

## Strength evaluation of concrete corbels cast in a different stage of columns

### *Avaliação da resistência de consolos de concreto moldados em etapa distinta do pilar*

D. L. ARAÚJO <sup>a</sup>  
dlaraujo@ufg.br

S. A. AZEVEDO <sup>a</sup>  
sergioazevedocoelho@gmail.com

E. M. OLIVEIRA <sup>a</sup>  
munizedi@gmail.com

E. M. O. SILVA <sup>a</sup>  
erikameire@gmail.com

L. A. OLIVEIRA JÚNIOR <sup>b</sup>  
pucgo.luiz@gmail.com

#### Abstract

The design of a precast structural system requires joints between the structural elements, being often used concrete corbels in connection between beams and columns. Concrete corbels are an obstacle to optimize the precast production mainly of column has two or more concrete corbels in different faces. In this cases, the concrete corbels have needed to manufacture in distinct stage of column, which requires some attention to the interface between column and corbel and some solution to ensure the continuity of main tie reinforcement. This paper carried out some tests, analytical and computational modeling of five models of concrete corbels, being one monolithic and four models with corbels are manufactured in distinct stage of the column. The results presented and discussed are the failure mode, the interface gap and the accuracy of the analytical and computational predictions. It was observed that the concrete corbels with bent tie reinforcement presented the largest gap opening in interface and that the computational model represented the monolithic concrete corbel resistance better than normative models.

**Keywords:** reinforced concrete, precast, corbels, computational modeling.

#### Resumo

O uso de consolos de concreto é prática comum na ligação entre vigas e pilares, porém um entrave à sua utilização é a logística de concretagem quando os consolos de um pilar apresentam direcionamentos em diferentes planos. Surge, então, a necessidade de se realizar a concretagem do consolo e do pilar em etapas distintas, o que exige alguns cuidados com a interface e alguma solução para que exista continuidade entre as armaduras. Este trabalho faz análises experimentais, normativas e computacionais de cinco modelos de consolos, sendo um monolítico e quatro concretados em etapa distinta do pilar. Nos resultados são apresentados e discutidos os mecanismos de ruptura, as aberturas de junta, bem como a precisão das previsões analíticas e do modelo computacional. Ao final do trabalho se observou que os consolos com tirante dobrado apresentaram as maiores aberturas de junta, e que o modelo computacional representou melhor a resistência da biela comprimida do consolo monolítico que os modelos normativos.

**Palavras-chave:** concreto armado, pré-moldados, consolos, modelagem computacional.

<sup>a</sup> Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO, Brasil;

<sup>b</sup> Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, GO, Brasil.

## 1. Introdução

Gradativamente, a construção civil vem se aprimorando no que diz respeito à sua industrialização. Dentre as diversas modalidades de adaptação das obras às produções em série, merece destaque a concepção estrutural pré-fabricada em concreto. Esta modalidade dos sistemas estruturais proporciona algumas adequações das obras a diversas necessidades sociais, ambientais e econômicas, que tradicionalmente não têm sido priorizadas, a saber: alto controle de qualidade; menor tempo de execução; economia de materiais e redução de desperdícios; melhoria do desempenho em uso; aumento da durabilidade, entre outras.

A pré-fabricação das estruturas traz consigo algumas implicações quanto ao dimensionamento e quanto à sua execução no canteiro de obras porque, ao contrário das estruturas moldadas no local, as ligações entre os diversos elementos estruturais não são monolíticas e, portanto, tem uma forma diferente de distribuição dos esforços e de obtenção de estabilidade.

Dentre as ligações entre vigas e pilares pré-moldados, as realizadas por meio de consolos são as mais comuns. Os consolos são elementos em balanço que se projetam de algum elemento estrutural e tem a função de servir de apoio a outros elementos estruturais. A disposição das vigas em relação ao pilar é determinante no direcionamento dos consolos.

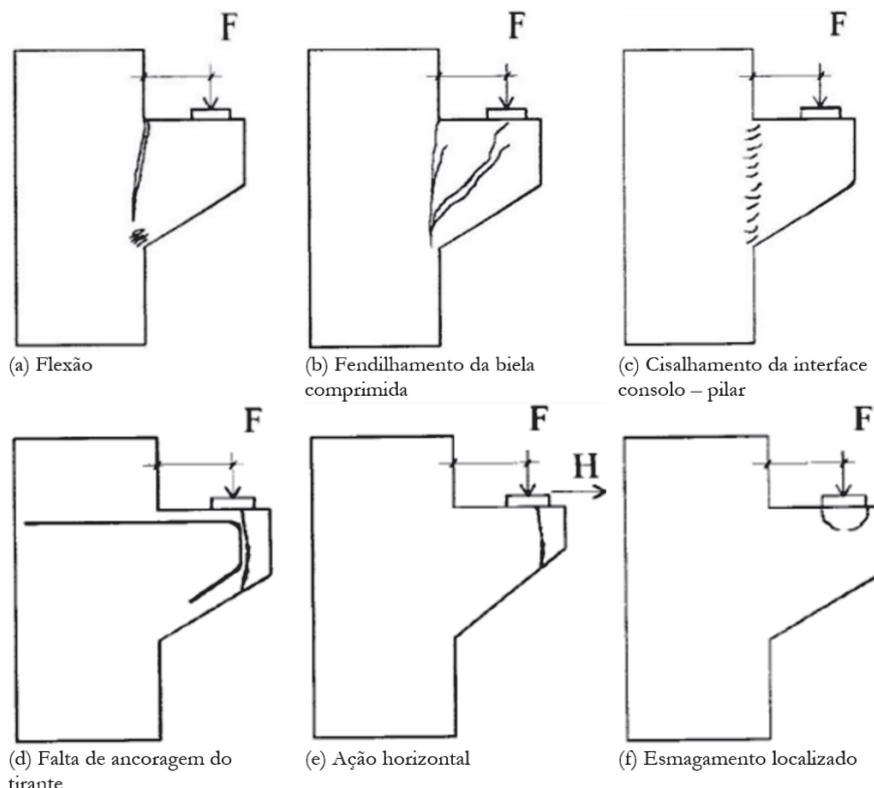
Dependendo da agilidade necessária ou da disposição geométrica dos consolos no pilar, o processo executivo exige que a moldagem do consolo seja realizada em etapa posterior a do pilar, o que pode

conferir maior simplificação às formas. Porém, para que este procedimento possa ser realizado, deve ser garantida a continuidade entre a armadura do consolo e a armadura do pilar, o que pode ser feito por dobra das armaduras do consolo ou por sistemas de emenda de barras com luva e rosca. Além disso, o tratamento da interface entre as duas concretagens deve ser realizado com alguns cuidados para que haja efetivamente aderência e transmissão de esforços entre as partes.

O objetivo dessa pesquisa é desenvolver um estudo comparativo do comportamento e da resistência de consolos de concreto moldados em etapa distinta do pilar com consolos monolíticos por meio de resultados obtidos de ensaios em laboratório, da modelagem computacional pelo Método dos Elementos Finitos e de modelos de cálculo normativos. No caso dos consolos em duas etapas, é analisada, principalmente, a influência da forma de continuidade do tirante na abertura da junta na interface consolo-pilar. Também é verificada a possibilidade de eliminação da armadura de costura exigida no projeto de consolos de concreto pela adição de fibras de aço.

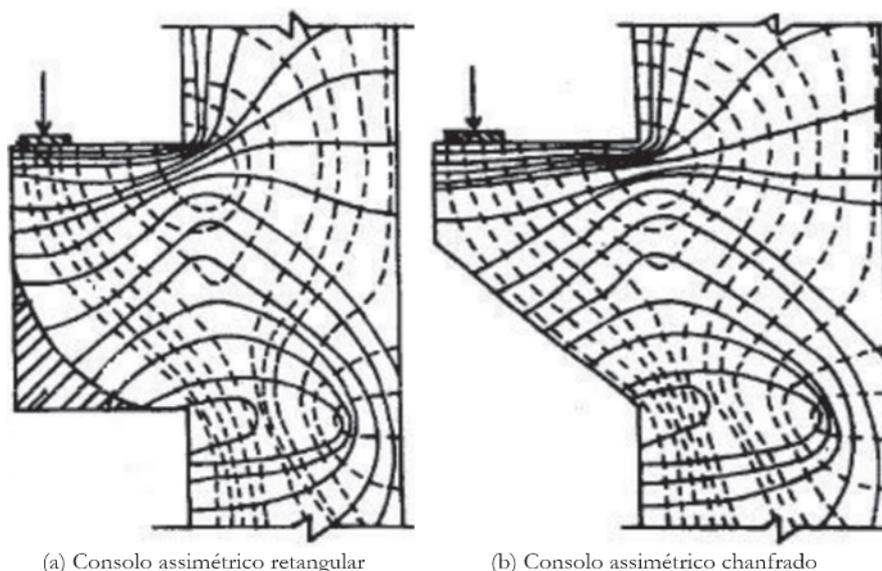
### 1.1 Modelos de cálculo para consolos de concreto

Os modelos para dimensionamento de consolos estão estritamente ligados aos seus modos de ruptura, de forma que o modo que demandar menor energia deve ser o responsável por caracterizar a falha do elemento. Os mecanismos de ruína dos consolos podem ser divididos em seis modos principais, isto é, ruína por flexão, por fendilhamento da biela comprimida, por cisalhamento da interface consolo – pilar, por falta de ancoragem do tirante, por ação horizontal e por esmagamento localizado.



**Figura 1**

Tipos de ruína de consolos. Adaptado de Torres (1)



**Figura 2**  
Trajetórias de tensões em consolos. Adaptado de Torres (1)

na interface consolo-pilar, por falta de ancoragem do tirante, por ação horizontal e por esmagamento localizado. Na Figura 1 são ilustrados tais mecanismos.

Os consolos, por possuírem dimensões de mesma ordem de grandeza, são classificados, em geral, como elementos tridimensionais, já que não tem comprimento suficiente para dissipar as perturbações localizadas. Tal fato implica na impossibilidade de se considerar verdadeira a hipótese de seções planas na flexão, portanto, invalidando a teoria de vigas a estes casos. Na Figura 2 é apresentado um panorama geral das trajetórias de tensões em consolos, sendo que na Figura 2a se observa um volume de material inerte, pouco suscetível à ação das tensões, na região inferior do consolo, o que justifica a utilização de geometrias conforme apresentado na Figura 2b.

Observando, na Figura 2, as trajetórias de tensões de tração (linhas cheias), nota-se uma grande concentração de linhas paralelas na face superior dos consolos, o que significa que esta região

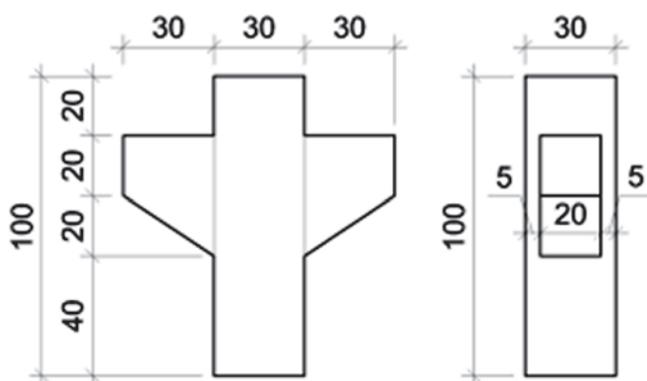
é fortemente tracionada. Por outro lado, se forem observadas as trajetórias das tensões de compressão (linhas tracejadas), nota-se um caminhamento paralelo delas desde o ponto de aplicação da força até a base do consolo. A partir desta constatação, é feita uma discretização do problema e se aproxima o mecanismo de resistência dos consolos por um modelo de treliça. Nestes modelos discretizados, a região tracionada é substituída por uma barra (o tirante) e a região comprimida é substituída por outra (a biela), originando o nome dos modelos de biela e tirante. Assim, os esforços solicitantes podem ser obtidos e o dimensionamento é realizado. Os modelos de biela e tirante são a base da maioria das equações recomendadas pelas normas nacionais e internacionais para o projeto de consolos monolíticos de concreto. Neste trabalho, foram adotadas para análise as recomendações da norma brasileira de estruturas pré-moldadas de concreto – NBR 9062 [2] e da norma europeia – EUROCODE 2 [3], além do código de projeto norte-americano PCI [4].

### 1.2 Concreto reforçado com fibras de aço

O concreto simples, em seu estado natural, é um material frágil e quebradiço que se deforma muito pouco antes de atingir o limite de resistência  $e$ , e apesar de ser um material que possui alta resistência à compressão, não apresenta grande resistência à tração. Uma forma de contornar estas características consiste na adição de fibras à matriz cimentícia.

Segundo Özcan *et al.* [5], o acréscimo de fibras de aço ao concreto melhora o comportamento do processo de fissuração da matriz, tornando o concreto mais dúctil. Acrescenta, ainda, que o acréscimo de fibras à mistura não requer grandes mudanças nas práticas tradicionais de concretagem.

A ação da fibra de aço na matriz cimentícia está, principalmente, relacionada à aleatoriedade de seu posicionamento e direcionamento, pois, na medida em que as fissuras surgem, as fibras podem costurá-las e, assim, passam a transmitir os esforços de



**Figura 3**  
Geometria dos modelos ensaiados (medidas em cm)

**Tabela 1**

Características dos modelos ensaiados

Modelo	Tratamento da interface	Vol. de fibras	Armadura do tirante	Armaduras transversais
P1	Monolítico	0%	Contínua	Estribos horizontal e vertical
P2	Chave de cisalhamento	1%	Luva e rosca	Laço horizontal sem estribos
P3	Junta rugosa escarificada	0%	Contínua(a)	Armadura de costura CA 25 e estribos
P4	Junta rugosa escarificada	0%	Contínua(a)	Armadura de costura CA 25 e estribos
P5	Junta rugosa escarificada	0%	Contínua(a)	Armadura de costura CA 25 e estribos

Nota: a) Tirante e armadura transversal à interface, em aço CA-25, dobrado na moldagem do pilar e desdobrado após a sua desforma.

tração entre as faces da fissura. Desta forma, o processo de fissuração se torna mais distribuído na matriz cimentícia e deixa de se concentrar em regiões muito reduzidas, culminando em uma maior quantidade de fissuras, mas com dimensões reduzidas, o que aumenta a ductilidade do concreto.

Quanto à utilização de fibras de aço no concreto para fabricação de consolos, Gao e Zhang [6] afirmam que, além de reduzir a densidade de armaduras das peças, a utilização de concreto fibroso aumenta a resistência e a rigidez dos consolos, melhorando o seu comportamento mecânico.

## 2. Programa experimental

Foram ensaiados em laboratório cinco modelos de consolo com a geometria apresentada na Figura 3 e com as propriedades listadas na Tabela 1. Essa geometria foi adotada de modo que a força de ruína estimada para o modelo monolítico fosse menor que a capacidade do pórtico de reação utilizado nos ensaios. A simetria do modelo, com dois consolos, é particularmente interessante para a execução de ensaios em laboratório porque dispensa a necessidade de uma estrutura de reação para impedir o giro do pilar caso fosse empregado apenas um consolo. Conforme se observa na Tabela 1, o modelo P1 era monolítico, enquanto os modelos P2, P3, P4 e P5 tiveram o consolo moldado em etapa posterior ao pilar, sendo que o consolo do modelo P2 era reforçado com 1% (78,5 kg/m<sup>3</sup>) de fibras de aço.

### 2.1 Materiais

O concreto utilizado na confecção dos modelos era composto por

cimento Portland composto (CP II - Z), sílica ativa, pó de brita, areia natural, brita 0, brita 1, água e aditivo superplastificante. As fibras de aço utilizadas foram do tipo Dramix® RC 65/35 BN com 35 mm de comprimento, 0,54 mm de diâmetro e resistência nominal de 1100 MPa, conforme informações do fabricante.

Os ensaios de caracterização do aço e do concreto foram realizados em uma máquina universal de ensaios eletromecânica com capacidade de 300 kN. O aço foi caracterizado segundo o método de ensaio padronizado pela norma NBR 6892-1 [7]. Já o concreto endurecido foi caracterizado quanto à resistência à compressão segundo a norma NBR 5739 [8], módulo de elasticidade segundo a norma NBR 8522 [9] e resistência à tração por compressão diametral segundo a norma NBR 7222 [10]. Na Tabela 2 são apresentados os valores das propriedades mecânicas dos concretos utilizados na pesquisa.

Além dessas propriedades, também foi determinada a energia no modo I de fraturamento para o concreto sem fibras. Para isso, foi utilizada a metodologia de ensaio descrita em RILEM [11], porém utilizando um corpo de prova prismático com seção transversal de 10 x 10 cm<sup>2</sup> e 40 cm de comprimento entalhado no meio do vão até metade da sua altura. Essa propriedade foi utilizada na modelagem computacional do consolo monolítico.

Na Figura 4 é mostrado o detalhamento da armadura do modelo com consolo monolítico (P1) e nas Figuras 5, 7 e 8 é apresentado o detalhamento da armadura dos modelos com consolos moldados em etapa posterior a do pilar (P2, P3, P4 e P5). Todos os modelos foram dimensionados para que a ruína ocorresse por flexão devido ao escoamento do tirante. Nos modelos P4 e P5 foram utilizados dois tirantes com diâmetro de 16 mm em aço CA 25 de modo a se atingir, aproximadamente, uma força de ruína igual

**Tabela 2**

Propriedades mecânicas do concreto

Modelo	Resistência à compressão $f_{cm}$ (MPa)		Módulo de elasticidade $E_c$ (GPa)	Resistência à tração por compressão diametral $f_{ctm,sp}$ (MPa)		Energia de fraturamento $G_f$ (N/m)
	Pilar	Consolo	Consolo	Pilar	Consolo	Pilar e consolo
P1	50,48 ± 1,34		27,80 ± 1,34	5,09 ± 0,26		97,050 ± 9,374
P2	62,43 ± 6,88	55,86 ± 2,21	31,17 ± 1,08	5,94 ± 1,30	8,35 ± 1,18	-
P3	43,09 ± 1,34	46,85 ± 0,27	28,45 ± 0,21	4,02 ± 0,32	4,26 ± 0,06	-
P4	26,30	20,84	25,65	2,42	2,18	-
P5	28,17	20,84	25,65	2,65	2,18	-

a 80% da resistência do modelo monolítico, o qual possuía dois tirantes com diâmetro de 12,5 mm em aço CA 50. Esses modelos foram confeccionados em uma fábrica de pré-moldados com concreto de menor resistência à compressão. O modelo P3, por outro

lado, possuía dois tirantes com diâmetro de 12,5 mm em aço CA 25, portanto com uma resistência teórica igual a 50% da resistência do modelo monolítico. No modelo P2, que possuía dois tirantes com diâmetro de 12,5 mm

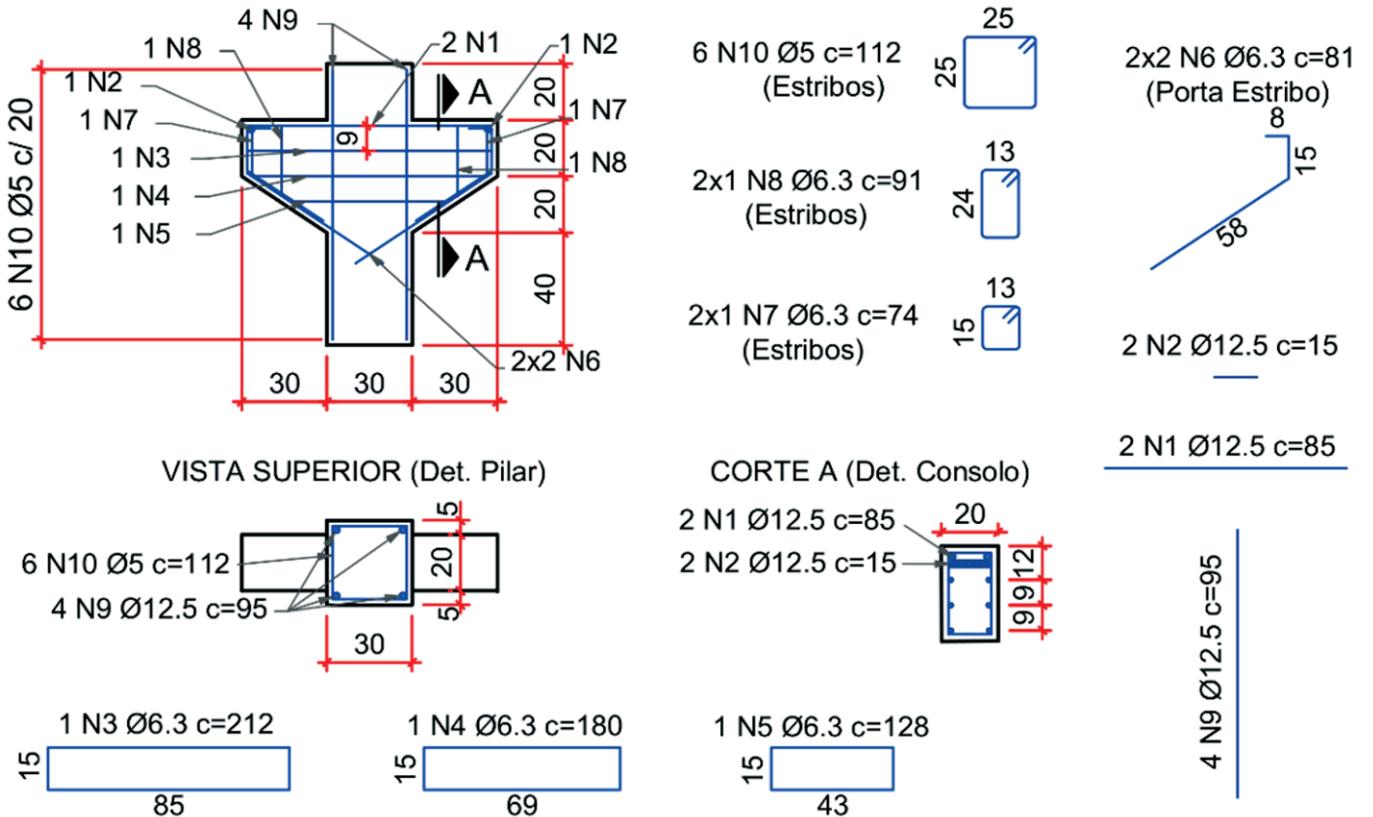


Figura 4 Detalhamento da armadura do modelo com consolo monolítico (P1)

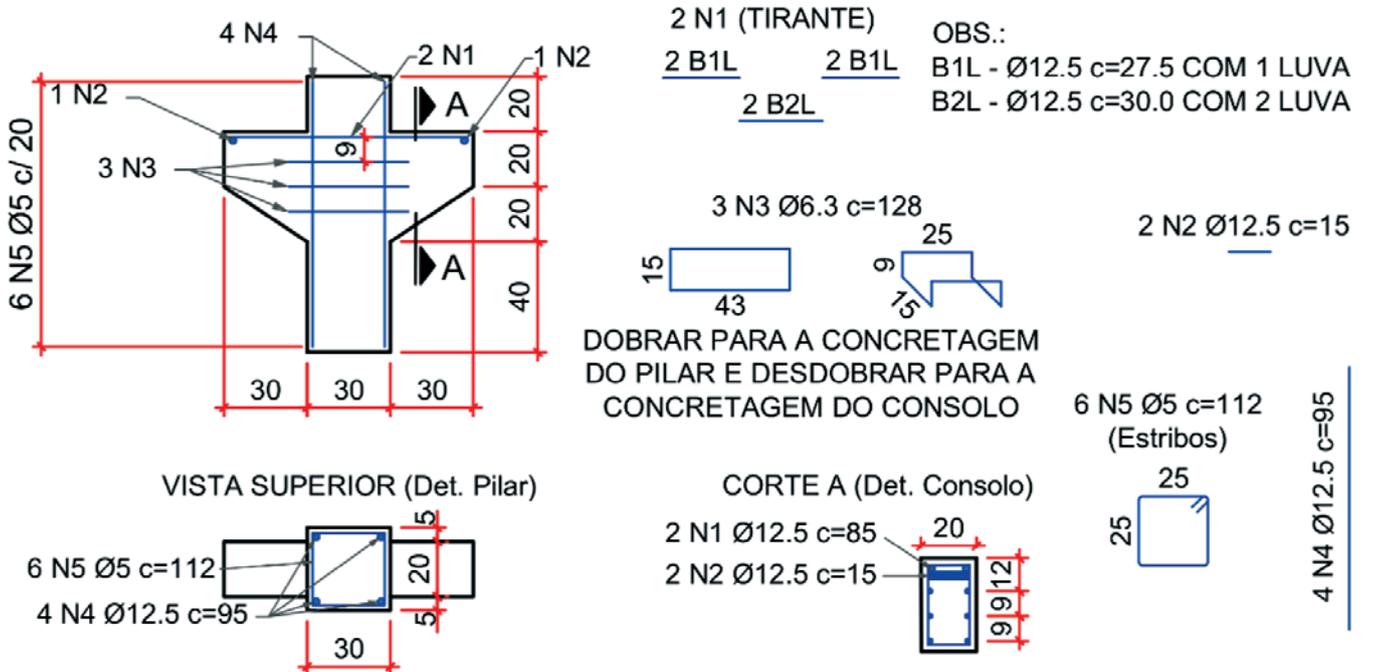


Figura 5 Detalhamento da armadura do modelo com consolo moldado em etapa posterior ao pilar (P2) com tirante rosqueado





e P5, os tirantes, em aço CA 25, foram dobrados para dentro da fôrma antes da concretagem do pilar e retificados antes da concretagem dos consolos. A ancoragem dos tirantes na extremidade dos consolos de todos os modelos foi garantida por meio de barra transversal soldada de mesmo diâmetro.

As barras emendadas por luva e rosca foram ensaiadas à tração de modo a determinar a força última e o local de ruína da emenda, conforme mostrado na Figura 9. Em seguida, a luva foi cortada e apenas a barra de 12,5 mm foi ensaiada à tração segundo a norma NBR 6892-1 [7]. Na Tabela 3 é apresentado o resultado da caracterização dos aços utilizados na confecção dos modelos. Para o módulo de elasticidade do aço, foi admitido o valor teórico de 210 GPa para todos os modelos.

## 2.2 Confecção e ensaio dos modelos

Para a concretagem dos modelos, foram utilizadas fôrmas metálicas, as quais foram adaptadas tanto para a confecção de modelos com consolos monolíticos quanto aos modelos com consolos moldados em etapa posterior ao pilar, conforme mostrado na Figura 10. Para isso, havia um fechamento lateral para a concretagem do pilar, o qual era posteriormente substituído pelas fôrmas dos consolos. O modelo P1 foi concretado em uma única etapa. Já para os modelos P2, P3, P4 e P5, a lateral da fôrma foi retirada dois dias após a concretagem do pilar. Concluída a montagem da armadura dos

consolos, os mesmos foram concretados e mantidos em cura úmida por dois dias. Após esse período, os modelos foram desmoldados e mantidos ao ar livre até a data de realização do ensaio.

Na interface consolo-pilar dos modelos concretados em duas etapas foram utilizados dois tipos de tratamento. Para o modelo P2, com união do tirante por luva e rosca, foi confeccionada uma chave de cisalhamento com 2,5 cm de profundidade, isto é, foi executada uma reentrância no pilar para que a junta de concretagem não estivesse posicionada na face do pilar. Para a formação dessa chave de cisalhamento, antes da concretagem do pilar foi colada uma placa de isopor na região da interface consolo-pilar, a qual foi retirada antes da concretagem do consolo, conforme mostrado nas Figuras 11-a e 11-b. Já para os modelos P3, P4 e P5, com armaduras do tirante e de costura dobradas para dentro do pilar, o tratamento utilizado na interface foi a escarificação do concreto, conforme mostrado na Figura 11-c. Essa escarificação foi realizada durante a etapa de retirada do concreto superficial do pilar na região do consolo para permitir a retificação da armadura do tirante. A interface foi limpa e lavada antes da concretagem dos consolos para melhorar a aderência entre o concreto do pilar e do consolo.

A presença da armadura de costura não causa maiores inconvenientes na produção dos consolos monolíticos. Por outro lado, nos modelos com consolos moldados em etapa posterior ao pilar, a armadura de costura precisa ser complementada posteriormente quando da montagem da armadura do consolo, o que implica em

**Tabela 3**

Propriedades mecânicas do aço

Diâmetro $\varnothing$ (mm) / aço	Modelos	Tensão de escoamento $f_y$ (MPa)	Tensão última - $f_u$ (MPa)	Deformação de escoamento - $\epsilon_y$
6,3 / CA50	P1 e P2	615,27 ± 18,06	695,97 ± 7,74	2,92 x 10 <sup>-3</sup>
	P3	620,56 ± 38,77	714,54 ± 43,51	2,95 x 10 <sup>-3</sup>
12,5 / CA50	P1	670,18 ± 7,63	785,99 ± 12,23	3,19 x 10 <sup>-3</sup>
	P2(a)	541,11 ± 11,95	634,58 ± 12,23	2,57 x 10 <sup>-3</sup>
12,5 / CA25	P3	409,97 ± 8,79	508,78 ± 9,03	1,95 x 10 <sup>-3</sup>
	P4 e P5 <sup>(b)</sup>	-	Não ensaiado	-

Nota: a) Corpo de prova ensaiado com junção por luva e rosca; b) Aço não ensaiado: foi considerada a tensão de escoamento teórica,  $f_y = 250$  MPa.



(a) Fôrma para concretagem do modelo monolítico



(b) Fôrma para concretagem do pilar do modelo com consolo moldado em etapa posterior

**Figura 10**

Fôrma dos modelos



(a) Posicionamento da placa de isopor para formação da chave de cisalhamento e detalhe da armadura normal à interface antes da concretagem do pilar (modelo P2).



(b) Chave de cisalhamento e armadura do consolo pronta para concretagem (modelo P2).



(c) Interface consolo-pilar escarificada e armadura retificada e pronta para a concretagem do consolo (modelos P3, P4 e P5)

### Figura 11

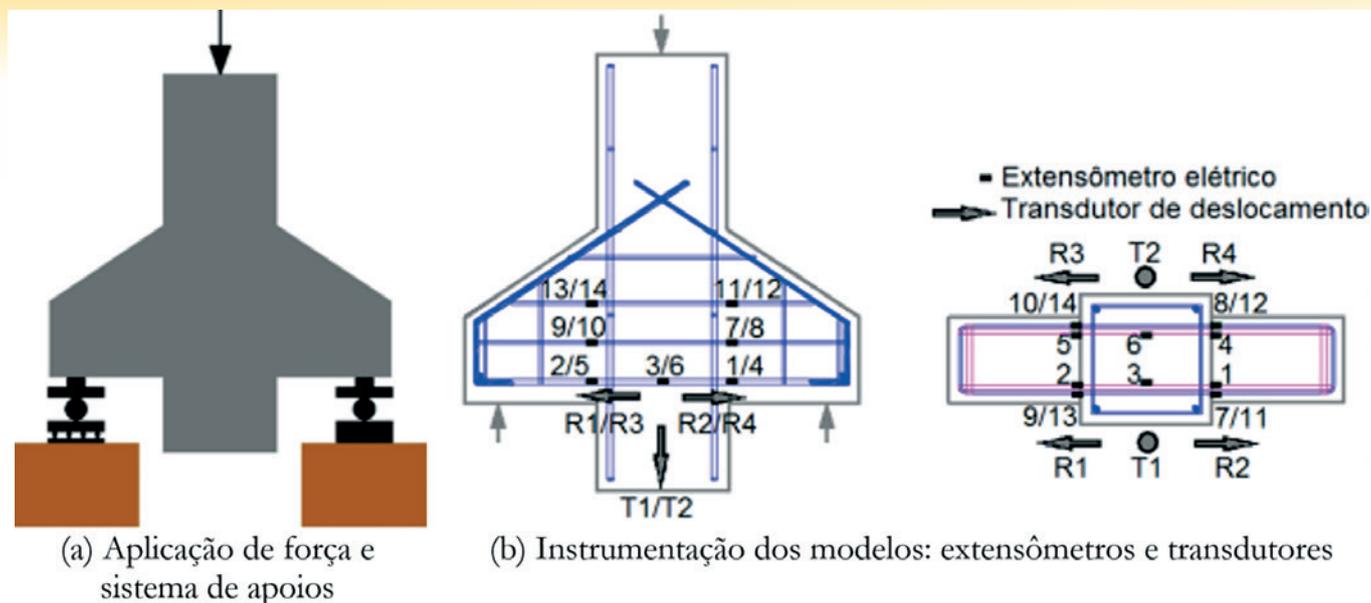
Tratamentos da interface e posicionamento das armaduras dos modelos concretados em duas etapas - P2, P3, P4 e P5

intensivo uso de recursos humanos e demora no processo de moldagem dos consolos. Além disso, há a necessidade de montagem dos estribos e demais armaduras construtivas.

Visando diminuir o tempo de execução dos consolos moldados em etapa posterior, o modelo P2 foi confeccionado sem armadura de costura e estribos nos consolos, os quais foram substituídos pelas fibras de aço incorporadas ao concreto. Entretanto, como relatado por Oliveira [12], as fibras de aço possuem pouca eficiência no controle da abertura de junta na interface consolo-pilar. Por essa razão, nesse modelo foi utilizada uma armadura horizontal em forma de laço cruzando a interface. De modo a simplificar o processo, e evitar recortes na fôrma metálica, essa armadura foi deixada dobrada no interior da fôrma do pilar. O comprimento da armadura em forma de laço embutida no interior do consolo foi o mínimo ne-

cessário para realizar a ancoragem dessa armadura no consolo. Neste experimento, foi adotado um comprimento de ancoragem de 6,3 cm medido a partir da face externa do pilar. Esse comprimento foi ajustado com o espaçamento entre os laços de modo a permitir a sua acomodação na fôrma do pilar sem que houvesse sobreposição da armadura, conforme mostrado na Figura 11-a.

O ensaio foi realizado com os modelos em posição invertida, isto é, com os consolos em dois apoios, um do primeiro gênero (apoio móvel) e outro do segundo gênero (apoio fixo) nos modelos P1, P2 e P3, de modo a evitar o surgimento de forças externas horizontais, ou com os dois apoios fixos nos modelos P4 e P5. O objetivo dessa mudança era identificar a influência do tipo de apoio na resistência do consolo. Na Figura 12 é mostrado o esquema de ensaio. O eixo dos apoios foi colocado distante 22,5 cm da face



**Figura 12**  
Esquema de ensaio e instrumentação

do pilar, de modo que os consolos possuíssem relação  $a/d$  igual a 0,62, caracterizando-os como consolos curtos segundo a NBR 9062 [2]. Além disso, os apoios tinham largura de 5 cm nos modelos P1 e P2, 10 cm no modelo P3 e 15 cm nos modelos P4 e P5. Novamente, o objetivo dessa mudança era verificar a influência do apoio na resistência do consolo.

A força foi aplicada no pilar por um atuador hidráulico em série com uma célula de carga. Assim, a força aplicada em cada consolo era metade do valor registrado pela célula de carga.

Os modelos foram instrumentados com transdutores de deslocamento e extensômetros elétricos de resistência. Os transdutores foram utilizados para registrar o deslocamento vertical e a abertura de junta dos modelos. Já os extensômetros foram utilizados para registrar a deformação dos tirantes e da armadura de costura, no consolo monolítico, ou da armadura em forma de laço nos consolos moldados em etapa posterior a do pilar. Na Figura 12-b é mostrado um esquema da instrumentação dos modelos.

### 3. Modelagem computacional

O modelo com consolo monolítico (P1) foi simulado computacionalmente para identificação das tensões principais que surgem no consolo. Para isso, foi utilizado o programa DIANA® 9.5 (TNO [13]) baseado no Método dos Elementos Finitos. Estudos anteriores mostraram que a modelagem computacional pelo Método dos Elementos Finitos é eficiente para representar o comportamento mecânico de consolos de concreto [14].

#### 3.1 Geometria e malha

Inicialmente, foi realizada uma análise de convergência de malha em regime elástico linear para definir o tamanho ideal da malha de elementos finitos. Nas Figuras 13-b, 13-c e 13-d são mostradas as três malhas analisadas e na Tabela 4 são apresentados os resultados de deslocamento do modelo. Conforme se observa nessa tabela, a malha 1, menos refinada, apresenta um deslocamento na parte inferior do modelo igual a 97,7% do deslocamento obtido com a malha 3, mais refinada. Porém, apesar de exigir um tempo de processamento maior, preferiu-se adotar a malha 3, mais refi-

nada, com elementos cúbicos de interpolação quadrática (elemento CHX60) e dimensão aproximada de 3 cm na região do consolo. A armadura do consolo e do pilar foi representada por meio de elementos embutidos no concreto (*embedment reinforcement*) de forma a representar a armadura do modelo físico. Com isso, não há a necessidade de se criar uma malha de elementos lineares com compatibilidade de nós em relação aos elementos sólidos. Esta formulação é possível por meio do enrijecimento dos elementos em contato com a armadura embutida. Na Figura 12-a é mostrada a armadura do modelo computacional.

Além de representar o pilar e os consolos, bem como suas armaduras, as chapas dos apoios também foram modeladas, conforme dimensões do ensaio, para que a largura da biela de compressão no modelo computacional fosse a mesma.

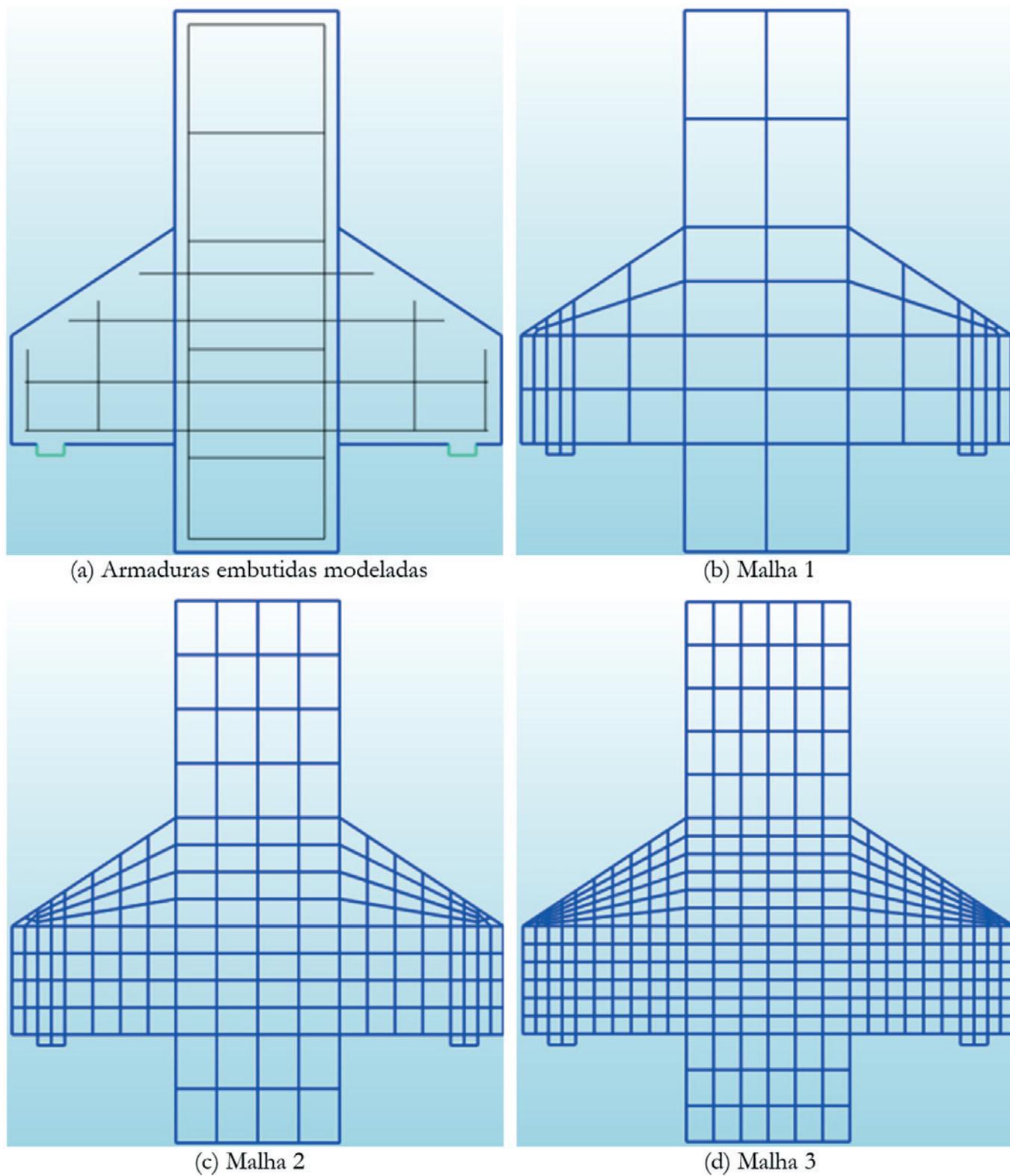
#### 3.2 Modelos constitutivos

A análise computacional foi realizada considerando a não linearidade física dos materiais. Para isto, foram utilizados modelos constitutivos do próprio programa e de códigos de projeto. O modelo de fissuração do concreto foi do tipo distribuído, formulado em função das deformações totais e com fissuras fixas (*Total strain fixed crack*). Na tração, o concreto foi representado por meio de uma função de amolecimento linear e dependente da energia no modo I de fraturamento ( $G_I$ ) obtida da caracterização do concreto, conforme Figura 14-a.

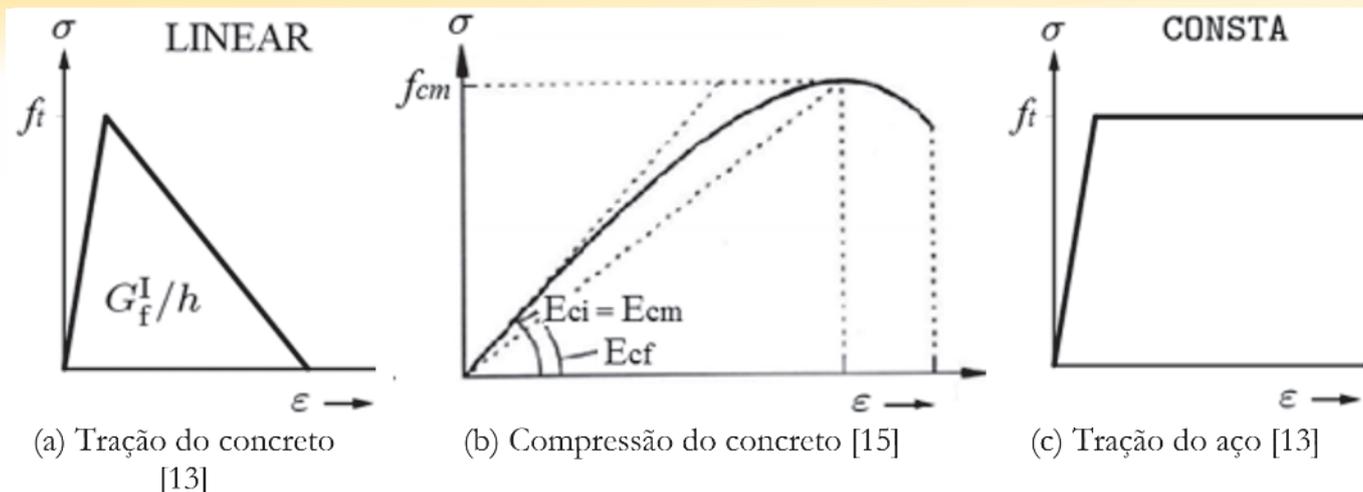
**Tabela 4**

Parâmetros das malhas adotadas para o teste de convergência

Parâmetros	Malha		
	Menos refinada	Média	Refinada
Nº elementos	156	832	1680
Nº nós	1047	4437	8557
Deslocamento (%)	97,7	99,4	100



**Figura 13**  
Armaduras modeladas e malhas utilizadas para o teste de convergência

**Figura 14**

Modelos constitutivos utilizados para a modelagem computacional

Na compressão, foi adotada para o concreto a curva tensão *versus* deformação recomendada pela FIB [15], discretizada em dezenove pontos, conforme Figura 14-b. A partir da resistência à compressão e desvio padrão do concreto, foram determinadas a sua resistência característica e a sua classe, a partir das quais foram obtidos os parâmetros necessários, segundo recomendação da FIB [15], para o traçado da curva tensão *versus* deformação.

Para representar o aço, foi utilizado o modelo constitutivo de von Mises, considerando comportamento elastoplástico perfeito do material, conforme Figura 14-c, o que é coerente com o patamar de escoamento observado nos ensaios de caracterização.

Na Tabela 5 é apresentado um resumo dos parâmetros adotados para o concreto e para a armadura no programa DIANA® 9.5 [13] e que foram utilizados na modelagem computacional.

### 3.3 Processamento

A inserção de carga no modelo computacional foi realizada por meio da imposição de um deslocamento na face superior do modelo. Era indicado um deslocamento maior do que o modelo suportaria e o processamento era realizado até que não houvesse mais convergência. O incremento no valor do deslocamento

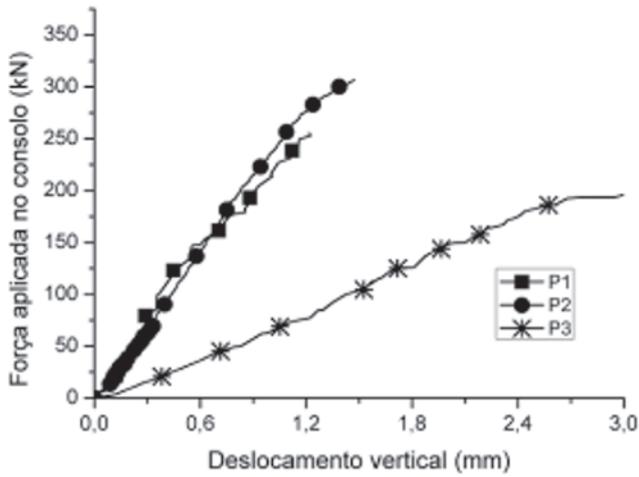
**Tabela 5**

Parâmetros utilizados na modelagem computacional

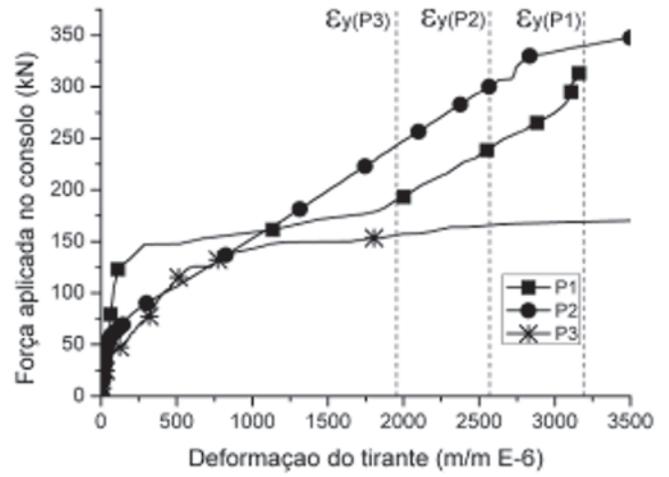
Parâmetro	Valor
<b>Concreto</b>	
Resistência à compressão	50,48 (MPa) <sup>(a)</sup>
Módulo de elasticidade	36,30 (GPa) <sup>(b)</sup>
Resistência à tração	4,58 (MPa) <sup>(c)</sup>
Energia no modo I de fraturamento	97,05 (N/m) <sup>(a)</sup>
Comportamento à compressão	Multilinear <sup>(b,d)</sup>
Comportamento à tração	Amolecimento Linear <sup>(d)</sup>
Fator de retenção do cisalhamento	0,01 (constante) <sup>(d)</sup>
Modelo de fissuração	Total Strain Fixed Crack <sup>(d)</sup>
<b>Aço (Tirante)</b>	
Tensão de escoamento	670,18 (MPa) <sup>(a)</sup>
Comportamento à tração	Plastificação Ideal de von Mises <sup>(d)</sup>
Módulo de elasticidade	210 (GPa)
<b>Aço (Armadura de costura)</b>	
Tensão de escoamento	615,27 (MPa) <sup>(a)</sup>
Comportamento à tração	Plastificação Ideal de von Mises <sup>(d)</sup>
Módulo de elasticidade	210 (GPa)

Nota: a) Resultados experimentais; b) Recomendação da FIB (15); c) adotado como  $0,9 f_{cm,sp}$ ; d) Modelos pré-existentis no DIANA® (13).

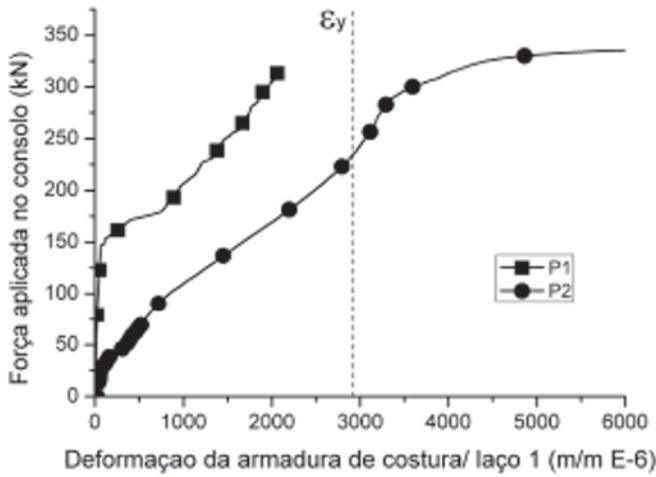




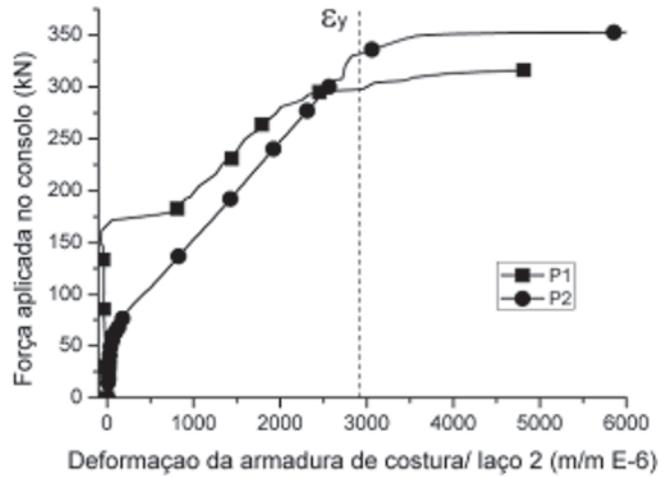
(a) Força *versus* deslocamento vertical (média dos transdutores T1 e T2).



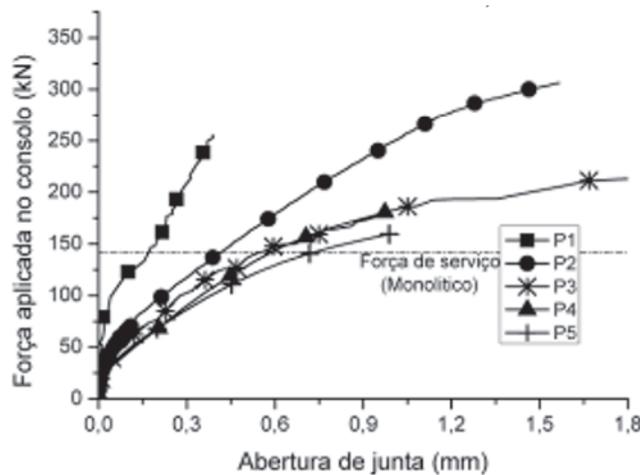
(b) Força *versus* deformação do tirante (Média dos extensômetros 2 e 5)



(c) Força *versus* deformação da armadura transversal à interface próxima ao tirante (média dos extensômetros 9 e 10)



(d) Força *versus* deformação da armadura transversal à interface mais distante do tirante (média dos extensômetros 13 e 14)



(e) Força *versus* abertura de junta (média dos transdutores R1, R2, R3 e R4)

**Figura 16**

Resultados dos ensaios experimentais

imposto foi fixado em 0,05 mm durante toda a análise e a resolução do sistema de equações foi realizada pelo Método Secante, executado por processamento em paralelo. Foi utilizada convergência em termos de energia com tolerância de 0,001.

### 4. Resultados e discussões

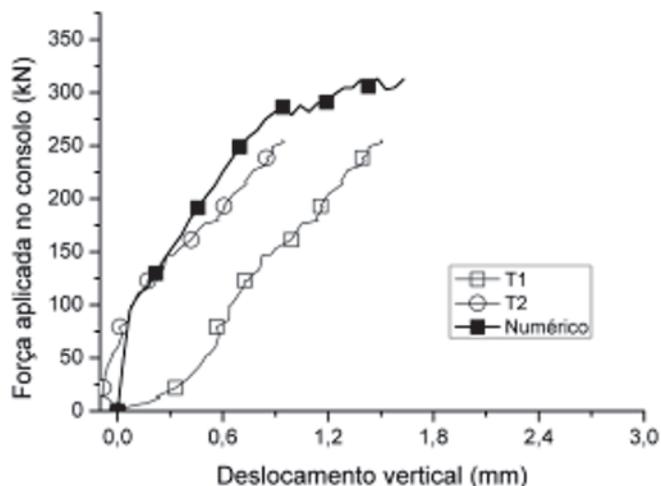
A apresentação dos resultados está dividida entre os ensaios e a modelagem computacional. Posteriormente, os resultados são comparados com as recomendações de norma para projeto de consolos de concreto armado.

#### 4.1 Ensaios experimentais

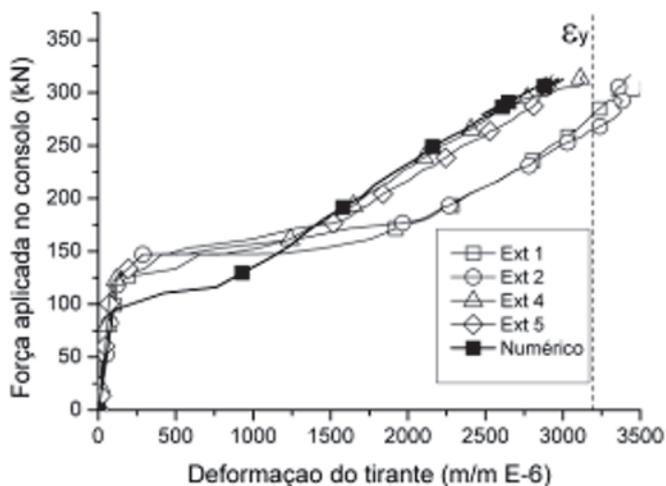
Os resultados obtidos para a força de escoamento do tirante ( $F_{y,exp}$ ) e para a força de ruína dos consolos ( $F_{u,exp}$ ) dos modelos ensaiados estão apresentados na Tabela 6. Para descrição do comportamento dos modelos durante o ensaio, é adotada a seguinte nomenclatura: consolo A, para o consolo que sofreu a ruína, normalmente sobre o apoio móvel; e consolo B para o outro consolo. O modelo monolítico (P1) iniciou sua fissuração na região da liga-

ção entre o consolo e o pilar, seguindo com o aparecimento de fissuras na região da biela, que foram aumentando em comprimento e quantidade juntamente com o acréscimo da força aplicada. O escoamento do tirante teve início no mesmo estágio de carregamento em que o consolo chegou à ruína. Essa força foi determinada quando a média da leitura dos extensômetros do tirante atingiu a deformação de escoamento experimental do aço (Tabela 3). A ruptura do modelo se deu pelo esmagamento do concreto no canto superior do consolo A para uma força aplicada, no consolo, de 316,30 kN. O panorama de fissuração é apresentado na Figura 15-a.

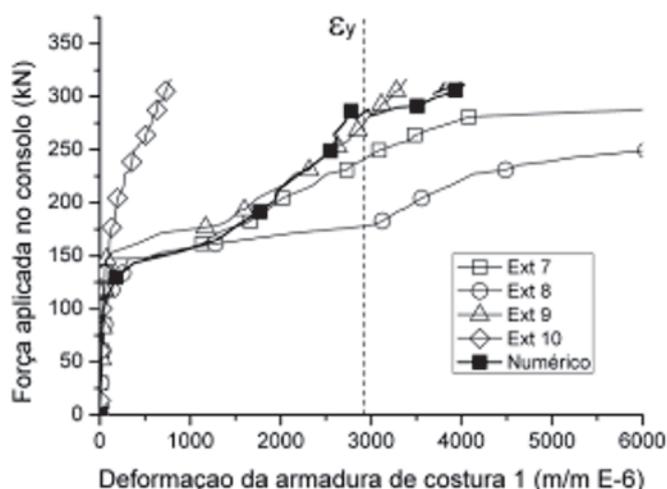
O modelo com consolo moldado em etapa posterior a do pilar e com tirante emendado por luva e rosca, P2, apresentou inicialmente fissuras na interface consolo-pilar. Posteriormente, surgiram fissuras na região da biela de compressão do consolo A, que foram aumentando em comprimento e quantidade à medida que a força aplicada aumentava. O escoamento do tirante iniciou-se no consolo A para uma força aplicada de 301,41 kN, também determinada quando a média da leitura dos extensômetros do tirante atingiu a deformação de escoamento experimental do aço (Tabela 3). Neste caso, devido à presença das fibras de aço, não ocorreu a ruptura por tração do concreto ao longo do plano da fissura que



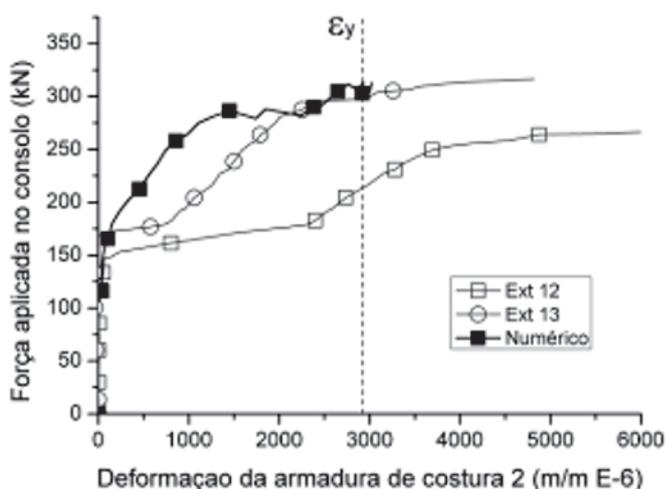
(a) Força versus deslocamento vertical .



(b) Força versus deformação do tirante.



(c) Força versus deformação da armadura de costura 1, próxima ao tirante.



(d) Força versus deformação da armadura de costura 2, mais distante do tirante.

**Figura 17**  
 Comparação entre os resultados numéricos e experimentais

delimitava a biela de compressão. Assim, o mecanismo de ruptura parece ter se deslocado para a interface consolo-pilar. Foi observada uma tendência de esmagamento do concreto no canto superior do consolo. A máxima força resistida pelo consolo foi de 357,57 kN. O panorama de fissuração desse modelo pode ser observado na Figura 15-b.

O consolo P3, moldado em etapa distinta da moldagem do pilar e com as armaduras normais à interface dobradas, apresentou o início das fissuras na interface consolo-pilar. Essas fissuras foram aumentando em comprimento e abertura com o acréscimo de força. Quando a força no consolo atingiu 195,00 kN, surgiram as primeiras fissuras em sua porção central, que definiram a posição e a trajetória da biela de compressão. Tais fissuras aumentaram em comprimento e quantidade com o acréscimo de carga até que o modelo entrasse em ruptura a uma carga de 223,11 kN. O panorama de fissuração do modelo é apresentado na Figura 15-c.

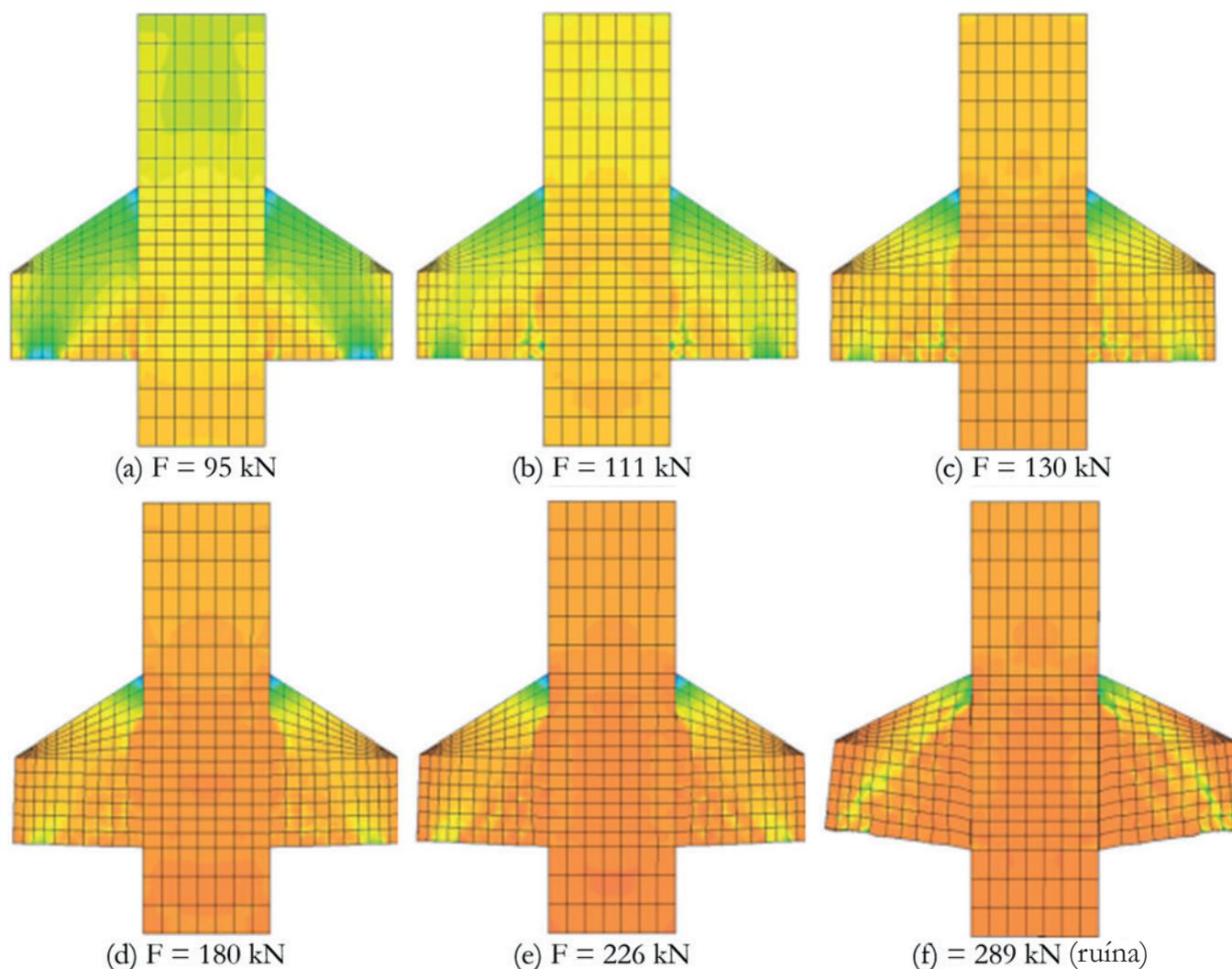
O modelo P4, moldado em etapa distinta da moldagem do pilar e com as armaduras normais à interface dobradas, iniciou a fissuração na interface consolo-pilar para uma força aplicada no consolo de 70,00 kN. Em seguida, apareceram fissuras na região do tirante, próximo ao pilar, para uma força de 178,00 kN. O consolo chegou à ruína com uma força aplicada de 260,04 kN. Na Figura 15-d é apresentado o panorama de fissuração do consolo.

O modelo P5, também moldado em etapa distinta da moldagem

do pilar e com as armaduras normais à interface dobradas, iniciou a fissuração na junta entre o consolo e o pilar a uma força de 73,00 kN. Em seguida, apareceram fissuras na região do tirante próximo ao pilar. As fissuras na biela de compressão apareceram para uma força de 200 kN e se prolongaram até o canto superior, culminando na ruptura do modelo pelo esmagamento do concreto. O panorama de fissuração deste modelo está apresentado na Figura 15-e.

Na Figura 16 são apresentados, em função da carga aplicada no consolo, o deslocamento vertical dos modelos ensaiados, as deformações do tirante e da armadura de costura, bem como a abertura de junta. Para a confecção dos gráficos de deformação das armaduras foram considerados apenas os dados do consolo que chegou à ruína (consolo A), tendo sido tomada a média da leitura dos extensômetros desse consolo. Os gráficos de deslocamento vertical foram confeccionados com a média dos dados dos dois transdutores e as aberturas de junta foram obtidas da média dos quatro transdutores.

Nota-se, na Figura 16-a, que o deslocamento vertical foi semelhante nos modelos P1 e P2, e que o modelo P3 apresentou uma rigidez bem inferior a dos demais. O modelo com consolo monolítico, P1, apresentou a menor deformação inicial no tirante devido à maior força de fissuração na interface consolo-pilar nesse modelo, conforme Figura 16-b.



**Figura 18**

Tensão principal de compressão do modelo numérico (S3) com o incremento do carregamento

Tabela 7

Comparação entre as previsões de resistência dos consolos e a resistência experimental

Modelo	NBR 9062		PCI		Eurocode 2		Numérico	
	$\frac{f_{y\text{ cal}}}{f_{y\text{ exp}}}$	$\frac{f_{u\text{ cal}}}{f_{u\text{ exp}}}$						
P1	0,72	1,44	0,79	1,64	0,64	2,77	0,99	0,99
P2	0,61	1,41	0,68	1,50	0,55	2,54	-	-
P3	*	1,89	*	2,15	*	3,54	-	-
P4	*	0,65	*	0,82	*	1,22	-	-
P5	*	0,62	*	0,79	*	1,17	-	-

Nota: \*Ensaio experimental executado sem a instrumentação do tirante.

A armadura em forma de laço do modelo P2, mais próxima do tirante, apresentou deformação maior que a armadura de costura do modelo monolítico, conforme se observa na Figura 16-c. Isso se deve à forma de ruptura por flexão no caso do modelo P2 com consolo moldado em etapa posterior a moldagem do pilar.

O gráfico de abertura de junta, apresentado na Figura 16-e, mostra que os consolos com tirante dobrado, modelos P3, P4 e P5, tiveram maior abertura de junta que o consolo com tirante rosqueado, modelo P2. Este, por sua vez, teve maior abertura que o modelo P1 com consolo monolítico. Tal constatação foi realizada comparando-se as aberturas de junta dos modelos a um mesmo nível de carregamento, por exemplo, para a força de serviço do modelo monolítico, estimada em 150,00 kN como observado na Figura 15-e.

#### 4.2 Modelagem computacional

Os resultados da análise numérica do consolo monolítico (modelo P1) estão apresentados nas Figuras 17 e 18. Observa-se na Figura 17-b que houve uma boa concordância da deformação do tirante no modelo numérico com os resultados experimentais, como observado em outros trabalhos [14]. Conforme observado experimentalmente, a falha do consolo ocorreu em um estágio de carregamento cuja deformação do tirante estava no limite de escoamento do aço. Tal verificação também pode ser observada no resultado numérico. Este, por sua vez, apresentou o início da fissuração na interface consolo-pilar para uma força menor que a observada no ensaio experimental, o que pode ser verificado na Figura 17-b pela perda de rigidez precoce do modelo numérico em relação aos dados experimentais.

A deformação na armadura de costura mais próxima ao tirante

Tabela 8

Comparação entre a resistência à compressão do concreto e a tensão de ruína da biela

Modelo	$f_{cm}$ (MPa)	$\sigma_{u,biela}$ (MPa)	$F_{ef} = \sigma_{u,biela} / f_{cm}$
P1	50,48	37,85	0,75
P2	62,43	42,79	0,69
P3	43,09	26,70	0,62
P4	26,30	31,12	1,18
P5	28,17	32,47	1,15

obtida do modelo numérico apresentou boa concordância com o resultado experimental, inclusive na região de escoamento da armadura. Já na segunda camada de armadura de costura, mais distante do tirante, o resultado do modelo numérico mostrou-se mais rígido, apesar de também representar claramente o escoamento dessa camada de armadura próximo à ruína do consolo. É importante mencionar que no ensaio houve uma perceptível variação da deformação na mesma camada de armadura do mesmo consolo. Isso se deve, provavelmente, à rotação do modelo em torno do eixo longitudinal do consolo, o que justificaria as diferenças observadas nos dois transdutores verticais, conforme mostrado na Figura 17-a. Por essa razão, a comparação dos resultados numéricos foi realizada com a deformação nos dois consolos, e

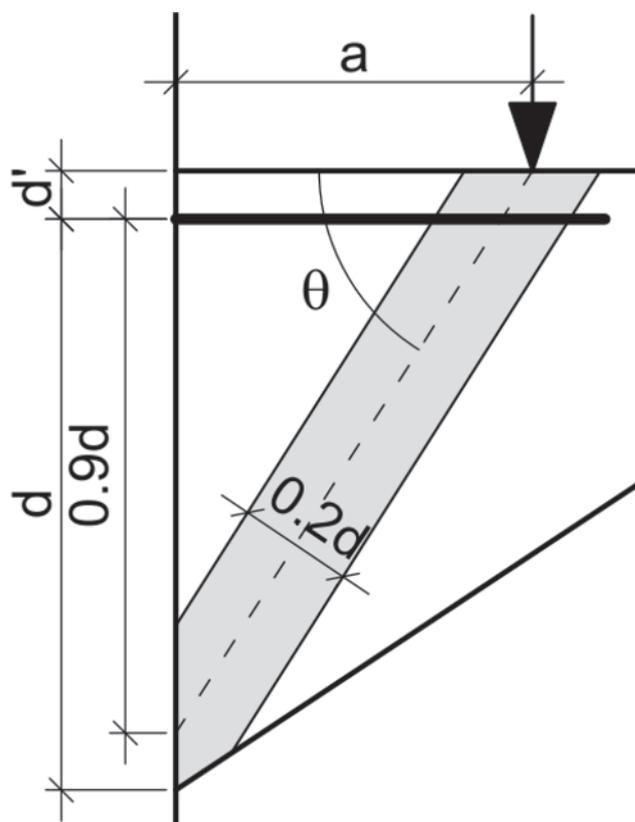


Figura 19 Geometria utilizada para o equilíbrio de forças e delimitação da biela de compressão na verificação de eficiência dos modelos normativos

não apenas no consolo A que atingiu a ruína. E, para cada consolo, não foi utilizada a média de valores dos extensômetros, mas sim seus valores individuais.

Na Figura 18 é apresentada a evolução da tensão principal de compressão (S3) com o incremento do carregamento. Observa-se a formação da biela de compressão nos estágios de carregamento iniciais, antes da fissuração do concreto na interface consolo-pilar. Após a formação da fissura, a biela de compressão torna-se menos nítida e há uma concentração de tensões na base do consolo que, nos estágios finais de carregamento, apresenta tensões superiores à resistência à compressão do concreto. Além disso, a largura da biela na base do consolo não apresenta correspondência com a largura do apoio. Isso deixa claro que a ruína nesse consolo foi determinada pelo esmagamento do nó na ligação da biela com o pilar e não pelo esmagamento da biela no consolo.

### 4.3 Comparação com modelos de projeto

A Tabela 7 apresenta a comparação entre a previsão de resistência dos consolos segundo os modelos normativos e segundo a modelagem computacional com os resultados obtidos dos ensaios. É analisada a resistência tanto pelo escoamento do tirante quanto pela ruína da biela de compressão.

Os valores apresentados na Tabela 7 permitem avaliar a precisão das prescrições normativas e do modelo computacional, de acordo com a proximidade da unidade. Portanto, mostram que a melhor previsão da resistência do consolo monolítico foi alcançada pelo modelo computacional e que os modelos normativos, para os consolos em estudo, forneceram valores conservadores para a resistência pelo escoamento do tirante, sendo a melhor representação feita pelo modelo do PCI [4].

Por outro lado, os modelos normativos da NBR 9062 [2] e do PCI [4] superestimaram a resistência da biela comprimida para os consolos P1, P2 e P3 e subestimaram as resistências dos consolos P4 e P5. O modelo do Eurocode 2 [3] foi o que forneceu valores mais contrários à segurança.

Em decorrência da variação da resistência do concreto dos consolos nos cinco modelos, foi realizada uma verificação da eficiência dos modelos normativos a partir da tensão de compressão a que a biela estaria submetida no momento em que os consolos atingiram a ruína. Essa tensão foi comparada com a resistência à compressão obtida da caracterização do concreto dos consolos. Para o cálculo teórico da tensão de ruína da biela de compressão, foi realizado o equilíbrio de forças em um modelo de biela e tirante, cuja geometria é apresentada na Figura 19. A largura da biela de compressão foi tomada constante por não se observar da modelagem computacional influência da largura do apoio. Além disso, ela foi tomada igual a 20% da altura de cálculo do consolo, já que estudos anteriores mostraram ser essa a largura da biela de compressão em consolos monolíticos [16].

Conforme se verifica nos dados da Tabela 8, os consolos P1, P2 e P3 chegaram à ruína em uma situação cuja tensão de compressão na biela ainda não havia atingido o valor de resistência à compressão do concreto do consolo. Isso indica que nesses consolos a ruína pode ter acontecido no nó, como observado na modelagem computacional. Por outro lado, os modelos P4 e P5 atingiram a ruína com a biela de compressão sujeita a tensões superiores

àquelas obtidas na caracterização do concreto. Tal constatação se justifica pela forma como os ensaios foram montados e executados, pois os modelos P4 e P5, ao contrário dos demais, foram ensaiados com dois apoios fixos e, portanto, estavam submetidos a forças horizontais de valores desconhecidos. A aplicação de uma força horizontal de compressão sobre os consolos afeta o equilíbrio de forças e altera a inclinação e a força resultante na biela de compressão. Constata-se, assim, a influência do tipo de apoio na resistência dos consolos. Os modelos ensaiados com um apoio móvel e outro fixo, portanto sem atuação de força horizontal, apresentaram a ruína no nó para uma tensão de compressão na biela inferior à resistência à compressão do concreto.

## 5. Conclusões

A principal conclusão desse trabalho é que os consolos moldados em etapa distinta do pilar apresentaram maior abertura de junta que o modelo monolítico P1, mesmo que isto não tenha implicado, necessariamente, em redução da força de ruína do consolo. Ou seja, a resistência ao escoamento do tirante prevista para os consolos moldados em etapa distinta do pilar foi alcançada nos ensaios. O modelo monolítico (P1) apresentou os menores valores de abertura de junta, seguido pelo modelo P2, com tirante rosqueado. Já os modelos P3, P4 e P5, cujos tirantes foram dobrados entre as etapas de concretagem, apresentaram valores de abertura de junta, relativos à força de serviço, até quatro vezes maiores. Neste caso, o valor da abertura da junta nesses modelos superou o limite de 0,4 mm de abertura de fissuras estipulado pelas normas brasileiras, o que mostra problemas de durabilidade para essa solução construtiva. Por outro lado, o modelo P2 apresentou, para a força de serviço, uma abertura de junta com valor próximo ao limite de 0,4 mm.

O modelo P2 apresentou uma fissuração bem mais distribuída que o modelo P1, que era monolítico. E isso ocorreu sem a presença da armadura de costura no modelo P2, moldado em etapa posterior a do pilar. Isso mostra a contribuição das fibras de aço no sentido de combater a fissuração do concreto após o escoamento do tirante. Por outro lado, o panorama de fissuração neste caso sugere uma modificação na forma de ruptura do consolo, que passou a ocorrer por flexão, sendo a ruína devida ao esmagamento do nó na base do consolo.

O modelo P2, com tirante rosqueado, não apresentou redução nem da resistência ao escoamento do tirante nem da resistência da biela comprimida quando comparado ao modelo com consolo monolítico, sendo de mais fácil execução que os demais modelos confeccionados com a armadura dobrada. Pelo contrário, até apresentou maior resistência, o que indica a aplicabilidade da solução do consolo moldado em etapa posterior a do pilar com o tirante emendado com luva e rosca e com as armaduras secundárias substituídas por fibras de aço dispersas no concreto.

O modelo numérico apresentou boa concordância com os resultados experimentais do consolo monolítico, não somente em valores de resistência, mas, também, no comportamento do modelo durante a evolução do carregamento. Além disso, ele estimou, para o consolo monolítico, uma força de ruína mais próxima ao resultado experimental que os valores obtidos pelos modelos normativos.

Os modelos normativos, por sua vez, mostraram-se conservadores na avaliação da resistência ao escoamento do tirante para os

modelos com consolos monolíticos e com consolos moldados em etapa distinta quando o tirante foi emendado por meio de luva e rosca. Entretanto, o modelo recomendado pelo PCI [4] foi o que apresentou melhor aproximação com os resultados experimentais desses consolos.

Todos os modelos normativos superestimaram a resistência da biela comprimida dos consolos P1, P2 e P3, que eram livres de qualquer tipo de ação horizontal por possuírem sistema de apoios isostáticos. O que se observou, em relação aos modelos normativos, é que os melhores resultados de previsão de resistência à ruína, e mais favoráveis à segurança, ocorreram para os consolos com dois apoios fixos. Portanto, a verificação da resistência da biela comprimida de consolos sujeitos apenas a carregamentos verticais se mostrou inadequada e contrária à segurança, dependendo da vinculação das vigas sobre os consolos de concreto.

## 6. Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq pelo apoio financeiro por meio da Chamada Pública MCTI/CNPq/MEC/Capes - Ação Transversal nº06/2011 – Casadinho/Procad e à CAPES pela concessão das bolsas de estudo. Agradecem, também, às empresas Belgo Bekaert Arames e Goiás Artefatos de Cimento - Goiarte pelo material doado para a pesquisa. Agradecem, em especial, à engenheira Helen Oliveira Tenório pelo apoio na confecção dos modelos, ao engenheiro Matheus Silva pelo auxílio na modelagem computacional e aos alunos Breno Pedreira Landim e Carlos Godoy de Castro pelo auxílio nos ensaios realizados.

## 7. Referências bibliográficas

- [1] TORRES, F. M. Análise teórico-experimental de consolos de concreto armado. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.
- [2] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto e execução de concreto pré-moldado. NBR 9062, Rio de Janeiro, 2006, 41 p.
- [3] COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION - CEN. EN 1992-1-1:2004 - Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1.1: General rules and rules for buildings. Brussels, Belgium, 2004, 225 p.
- [4] PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE - PCI. PCI Design Handbook. 7. ed. Chicago, 2010.
- [5] ÖZCAN, D. M.; BAYRAKTAR, A.; ŞAHİN, A.; HAKTANIR, T.; TÜRKER, T. Experimental and finite element analysis on the steel fiber-reinforced concrete (SFRC) beams ultimate behavior. *Construction and Building Materials*, v. 23, n. 2, 2009; p. 1064-1077.
- [6] GAO, D. Y.; ZHANG, J. Finite element analysis of shear behaviors for steel fiber reinforced concrete corbels by ANSYS. In: *Second International Conference on Computer Modeling and Simulation, Proceedings*, 2010, v. 4, p. 303-307.
- [7] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Materiais metálicos — Ensaio de Tração - Parte 1: Método de ensaio à temperatura ambiente. NBR ISO 6892-1, Rio de Janeiro, 2013. 70p.
- [8] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. NBR 5739, Rio de Janeiro, 2007. 9p.
- [9] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Concreto – Determinação dos módulos estáticos de elasticidade e deformação e da curva tensão versus deformação. NBR 8522, Rio de Janeiro, 2008, 16 p.
- [10] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Argamassa e Concreto – Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos-de-prova cilíndricos. NBR 7222, Rio de Janeiro, 1994, 3 p.
- [11] RILEM DRAFT RECOMMENDATION, TC 50-FMC Committee Fracture Mechanics of Concrete. Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three point bend tests on notched beams. *Matériaux et Constructions*, v. 18, n. 106, 1985; p. 285-290.
- [12] OLIVEIRA, E. M. Consolos de concreto moldados em duas etapas: Influência do tratamento da interface e da adição de fibras de aço. Dissertação. (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2012.
- [13] TNO Building and Construction Research. DIANA User's Manual – Release 9.5. Delft, Netherlands, 2014.
- [14] CANHA, R. M.F.; KUCHMA, D. A.; EL BEBS, M. K.; SOUZA, R.A. Numerical analysis of reinforced high strength concrete corbels. *Engineering Structures*, v. 74, 2014; p. 130-144.
- [15] INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE – FIB. Model Code 2010, Volume 1. Bulletin 65. International Federation for Structural Concrete (FIB), Switzerland, 2012.
- [16] ARAÚJO, D. L.; SILVA NETO, A. P.; LOBO, F. A.; EL DEBS, M. K. Comparative analysis of design models for concrete corbels. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v. 9, n. 3, 2016; p. 435-470.