⁴)	Paredes	Dimensões (cm) da seção transversal
1	3	0,621	0,1271	0,625	0,1256	5	20 x 115
2	5	0,672	0,5024	0,674	0,4989	5	20 x 182
3	10	0,714	3,559	0,716	3,544	5	20 x 349
4	15	0,729	11,52	0,730	11,48	5	30 x 451
5	20	0,737	26,75	0,737	26,73	5	30 x 598
6	30	0,745	88,40	0,745	88,36	5	40 x 809
7	40	0,749	207,4	0,749	207,3	5	50 x 1000
8	50	0,751	1038	0,751	1037	7	53 x 1500
9	60	0,753	1785	0,753	1785	5	60 x 1800
-	-	-	-	-	-	+2	60 x 1500
10	80	0,755	4209	0,755	4203	5	84 x 2000
-	-	-	-	-	-	+2	85 x 1500 (web) and 85 x 354 (edges)
11	100	0,756	8195	0,757	8191	5	120 x 2200
-	-	-	-	-	-	+2	25 x 1500 (web) and 125 x 500 (edges)

n – n° de andares; α_1 (3) – eq. (55); $I_{c,1}$ – eq. (56); α_1 (4) e $I_{c,2}$ – obtidos nos exemplos

V, correspondente a centros de grandes cidades. Para o pré-dimensionamento das seções das paredes, foi aplicada a equação (56).

4.2 Análise dos resultados

A tabela 4 apresenta, em sua quarta coluna, os valores de α_1 encontrados nos 11 exemplos, para o caso da carga de vento uniformemente distribuída. Nas colunas seguintes, constam os valores da inércia bruta total I_c , com o correspondente número de paredes e dimensões das seções que levaram à obtenção dos referidos valores de α_1 . Observe-se que, nos exemplos 10 e 11, houve a necessidade de substituir as paredes planas 1 e 7 por núcleos em forma de canais. Incluem-se ainda, na terceira coluna, os valores de α_1 obtidos pela aplicação da equação (47). Comparando-os com os valores obtidos nos exemplos, observa-se uma concordância quase perfeita; verifica-se a coincidência dos três dígitos, com exceção dos exemplos 1 e 2, nos quais as diferenças se mantêm abaixo de 0,2 %.

A tabela 5 apresenta os mesmos elementos da tabela 4, porém para o caso de distribuição da carga de vento conforme a NBR 6123. Inclui-se ainda uma coluna com os valores inicialmente atribuídos para a inércia bruta total I_c , resultantes da aplicação da equação (56). Observa-se que estes valores, bem como os de α_1 preditos pela equação (55), reproduzem com boa precisão os valores obtidos nos exemplos. Verifica-se a coincidência dos três dígitos de α_1 nos exemplos 5 a 10, enquanto nos demais as diferenças se mantêm abaixo de 0,7 %.

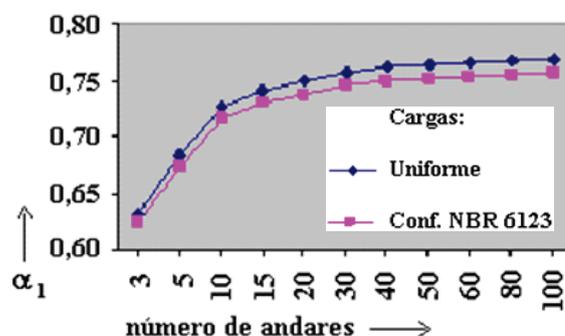
Os valores de α_1 mostrados na quinta coluna da tabela 5 indicam que, para edifícios com 3 e com 10 ou mais andares, os respectivos limites $\alpha_1 = 0,5$ e $\alpha_1 = 0,7$, prescritos pela NBR 6118, são conservadores. Entretanto, o contrário acontece em edifícios com um número de andares entre 4 e 7. Interpolações feitas com os valores de α_1 referentes aos exemplos 1 a 3 resultam em valores menores que o limite 0,7 prescrito para aquelas quantidades de andares.

5. Conclusões

Os valores limites α_1 do parâmetro de instabilidade, obtidos para o caso da carga de vento distribuída conforme a NBR 6123 e apresentados na tabela 5, mostram uma variabilidade que vai de um mínimo de 0,625 no exemplo 1 até um máximo de 0,757 no exemplo 11. A proporção entre estes valores extremos é pouco superior a 1,2:1. Considerando que a obtenção dos mesmos envolve a extração de uma raiz quadrada, a proporção entre os radicandos (relações carga vertical/rigidez horizontal) associados a esses extremos é próxima de 1,5:1. Esta variabilidade mostra a importância de se dispor de um limite α_1 apropriado ao número de andares de um dado edifício a ser projetado, nos lugares dos valores fixos estabelecidos pela NBR 6118. Por exemplo, em relação ao valor fixo 0,7, a equação (55) fornece valores variáveis entre 0,65 (4 andares) e 0,76 (90 ou mais andares).

No presente trabalho, foi inicialmente desenvolvido um método baseado no modelo discreto de Beck e König [1] (Figura 1-a), considerando pé-direito constante e carga de vento uniforme. O método consiste em resolver a inequação (28) por meio de tentativas e utilizar o resultado na aplicação da equação (31), obtendo-se α_1 . Como o método é aplicado com o auxílio de com-

Figura 7 – Valores de α_1 obtidos nos exemplos



putador, pode-se obter α_1 para qualquer número de andares, o que é ilustrado pela tabela 2.

Os resultados obtidos serviram de subsídio para a etapa seguinte, na qual foi adotada uma variante do modelo contínuo de Beck e König [1] (Figura 3), com o objetivo de se deduzirem fórmulas aproximadas de obtenção de α_1 em função do número de andares, chegando-se assim às equações (47) e (55). Os exemplos testados mostraram uma boa precisão destas equações, respectivamente, para os casos de carga de vento uniforme e com distribuição conforme a NBR 6123 para terreno com categoria de rugosidade V.

Observa-se que os valores de α_1 obtidos para estes dois padrões de carregamento, constantes nas tabelas 4 e 5, apresentam valores bastante próximos entre si, com diferenças inferiores a 1,7 %. Isto mostra que o modelo de Beck e König [1], ao considerar uma carga de vento uniformemente distribuída, incorre em um erro irrelevante. O gráfico da figura 7 ilustra a proximidade dos valores de α_1 para os dois padrões de carregamento. Já que a rugosidade V corresponde à configuração de carregamento mais afastada da distribuição uniforme, não foram testadas outras categorias de rugosidade, pois é de se supor que resultem valores intermediários entre os obtidos para os casos apresentados.

Os bons resultados obtidos no presente trabalho recomendam a adoção do método proposto para o estabelecimento de fórmulas de determinação de α_1 para sistemas formados por pórticos e por associações de pórticos com paredes e/ou núcleos. Casos de variação no pé direito e na rigidez horizontal ao longo da altura também podem ser abordados. Convém salientar que tudo isto deve ser feito de forma a manter a simplicidade da formulação, justamente uma das maiores virtudes da utilização do parâmetro de instabilidade.

Finalmente, convém destacar a necessidade de se adotar para os testes um modelo mais realístico de análise: simulação da estrutura como um reticulado tridimensional, considerando-se os pavimentos como diafragmas rígidos e incluindo o efeito da deformação por corte; realização da análise não-linear através de um método incremental-iterativo; e consideração mais acurada da não-linearidade física, por exemplo, por meio de relações momento-curvatura.

6. Referências Bibliográficas

- [01] Beck, H. and König, G.; Haltekräfte im Skelettbau. In: Beton- und Stahlbetonbau, n° 62, tome 1 (pp. 7-15) and tome 2 (pp. 37-42), Berlin, 1967.
- [02] Vasconcelos, A.C.; Origem dos Parâmetros de Estabilidade α e γ_z . In: Revista IBRACON de Estruturas, n° 20, pp. 56-60, São Paulo, 1998.
- [03] Ellwanger, R.J.; A variable limit for the instability parameter of wall-frame or core-frame bracing structures. In: Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, vol. 5, no 1, pp. 120-136, São Paulo, 2012.
- [04] CEB – Comité Euro-International du Béton; CEB/FIP Manual of Buckling and Instability, The Construction Press, Lancaster, 1978.
- [05] ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas; NBR 6118 – Design of structural concrete – Procedure, Rio de Janeiro, 2007.
- [06] Franco, M. and Vasconcelos, A.C.; Practical Assessment of Second Order Effects in Tall Buildings. In: Colóquio do CEB-FIP Model Code 1990, pp. 307-24, Rio de Janeiro, 1991.
- [07] ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas; NBR 6123 – Forças Devidas ao Vento em Edificações, Rio de Janeiro, 1987.
- [08] Kantorovich, L.V. and Krylov, V.I.; Approximate Methods of Higher Analysis, New York, Interscience Publishers Inc., 1964.
- [09] Smith, B.S. and Coull, A.: Tall Building Structures: Analysis and Design, New York, John Wiley & Sons Inc., 1991.