

# Experimental analysis of reinforced concrete beams strengthened in bending with carbon fiber reinforced polymer

## Análise experimental de vigas de concreto armado reforçadas à flexão com polímero reforçado com fibra de carbono



M. M. VIEIRA <sup>a</sup>  
mylene.eng@gmail.com

A. R. S. SANTOS <sup>b</sup>  
anarafaelasouzasantos@gmail.com

A. M. MONT'ALVERNE <sup>b</sup>  
montalverne@ufc.br

L. M. BEZERRA <sup>b</sup>  
leonardo.bezerra@ufc.br

L. C. S. MONTENEGRO <sup>c</sup>  
modulo@modulo.eng.br

A. E. B. CABRAL <sup>a, b</sup>  
eduardo.cabral@ufc.br



### Abstract

The use of carbon fiber reinforced polymer (CFRP) has been widely used for the reinforcement of concrete structures due to its practicality and versatility in application, low weight, high tensile strength and corrosion resistance. Some construction companies use CFRP in flexural strengthening of reinforced concrete beams, but without anchor systems. Therefore, the aim of this study is analyze, through an experimental program, the structural behavior of reinforced concrete beams flexural strengthened by CFRP without anchor fibers, varying steel reinforcement and the amount of carbon fibers reinforcement layers. Thus, two groups of reinforced concrete beams were produced with the same geometric feature but with different steel reinforcement. Each group had five beams: one that is not reinforced with CFRP (reference) and other reinforced with two, three, four and five layers of carbon fibers. Beams were designed using a computational routine developed in MAPLE software and subsequently tested in 4-point points flexural test up to collapse. Experimental tests have confirmed the effectiveness of the reinforcement, ratifying that beams collapse at higher loads and lower deformation as the amount of fibers in the reinforcing layers increased. However, the increase in the number of layers did not provide a significant increase in the performance of strengthened beams, indicating that it was not possible to take full advantage of strengthening applied due to the occurrence of premature failure mode in the strengthened beams for pullout of the cover that could have been avoided through the use of a suitable anchoring system for CFRP.

**Keywords:** flexural strengthening, carbon fiber reinforced polymer, reinforced concrete beam.

### Resumo

Os polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC) têm sido bastante utilizados no reforço de estruturas de concreto armado devido à sua praticidade e versatilidade na aplicação, baixo peso e elevada resistência à tração e à corrosão. Algumas empresas que atuam no mercado da construção civil utilizam o PRFC no reforço à flexão de vigas de concreto armado, contudo sem fazer uso de sistemas de ancoragem, o que influencia na capacidade resistente da viga. Portanto, o objetivo desse trabalho é analisar, por meio de um programa experimental, o comportamento estrutural de vigas de concreto armado reforçadas à flexão com PRFC variando-se a taxa de armadura e a quantidade de camadas do reforço, sem fazer o uso de sistemas de ancoragem. Para tanto, foram produzidos dois grupos de vigas de concreto armado, de mesma característica geométrica mas com taxas de armadura distintas. Cada grupo possuía cinco vigas: uma que não foi reforçada (de referência) e as demais reforçadas com duas, três, quatro e cinco camadas de fibra de carbono. As vigas foram dimensionadas utilizando-se uma rotina computacional desenvolvida no pacote comercial MAPLE, sendo posteriormente ensaiadas à flexão em 4 pontos até o seu colapso. Os ensaios experimentais comprovaram a eficácia do reforço, constatando-se que as vigas colapsavam com cargas superiores e deformações inferiores à medida que se aumentava a quantidade de camadas de fibra no reforço. Contudo o aumento do número de camadas não proporcionou um incremento expressivo na capacidade resistente das vigas reforçadas, indicando que não foi possível tirar proveito por completo do reforço aplicado devido a ocorrência nas vigas reforçadas do modo de ruína prematuro por arrancamento do cobrimento que poderia ter sido evitado com o uso de um sistema de ancoragem adequado para o PRFC.

**Palavras-chave:** reforço à flexão, polímero reforçado com fibra de carbono, viga de concreto armado.

<sup>a</sup> Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, CE, Brasil;

<sup>b</sup> Grupo de Pesquisa em Materiais de Construção e Estruturas - GPMATE, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, CE, Brasil;

<sup>c</sup> Módulo Engenharia Ltda, Fortaleza, CE, Brasil.

## 1. Introdução e justificativa

Uma estrutura de concreto armado deve resistir a diversas agressões e solicitações ao longo do tempo, e concomitantemente, deve satisfazer aos requisitos dos seus usuários. Contudo, ocasionalmente intervenções nas mesmas podem ser necessárias para restabelecer ou aumentar sua capacidade de carga original. Dentre as diversas técnicas de reforço de estruturas de concreto armado existentes, os polímeros reforçados com fibras de carbono (PRFC), em inglês *carbon fiber reinforced polymers* (CFRP), possuem vantagens em relação a outros materiais de reforço, tais como a sua facilidade de aplicação, leveza do material, alta resistência mecânica, resistência à corrosão, neutralidade eletromagnética, dentre outras [1].

O uso de PRFC tem sido internacionalmente estudado no reforço à flexão de vigas de concreto armado desde os anos 1990 [2], sendo que atualmente já se busca comparar o desempenho das fibras de carbono com outras fibras, como a de vidro [3], ou investigar a eficácia de faixas nas bordas transversais para prevenir o descolamento prematuro do reforço [4], bem como pesquisar o uso do PRFC no reforço ao cisalhamento de vigas [5].

No Brasil, já há um histórico de pesquisa e aplicação do PRFC no reforço à flexão de vigas de concreto armado, onde pode-se citar os trabalhos de Beber [6-7] sobre as principais implicações estruturais da aplicação de PRFC colados externamente a vigas de concreto armado reforçadas à flexão e ao cisalhamento; de Ferrari [8], que avaliou a eficiência da técnica de reforço com mantas de PRFC em vigas de concreto armado, com o banzo tracionado previamente reconstituído com um compósito de alto desempenho; e de Costa [9], que avaliou o comportamento de vigas de concreto armado reforçadas com PRFC e parâmetros de otimização do reforço utilizando a redução do comprimento de ancoragem. Convém ressaltar que em todos esses trabalhos o PRFC foi ancorado com faixas nas bordas transversais.

Conforme os estudos anteriormente citados, o uso do PRFC para reforço à flexão de vigas de concreto armado tem sido eficaz, tanto para aumentar a capacidade resistente, como para aumentar a rigidez das vigas.

Contudo, há casos no Brasil em que o reforço à flexão de vigas

de concreto armado com PRFC ainda tem sido projetado utilizando-se pacotes comerciais baseados nas prescrições do guia ACI 440.2R versão de 2002 [10], a qual permite o dimensionamento do reforço sem a utilização de um sistema de ancoragem para o PRFC. Assim, ainda são realizados comercialmente vários reforços à flexão em vigas sem o uso de sistemas de ancoragem para o PRFC. É importante ressaltar que a recomendação para a utilização dos sistemas de ancoragem tem o objetivo de evitar uma ruína prematura do elemento estrutural e pode ser encontrada em vários trabalhos científicos [6-9; 11-14]. Comparando-se as prescrições do guia ACI 440.2R versão de 2008 [15] com as prescrições da versão de 2002 do mesmo guia [10] pode-se observar que foi imposta uma maior restrição para a deformação do PRFC, de forma a evitar a ocorrência do modo de ruína prematuro.

Assim, o objetivo deste trabalho é avaliar o comportamento estrutural de vigas de concreto armado reforçadas à flexão com PRFC variando-se a taxa de armadura e a quantidade de camadas de tecidos de fibra de carbono, sem a utilização de um sistema de ancoragem para as mesmas, permitindo fazer uma análise da eficácia do reforço em função do acréscimo de carga que se deseja obter. O diferencial deste trabalho para os demais já publicados sobre o tema é que este não utiliza um sistema de ancoragem para o PRFC, podendo seus resultados serem utilizados para balizar o dimensionamento do reforço à flexão de vigas de concreto armado que ainda não utilizam o sistema de ancoragem, considerando a economia e segurança.

## 2. Materiais e programa experimental

### 2.1 Características das vigas

Foram confeccionadas dez vigas de concreto armado com seção transversal retangular de 120 mm (largura) por 245 mm (altura) com comprimento total de 2800 mm e vão livre de 2400 mm, as quais foram divididas em dois grupos (VA e VB), diferenciados pela taxa de armadura. Para o ensaio, as vigas foram bi-apoiadas e carregadas com cargas concentradas ( $P/2$ ) atuantes em dois pontos conforme apresentado na Figura 1.

Figura 1 - Dimensões e carregamentos das vigas

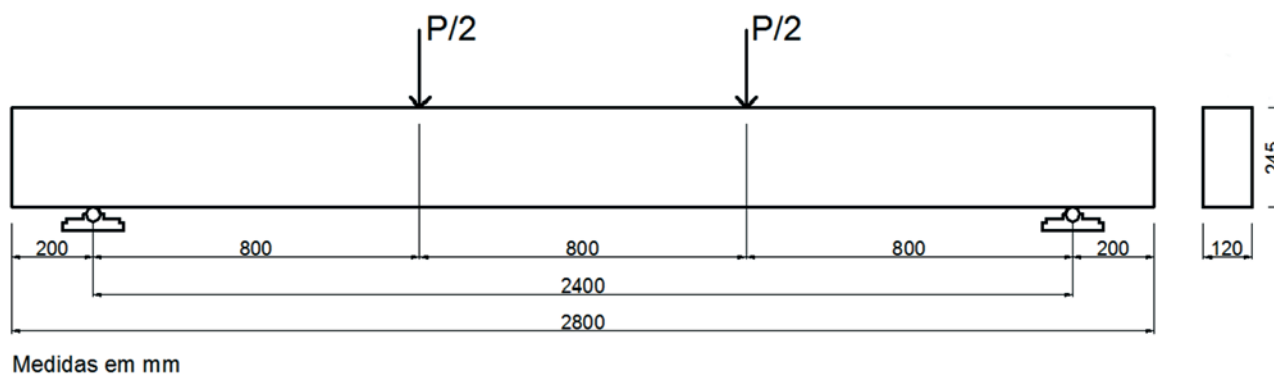
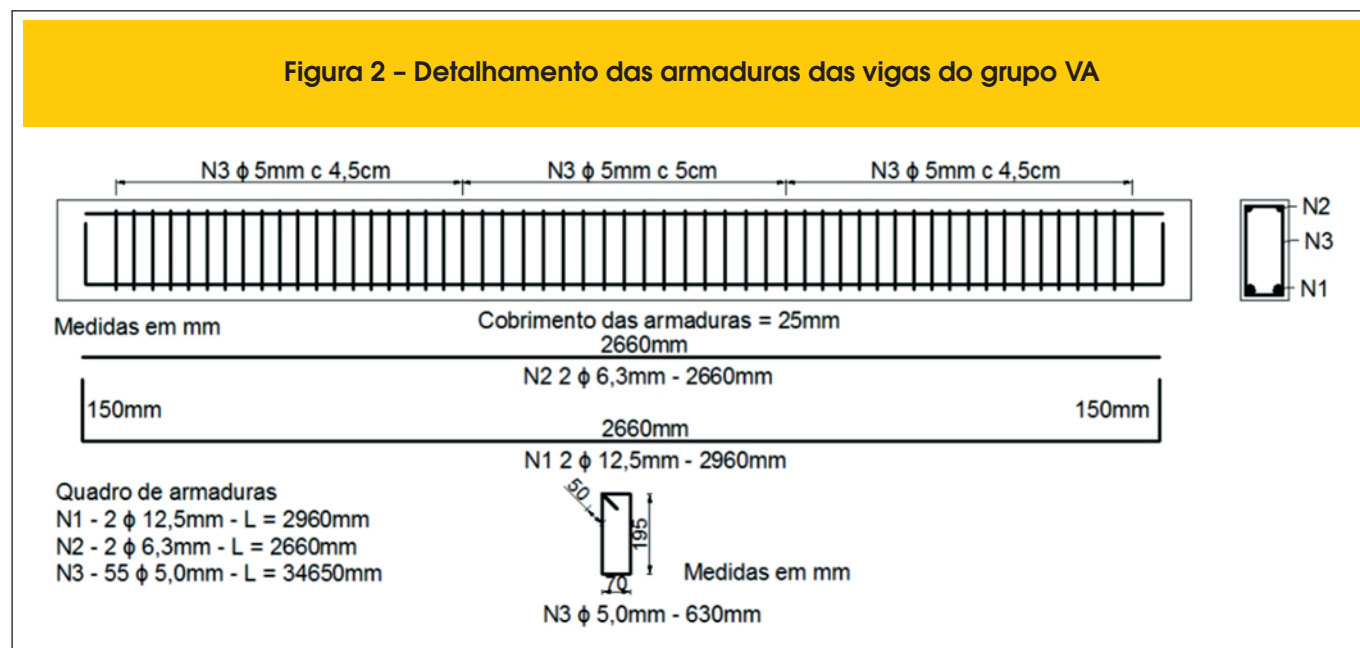


Figura 2 - Detalhamento das armaduras das vigas do grupo VA



Tanto as vigas do grupo VA quanto às do grupo VB foram dimensionadas para que a ruína ocorra devido ao escoamento da armadura longitudinal inferior sem haver esmagamento do concreto comprimido. Em ambos os grupos a armadura superior foi composta por duas barras de aço CA-50 com diâmetro de 6,3 mm e estribos de barras de aço CA-60 com diâmetro de 5,0 mm. Para as vigas VA, a armadura inferior foi formada por duas barras de aço CA-50 com 12,5 mm de diâmetro, enquanto que para as vigas VB essa armadura era composta por duas barras de aço CA-50 com 10,0 mm de diâmetro. A Figura 2 apresenta o detalhamento das armaduras das vigas VA. O detalhamento das vigas VB é idêntico ao das vigas VA, à exceção da armadura longitudinal inferior (N1), que é de diâmetro de 10 mm.

Todas as vigas foram concretadas no mesmo dia com a utilização de concreto usinado e lançamento manual. A vibração do concreto foi feita com vibrador de imersão do tipo agulha com diâmetro de 25 mm. As vigas e corpos de prova foram mantidos em cura úmida na face superior após a concretagem até a desforma, que ocorreu três dias depois da concretagem. Após a desforma, por

um período de sete dias, as vigas foram mantidas em cura úmida revestidas com manta geotextil umidificada duas vezes ao dia. Após a cura, as peças foram mantidas em ambiente de laboratório até a data dos ensaios.

## 2.2 Características dos reforços com PRFC

O reforço à flexão com PRFC nas vigas têm 2360 mm de comprimento e está centrado entre os apoios e coladas na face inferior das vigas (Figura 3). Para cada grupo de vigas foram produzidas uma viga de referência (sem reforço) e quatro vigas reforçadas com manta de fibra de carbono (fibras com orientação unidirecional), as quais foram posicionadas no sentido longitudinal das peças, com o número de camadas de fibra variando de dois até cinco.

As características do concreto, do aço e da fibra de carbono utilizados neste trabalho são apresentadas na Tabela 1.

Após quatorze dias da data da concretagem, as vigas foram reforçadas, seguindo o procedimento de execução orientado

Figura 3 - Posicionamento do reforço nas vigas

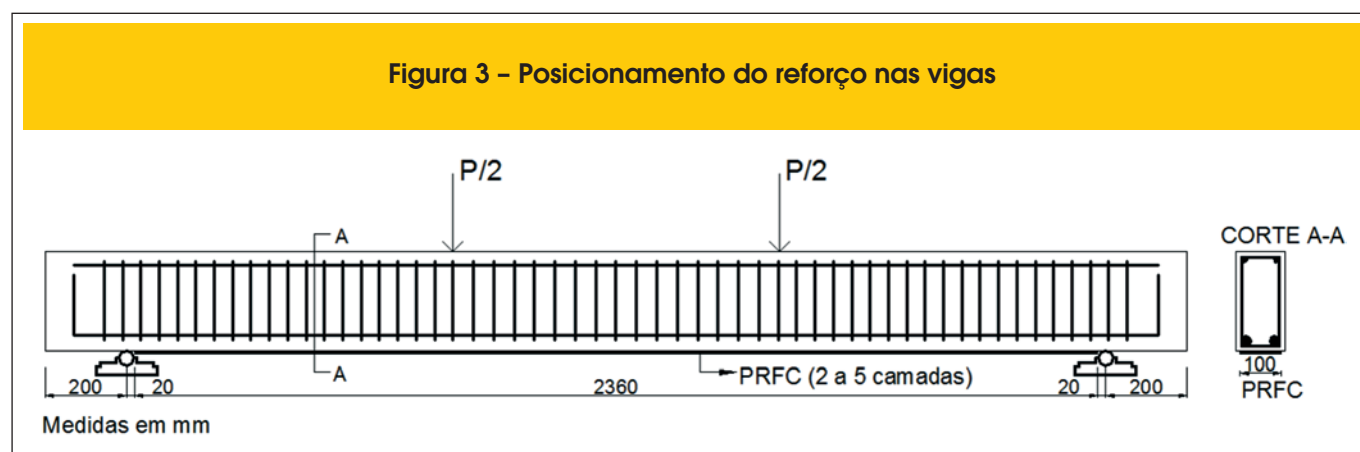


Tabela 1 – Características do concreto, do aço e da fibra de carbono utilizados

Material	Insumo	Tipo/Valor
Concreto	Cimento	CP II E 32
	Areia	Natural; MF=2,7
	Brita	Granítica; DMC=19 mm
	Aditivo	Plastificante polifuncional retardador de pega
	Água	Proveniente da rede pública de distribuição
	$f_{ck}$	30,0 MPa
	$f_{cj}$ 28 dias	33,5 MPa
	$f_{cj}$ 135 dias	44,0 MPa
	$E_{cj}$ 135 dias	30,5 GPa
	$E_s$ 10 mm	189,6 GPa
Aço	$E_s$ $\emptyset$ 12,5 mm	217,0 GPa
	$f_{st}$ $\emptyset$ 10 mm	655,0 MPa
	$f_{st}$ $\emptyset$ 12,5 mm	656,3 MPa
	$\varepsilon_y$ $\emptyset$ 10 mm	2,43 ‰
	$\varepsilon_y$ $\emptyset$ 12,5 mm	2,55 ‰
Fibra de carbono	CFW300	$E_{fc}$ 230 GPa
	CFW300	Espessura da manta 0,166 mm
	Resina epóxi	Alongamento na ruptura 2,1%
	Resina epóxi	$f_t$ 29 MPa

$f_{ck}$ : resistência característica do concreto;  $f_{cj,28}$ : resistência à compressão média do concreto aos 28 dias;

$f_{cj,135}$ : resistência à compressão média do concreto aos 135 dias;

$E_{cj,135}$ : módulo de elasticidade médio do concreto aos 135 dias;  $E_s$ : módulo de elasticidade do aço;

$f_{st}$ : resistência à tração do aço;  $\varepsilon_y$ : deformação de escoamento do aço;

$E_{fc}$ : módulo de elasticidade da fibra de carbono;  $f_t$ : resistência à tração da resina epóxi.

pele fabricante, que constou das seguintes etapas: preparo da superfície por meio de lixadeira elétrica, aplicação de uma camada de primer bicomponente (na proporção 2:1), aplicação de uma camada de resina de regularização bicomponente (na proporção 3,75:1), aplicação da primeira camada da resina epóxi saturante bicomponente (na proporção 2:1) e colocação das camadas de fibra de carbono intercaladas com a resina saturante.

### 2.3 Instrumentação e descrição do ensaio

O comportamento estrutural das vigas foi acompanhado durante os ensaios por medições das deformações da armadura longitudinal inferior, da armadura transversal, do concreto na zona comprimida e do reforço com a utilização de extensômetros elétricos de resistência enquanto que os deslocamentos verticais foram medidos no meio do vão central, em um dos pontos de aplicação

Figura 4 – Posicionamento dos extensômetros e dos transdutores

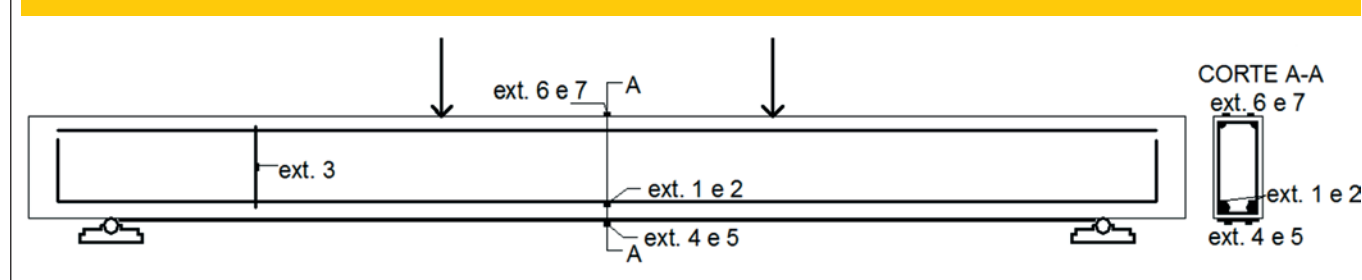


Figura 5 – Vigas do grupo VA na ruína. a) VA-R; b) VA-2; c) VA-3; d) VA-4; e) VA-5



**A** Configuração da viga VA-R na ruína



**B** Configuração da viga VA-2 na ruína



**C** Configuração da viga VA-3 na ruína



**D** Configuração da viga VA-4 na ruína



**E** Configuração da viga VA-5 na ruína

Figura 6 – Vigas do grupo VB na ruína. a) VB-R; b) VB-2; c) VB-3; d) VB-4; e) VB-5



**A** Configuração da viga VB-R na ruína



**B** Configuração da viga VB-2 na ruína



**C** Configuração da viga VB-3 na ruína



**D** Configuração da viga VB-4 na ruína



**E** Configuração da viga VB-5 na ruína

das cargas e nos apoios por meio de transdutores de deslocamento. As células de carga utilizadas tinham capacidade de carga de 500 kN. Na Figura 4 apresenta-se ilustrativamente o posicionamento da instrumentação das vigas.

Os dados de carga, deformação e deslocamento foram captados em tempo real e simultaneamente por meio de um sistema de aquisição automático da marca HBM, modelo *Spider 8*, utilizando-se o *software Catman Easy*. As vigas foram ensaiadas utilizando-se um pórtico fixado a uma laje de reação, posicionadas sobre dois aparelhos de apoio. As cargas foram aplicadas por meio de conjunto composto por um cilindro hidráulico (atuador de cargas) e um macaco hidráulico manual.

As vigas foram solicitadas à flexão simples. No início de cada ensaio as vigas foram submetidas a uma carga para acomodação da estrutura, descarregadas e em seguida levadas a carregamento crescente até à ruína com intervalos de carga de 20 kN aproximadamente, para monitoramento da propagação das fissuras nas vigas ao longo dos ensaios.

### 3. Resultados e discussões

#### 3.1 Cargas últimas experimentais e modos de ruína

Vários autores classificam os modos de ruína de vigas reforçadas com PRFC em clássicos, quais sejam: esmagamento do concreto [16-17], escoamento do aço podendo ser seguido do esmagamento do concreto [16-17], escoamento do aço podendo ser seguido da ruptura do reforço [16] e ruína por cisalhamento [8]; e prematuros, tais como: descolamento do reforço por fissura de flexão [18] ou flexão-cisalhamento, ruína por descolamento do reforço ocasionado por fissura diagonal crí-

tica [18-19], ruína por ruptura do concreto de cobrimento [18], descolamento do reforço [20], ruína por descolamento do reforço e arrancamento do cobrimento de concreto [18], ruptura interlaminar do reforço [16] e descolamento na interface entre o adesivo e o concreto ou entre o adesivo e o PRFC [16].

Nas Figuras 5-a a 5-e são apresentadas as configurações na ruína das vigas de referência (VA-R) e das vigas reforçadas com duas (VA-2), três (VA-3), quatro (VA-4) e cinco (VA-5) camadas de fibra, respectivamente, enquanto que nas Figuras 6-a a 6-e são apresentadas as configurações na ruína das vigas do grupo VB nesta mesma ordem.

A Tabela 2 apresenta os valores das cargas últimas experimentais ( $P_e$ ) e os modos de ruína observados para as vigas ensaiadas.

Conforme dados da Tabela 2, tanto para as vigas do grupo VA quanto para as vigas do grupo VB observa-se que há um incremento na carga última experimental à medida que se aumenta a quantidade de camadas de fibra do reforço aplicado. Nas vigas reforçadas do grupo VA, observou-se um aumento considerável da capacidade resistente com acréscimos entre 55,1% e 86,8%, para duas e cinco camadas de reforço, respectivamente, em relação à viga de referência VA-R, enquanto que nas vigas reforçadas do grupo VB esse acréscimo foi ainda mais expressivo, variando entre 89,5% e 126,2%, para duas e cinco camadas de reforço, respectivamente, em relação à viga de referência VB-R.

O maior incremento para as vigas reforçadas deste último grupo se explica porque as vigas do mesmo possuem menor taxa de armadura quando comparadas com as vigas do grupo VA. Assim observa-se que o aproveitamento do reforço para o aumento da capacidade resistente das vigas é limitado pela taxa de armadura das mesmas. Pode-se observar ainda que para os dois grupos de vigas ensaiadas, o maior incremento na capaci-

Tabela 2 – Cargas últimas experimentais e modos de ruína das vigas

Grupo	Viga	$A_f$ (cm <sup>2</sup> )	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$P_e$ (kN)	Diferença percentual (%) em relação à viga de referência	Diferença percentual (%) em relação à viga com uma camada de fibra a menos	Modo de ruína
VA	VA-R	0,00		72,6	-	-	1
	VA-2	0,332		112,7	55,1	-	2
	VA-3	0,498	2,45	121,3	66,9	7,6	2
	VA-4	0,664		129,9	78,8	7,1	2
	VA-5	0,830		135,7	86,8	4,5	2
VB	VB-R	0,00		49,1	-	-	1
	VB-2	0,332		93,1	89,5	-	2
	VB-3	0,498	1,57	97,4	98,3	4,7	2
	VB-4	0,664		104,0	111,7	6,8	2
	VB-5	0,830		111,1	126,2	6,8	2

$P_e$  – carga última experimental

$A_f$  – área de fibra de carbono

$A_s$  – área da armadura longitudinal inferior

1 – ruína por flexão

2 – ruína por arrancamento do cobrimento de concreto

**Tabela 3 – Valores analíticos e experimentais das cargas últimas**

Grupo	Viga	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$A_f$ (cm <sup>2</sup> )	Cargas últimas (kN)		Diferença percentual entre $P_e$ e $P_a$
				Analítica $P_a$	Experimental $P_e$	
A	VA-R	2,45	0,00	65,0	72,6	11,8
	VA-2		0,332	111,6	112,7	1,0
	VA-3		0,498	127,9	121,3	-5,2
	VA-4		0,664	135,3	129,9	-4,0
	VA-5		0,830	146,2	135,6	-7,2
B	VB-R	1,57	0,00	41,9	49,1	17,0
	VB-2		0,332	92,2	93,0	1,0
	VB-3		0,498	116,8	97,4	-16,6
	VB-4		0,664	124,8	103,9	-16,7
	VB-5		0,830	134,8	111,1	-17,6

$A_s$  – área de armadura longitudinal inferior

$A_f$  – área de fibra de carbono

dade resistente das vigas considerando o número de camadas utilizadas foi obtido com as vigas reforçadas com duas camadas de fibra.

De acordo com os dados da Tabela 2, quando se passa de duas para três, de três para quatro e de quatro para cinco camadas de fibra, observa-se acréscimos de 7,6%, 7,1% e 4,5%, respectivamente, para o grupo VA, e 4,7%, 6,8% e 6,8%, respectivamente, para o grupo VB. Isto indica que para reforços com mais de duas camadas de fibra, o aumento do número de camadas não proporciona um incremento expressivo na capacidade de carga, pois todas as vigas reforçadas apresentaram ruína prematura por arrancamento do cobrimento de concreto (ruína tipo 2), indicando que não foi possível tirar proveito por completo do reforço aplicado. Uma solução para evitar a ocorrência deste modo de ruína prematuro seria a utilização de um sistema de ancoragem adequado para o PRFC, que não foi utilizado intencionalmente neste experimento.

Conforme pode-se observar nas Figuras 5-a e 6-a, as vigas de

referência VA-R e VB-R, respectivamente, apresentaram ruína por flexão com deformação excessiva da armadura longitudinal inferior, percebidas pelas fissuras de flexão no meio do vão, seguido por grandes deformações no concreto ocorridas somente no estágio final do carregamento, apesar de não ter sido observado esmagamento do concreto no banzo superior da viga. Com relação às vigas reforçadas, o início das falhas ocorreu com uma fissura na extremidade do reforço propagando-se na direção horizontal, desencadeando um processo de ruptura da camada de concreto junto à armadura longitudinal inferior (cobrimento) ao longo do trecho entre um dos apoios e um dos pontos de aplicação da carga, como pode-se observar nas Figuras 5-b a 5-e e 6-b a 6-e. Esse modo de ruptura é bastante conhecido na literatura especializada e está associado ao mecanismo de transferência de esforços entre concreto e reforço, com ruptura associada à combinação de tensões tangenciais e de tração nessa região a partir da extremidade do reforço [21].

**Tabela 4 – Deslocamentos verticais das vigas VA**

Grupo	Viga	N° de camadas de fibra	Desloc. na carga de 72,6 kN (mm)	Desloc. na carga de 110 kN (mm)	Desloc. na carga última (mm)
VA	VA-R	sem reforço	36,55	-	36,55
	VA-2	2	15,90	32,30	35,15
	VA-3	3	16,17	30,34	35,69
	VA-4	4	14,90	23,88	35,01
	VA-5	5	13,47	22,21	32,40

Área da armadura inferior das vigas VA:  $A_s = 2,45 \text{ mm}^2$



Figura 7 – Curvas P-δ no meio do vão das vigas VA

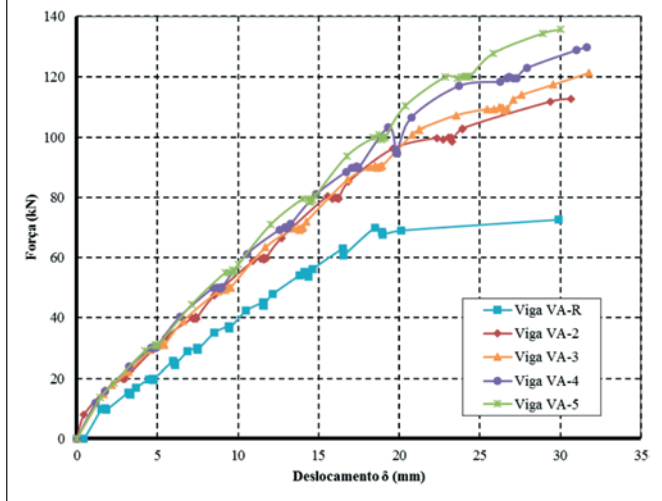
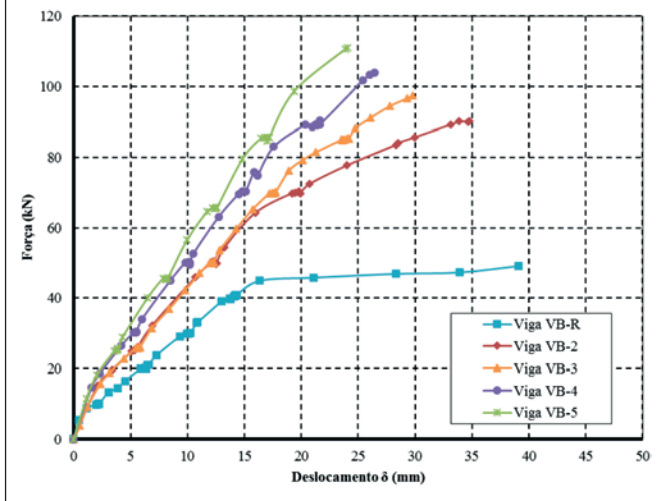


Figura 8 – Curvas P-δ no meio do vão das vigas VB



### 3.2 Comparativo entre os resultados analíticos e experimentais das cargas últimas

Na Tabela 3 são apresentadas as comparações entre as cargas últimas experimentais ( $P_e$ ) e as cargas últimas de projeto características ( $P_a$ ) obtidas por rotina computacional [22] desenvolvida no pacote comercial MAPLE [23], com base nas recomendações do guia ACI 440.2R versão de 2002 [10]. Para prevenir o descolamento do PRFC, a rotina computacional implementada introduz uma limitação na deformação desenvolvida no reforço através do coeficiente  $k_m$  apresentado na Equação (1).

Onde:  $n$  é o número de camadas do PRFC,  $E_{fc}$  é o módulo de elasticidade do PRFC,  $t_{fc}$  é a espessura de uma camada do PRFC e  $\xi_{fc}$  é a deformação de ruptura do PRFC. O coeficiente  $k_m$  deve multiplicar a deformação de ruptura do PRFC de forma a se obter um limite superior para a deformação do mesmo.

Ao se fazer a comparação dos valores analíticos com os experimentais das vigas dos grupos VA e VB, percebe-se que o comportamento apresentado por ambas foi idêntico. Tanto nas vigas do grupo VA quanto nas do grupo VB, as cargas últimas experimentais foram superiores às cargas últimas analíticas para as vigas com duas camadas de fibra e inferiores para as vigas com 3, 4 e 5 camadas. As vigas de referência apresentaram cargas analíticas inferiores às cargas experimentais obtidas. Contudo, as diferenças percentuais entre os valores analíticos e os experimentais são maiores para as vigas reforçadas do grupo VB, possivelmente devido à sua menor taxa de armadura, que permite uma maior deformação do reforço, conduzindo a uma ruína prematura das vigas, por arrancamento do cobrimento de concreto. Considerando os resultados experimentais e analíticos das cargas últimas das

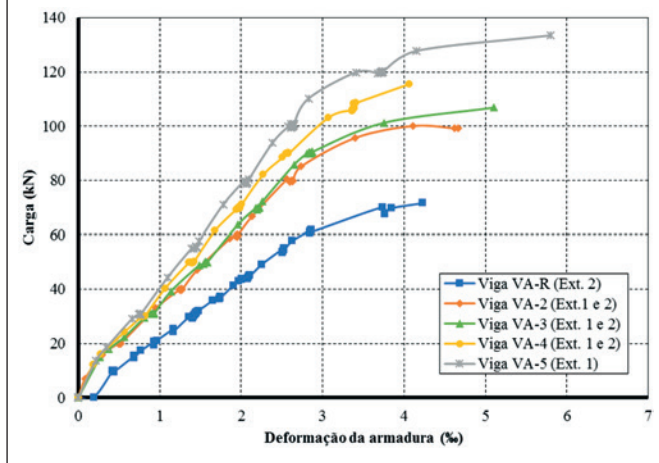
$$k_m = \begin{cases} \frac{1}{60x_{fcu}} \left[ 1 - \frac{nE_{fc}t_{fc}}{360.000} \frac{\delta}{\xi_{fc}} \right] \leq 0,90 & \text{para } nE_{fc}t_{fc} \leq 180.000 \\ \frac{1}{60x_{fcu}} \left[ \frac{90.000}{nE_{fc}t_{fc}} \frac{\delta}{\xi_{fc}} \right] \leq 0,90 & \text{para } nE_{fc}t_{fc} > 180.000 \end{cases} \quad (1)$$

Tabela 5 – Deslocamentos verticais das vigas VB

Grupo	Viga	N° de camadas de fibra	Desloc. na carga de 49,1 kN (mm)	Desloc. na carga de 85 kN (mm)	Desloc. na carga última (mm)
VB	VB-R	sem reforço	45,68		45,68
	VB-2	2	13,22	32,64	37,62
	VB-3	3	13,36	26,96	34,75
	VB-4	4	10,85	21,64	30,49
	VB-5	5	10,03	18,69	27,84

Área da armadura inferior das vigas VB:  $A_s = 1,57 \text{ mm}^2$

**Figura 9 - Curvas carga-deformação da armadura inferior no meio do vão das vigas VA**

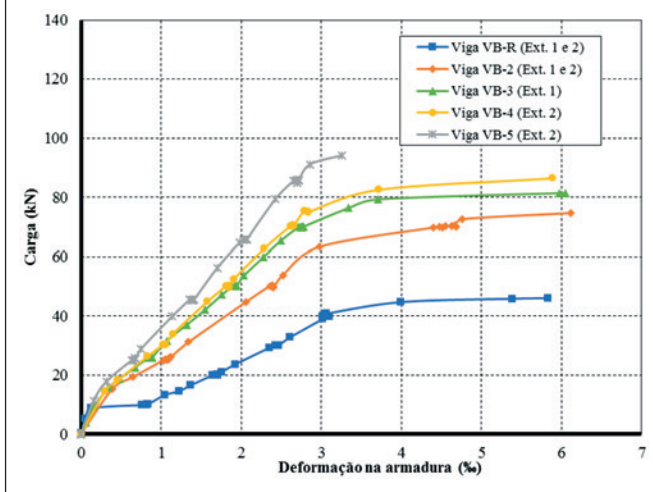


vigas reforçadas, constata-se que as recomendações do guia ACI 440.2R versão de 2002 [10] não evitam a ocorrência do referido modo de ruína prematuro.

### 3.3 Deslocamentos verticais

As respostas carga-deslocamento vertical no meio do vão das vigas (P-δ) para o grupo VA e o grupo VB são apresentadas nas Figuras 7 e 8, respectivamente, enquanto que nas Tabelas 4 e 5 são apresentados os deslocamentos medidos nas vigas VA e VB, respectivamente, para dois valores fixos de carga e para a carga última. A escolha dos valores de 72,6 kN e 49,1 kN para as vigas VA e VB, respectivamente, deu-se por estes valores serem os últimos obtidos pelo aquisitor de dados para as vigas de referência destes grupos, enquanto que as cargas 110 kN e 85 kN para as vigas VA e VB, respectivamente, deu-se por estes serem valores próximos da carga última das vigas VA-2 e VB-2, respectivamente.

**Figura 10 - Curvas carga-deformação da armadura inferior no meio do vão das vigas VB**



As vigas de referência VA-R e VB-R apresentaram durante todo o ensaio, para um mesmo nível de carregamento, deslocamentos maiores do que os deslocamentos das demais vigas reforçadas do seu grupo (Figuras 7 e 8, respectivamente). Especificamente para as vigas reforçadas do grupo VA, quando comparadas com a viga VA-R na sua carga última (72,6 kN), estas apresentaram um comportamento bem mais rígido, com uma redução dos deslocamentos variando entre 55,8% e 63,2%, para as vigas VA-3 e VA-5, respectivamente (ver Tabela 4). Comportamento semelhante observou-se para as vigas reforçadas do grupo VB, pois apresentaram uma redução dos deslocamentos variando de 70,8% a 78,0% quando comparadas com os deslocamentos da viga VB-R na sua carga última (49,1 kN) (ver Tabela 5).

Fazendo uma análise dos deslocamentos das vigas reforçadas na carga de 110 kN, para as vigas reforçadas do grupo VA, e na carga de 85 kN, para as vigas reforçadas do grupo VB, pode-se observar

**Tabela 6 - Cargas e deformações na armadura inferior das vigas VA**

Grupo	Viga	N° de camadas de fibra	P <sub>y</sub> (kN)	Diferença percentual (P <sub>y</sub> )	Deformação última no aço (%)	Diferença percentual entre as deformações últimas com relação a VA-R
VA	VA-R	sem reforço	56,1	-	4,23*	-
	VA-2	2	79,9	42,4	4,67*	+10,4%
	VA-3	3	82,3	46,7	5,11*	+20,8%
	VA-4	4	89,9	60,4	4,06*	-4,0%
	VA-5	5	94,9	69,3	5,80*	+37,1%

\* - registro antes da carga última experimental

Área da armadura inferior das vigas VA: A<sub>s</sub> = 2,45 mm<sup>2</sup>

Deformação de escoamento da barra de aço de φ 12,5 mm é de 2,55‰

P<sub>y</sub> - carga de escoamento da armadura inferior

**Tabela 7 - Cargas e deformações na armadura inferior das vigas VB**

Grupo	Viga	N° de camadas de fibra	$P_y$ (kN)	Diferença percentual ( $P_y$ )	Deformação última no aço (‰)	Diferença percentual entre as deformações últimas com relação a VB-R
VB	VB-R	sem reforço	29,9	-	5,84*	-
	VB-2	2	51,3	71,5	6,11*	+4,6%
	VB-3	3	63,7	113,0	6,05*	+3,6%
	VB-4	4	67,1	124,3	5,89*	+0,9%
	VB-5	5	79,7	166,3	3,25*	-44,4%

\* - registro antes da carga última experimental

Área da armadura inferior das vigas VB:  $A_s = 1,57 \text{ mm}^2$

Deformação de escoamento da barra de aço de  $\phi 10,0 \text{ mm}$  é de 2,43‰

$P_y$  - carga de escoamento da armadura inferior

**Tabela 8 - Deformações últimas do reforço das vigas VA**

Grupo	Viga	N° de camadas de fibra	Deformação do reforço na carga de escoamento das armaduras (‰)	$P_o$ (kN)	Última carga onde a deformação do reforço foi medida (kN)	Deformação última do reforço (‰)	Deformação última de projeto segundo o ACI 440.2R (2002) (‰)
VA	VA-R	sem reforço	-	72,6	-	-	-
	VA-2	2	3,04	112,7	106,4	5,90	13,13
	VA-3	3	2,56	121,2	111,9	4,89	11,36
	VA-4	4	2,96	129,9	126,2	6,29	9,60
	VA-5	5	2,86	135,7	135,7	5,24	7,86

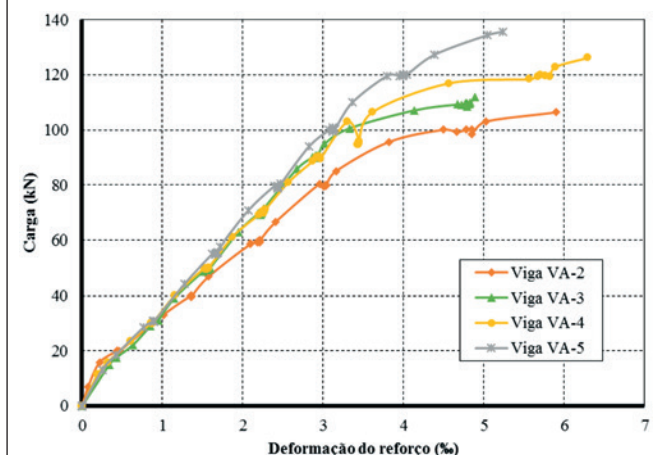
Área da armadura inferior das vigas VA:  $A_s = 2,45 \text{ mm}^2$ ; Deformação do reforço na ruptura segundo o fabricante é igual a 21‰;  $P_o$  - carga última experimental

**Tabela 9 - Deformações últimas do reforço das vigas VB**

Grupo	Viga	N° de camadas de fibra	Deformação do reforço na carga de escoamento das armaduras (‰)	$P_o$ (kN)	Última carga onde a deformação do reforço foi medida (kN)	Deformação última do reforço (‰)	Deformação última de projeto segundo o ACI 440.2R (2002) (‰)
VB	VB-R	sem reforço	-	49,1	-	-	-
	VB-2	2	2,43	93,1	84,36	5,97	13,13
	VB-3	3	2,55	97,4	94,28	5,80	11,36
	VB-4	4	2,58	103,9	103,95	5,24	9,60
	VB-5	5	2,93	111,1	111,09	5,19	7,86

Área da armadura inferior das vigas VB:  $A_s = 1,57 \text{ mm}^2$ ; Deformação do reforço na ruptura segundo o fabricante é igual a 21‰;  $P_o$  - carga última experimental

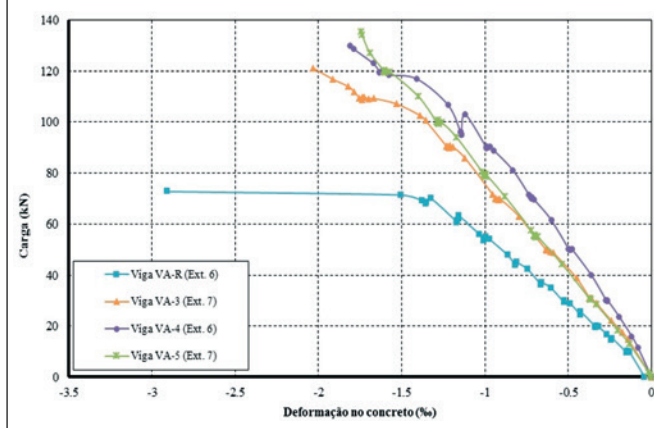
**Figura 11 - Curvas carga-deformação do reforço no meio do vão das vigas VA**



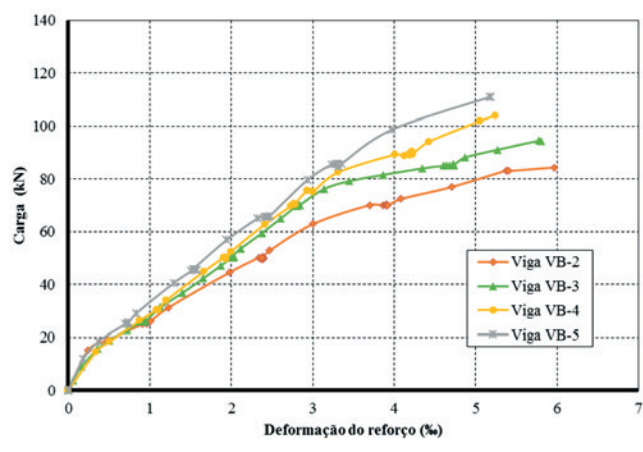
que quanto maior o número de camadas de fibra de carbono, menor são os deslocamentos. Comparando-se os deslocamentos das vigas com duas camadas de fibra do grupo A (VA-2) com os valores dos deslocamentos das vigas reforçadas com 3, 4 e 5 camadas (VA-3, VA-4 e VA-5, respectivamente), observa-se que estes foram reduzidos em 6,1%, 26,1% e 31,3%, respectivamente. Fazendo-se esta mesma análise para as vigas do grupo B, tem-se que as reduções dos deslocamentos foram de 17,4%, 33,7% e 42,7%, respectivamente. Assim, fica claro que o aumento do número de camadas de fibra de carbono aumenta a rigidez das vigas, reduzindo suas flechas para um mesmo nível de carregamento.

Nas cargas últimas, as vigas reforçadas do grupo VA e VB, mesmo com o aumento da capacidade resistente, tiveram deslocamentos menores que a viga de referência. A viga VA-5 foi a que teve o melhor desempenho em relação à rigidez, entre as vigas do grupo VA, com um deslocamento 11,35% menor que o da viga VA-R, na

**Figura 13 - Curvas carga-deformação do concreto no meio do vão das vigas VA**



**Figura 12 - Curvas carga-deformação do reforço no meio do vão das vigas VB**



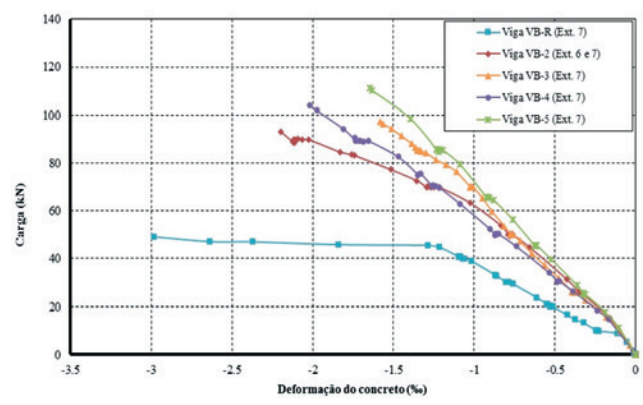
sua carga última. A viga VB-5 foi a que teve o melhor desempenho em relação à rigidez, entre as vigas do grupo VB, com um deslocamento 39,05% menor que o da viga VB-R.

### 3.4 Cargas de escoamento e deformações na armadura inferior

As curvas carga-deformação específica da armadura inferior das vigas do grupo VA e VB são apresentadas nas Figuras 9 e 10, respectivamente, enquanto que nas Tabelas 6 e 7 são apresentados, para o grupo de vigas VA e VB, respectivamente, os valores das cargas de escoamento da armadura inferior, a diferença percentual dos valores dessas cargas entre as vigas reforçadas e a viga de referência, as deformações últimas na armadura inferior e a diferença percentual entre essas deformações.

Conforme as Figuras 9 e 10, o início do escoamento da armadura inferior das vigas reforçadas ocorreu sob cargas superiores à carga da viga de referência. O aumento dessas cargas variou de

**Figura 14 - Curvas carga-deformação do concreto no meio do vão das vigas VB**



**Tabela 10 – Deformações do concreto comprimido das vigas VA**

Grupo	Viga	N° de camadas de fibra	Deformação do concreto na carga de 72,6 kN (‰)	Deformação última do concreto (‰)
VA	VA-R	sem reforço	2,91	2,91
	VA-2	2	*	*
	VA-3	3	0,96	2,03
	VA-4	4	0,74	1,81
	VA-5	5	0,90	1,74

Área da armadura inferior das vigas VA:  $A_s = 2,45 \text{ mm}^2$

\* Dado inexistente devido erro na captação

42,4% até 69,3% para reforço com 2 até 5 camadas, respectivamente, para o grupo de vigas VA (Tabela 6) enquanto que para o grupo de vigas VB o aumento variou de 71,5% até 166,3%, também para reforço com 2 até 5 camadas, respectivamente (Tabela 7). Portanto, observa-se que o reforço retarda o início do escoamento da armadura e quanto menor a área da seção transversal do reforço, menor é a carga de escoamento da armadura.

É possível perceber também que o reforço com PRFC propiciou, em geral, maiores deformações no aço da armadura inferior das vigas reforçadas dos grupos VA e VB no momento da ruína, conforme dados das Tabelas 6 e 7, respectivamente. Para o grupo de vigas VA, a deformação última do aço foi aumentando com o acréscimo da quantidade de camadas de reforço, à exceção para a viga VA-4, chegando a um valor máximo de 37,1% de acréscimo para a viga com reforço de 5 camadas de fibra (VA-5). Observou-se também maiores deformações últimas do aço para as vigas do grupo VB, quando comparadas com as deformações da sua viga de referência (VB-R), à exceção da viga VB-5 que apresentou um decréscimo considerável na deformação última do aço. Contudo, acredita-se que este resultado discrepante seja oriundo de algum erro ocorrido na aquisição do resultado.

Comparando-se os aumentos nas deformações últimas do aço das vigas dos grupos VA e VB, verifica-se que os acréscimos nas deformações últimas obtidas para as vigas do grupo VB foram bem menores que os obtidos para as vigas do grupo VA. Isto pode ser explicado porque as vigas do grupo VB possuem menor taxa de armadura que as do grupo VA, bem como devido à ocorrência do modo de ruína prematuro.

### 3.5 Deformações no reforço

Nas Figuras 11 e 12 são apresentadas as curvas carga-deformação específica do reforço de PRFC das vigas dos grupos VA e VB, respectivamente, enquanto que nas Tabelas 8 e 9 são apresentados para as vigas dos grupos VA e VB, respectivamente, os valores das deformações do reforço na carga de escoamento das armaduras inferiores das vigas, as cargas últimas experimentais ( $P_u$ ), a última carga onde a deformação do reforço foi medida e os valores dessas deformações últimas medidas.

Conforme as Figuras 11 e 12 pode-se observar que os reforços das vigas dos grupos VA e VB deformam-se de forma praticamente iguais para as cargas iniciais. Contudo, para cargas acima de 40 kN percebe-se que os reforços com menos camadas de fibra deformam-se mais, o que indica que o aumento da quantidade de fibras nos reforços os tornam mais rígidos.

Conforme dados das Tabelas 8 e 9, as deformações últimas medidas nos reforços das vigas dos grupos VA e VB foram muito próximas, entre 4,89‰ e 6,29‰, valores estes bem inferiores à deformação máxima do reforço em sua ruptura, dada pelo fabricante, que é 21‰. Tais deformações são ainda inferiores às deformações últimas de projeto, às quais são obtidas multiplicando-se o coeficiente  $k_m$  (Equação 1) pela deformação máxima de ruptura, conforme prescreve o guia ACI 440.2R (2002). Isto provavelmente ocorreu devido à ruína prematura das vigas por arrancamento do cobrimento de concreto, conforme constatado nos trabalhos de Garden e Hollaway [24], Beber [6-7] e Garcez [25].

**Tabela 11 – Deformações do concreto comprimido das vigas VB**

Grupo	Viga	N° de camadas de fibra	Deformação do concreto na carga de 49,1 kN (‰)	Deformação última do concreto (‰)
VB	VB-R	sem reforço	2,98	2,98
	VB-2	2	0,74	2,19
	VB-3	3	0,74	1,58
	VB-4	4	0,82	2,02
	VB-5	5	0,67	1,65

Área da armadura inferior das vigas VB:  $A_s = 1,57 \text{ mm}^2$

Segundo Beber [7], tem-se uma tendência de se obter menores valores de deformação última no reforço à medida em que se aumenta o número de camadas de fibra. Este comportamento está muito bem apresentado nas vigas do grupo VB.

Para se obter maiores deformações últimas no reforço à flexão de vigas, uma solução seria a adoção de um sistema adequado de ancoragem para este reforço, evitando assim a ocorrência do modo de ruína prematuro por arrancamento do cobrimento de concreto, conforme citado por Beber [7].

### 3.6 Deformações do concreto comprimido

Nas Figuras 13 e 14 são apresentadas as curvas carga-deformação específica do concreto comprimido das vigas dos grupos VA e VB, respectivamente. Os valores das deformações obtidos nos extensômetros para a viga VA-2 não foram coerentes e, portanto, foram desconsiderados nos resultados. Na Tabela 10 são apresentados os valores das deformações do concreto comprimido das vigas reforçadas do grupo VA para a carga última da viga de referência (72,6 kN), bem como a deformação última do concreto de cada viga reforçada. A Tabela 11 apresenta estes mesmos dados para as vigas do grupo VB, contudo a carga última da viga VB-R é igual a 49,1 kN.

A comparação entre as deformações específicas do concreto é um indicador do desempenho das vigas reforçadas, quanto ao aumento de rigidez, sendo um indicador da eficácia do reforço aplicado. Observa-se que para as vigas reforçadas do grupo VA (Tabela 10), a deformação última do concreto da viga de referência apresentou um valor de 43,4%, 60,8% e 67,2% maior que nas vigas com três, quatro e cinco camadas de fibra, respectivamente. Houve erro na captação dos dados que impediu a obtenção da deformação do concreto para a viga VA-2.

Para as vigas do grupo VB (Tabela 11), também se observa uma contribuição do reforço para o aumento da rigidez dessas vigas. Observa-se que a deformação última do concreto na viga de referência deste grupo apresentou um valor 36,1%, 88,6%, 47,5% e 80,6% maior que nas vigas com duas, três, quatro e cinco camadas de fibra, respectivamente.

Fazendo uma comparação entre as vigas reforçadas do grupo VA na carga de 72,6 kN (Tabela 10), observa-se que as vigas, até essa carga, tiveram comportamento semelhante quanto às deformações específicas do concreto, à exceção da viga com quatro camadas de fibra que apresentou deformações menores do que o esperado. Já as vigas do grupo VB, na carga de 49,1 kN, apresentaram uma redução significativa nas deformações específicas do concreto (entre 72,5% e 77,5%), em relação às deformações da viga de referência e um comportamento semelhante quando comparadas entre si.

Analisando detidamente as Figuras 9, 10, 13 e 14 pode-se afirmar que a ruína das vigas VA-R e VB-R ocorreram conforme previsto no dimensionamento, ou seja, com a armadura longitudinal inferior escoando e não ocorrendo o esmagamento do concreto comprimido.

## 4. Conclusões

- O reforço com duas camadas de fibra de carbono propiciou um incremento na carga última experimental de 55,1% e 89,5% para as vigas reforçadas dos grupos VA e VB, respectivamente.

- Tanto para as vigas do grupo VA quanto para as vigas do grupo VB, observa-se que há um pequeno incremento na carga última experimental a partir do reforço com 3 camadas de fibra.
- As vigas de referência dos dois grupos apresentaram ruína por flexão enquanto que as vigas reforçadas apresentaram ruína prematura por arrancamento do cobrimento de concreto. Assim, o dimensionamento do reforço realizado de acordo com as prescrições do guia ACI 440.2R versão de 2002 [10] não evitou a ocorrência do modo de ruína prematuro.
- Em ambos os grupos, a viga reforçada com 2 camadas de fibra (VA-2 e VB-2) obteve valores das cargas analíticas muito próximas das cargas experimentais, bem como a viga de referência (VA-R e VB-R) tiveram suas cargas últimas experimentais superiores às cargas últimas analíticas. Para as vigas do grupo A reforçadas com 3, 4 e 5 camadas de fibra observou-se um decréscimo médio de 5,5% para as cargas experimentais quando comparadas com as cargas analíticas. Contudo, para as vigas do grupo B reforçadas com 3, 4 e 5 camadas de fibra, este decréscimo médio foi da ordem de 17%. Esta diferença entre as cargas últimas analíticas e experimentais para as vigas reforçadas do grupo A e principalmente do grupo B pode ser explicada devido à incapacidade do método de dimensionamento proposto pelo guia ACI 440.2R de 2002 [10] de evitar a ocorrência do modo de ruína prematuro por arrancamento do cobrimento do concreto das vigas ensaiadas.
- A presença do reforço contribuiu de forma direta para o aumento da rigidez das vigas reforçadas, reduzindo as flechas (deslocamento vertical) das mesmas para uma mesma carga.
- A ação do reforço de fibras de carbono retardou o início do escoamento da armadura longitudinal inferior das vigas. Observou-se uma tendência de que quanto menor era a área da seção transversal do reforço, menor foi a carga de escoamento da armadura. Observou-se ainda que, de uma forma geral, as deformações últimas no aço da armadura inferior das vigas reforçadas de ambos os grupos foram superiores às deformações últimas no aço da armadura inferior das respectivas vigas de referência.
- As deformações últimas medidas nos reforços das vigas dos grupos VA e VB foram muito próximas, entre 4,89% e 6,29%, valores estes bem inferiores à deformação máxima do reforço em sua ruptura dada pelo fabricante e das deformações últimas de projeto. Isto provavelmente ocorreu devido à ruína prematura das vigas, por arrancamento do cobrimento de concreto.
- Observou-se que as deformações últimas do concreto localizado no banzo superior das vigas de referência foram bem superiores às deformações últimas do concreto de mesma localização das vigas reforçadas.

## 5. Agradecimentos

A CAPES-PROPAG, pelo apoio financeiro com a manutenção da bolsa de auxílio, a FUNCAP pelo incentivo financeiro tornando possível essa pesquisa e a Empresa Módulo Engenharia, pelo trabalho realizado na pesquisa.

## 6. Referências bibliográficas

- [1] MACHADO, A. P. Strengthening of reinforced concrete

- structures with carbon fibers - characteristics, design and application, São Paulo: Ed. PINI, 2002, 282 p. (in Portuguese).
- [2] DESKOVIC, N.; TRIANTAFILLOU, TC; MEIER, U. Innovative design of FRP combined with concrete - short-term behavior. *Journal of Structural Engineering-ASCE*. v.121, n.7, 1995; p.1069-1078.
- [3] DONG, J.; WANG, Q.; GUAN, Z. Structural behavior of RC beams with external flexural and flexural-shear strengthening by FRP sheets. *Composites: Part B*, n.44, 2013; p.604-612.
- [4] AHMED, E.; SOBUZ, H. R.; SUTAN, N. M. Flexural performance of CFRP strengthened RC beams with different degrees of strengthening schemes. *International Journal of the Physical Sciences*, v.6, n.9, 2011; p.2229-2238.
- [5] OBAIDAT, Y. T.; HEYDEN, S.; DAHLBLOM, O.; ABU-FARSAKH, G.; ABDEL-JAWAD, Y. Retrofitting of reinforced concrete beams using composite laminates. *Construction and Building Materials*, n.25, 2011; p.591-597.
- [6] BEBER, A. J. Performance evaluation of reinforced concrete beams strengthened with carbon fiber blades, Porto Alegre, 1999, Thesis (Dissertation) – School of Engineering, Federal University of Rio Grande do Sul, 95 p. (in Portuguese)
- [7] BEBER, A. J. Structural Behavior of reinforced concrete beams reinforced with carbon fiber composites, Porto Alegre, 2003, Thesis (Doctoral) – School of Engineering, Federal University of Rio Grande do Sul, 317 p. (in Portuguese)
- [8] FERRARI, V. J. Flexural strengthening of reinforced concrete beams with carbon fibers reinforced polymers (CFRP) joined to the transition substrate consisting of a high performance cementitious composite, São Carlos, 2007, Thesis (Doctoral) – School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, 310 p. (in Portuguese)
- [9] COSTA, N. C. S. Experimental analysis of reinforced concrete beams strengthened in flexure with carbon fiber composite - anchor optimization, Belém, 2011, Thesis (Dissertation) – Faculty of Civil Engineering, Technological Institute, Federal University of Pará, 109 p. (in Portuguese)
- [10] AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures. ACI Committee 440.2R-02, USA, 2002.
- [11] SPADEA, G.; BENCARDINO, F.; SWAMY, R. N. Optimizing the performance characteristics of beams strengthened with bonded CFRP laminates. *Materials and Structures*, n.33, 2000; p.119-126.
- [12] ESFAHANI, M. R.; KIANOUSH, M. R.; TAJARI, A. R. Flexural behavior of reinforced concrete beams strengthened by CFRP sheets. *Engineering Structures*, n.29, 2007; p.2428-2444.
- [13] AL-TAMINI, A. K.; HAWILEH, R.; ABDALLA, J.; RASHEED, H. A.; F.ASCE. Effects of ratio of CFRP plate length to shear span and end anchorage on flexural behavior of SCC RC beams. *Journal of Composites for Construction*, n.15, 2011; p.908- 919.
- [14] MOSTAFA, A.; RAZAQPUR, A. G.; CFRP anchor for preventing premature debonding of externally bonded FRP laminates from concrete. *Journal of Composites for Construction*, n.17, 2013; p.641-650.
- [15] AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures. ACI Committee 440.2R-08, USA, 2008.
- [16] INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE. Externally Bonded FRP Reinforcement for Concrete Structures, FIB 2001 (Bulletin 14), Lausanne, 2001.
- [17] OEHLERS, D.J., VISINTIN, P. HASKETT, M., SEBASTIAN, W.M. Flexural ductility fundamental mechanisms governing all RC members in particular FRP RC. *Construction and Building Materials*, v.49, 2013; p.985-997.
- [18] YAU, J.; TENG, J. G. Plate end debonding in FRP-plated RC beams – I: Experiments. *Engineering Structures*, n.29, 2007; p.2457-2471.
- [19] OEHLERS, D. J. Ductility of FRP plated flexural members. *Cement & Concrete Composites*, v. 28, 2006; p.898–905
- [20] SMITH, S. T.; TENG, J. G. FRP-strengthened RC beams. I: review of debonding strength models. *Engineering Structures*, n.24, 2002; p.385-395.
- [21] TRIANTAFILLOU, T. C; PLEVRIS, N. Strengthening of RC beams with epoxy-bounded fibre-composite materials. *Materials and Structures*, v.25, 1992; p.201-211.
- [22] SANTOS, A. R. S.; VIEIRA, M. M.; MONT'ALVERNE, A. M.; CABRAL, A. E. B.; BEZERRA, L. M.; MONTENEGRO, L. C. S. Determination of carbon fiber optimal area used in flexural strengthening of reinforced concrete beams. In: *Brazilian Concrete Congress, 55<sup>o</sup>, Gramado, 2013, Anais (CD-ROM)*. (in Portuguese)
- [23] MAPLE – User's Manual release 12. Waterloo Maple Inc., Waterloo, Canada, 2008.
- [24] GARDEN, H. N.; HOLLAWAY, L. C. An experimental of the influence of plate end anchorage of carbon fibre composite plates used to strengthen reinforced concrete beams. *Composite Structures*, v.42, 1998; p.175-188.
- [25] GARCEZ, M. R. Behavior of reinforced concrete beams under loading with carbon fiber mats, Santa Maria, 2002, Thesis (Dissertation) –Federal University of Santa Maria, 162 p. (in Portuguese).