

Design of deep pile caps by strut-and-tie models

Dimensionamento de blocos rígidos sobre estacas com auxílio de modelos de bielas e tirantes

D. M. SANTOS ^{a,b}
danielmiranda@usp.br
<https://orcid.org/0000-0002-9927-8138>

M. L. CARVALHO ^{a,c}
mth.carvalho@hotmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-4710-1250>

F. R. STUCCHI ^{a,b}
fernando.stucchi@usp.br
<https://orcid.org/0000-0003-4149-0985>

Abstract

There are many methods for designing pile caps, but there is still no consensus on which one provides the best approach for the practical engineers. In Brazil, many structural designers use the classical Blévoit method; however, the applicability of the method has been questioned after the revision of the NBR 6118 standard for design of concrete structures in 2014. To support structural designers, a strut-and-tie model has recently been developed that relates the classical method to the most current concepts of strut-and-tie models. The theoretical bearing capacity of four-pile cap obtained through several strut-and-tie models are compared with experimental tests. The results show that this recently developed model is suitable for the design of deep pile cap.

Keywords: pile caps, strut-and-tie models, design, reinforced concrete.

Resumo

Existem muitos métodos de dimensionamento de blocos de fundações, mas ainda não há consenso sobre qual método fornece a melhor abordagem para o engenheiro de projetos. No Brasil, muitos projetistas de estruturas utilizam o método clássico de Blévoit, no entanto, com a revisão da norma NBR 6118 de projeto de estruturas de concreto em 2014, o meio técnico tem sido confrontado com dúvidas quanto a aplicabilidade desse método pela regulamentação vigente. De forma a contribuir com o tema, recentemente foi desenvolvido um modelo de bielas e tirantes que relaciona o método clássico com os conceitos mais atuais de modelos de bielas e tirantes. As resistências teóricas de blocos sobre 4 estacas obtidas através de vários modelos de bielas e tirantes são comparadas com ensaios experimentais. Os resultados obtidos mostram que o modelo recentemente desenvolvido é adequado para o dimensionamento de blocos rígidos.

Palavras-chave: blocos de fundação, modelos de bielas e tirantes, dimensionamento, concreto armado.

^a University of São Paulo, Polytechnic School, São Paulo, SP, Brazil;

^b EGT Engineering, São Paulo, SP, Brazil;

^c França and Associated Structural Design, São Paulo, SP, Brazil.

1. Introdução

Os blocos sobre estacas são elementos estruturais de volume cuja função é transferir os esforços provenientes da estrutura para um conjunto de estacas. Esses elementos, em geral, têm baixa taxa de armadura de flexão e se caracterizam pela ausência de estribos ou armaduras verticais no interior do maciço (exceto nas regiões próximas às faces). Essa característica torna o comportamento estrutural dos blocos complexo e altamente dependente da resistência à tração do concreto e do confinamento dado pelo grande volume do bloco.

Atualmente, códigos e normas nacionais e internacionais (por ex. [4] e [19]) especificam dois métodos de dimensionamento de blocos sobre estacas: um se baseia em análise seccional e o outro em modelos de bielas e tirantes (MBT). O primeiro trata o bloco de forma similar a uma laje armada em duas direções, enquanto o segundo se baseia no completo fluxo de forças dentro do bloco. A abordagem via modelos de bielas e tirantes é geralmente reconhecida como a mais apropriada para dimensionamento de blocos de fundações. A Figura 1 mostra um modelo de bielas e tirantes aplicado a um bloco sobre quatro estacas.

A revisão da NBR 6118 [4], em 2014, acrescentou regras específicas para o dimensionamento de estruturas de concreto através de modelos de bielas e tirantes. No entanto, os limites prescritos de resistência de nós e bielas por essa norma (que foram estabelecidos para o dimensionamento de elementos planos) são inferiores aos do método mais conhecido e utilizado no Brasil, conhecido como método de Blévoet (Blévoet e Frémy [1]), gerando dúvidas e dificuldades do meio técnico, em face do grande conservadorismo que resulta em utilizar tal método com os limites de resistência da NBR 6118 [4].

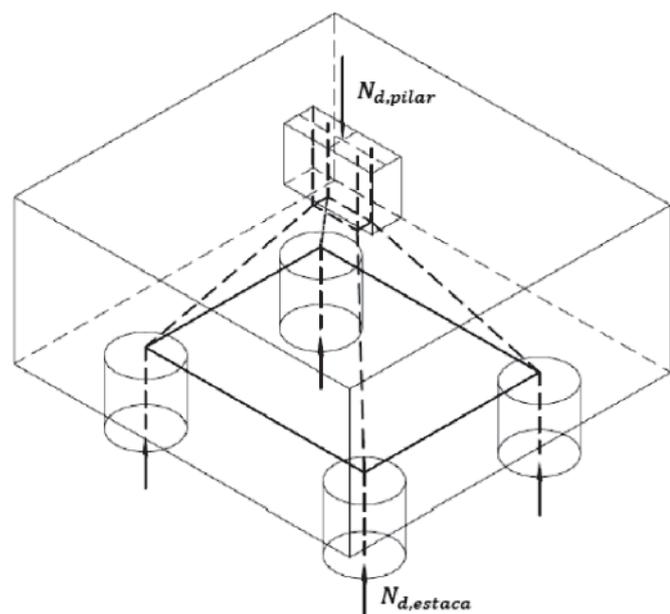


Figura 1
Modelo de bielas e tirantes tridimensional aplicado a blocos sobre estacas

Por conta dessa dificuldade, cresceu o interesse dos engenheiros estruturais pelo método de Fusco [5], que permite manter, com pequenas modificações, a prática consolidada pelo método clássico. Embora o método de Fusco [5] possa ser considerado uma adaptação consistente do método de Blévoet e permita a utilização das prescrições da NBR 6118 [4] sem exagerar no conservadorismo, ele não segue os conceitos mais modernos de modelos de bielas e tirantes (Schlaich et al. [20]) e de campos de tensões (Muttoni et al. [21]). Devido à necessidade de conciliar as prescrições normativas com os métodos de dimensionamento de blocos, um novo método foi desenvolvido e apresentado por Santos et al. [3], esse método baseia-se em um modelo de bielas e tirantes que mescla de forma

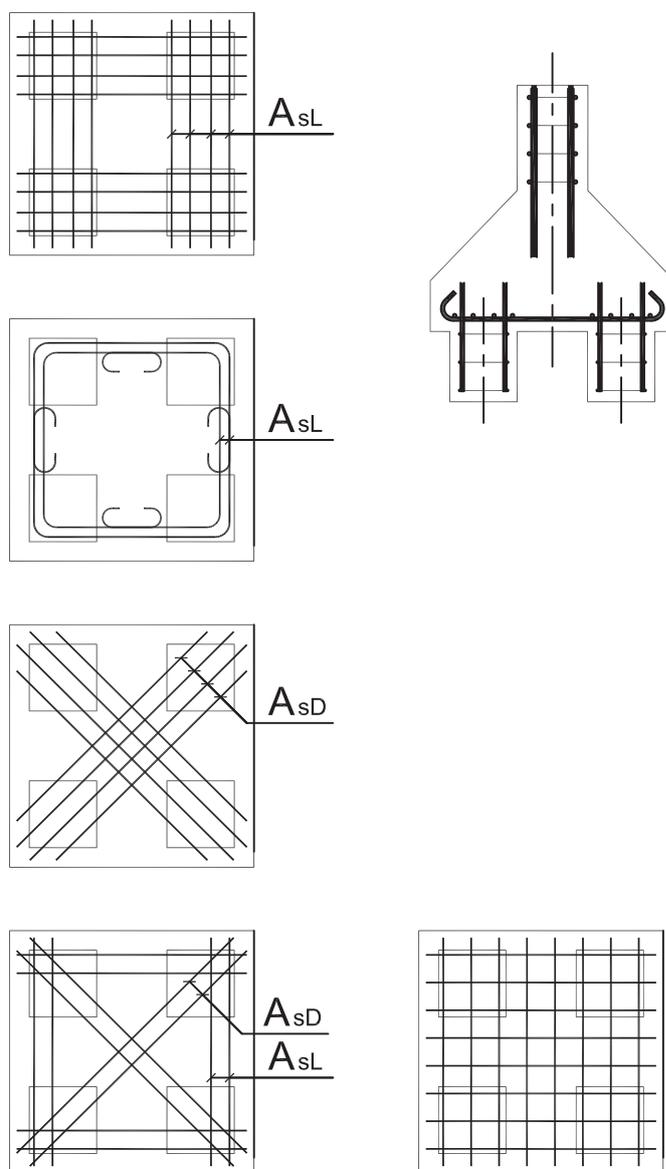


Figura 2
Arranjos de armadura dos ensaios realizados por Blévoet e Frémy [1] para blocos sobre quatro estacas (adaptado de [1])

consistente os métodos existentes de dimensionamento de blocos com os conceitos mais modernos de modelos de bielas e tirantes e campos de tensões.

Neste artigo, são discutidos alguns métodos de dimensionamento de blocos com o auxílio de modelos de bielas e tirantes, além de apresentar um modelo recentemente desenvolvido (Santos et al. e [3]). Os resultados teóricos de resistência de blocos obtidos por esses modelos foram comparados com ensaios experimentais. O objetivo é mostrar a adequabilidade desse modelo recente, além de propor algumas melhorias.

2. Ensaios experimentais

Existem diversos ensaios experimentais de blocos sobre estacas na literatura técnica. Alguns desses ensaios são descritos a seguir. Os ensaios mais conhecidos no Brasil são os realizados por Blévet e Frémy [1] que ensaiaram 116 blocos com várias características. Foram 59 blocos sobre 4 estacas, 45 blocos sobre três estacas e 12 blocos sobre duas estacas. Adicionalmente, 94 blocos eram em escala reduzida e 22 em verdadeira grandeza. A partir desses ensaios e do modelo de bielas proposto por M. Lebel para dimensionamento de sapatas, esses pesquisadores propuseram um modelo de bielas simplificado para dimensionamento de blocos sobre estacas. Esse modelo é muito conhecido no Brasil e bastante utilizado por escritórios de projeto estrutural.

A Figura 2 mostra os diversos arranjos de armadura que foram utilizados nos ensaios de blocos sobre 4 estacas. Blévet e Frémy [1] observaram que os blocos com armadura uniformemente distribuída tinham menos capacidade resistente que um bloco similar com armadura apenas sobre as estacas (no caso de blocos sobre quatro estacas, eles observaram que a força resistente era 20 %

menor). Essa constatação, reproduzida por outros pesquisadores (Clarke [9]; Suzuki et al. [10]), mostra a eficácia de modelos de bielas e tirantes em relação ao modelo de flexão (CEB-FIP Bulletin 73 [2]), uma vez que sugere que as trações na região inferior (das armaduras) se concentram nos alinhamentos das estacas.

Clarke [9] ensaiou 15 blocos sobre quatro estacas. O arranjo das armaduras e a ancoragem das barras foram os principais parâmetros estudados. Ele observou, de forma semelhante a [1], que a resistência é menor em blocos com armadura uniforme.

Os ensaios realizados por Blévet e Frémy [1] e por Clarke [9] não utilizaram medidores de tensões nas armaduras nem no concreto. Por um lado, existe a incerteza na existência de outros fatores que influenciem negativamente na resistência do bloco, como ancoragem insuficiente das barras. Por outro lado, estes ensaios são extremamente importantes, uma vez que existem poucos ensaios instrumentados com medidores de tensões que utilizam armaduras concentradas sobre as estacas.

Adebar, Kuchma e Collins [6] ensaiaram 5 blocos sobre 4 estacas. Os corpos-de-prova elaborados tinham estacas com distâncias diferentes em relação ao pilar, o que aumentou as incertezas no dimensionamento das armaduras dos corpos-de-prova, uma vez que as reações dependem da rigidez do bloco. Para resolver a questão, os pesquisadores assumiram que o bloco era rígido suficiente para que as estacas dividissem igualmente a carga do pilar. Essa hipótese, no entanto, não foi comprovada pelas medições das reações nas estacas ao longo do teste. De qualquer forma, o ensaio foi instrumentado e alguns resultados são valiosos para o estudo do comportamento de blocos sobre estacas.

Adebar, Kuchma e Collins [6] mediram as tensões longitudinais na superfície superior do bloco, fora da região do pilar. O objetivo era verificar a hipótese da teoria de flexão de que a largura inteira do

Tabela 1

Seleção de blocos sobre 4 estacas ensaiados por Blévet e Frémy [1]

Nome	L ¹ (cm)	d ² (cm)	a _c ³ (cm)	a _{pile} ⁴ (cm)	A ⁵ (cm ²)	A _{sd} ⁶ (cm ²)	f _{VL} ⁷ (MPa)	f _{VD} ⁸ (MPa)	f _c ⁹ (MPa)	F _{ensaio} ¹⁰ (tf)
4N2	120	64,95	50	35	24,13	19,63	278,5	300,3	37,10	658,00
4N2 ^{bis}	120	66,36	50	35	15,00	12,84	498,8	474,5	34,15	739,00
4N4	120	91,07	50	35	19,63	19,63	291,4	291,4	35,35	753,00
4N4 ^{bis}	120	91,95	50	35	12,84	12,84	486,4	486,4	42,30	875,00
2,2	42	27,65	15	14	-	4,52	-	355,0	32,82	81,00
2,3	42	26,94	15	14	1,57	2,25	290,5	333,5	31,60	74,00
3,1	42	18,08	15	14	2,01	-	469,0	-	32,10	47,50
1A,2 ^{bis}	42	27,00	15	14	-	5,48	-	492,3	33,25	117,75
1A,3	42	27,00	15	14	1,83	1,83	523,0	523,0	36,60	118,50
9,A1	42	47,39	15	14	4,52	-	459,0	-	27,27	120,00
9,A2	42	47,08	15	14	8,04	-	467,0	-	40,81	190,00
10,1a	42	22,62	15	14	4,52	-	446,0	-	34,60	85,00
10,1b	42	22,11	15	14	2,26	3,08	456,0	480,0	43,11	80,00
11,1a	42	27,16	15	14	4,52	-	311,0	-	26,88	56,25
11,1b	42	27,16	15	14	4,52	-	311,0	-	19,48	49,25
11,2a	42	28,48	15	14	3,14	-	444,7	-	30,86	55,75
11,2b	42	27,46	15	14	3,14	-	440,7	-	30,00	58,50

Fonte: Blévet e Frémy [1]

¹ Distância entre estacas; ² Altura útil equivalente; ³ Lado do pilar quadrado; ⁴ Lado da estaca quadrada; ⁵ Armadura lateral sobre duas estacas (Figura 3);

⁶ Armadura diagonal sobre duas estacas (Figura 3); ⁷ Tensão de escoamento do aço referente à armadura lateral; ⁸ Tensão de escoamento do aço referente à armadura diagonal; ⁹ Resistência à compressão do concreto; ¹⁰ Carga de ruptura do ensaio.

bloco estaria submetida à compressão uniforme. As deformações medidas mostraram que, mesmo o bloco estando submetido a um nível de carga capaz de escoar as armaduras, as tensões de compressão na superfície superior se mantiveram relativamente baixas. Além disso, a distribuição das deformações era muito diferente da hipótese de uniformidade, indicando que as tensões de compressão devido ao momento fletor foram resistidas principalmente pela parte central do bloco, ou seja, pelo nó comprimido abaixo do pilar. Essa conclusão é bem interessante, pois esse comportamento é previsto pelos modelos de bielas e tirantes aplicados a blocos sobre estacas.

Suzuki, Otsuki e Tsubana ([10] e [11]), Suzuki, Otsuki e Tsuchiya ([12]) e Suzuki e Otsuki ([13]) ensaiaram 94 blocos sobre quatro estacas. A maioria destes ensaios tinha arranjo com armadura uniformemente distribuída, apesar da confirmação, pelos próprios pesquisadores, de que os blocos com armadura concentrada sobre as estacas têm mais resistências em relação à armadura distribuída.

Cao [14] ensaiou 18 blocos sobre 4 estacas com pilares retangulares, sendo um dos lados com a mesma dimensão da largura do bloco. Os ensaios utilizaram o arranjo de armadura uniformemente distribuída.

Diversos ensaios de blocos sobre 2 e 3 estacas foram realizados na Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo sob a orientação do Prof. José Samuel Giongo (Munhoz [17]; Barros [16]; Miguel [15], entre outros).

As Tabelas 1 e 2 mostram as principais características dos ensaios selecionados, cujos resultados foram comparados com os valores teóricos obtidos através dos modelos de bielas e tirantes discutidos a seguir. Todos os ensaios selecionados são de blocos sobre

4 estacas e possuem armadura concentrada sobre as estacas e ângulos de bielas, segundo o modelo de Blévoit, acima de 33°. As comparações com os ensaios de blocos utilizando armadura distribuída é discutida em Carvalho [22].

3. Modelos de bielas e tirantes aplicados a blocos

3.1 Blévoit & Frémy [1]

Blévoit & Frémy [1] apresentam um modelo de biela e tirantes simplificado conforme Figura 3.

Nesse modelo, a projeção vertical da biela é a altura útil do bloco (d) e a projeção horizontal (L_{proj}) é a distância do centro do quinhão de carga até o eixo da estaca, sendo igual a $(\frac{L}{2} - \frac{a_p}{4})\sqrt{2}$ no caso de blocos sobre 4 estacas simétricos. A tração no plano médio das armaduras é determinada pela projeção horizontal definida por:

$$F_{td} = N_{d,estaca} \cdot \cot\theta \tag{1}$$

Em que:

$$\cot\theta = \frac{L_{proj}}{d} \tag{2}$$

No caso de blocos sobre 2 estacas, a força F_{td} seria a força na própria armadura, no entanto, a partir dos resultados obtidos em seus ensaios, Blévoit propôs multiplicar esta força por 1,15 de modo a não obter coeficientes de segurança menores do que o especificado à época. No caso de blocos sobre 3 ou mais estacas, esse fator não existe, porém, é preciso decompor a força F_{td} na direção das armaduras.

Tabela 2

Seleção de blocos sobre 4 estacas ensaiados por Clarke [9] e Susuki et al. [10]

Nome	L ¹ (cm)	d ² (cm)	a _p ³ (cm)	φ _{est} ⁴ (cm)	A _{st} ⁵ (cm ²)	f _{yt} ⁷ (MPa)	f _c ⁹ (MPa)	F _{ensaio} ¹⁰ (tf)
Clarke [9]								
A2	60	40	20	20	5,00	410	27,2	142
A3	60	40	20	20	4,95	410	30,4	134
A5	60	40	20	20	5,00	410	26,6	140
A6	60	40	20	20	4,95	410	25,8	123
A8	60	40	20	20	5,00	410	27,2	151
Susuki et al. [10]								
BPC-20-1	54	15	30	15	2,85	413	21,9	51,9
BPC-20-2	54	15	30	15	2,85	413	19,9	52,9
BPC-25-1	54	20	30	15	3,57	413	18,9	81,8
BPC-25-2	54	20	30	15	3,57	413	22,0	81,3
BPC-20-30-1	50	15	30	15	2,14	405	29,8	50,0
BPC-20-30-2	50	15	30	15	2,14	405	29,8	49,5
BPC-30-30-1	50	25	30	15	2,85	405	28,9	103,9
BPC-30-30-2	50	25	30	15	2,85	405	30,9	102,9
BP-30-25-1	50	25	25	15	2,85	405	29,1	85,3
BPC-30-25-2	50	25	25	15	2,85	405	29,2	87,2

Fonte: Clarke [9] e Susuki et al. [10]

¹ Distância entre estacas; ² Altura útil; ³ Lado do pilar quadrado; ⁴ Diâmetro das estacas; ⁵ Armadura lateral sobre duas estacas (Figura 3); ⁶ Tensão de escoamento do aço referente à armadura lateral; ⁷ Resistência à compressão do concreto; ⁸ Carga de ruptura do ensaio.

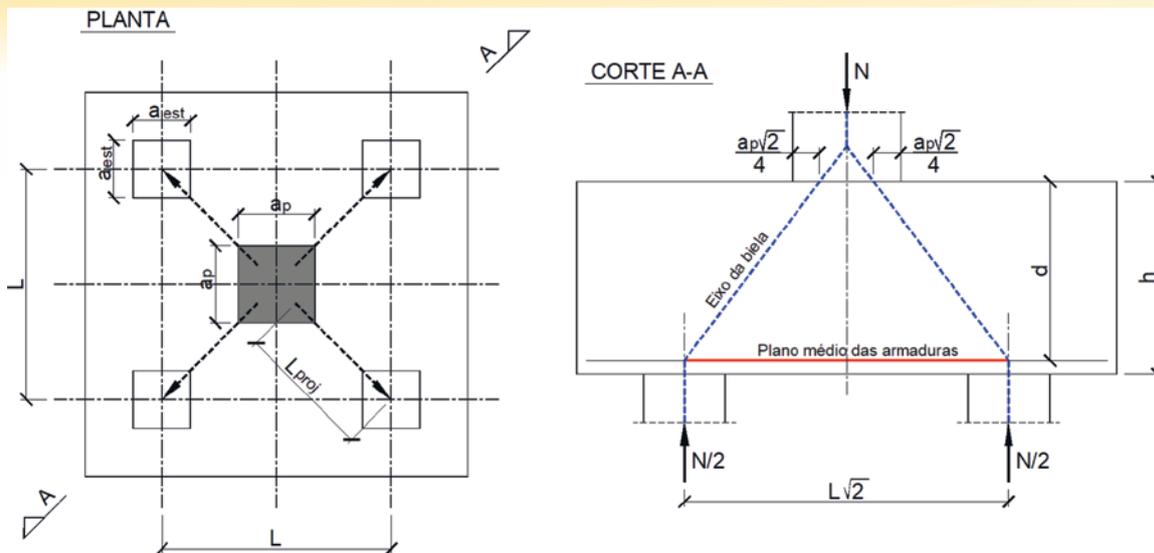


Figura 3
Modelo de bielas para bloco sobre quatro estacas (BLEVOT e FRÉMY [1])

Além da determinação da armadura, [1] estabelece que a segurança em relação ao esmagamento da biela é verificada pelas expressões:

$$\frac{N}{n \cdot A_{est} \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq \alpha_B \cdot \sigma_{28} \quad (3)$$

$$\frac{N}{A_{pilar} \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq \alpha_B \cdot \sigma_{28} \quad (4)$$

Em que,

A_{est} – área da estaca;

A_{pilar} – área do pilar;

θ – ângulo de inclinação da biela ($\theta = \text{arctg} \frac{d}{L_{proj}}$);

α_B – coeficiente igual a 0,6 para bloco sobre duas estacas, 0,75 para bloco sobre três estacas e 0,9 para bloco sobre quatro estacas;

σ_{28} – resistência à compressão medida em corpo de prova cilíndrico ($h = 2\phi$).

As expressões acima foram adaptadas para o formato de segurança do método de estados-limites, resultando (na prática brasileira) em:

$$\sigma_{cd,est}^{bie} = \frac{N_{d,est}}{A_{est} \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq \alpha \cdot f_{cd} \quad (5)$$

$$\sigma_{cd,pilar}^{bie} = \frac{N_{d,pilar}}{A_{pilar} \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq \alpha \cdot f_{cd} \quad (6)$$

Em que,

$\sigma_{cd,est}^{bie}$ – tensão na biela na região da estaca;

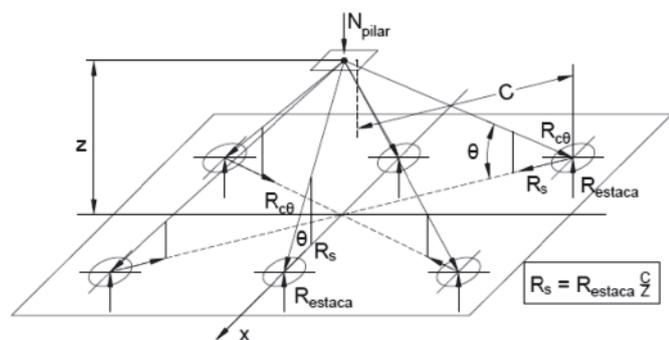


Figura 4
Funcionamento estrutural básico do bloco (FUSCO [5])

$\sigma_{cd,pilar}^{bie}$ – tensão na biela na região da base do pilar;
 $N_{d,est}$ – esforço de cálculo nas estacas;
 $N_{d,pilar}$ – esforço de cálculo no pilar;
 α – coeficiente igual a 1,4 para bloco sobre duas estacas, 1,75 para bloco sobre três estacas e 2,1 para bloco sobre quatro estacas.
 f_{cd} – resistência de cálculo à compressão do concreto.
 Segundo [1], os limites de aplicabilidade do método de bielas simplificado (método de Bléivot) é: $40^\circ < \theta < 55^\circ$.

$$40^\circ < \theta < 55^\circ \quad (7)$$

Sendo recomendável $\theta \geq 45^\circ$.

3.2 Fusco [5]

O método de dimensionamento proposto por Fusco [5], em 1995, considera o funcionamento estrutural básico dos blocos baseado em modelos de bielas e tirantes e, em princípio, se assemelha ao método de Bléivot e Frémy [1].

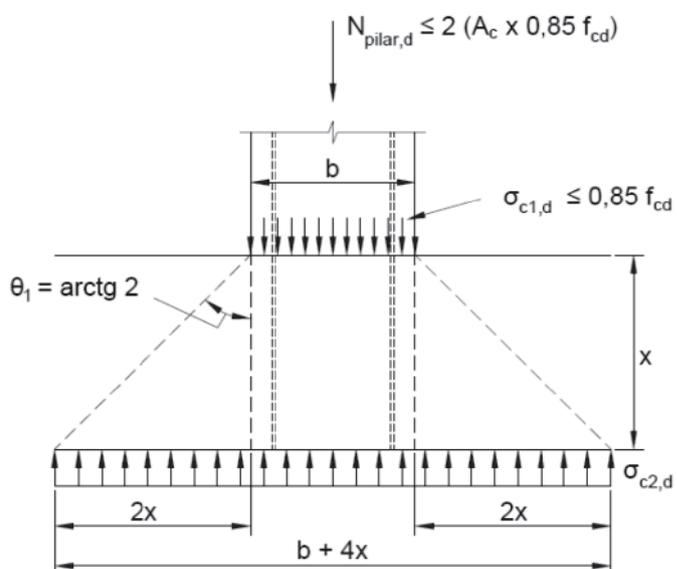


Figura 5
Tensões nos planos horizontais do bloco (FUSCO [5])

$A_{est,amp}$ é a área ampliada sobre a estaca.

Na região da estaca, Fusco [5] recomenda abertura de carga com ângulo de 45° , o que difere da abertura na região do pilar.

Pode-se considerar que o método de Fusco é uma adaptação do método de Blévoit considerando que o pilar possui geometria alargada ($[a + 4x]$ e $[b + 4x]$) e altura útil do bloco menor ($d-x$). Esse artifício de ampliar ficticiamente a área do pilar fornece tensões atuantes menores em relação ao método de Blévoit e permite que os limites de nós e bielas de diversos códigos e normas possam ser aplicados. No entanto, é importante ressaltar que esses limites geralmente não consideram o confinamento (são válidos para elementos planos).

3.3 Adebar e Zhou (1996)

Adebar e Zhou ([7] e [8]) basearam-se em estudos analíticos e experimentais de bielas comprimidas de concreto sem armadura e propuseram um limite de resistência para a biela em garrafa tridimensional, caso de blocos. As tensões máximas nas zonas nodais devem ser limitadas a:

$$f_{bie} = f'_c + 6\alpha\beta\sqrt{f'_c} \quad (14)$$

Em que,

f'_c – resistência à compressão do concreto especificada em projeto, conforme ACI 318 [19].

$$\alpha = \frac{1}{3} \cdot \left(\sqrt{A_2/A_1} - 1 \right) \leq 1,0 \quad (15)$$

$$\beta = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{h_s}{b_s} - 1 \right) \leq 1,0 \quad (16)$$

O parâmetro α considera o confinamento da biela. A relação A_2/A_1 é similar à relação A_{c1}/A_{c0} da NBR 6118 [4] para cálculo da resistência à força de compressão em área reduzida. O parâmetro β considera a geometria da biela. De maneira a calcular a resistência do bloco em relação ao esmagamento da biela quando existem

duas ou mais bielas se encontrando no nó comprimido abaixo do pilar, a relação h_s/b_s pode ser aproximada ([8]) por:

$$\frac{h_s}{b_s} \approx \frac{2d}{a_c} \quad (17)$$

Em que d é a altura útil do bloco e a_p é a largura ou diâmetro do pilar. Para determinar a resistência do bloco em relação ao esmagamento da biela na região da estaca, a relação h_s/b_s pode ser aproximada ([8]) por:

$$\frac{h_s}{b_s} \approx \frac{d}{a_{est}} \quad (18)$$

Em que a_{est} é o diâmetro ou largura da estaca.

Segundo os pesquisadores [8], a abordagem proposta tem por objetivo o dimensionamento de blocos altos e não é aplicável em blocos esbeltos. Eles reconhecem que é difícil separar os dois tipos e que alguns blocos podem ter comportamento intermediário. A metodologia proposta em [7] e [8] não é clara quanto ao braço de alavanca a ser usado no cálculo da armadura, por isso, este método não foi comparado com os ensaios das Tabelas 1 e 2.

3.4 Santos et al. [3]

O modelo recentemente desenvolvido por Santos et al. [3] mescla o modelo simplificado de Blévoit e Frémy [1] com o conceito de abertura de carga utilizada por Fusco [5].

Esse modelo foi desenvolvido pela necessidade em se utilizar os limites de resistência de nós e bielas da norma brasileira, que são limites baseados para elementos planos. No entanto, o modelo proposto é geral e não se limita a valores específicos.

O modelo consiste em uma adaptação do método clássico com a consideração mais consistente do nó superior. Além disso, foi proposto um pequeno ajuste na verificação dos nós sobre as estacas, baseado nas considerações de Fusco [5], conforme Figura 8.

As expressões utilizadas para o cálculo das tensões são similares

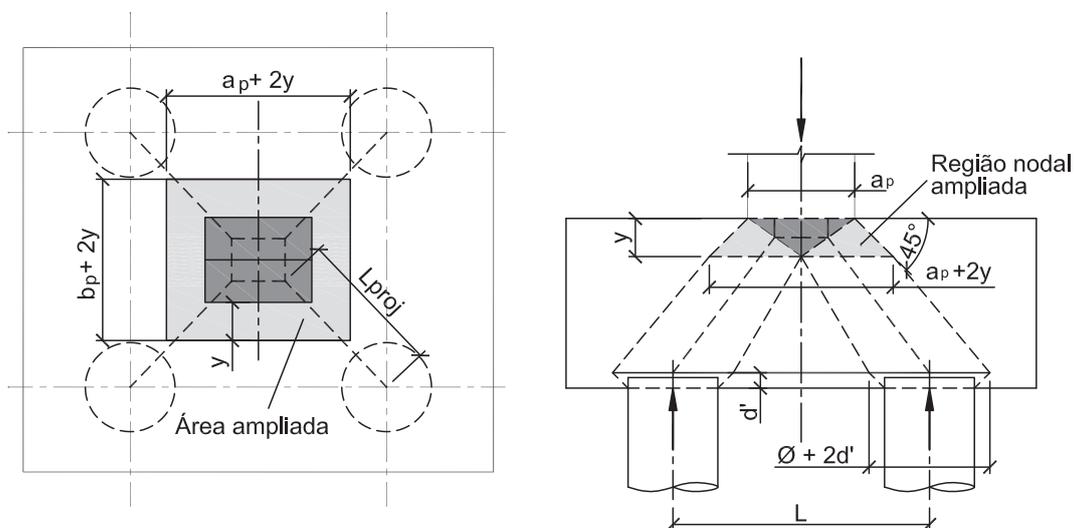


Figura 8

Modelo de bielas e tirantes com a consideração de nó comprimido dentro do bloco (SANTOS et al. [3])

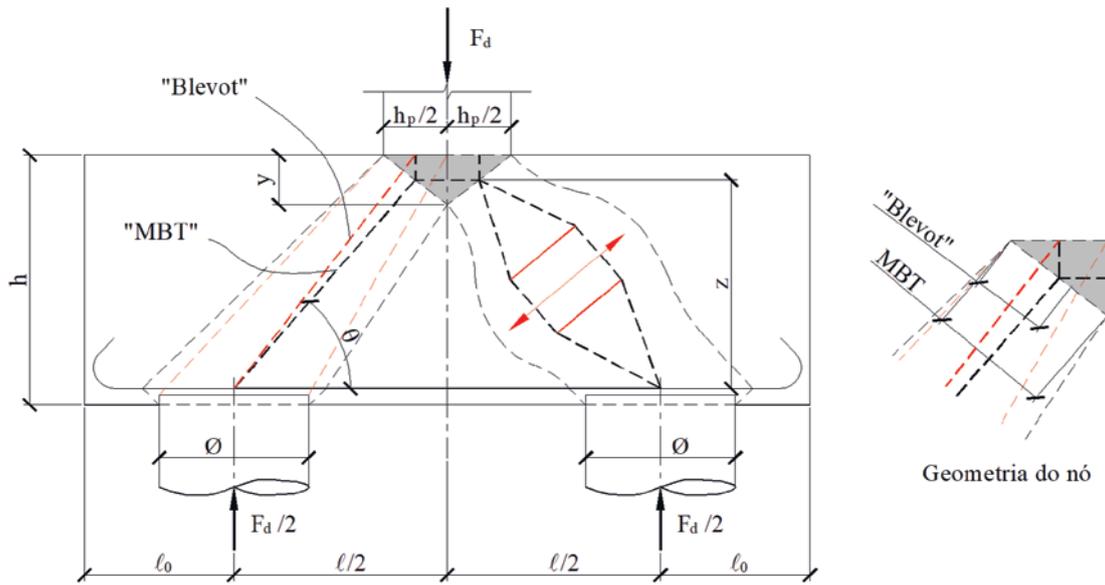


Figura 9
 Comparação entre o modelo de bielas e tirantes e o modelo proposto em Blévoit e Frémy [1] (SANTOS et al. [3])

às equações (5) e (6), mas a área do pilar (ou a área da estaca) é substituída por uma área ampliada com abertura de 45° que determina, de forma mais racional, a área da biela na região do pilar (ou da estaca). O ideal seria fazer a abertura baseada na inclinação da própria biela, no entanto, em geometrias mais complexas, associadas a diversas inclinações das bielas de compressão, a abertura de 45° parece simplificar o modelo sem perdas significativas de precisão.

simplificar o modelo sem perdas significativas de precisão. Uma comparação entre as geometrias das bielas do método de Blévoit e Frémy [1] e do modelo de bielas e tirantes (MBT) genera-

lizado por Schlaich et al. [20] é mostrada na Figura 9. Nota-se que os dois modelos definem inclinações de bielas de formas diferentes. Enquanto o “método de Blévoit” define a tangente do ângulo pela razão d/L_{proj} , o modelo de bielas e tirantes define pela razão z/L_{proj} , em que, $z = d - 0,5y$ e L_{proj} é a projeção horizontal da biela (ver Figura 8).

As expressões propostas por Santos et al. [3] são similares a Fusco [5]:

$$\sigma_{cd,est}^{bie} = \frac{F_{d,est}}{A_{amp,est} \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq f_{cd3} \tag{19}$$

$$\sigma_{cd,pilar}^{bie} = \frac{F_{d,pilar}}{A_{amp,pilar} \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq f_{cd1} \tag{20}$$

em que,

$$f_{cd1} = 0,85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd};$$

$$f_{cd3} = 0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd};$$

$$\alpha_{v2} = 1 - f_{ck}/250, f_{ck} \text{ em MPa.}$$

Embora existam semelhanças com o método de Fusco [5], o modelo de bielas e tirantes proposto por Santos et al. [3] não equivale ao método de Blévoit com pilar fictício mais largo. A área ampliada é apenas um artifício de cálculo da tensão de compressão na biela. A proposta é baseada em dois modos equivalentes de determinação da largura da biela em elementos planos. O cálculo dessa largura pode ser feito pela geometria do nó ou pelo conceito de abertura de carga, com inclinação igual ao da biela, conforme as expressões (ver Figura 10):

$$a_{bie} = a_p/2 \cdot \text{sen}\theta + y \cdot \text{cos}\theta \text{ ou } a_{bie} = a_{p,amp}/2 \cdot \text{sen}\theta \tag{21}$$

A resistência do nó sob o pilar adotada em Santos et al. [3] é, a favor da segurança, o valor definido no item 22.1 da NBR 6118 [4] para o nó CCC, independentemente da quantidade de estacas. Os nós sobre as estacas são considerados como CCT.

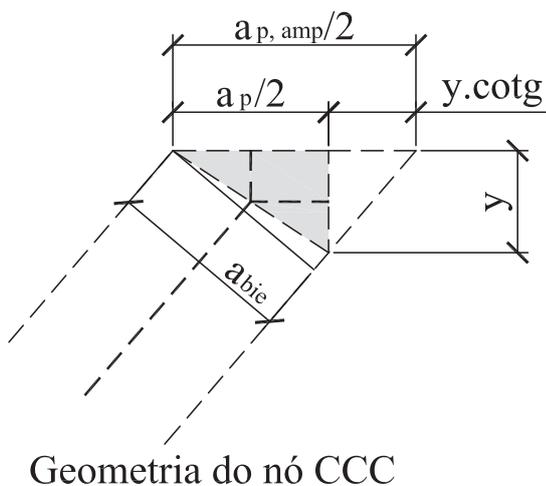


Figura 10
 Equivalência entre abertura de carga e a geometria proposta por Schlaich et al. [20]

Por se tratar de limites de resistência em elementos planos e, portanto, que não consideram o confinamento em elementos tri-dimensionais como blocos de fundação, as comparações em relação aos ensaios foram realizadas com dois limites de resistência para o nó superior: f_{cd1} e $0,85 \cdot f_{cd}$. O parâmetro α_{v2} foi eliminado em uma das análises devido ao confinamento na região do pilar. O método consiste em determinar a profundidade do nó comprimido sob o pilar de forma iterativa, buscando o limite de resistência da biela. O roteiro de cálculo é mostrado a seguir:

- I. Adota-se y (por exemplo: $y = 0,2d$);
- II. Determina-se a inclinação da biela (desejável $\theta \geq 45^\circ$);
- III. Verificam-se as tensões de compressão no nó sob o pilar;
- IV. Caso a tensão no nó superior não seja igual ao limite de resistência, busca-se y iterativamente até que a tensão solicitante seja igual a tensão resistente;
- V. Determina-se a inclinação da biela e as armaduras principais sobre as estacas;
- VI. Verificam-se as tensões de compressão no nó sobre as estacas;
- VII. Determinam-se armaduras de distribuição, pele e demais armaduras secundárias que sejam necessárias.

É importante observar que esse método produz mais armaduras que o método descrito em [1]. Exceção pode ocorrer em blocos sobre duas estacas, devido ao fator de 1,15 proposto por Blévoit e Frémy [1].

3.5 Algumas diferenças entre os métodos

O modelo de Santos et al. [3] assume que há redistribuição dos esforços internos de forma que o Estado-Limite Último (ELU) é alcançado quando a resistência do nó superior do bloco e a força resistente da armadura são atingidos ao mesmo tempo.

Essa hipótese é adequada desde que o nó inferior sobre a estaca ou a biela não esgotem as suas resistências, uma vez que a capa-

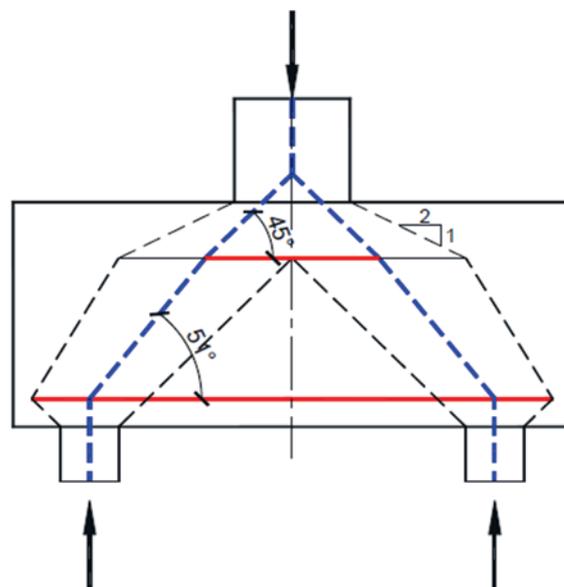


Figura 11
Campos de tensões possíveis pelo modelo de Fusco [5]

cidade de redistribuição de esforços do bloco depende, em grande parte, do escoamento das armaduras.

A partir disso, pode-se afirmar que esse modelo possui similaridades com os modelos baseados na teoria de flexão e, de forma equivalente, é necessário garantir a capacidade de deformação plástica. Isso pode ser realizado de forma simplificada controlando a profundidade da linha neutra. Estudos preliminares mostram que o limite y/d menor ou igual a 0,3 é adequado.

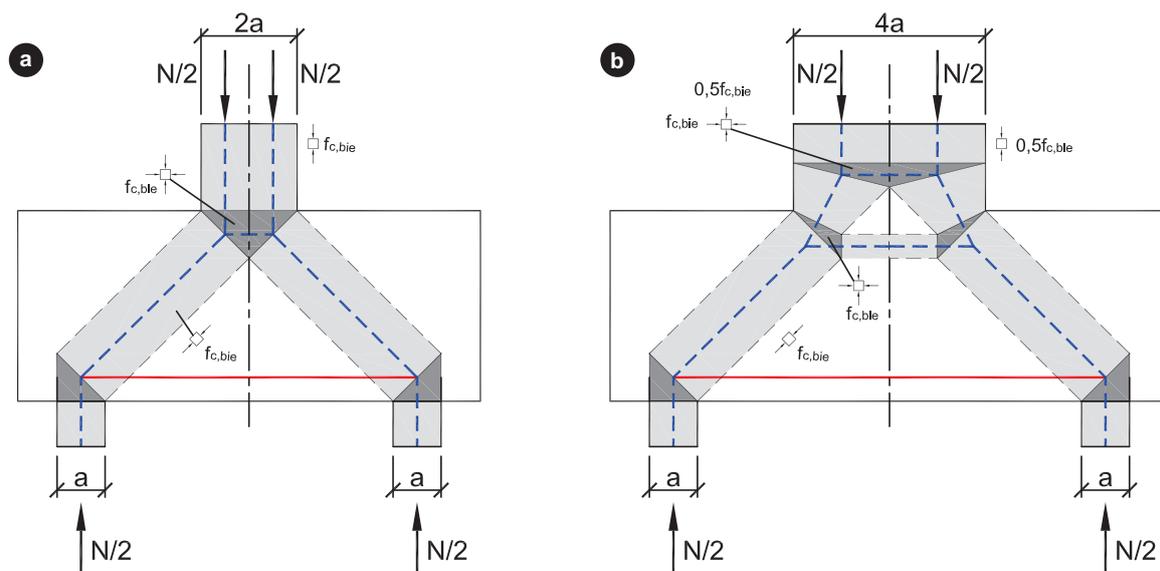


Figura 12
Modelo de bielas e tirantes para blocos sobre duas estacas: a) tensão solicitante no pilar igual à resistência do concreto e b) tensão solicitante no pilar menor que a resistência do concreto

Em contrapartida, no modelo de Blévoit o ELU é alcançado através de um de três limites resistência distintos, em que apenas a inclinação da biela é um fator comum. Existe um limite de resistência dado pela força resistente das armaduras, outro limite definido pelas tensões na biela junto ao pilar e um último pelas tensões na biela junto às estacas.

No caso de dimensionamento pelo método clássico, se o ELU for verificado pela resistência da biela, apenas o aumento da resistência do concreto ou a mudança na geometria do bloco (altura, por exemplo) é permitida. No entanto, no modelo proposto por Santos et al. [3], permite-se que esse caso seja resolvido aumentando a quantidade de armadura. A força resistente de tração aumenta, junto com as forças de compressão no nó superior; para manter as tensões dentro do limite de resistência, a profundidade do nó

comprimido sob o pilar aumenta, resultando em um aumento da resistência do bloco.

Essa diferença entre os modelos é muito importante, pois aumentar a resistência do concreto ou a geometria do bloco pode ser antieconômico.

O modelo de Fusco também considera que a resistência do nó superior depende da armadura. No entanto, como a abertura de carga é grande, o método permite que o ângulo de inclinação da biela seja maior que o determinado pelo modelo de Blévoit, o que produz uma geometria de bielas e tirantes irreais, com esforços de tração na região superior do bloco (Figura 11).

O modelo de Fusco foi idealizado para ângulos de bielas próximos de arctg 2/3. De modo a corrigir a geometria mostrada na Figura 11, a abertura de carga poderia ser menor para ângulos maiores, no

Tabela 3

Comparação dos métodos de Blévoit, Fusco e Santos et al. com ensaios experimentais

Nome	F _{ensaio} (tf)	Blévoit	F _{ensaio} / F _{teórico}		
			Santos et al. ¹	Santos et al. ²	Fusco
4N2	658	1,10	1,16	1,14	1,04
4N2 ^{bis}	739	1,12	1,20	1,18	1,03
4N4	753	1,01	1,04	1,03	1,85
4N4 ^{bis}	875	1,06	1,09	1,07	1,79
2,2	81	1,11	1,18	1,16	1,34
2,3	74	1,20	1,26	1,24	1,27
3,1	47,5	1,20	1,30	1,27	1,19
1A,2 ^{bis}	117,75	1,16	1,23	1,21	1,92
1A,3	118,5	1,16	1,27	1,24	1,76
9,A1	120	1,21	1,14	1,13	-
9,A2	190	1,28	1,27	1,26	-
10,1a	85	1,15	1,26	1,23	1,61
10,1b	80	0,89	1,01	0,98	1,21
11,1a	56,25	0,82	0,83	0,82	1,37
11,1b	49,25	0,99	0,97	0,97	-
11,2a	55,75	0,68	0,69	0,68	1,18
11,2b	58,5	0,76	0,77	0,76	1,27
A2	142	1,11	1,16	1,15	1,77
A3	134	1,03	1,10	1,08	1,49
A5	140	1,12	1,15	1,13	1,78
A6	123	1,01	1,02	1,01	1,61
A8	151	1,18	1,24	1,22	1,88
BPC-20-1	51,9	1,43	1,43	1,43	1,43
BPC-20-2	52,9	1,46	1,46	1,46	1,46
BPC-25-1	81,8	1,35	1,39	1,36	1,35
BPC-25-2	81,3	1,35	1,35	1,35	1,34
BPC-20-30-1	50	1,68	1,68	1,68	1,68
BPC-20-30-2	49,5	1,67	1,67	1,67	1,67
BPC-30-30-1	103,9	1,57	1,57	1,57	1,57
BPC-30-30-2	102,9	1,56	1,56	1,56	1,56
BP-30-25-1	85,3	1,38	1,38	1,38	1,36
BPC-30-25-2	87,2	1,42	1,42	1,42	1,39
Média		1,19	1,23	1,21	1,49
Desvio padrão		0,25	0,24	0,24	0,25
Coefficiente de variação		0,21	0,19	0,20	0,17

Notas: Ensaio rápido (de curta duração), sem consideração do fator 0,85; Fatores de segurança (γ_c e γ_s) foram eliminados (ou assumidos iguais a unidade).

¹ Resistência do nó superior prescrito pela NBR 6118 [4]; ² (2) Resistência do nó superior sem considerar o fator α_{s2} .

entanto, as comparações com os ensaios serão realizadas com as prescrições originais do método.

4. Resultados e discussões

A Tabela 3 mostra a relação entre a carga de ruptura reportada para o ensaio e o valor teórico obtido pelos modelos discutidos anteriormente (exceto o modelo de Adebar e Zhou [8]). O modelo de Santos et al. [3] aparece duas vezes na tabela, pois são utilizados dois valores distintos de resistência do nó superior: o valor originalmente proposto, baseado na NBR 6118 [4], e um novo valor em que se elimina o fator de efetividade, ou seja, o limite de $0,85 \cdot f_{cd}$.

A partir da comparação feita na Tabela 3, percebe-se que os modelos de Blévoit [1] e Santos et al. [3] têm respostas parecidas em termos da relação entre a carga de ruptura e a teórica prevista, o modelo de Fusco se mostrou bastante conservador devido ao limite de tensão vertical na região da estaca. Além disso, em alguns

blocos ensaiados, não foi possível determinar x (profundidade de abertura de carga).

A Tabela 4 mostra a previsão do modo de ruptura de cada modelo. No modelo de Blévoit existem três possíveis modos de ruptura que são: pelo escoamento da armadura (descrito na tabela como Armadura), pelo esmagamento da biela na região do pilar (Pilar) ou pelo esmagamento da biela na região da estaca (Estaca). No modelo proposto por Santos et al. [3] (e no modelo de Fusco [5]), em geral, só existem dois modos: ruptura do nó superior ou da biela após o escoamento das armaduras (descrito na tabela como Arm./Pilar) ou ruptura do nó inferior ou da biela sem o escoamento das armaduras (Estaca).

Adicionalmente, percebe-se que os coeficientes de variação (cv) são elevados e isso mostra a complexidade do problema. Park et al. [18] e Adebar e Zhou [8] compararam alguns ensaios experimentais com métodos baseados em modelos de bielas e tirantes e na analogia de laje (método baseado na teoria de flexão e cisalhamento) e, mesmo com cv relativamente alto, o MBT se mostrou mais confiável.

Tabela 4

Modos de ruptura previsto pelos modelos de Blévoit, Fusco e Santos et al. com ensaios experimentais

Nome	Blévoit	Santos et al. ¹	Santos et al. ²	Fusco
4N2	Armadura	Arm./Pilar	Arm./Pilar	Arm./Pilar
4N2 ^{bis}	Armadura	Arm./Pilar	Arm./Pilar	Arm./Pilar
4N4	Armadura	Arm./Pilar	Arm./Pilar	Estaca
4N4 ^{bis}	Armadura	Arm./Pilar	Arm./Pilar	Estaca
2,2	Armadura	Arm./Pilar	Arm./Pilar	Estaca
2,3	Armadura	Arm./Pilar	Arm./Pilar	Estaca
3,1	Armadura	Arm./Pilar	Arm./Pilar	Estaca
1A,2 ^{bis}	Pilar	Estaca	Estaca	Estaca
1A,3	Armadura	Arm./Pilar	Arm./Pilar	Estaca
9,A1	Pilar	Estaca	Estaca	-
9,A2	Pilar	Estaca	Estaca	-
10,1a	Pilar	Estaca	Estaca	Estaca
10,1b	Pilar	Estaca	Estaca	Estaca
11,1a	Pilar	Estaca	Estaca	Estaca
11,1b	Pilar	Estaca	Estaca	-
11,2a	Pilar	Estaca	Estaca	Estaca
11,2b	Pilar	Estaca	Estaca	Estaca
A2	Pilar	Arm./Pilar	Arm./Pilar	Estaca
A3	Armadura	Arm./Pilar	Arm./Pilar	Estaca
A5	Pilar	Arm./Pilar	Arm./Pilar	Estaca
A6	Pilar	Arm./Pilar	Arm./Pilar	Estaca
A8	Pilar	Arm./Pilar	Arm./Pilar	Estaca
BPC-20-1	Armadura	Armadura	Armadura	Armadura
BPC-20-2	Armadura	Armadura	Armadura	Armadura
BPC-25-1	Armadura	Arm./Pilar	Arm./Pilar	Arm./Pilar
BPC-25-2	Armadura	Armadura	Armadura	Arm./Pilar
BPC-20-30-1	Armadura	Armadura	Armadura	Armadura
BPC-20-30-2	Armadura	Armadura	Armadura	Armadura
BPC-30-30-1	Armadura	Armadura	Armadura	Arm./Pilar
BPC-30-30-2	Armadura	Armadura	Armadura	Arm./Pilar
BP-30-25-1	Armadura	Armadura	Armadura	Arm./Pilar
BPC-30-25-2	Armadura	Armadura	Armadura	Arm./Pilar

¹ Resistência do nó superior prescrito pela NBR 6118 [4]; ² (2) Resistência do nó superior sem considerar o fator α_{s2} .

Tabela 5Parâmetros estatísticos da incerteza de modelo ($F_{\text{ensaio}} / F_{\text{teórico}}$) separando os ensaios por pesquisador

Referência dos ensaios	Parâmetros estatísticos	$F_{\text{ensaio}} / F_{\text{teórico}}$			
		Blévat	Santos et al. ¹	Santos et al. ²	Fusco
Blévat e Frémy [1]	Média	1,05	1,10	1,08	1,42
	Desvio padrão	0,17	0,19	0,18	0,31
	cv	0,16	0,17	0,17	0,22
Clarke [9]	Média	1,09	1,13	1,12	1,71
	Desvio padrão	0,07	0,08	0,08	0,15
	cv	0,06	0,07	0,07	0,09
Susuki et al. [10]	Média	1,49	1,49	1,49	1,48
	Desvio padrão	0,12	0,12	0,12	0,13
	cv	0,08	0,08	0,08	0,09

¹ Resistência do nó superior prescrito pela NBR 6118 [4]; ² Resistência do nó superior sem considerar o fator α_{v2} .

A Tabela 5 mostra os parâmetros estatísticos por grupo de ensaios de cada pesquisador. Essa análise mostra a grande diferença na previsão da carga de ruptura quando selecionamos apenas os ensaios de Susuki et al. [10]. No caso dos ensaios de Blévat e Frémy [1] e o de Santos et al. [3] são parecidos. O modelo de Fusco continua bastante conservador.

No conjunto de ensaios selecionados de [1], nota-se que os 4 últimos ensaios (11,1a, 11,1b, 11,2a e 11,2b) não foram bem previstos pelos modelos discutidos. Blévat ([1]) descreve que a ruptura ocorreu com grandes fissuras verticais e inclinadas, típico de ruptura frágil. Esse comportamento pode indicar ruptura por insuficiência de ancoragem das barras. A média e o coeficiente de variação da relação entre carga de ruptura experimental e carga teórica, sem esses ensaios, são iguais a: 1,14 e 0,09, para o modelo de Blévat

Tabela 6

Comparação do modelo de Fusco com os ensaios de Blévat e Frémy [1]

Identif.	$F_{\text{ensaio}} / F_{\text{teórico}}$	
	Fusco ¹	Fusco ²
4N2	1,04	1,04
4N2 ^{bis}	1,03	1,03
4N4	1,85	0,85
4N4 ^{bis}	1,79	0,91
2,2	1,34	0,99
2,3	1,27	1,09
3,1	1,19	1,19
1A,2 ^{bis}	1,92	0,78
1A,3	1,76	0,99
10,1a	1,61	0,69
10,1b	1,21	0,68
11,1a	1,37	0,48
11,2a	1,18	0,47
11,2b	1,27	0,53
Média	1,45	0,79
Desvio	0,28	0,23
cv	0,20	0,29

¹ Verificação do nó sobre a estaca limitando a tensão vertical;

² Verificação do nó sobre a estaca limitando a tensão na biela.

[1]; 1,20 e 0,08, para o modelo de Santos et al. [3] (sem considerar α_{v2} na resistência à compressão da biela). Percebe-se a melhora na previsão de ambos (devido a redução do desvio padrão).

Os corpos-de-prova dos ensaios de Susuki et al. [10] tinham pilares com grandes dimensões resultando na ruptura do bloco por flexão e tensões verticais na base dos pilares (para a carga de ruptura) relativamente baixas em comparação com a resistência do concreto à compressão. Nesses casos, o equacionamento do modelo de Santos et al. [3] torna-se equivalente ao do método clássico, pois mesmo com y igual a zero, a segurança em relação ao esmagamento da biela ou ruptura do nó superior é verificada.

O conservadorismo, observado em função da resistência do pilar ser muito maior que a carga aplicada, sugere que o modelo a ser utilizado difere dos modelos analisados, ou seja, este caso está fora da aplicabilidade desses métodos, embora eles possam ser utilizados a favor da segurança. Um modelo de bielas e tirantes mais adequado seria o mostrado na Figura 11.

Em face do conservadorismo do modelo de Fusco, dado pela limitação da tensão vertical na região da estaca, uma segunda análise foi realizada limitando a tensão na biela em fcd. Os resultados das duas análises são mostrados na Tabela 6.

No caso dos ensaios analisados, o modelo de Fusco se mostrou sensível a determinação da área ampliada da estaca, por exemplo, nos ensaios reduzidos de Blévat (Figura 2) foi considerada que não há abertura de carga, uma vez que a distância da borda da estaca à borda do bloco é de apenas 2 cm e provavelmente não há armadura neste trecho. Se considerarmos abertura de carga até a borda do bloco, teríamos um aumento de resistência na região da estaca de 65% (182/142-1), o que melhoraria sensivelmente a previsão em relação a esses ensaios.

5. Conclusões

Neste estudo, quatro modelos de bielas e tirantes aplicados a blocos de fundações foram analisados, sendo que três deles foram comparados com resultados experimentais.

O método clássico de Blévat [1], muito utilizado no Brasil, mostra-se adequado e um pouco conservativo em relação ao conjunto de ensaios analisados. Esse modelo determina a tensão na biela comprimida de forma convencional que resulta em tensões maiores que as "reais".

O modelo de Fusco [5] baseia-se no modelo clássico e introduz o conceito de abertura de carga de modo a determinar de forma mais realista a tensão de compressão na biela. As comparações com ensaios mostram que o modelo de Fusco é muito sensível a essa abertura de carga. Além disso, Fusco [5] idealizou o modelo para blocos com ângulos de bielas mais abatidos e, por isso, as previsões por esse modelo são muito conservativas.

O modelo recentemente apresentado por Santos et al. [3] mescla o modelo clássico com o conceito de abertura de carga de Fusco [5] de maneira consistente com os modelos de bielas e tirantes e campos de tensões. As comparações experimentais mostram que o resultado desse modelo é parecido com o do método clássico, ou seja, tem segurança adequada.

A comparação dos modelos de bielas e tirantes mais utilizados no Brasil com os resultados experimentais mostra que o nível de segurança do modelo recentemente proposto por Santos et al. [3] é equivalente ao do método clássico de Blévoit, muito utilizado no Brasil. No entanto, a grande diferença entre eles não pôde ser evidenciado pelos ensaios selecionados, pois as taxas mecânicas de armadura dos corpos-de-prova não eram altas.

O modelo de Santos et al. [3] permite a utilização dos limites de resistência de nós e bielas prescritas pela norma brasileira em vigor (que são aplicáveis a elementos planos) sem acrescentar excessivo conservadorismo em relação ao modelo de Blévoit.

A partir das comparações experimentais, propõe-se a eliminação do fator de efetividade (α_{v2}) na verificação da resistência do nó superior para blocos com 4 ou mais estacas.

6. Referências bibliográficas

- [1] BLEVOT, J.; FRÉMY, R. (1967). Semelles sur pieux. *Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics.*, Paris, v.20, n.230.
- [2] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (1970). CEB-FIP Recommendations particulières au calcul et à l'exécution des semelles de fondation. *Bulletin d'Information*, Paris, n.73.
- [3] Santos, D. M.; Marquesi, M. L.; Stucchi, F. R. (2015). Dimensionamento de blocos de fundações sobre 2 e 4 estacas. In: ABNT NBR 6118:2014 comentários e exemplos de aplicação. IBRACON, 455-478, São Paulo.
- [4] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2014). NBR6118 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro.
- [5] FUSCO, P. B. (1995). Técnicas de armar as estruturas de concreto. Editora PINI, São Paulo.
- [6] ADEBAR, P.; KUCHMA, D. COLLINS, M. P. (1990). Strut-and-tie models for design of pile caps: An experimental study. *ACI Journal*, v. 87, n.1, p.81-91.
- [7] ADEBAR, P.; ZHOU, Z. (1993). Bearing strength of compressive struts confined by plain concrete. *ACI Journal*, v. 90, n.5, p.534-541.
- [8] ADEBAR, P.; ZHOU, Z. (1996). Design of deep pile caps by strut-and-tie models. *ACI Journal*, v. 93, n.4, p.1-12.
- [9] CLARKE, J. L. (1973). Behavior and design of pile caps with four piles. Cement and concrete association, London, 19p. (Technical Report, n. 42.489).
- [10] SUZUKI, K.; OTSUKI, K.; TSUBATA, T. (1998). Influence of bar arrangement on ultimate strength of four pile caps. *Transactions of the Japan Concrete Institute*, V. 20, pp. 195-202.
- [11] SUZUKI, K.; OTSUKI, K.; TSUBATA, T. (1999). Experimental Study on Four-Pile Caps with Taper. *Transactions of the Japan Concrete Institute*, V. 21, pp. 327-334.
- [12] SUZUKI, K.; OTSUKI, K.; TSUHIYA, T. (2000). Influence of Edge Distance on Failure Mechanism of Pile Caps. *Transactions of the Japan Concrete Institute*, V. 22, pp. 361-366.
- [13] SUZUKI, K., and OTSUKI, K., (2002). Experimental Study on Corner Shear Failure of Pile Caps, *Transactions of the Japan Concrete Institute*, V. 23, 2002
- [14] CAO, J. (2009). The shear behavior of the reinforced concrete four-pile caps. University of Southampton, United Kingdom, PhD Thesis.
- [15] MIGUEL, G. M. (2000). Análise experimental e numérica de blocos sobre três estacas. Tese (doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP.
- [16] BARROS, R. (2013). Análise numérica experimental de blocos de concreto armado sobre duas estacas com cálice externo, parcialmente embutido e embutido utilizado na ligação pilar-fundação. Tese (doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP.
- [17] MUNHOZ, F. S. (2014). Análise experimental e numérica de blocos rígidos sobre duas estacas com pilares de seções quadradas e retangulares e diferentes taxas de armadura. Tese (doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP.
- [18] PARK, J., KUCHMA, D. e SOUZA, R. (2008). Strength predictions of pile caps by a strut-and-tie model approach. *Canadian Journal of Civil Engineering*, v. 31, n.1, p.109-119.
- [19] ACI COMMITTEE 318 (2014). Building Code Requirements for Structural Concrete: (ACI 318-14) and Commentary. Farmington Hills, MI: American Concrete Institute.
- [20] SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K.; JENNEWEIN, M. (1987). Toward a consistent design of structural concrete. *PCI Journal*, v.32, n.3; p.75-150.
- [21] MUTTONI, A.; SCHWARTZ, J.; THÜRLIMANN B. (1997). Design of concrete structures with stress fields. Birkhäuser, 143p.
- [22] CARVALHO, M. L. (2018). Análise de confiabilidade de modelos de capacidade resistente de blocos de fundação. Dissertação (mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.