# BRAGANTIA

*Boletim Técnico do Instituto Agronômico do Estado de São Paulo*

Vol. 14 Campinas, fevereiro de 1955 N.º 13


# DELINEAMENTO EM BLOCOS INCOMPLETOS BALANCEADOS COM O NÚMERO DE VARIEDADES IGUAL AO NÚMERO DE BLOCOS (*)


H. VAZ DE ARRUDA

*Engenheiro agrônomo, Seção de Técnica Experimental, Instituto Agronômico*



RESUMO

No presente trabalho apresentamos a construção e análise de um delineamento em blocos incompletos, com o número de variedades igual ao número de blocos.

O delineamento foi aplicado numa experiência de competição de linhagens e variedades de algodoeiro.

Nos delineamentos dêste tipo as variedades não se acham reunidas em repetições completas, não sendo possível separar o componente entre repetições do êrro experimental. Assim, é preferível usar o delineamento em *látice* para as experiências com grande número de variedades e deixar o delineamento em blocos incompletos para os casos em que o tamanho dos blocos é limitado pela natureza do material experimental.


## 1 - INTRODUÇÃO

Êste trabalho foi feito para mostrar a análise e a eficiência do delineamento em blocos incompletos balanceados numa experiência com linhagens e variedades de algodoeiro.

Antes, porém, de apresentar a análise, achou-se interessante mostrar a construção dêste delineamento.

Os delineamentos em blocos incompletos caracterizam-se por apresentar as v variedades (tratamentos) arranjadas em **b** blocos com **k** variedades cada um, sendo cada uma delas repetida **r** vêzes. Delineamento balanceado é aquêle em que um par de variedades ocorre um número $\lambda$ de vêzes num mesmo bloco.

Da condição de balanceamento podem-se deduzir as seguintes igualdades:

a) $$b\,k = r\,v$$

b) número de pares de variedades $= \dfrac{v(v-1)}{2}$


(*) Agradecemos ao Eng. Agr. Oswaldo Silveira Neves, o fornecimento dos dados que possibilitaram a execução do presente trabalho.

Recebido para publicação em 20 de novembro de 1954.

c) idem, num mesmo bloco $= \dfrac{k(k-1)}{2}$

d) idem, na experiência tôda $= \dfrac{b\ k(k-1)}{2} = \dfrac{\lambda v(v-1)}{2}$

Na última igualdade, substituindo **b k** por **r v** ter-se-á :

$$\lambda(v-1) = r(k-1)$$

Para ser possível a construção de um delineamento em blocos incompletos balanceados são necessárias as condições :

$$b\ k = r\ v \qquad \lambda\ (v-1) = r(k-1)$$

## 2 - CONSTRUÇÃO

A partir dos quadrados completamente ortogonalizados podem-se construir duas séries de delineamentos em blocos incompletos balanceados. O delineamento em questão está incluído numa das séries.

É sempre possível construir um quadrado completamente ortogonalizado de lado **n,** quando **n** é um número primo ou potência inteira de um número primo.

O quadrado latino :

| | | |
|---|---|---|
| A | B | C |
| B | C | A |
| C | A | B |

permite classificar os nove elementos (canteiros) em três categorias mùtuamente ortogonais :

| | G.L. |
|---|---|
| entre linhas | 2 |
| entre colunas | 2 |
| entre letras | 2 |
| resto | 2 |
| Total | 8 |

Estas classificações são ditas ortogonais porque todos os elementos de uma categoria aparecem uma única vez com cada elemento das outras categorias. Aqui, cada letra entra uma só vez em cada linha e em cada coluna, bem como cada linha tem um só elemento representativo de cada coluna.

A estas três categorias, pode-se juntar uma quarta, correspondente ao componente entre números, com 2 graus de liberdade e sòmente mais essa quarta categoria, completando um quadrado completamente ortogonalizado de lado 3.

| | | |
|---|---|---|
| $A_1$ | $B_2$ | $C_3$ |
| $B_3$ | $C_1$ | $A_2$ |
| $C_2$ | $A_3$ | $B_1$ |

Generalizando, diz-se que um quadrado completamente ortogonalizado de lado **n** permite uma classificação dos $\mathbf{n}^2$ elementos em $\mathbf{n+1}$ categorias mùtuamente ortogonais, sendo cada categoria uma classificação em **n** classes de **n** elementos.

O presente delineamento onde **t** = **b** = **21**, é obtido, como será visto, a partir de um quadrado completamente ortogonalizado de lado 4 ($2^2$, potência de um número primo).

O quadrado de lado 4, com as categorias além de linhas e colunas representadas por número, é dado juntamente com os 16 elementos, correspondentes às letras de cada variedade.

*Quadrado completamente ortogonalizado* 4x4

| | | | |
|---|---|---|---|
| 111 A | 222 B | 333 C | 444 D |
| 234 E | 143 F | 412 G | 321 H |
| 342 I | 431 J | 124 K | 213 L |
| 423 M | 314 N | 241 O | 132 P |

A construção dos quadrados ortogonalizados é mostrada por Stevens (**3**).

A separação das variedades nas cinco categorias é dada a seguir :

*Linhas*

| | | | |
|---|---|---|---|
| A | B | C | D |
| E | F | G | H |
| I | J | K | L |
| M | N | O | P |

*Colunas*

| | | | |
|---|---|---|---|
| A | E | I | M |
| B | F | J | N |
| C | G | K | O |
| D | H | L | P |

1.º *números*

| | | | |
|---|---|---|---|
| A | F | K | P |
| B | E | L | O |
| C | H | I | N |
| D | G | J | M |

2.º *números*

| | | | |
|---|---|---|---|
| A | G | L | N |
| B | H | K | M |
| C | E | J | P |
| D | F | I | O |

3.º *números*

| | | | |
|---|---|---|---|
| A | H | J | O |
| B | G | I | P |
| C | F | L | M |
| D | E | K | N |

A esta classificação correspondem os delineamentos da 1.ª série, apresentando as variedades reunidas em repetições completas. As características dos delineamentos desta série são as seguintes :

$$\begin{aligned} n &= 4 \\ v^2 &= n^2 = 16 \\ k &= n = 4 \\ b &= n(n+1) = 20 \\ r &= n+1 = 5 \\ \lambda &= 1 \end{aligned}$$

Condição balanceamento
$$\left\{ \begin{aligned} bk &= rv \\ (20x4) &= 5 \text{ x } 16 \\ \lambda(v-1) &= r(k-1) \\ 1(16-1) &= 5(4-1) \end{aligned} \right.$$

Outra série de delineamento pode ser obtida a partir dos quadrados ortogonalizados. Basta, para isto, juntar a cada bloco de uma mesma repetição do delineamento anterior, uma nova variedade e reunir, num último bloco, as **n+1** variedades adicionadas.

O novo delineamento irá ter as seguintes características:

$$\begin{aligned} v = b = n^2 + (n+1) &= 21 \\ k = \quad n+1 &= 5 \\ r = \quad n+1 &= 5 \\ \lambda &= 1 \end{aligned}$$

Condição balanceamento
$$\left\{ \begin{aligned} bk &= rv \\ 21 \text{ x } 5 &= 5 \text{ x } 21 \\ \lambda(v-1) &= r(k-1) \\ 1(21-1) &= 5(5-1) \end{aligned} \right.$$

Os 21 blocos neste delineamento não formam repetições completas e são considerados como unidades independentes para o sorteio. Além do sorteio da posição dos blocos devemos sortear a posição das variedades dentro de cada bloco, bem como a letra a ser dada para cada variedade.

No quadro 1 é mostrado o delineamento resultante, com as produções de cada canteiro. Deve-se lembrar que a distribuição no campo, dos blocos e canteiros, foi feita ao acaso.

QUADRO 1. — Produção de variedades de algodoeiro (kg de algodão em caroço por 10 $m^2$)

| Blocos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | A 1,53<br>B 2,33<br>C 2,62<br>D 1,76<br>Q 1,21 | E 1,29<br>F 1,66<br>G 1,50<br>H 1,12<br>Q 0,80 | I 2,00<br>J 2,04<br>K 2,33<br>L 1,65<br>Q 0,87 | M 1,40<br>N 1,05<br>O 1,13<br>P 1,10<br>Q 0,90 | A 1,80<br>E 1,42<br>I 2,05<br>M 2,34<br>R 1,91 | B 1,46<br>F 1,92<br>J 2,15<br>N 1,29<br>R 1,39 | C 1,99<br>G 1,02<br>K 1,23<br>O 1,21<br>R 1,16 |
| Total de blocos (B) | 9,45 | 6,37 | 8,89 | 5,58 | 9,52 | 8,21 | 6,61 |
| Blocos | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| | D 1,63<br>H 1,57<br>L 1,32<br>P 1,20<br>R 1,57 | A 1,25<br>F 1,65<br>K 1,66<br>P 1,49<br>S 1,28 | B 1,36<br>E 1,10<br>L 1,72<br>O 1,40<br>S 1,13 | C 2,01<br>H 1,64<br>I 1,87<br>N 1,63<br>S 1,04 | D 1,84<br>G 1,65<br>J 1,85<br>M 2,13<br>S 0,86 | A 0,97<br>G 1,44<br>L 0,67<br>N 1,02<br>T 0,70 | B 1,36<br>H 0,97<br>K 1,92<br>M 1,38<br>T 1,24 |
| Total de blocos (B) | 7,29 | 7,33 | 6,71 | 8,19 | 8,33 | 4,80 | 6,87 |
| Blocos | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| | C 2,01<br>E 1,06<br>J 1,41<br>P 1,19<br>T 1,17 | D 1,23<br>F 2,04<br>I 1,69<br>O 1,63<br>T 1,28 | A 0,77<br>H 1,45<br>J 1,57<br>O 0,91<br>U 1,51 | B 1,27<br>G 0,92<br>I 1,48<br>P 0,85<br>U 1,46 | C 1,52<br>F 2,25<br>L 1,13<br>M 1,32<br>U 2,15 | D 1,36<br>E 0,71<br>K 1,91<br>N 1,38<br>U 2,22 | Q 0,69<br>R 1,14<br>S 0,77<br>T 0,96<br>U 1,37 |
| Total de blocos (B) | 6,84 | 7,87 | 6,21 | 5,98 | 8,37 | 7,58 | 4,93 |

Como se verifica, o **Q** entra com os quatro blocos da primeira repetição, **R** com os da segunda, **S** com os da terceira, **T** com os da quarta, **U** com os da quinta e finalmente, **QRSTU** no bloco 21.

Existe delineamento do tipo em discussão para os seguintes números de tratamentos (v):

| n.° varied. | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 ...... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v = b | 13 | 21 | 31 | 57 | 91 | 133 | 183 ...... |
| r = k | 4 | 5 | 6 | 8 | 10 | 12 | 13 ...... |

para os quais $\lambda = 1$

## 3 - ANÁLISE ESTATÍSTICA

A análise estatística é feita segundo Cochran e Cox (1) com recuperação da informação entre blocos. O cálculo da soma de quadrados para blocos, ajustada para o efeito de variedades é, no presente caso, obtido mais fàcilmente do que para os demais delineamentos em blocos incompletos, que requerem um cálculo indireto dêsse componente.

As somas de quadrados para o total e entre variedades são obtidas pela maneira usual.

Para o cômputo do componente entre blocos, necessita-se dos valores dados a seguir:

1) total de cada bloco definido por B;
2) total de cada variedade definido por T;
3) total dos 5 blocos nos quais cada variedade aparece definida por $B_t$; a soma dos 21 valores de $B_t$ deve ser igual a 5G onde G é o total geral, obtido a partir da soma de todos os canteiros da experiência;
4) $W = (t-k)T - (t-1)B_t + (k-1)G$
   $W = 16T - 20B_t + 4G.$

O total dêsses valores é igual a zero.

A soma de quadrados para blocos (ajustados) é dada diretamente por:

$$\text{S.Q.Blocos} = \frac{\Sigma W^2}{tr(t-k)\,(k-1)} = \frac{1}{6.720} \qquad \Sigma\, W^2 = 5{,}4987$$

O quadro da análise da variância é construído logo em seguida.

Para o ajustamento das produções das variedades deve-se determinar o fator de ponderação $\mu$:

$$\mu = \frac{Eb - Ee}{t(k-1)Eb} = \frac{0{,}2749 - 0{,}0538}{21(5-1)\,0{,}2749} = 0{,}00957$$

Com êsse fator são obtidas as produções ajustadas, indicadas no quadro 3.

QUADRO 2. — Análise da variância com recuperação da informação entre blocos

| Fontes de variação | G. L. | S. Q. | Q. M. |
|---|---|---|---|
| Blocos (elim. variedades) | 20 | 5,4987 | 0,2749 Eb |
| Variedades (ign. blocos) | 20 | 10,5163 | |
| Êrro | 64 | 3,4407 | 0,0538 Ee |
| Total | 104 | | |

QUADRO 3. — Cálculo das produções ajustadas, de algodão em caroço

| | T | Bt | W | T + $\mu$ W | Médias corrigidas |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 6,32 | 37,31 | —37,36 | 5,96 | 1,19 |
| B | 7,78 | 37,22 | —12,20 | 7,66 | 1,53 |
| C | 10,15 | 39,46 | —19,08 | 9,97 | 1,99 |
| D | 7,82 | 40,52 | —77,56 | 7,08 | 1,42 |
| E | 5,58 | 37,02 | —43,30 | 5,17 | 1,03 |
| F | 9,52 | 38,15 | — 2,96 | 9,49 | 1,90 |
| G | 6,53 | 32,09 | 70,40 | 7,20 | 1,44 |
| H | 6,75 | 34,93 | 17,12 | 6,91 | 1,38 |
| I | 9,09 | 40,45 | —55,84 | 8,56 | 1,71 |
| J | 9,02 | 38,48 | —17,56 | 8,85 | 1,77 |
| K | 9,05 | 37,28 | 6,92 | 9,12 | 1,82 |
| L | 6,49 | 36,06 | — 9,64 | 6,40 | 1,28 |
| M | 8,57 | 38,67 | —28,56 | 8,30 | 1,66 |
| N | 6,37 | 34,36 | 22,44 | 6,58 | 1,32 |
| O | 6,28 | 32,98 | 43,60 | 6,74 | 1,35 |
| P | 5,83 | 33,02 | 40,60 | 6,22 | 1,24 |
| Q | 4,47 | 35,22 | —25,16 | 4,23 | 0,85 |
| R | 7,17 | 36,56 | — 8,76 | 7,09 | 1,42 |
| S | 5,08 | 35,49 | —20,80 | 4,88 | 0,98 |
| T | 5,35 | 31,31 | 67,12 | 5,99 | 1,20 |
| U | 8,71 | 33,07 | 85,68 | 9,53 | 1,91 |
| | G = 151,93 | 5G = 759,65 | 0 | 151,93 | d.m.s. = 0,31<br>prob. = 0,05 |

Tem-se que levar em conta o êrro na estimativa do fator de ponderação $\mu$, resultando para variância efetiva do êrro, **E'e,** o seguinte valor:

$$E'e = Ee \left[ 1 + (t-k)\ \mu \right] = 0{,}0538 \left[ 1 + (21-5)\ 0{,}00957 \right] = 0{,}0620$$

A variância da média de uma variedade é dada por:

$$S^2_{\bar{x}} \frac{2}{x} = \frac{E'e}{r} = \frac{0{,}0620}{5} = 0{,}0124$$

De posse das médias corrigidas e da variância do êrro experimental, calcula-se a d.m.s. para verificar a significância das diferenças entre as médias.

$$\text{d.m.s.} = t \sqrt{\frac{2E'e}{r}} = 2{,}00 \sqrt{\frac{2(0{,}0620)}{5}} = 0{,}31$$

sendo o valor de t = 2,00, o correspondente ao nível de probabilidade de 5% para 64 graus de liberdade.

### 3.1 — USO INDICADO E EFICIÊNCIA DO DELINEAMENTO NA EXPERIÊNCIA EM QUESTÃO

Êsse delineamento não permite calcular uma estimativa do êrro que teríamos considerando a experiência como blocos ao acaso, devido ao mesmo não possuir os blocos reunidos em repetições, como acontece com os delineamentos tipo *látice*. Os *látices* são em geral mais eficientes por permitirem separar do êrro experimental mais um componente devido à variação entre repetições. Quando o delineamento utilizado é um *látice*, pode-se ter a eficiência dêsse novo delineamento comparado ao delineamento clássico, já consagrado na experimentação agrícola, que é o em blocos ao acaso.

O tipo do delineamento estudado tem sua maior aplicação em experiências nas quais o tamanho dos blocos é limitado pela natureza do material experimental (4). Em experiências com animais é bastante eficiente o uso de indivíduos irmãos da mesma ninhada como constituintes de um bloco, e o número de indivíduos por bloco é peculiar ao animal em estudo.

Já foi publicada outra experiência onde foi utilizado delineamento dêsse tipo, sendo a cultura o tomateiro (2).

Para ter-se apenas uma idéia de precisão nas estimativas das médias de variedades calculou-se o coeficiente de variação dado por:

$$\text{C. Variação} = \frac{\sqrt{E'e}}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{0{,}23}{1{,}44} \cdot 100 = 16\%$$

onde $\bar{x}$ é a média geral da experiência.

O coeficiente de variação de 16% está dentro dos limites encontrados para experiências com o algodoeiro. Infelizmente, não se tem a estimativa da eficiência do delineamento em blocos ao acaso com igual número de variedades e repetições.

## 4 - CONCLUSÕES

O delineamento em questão não possui os blocos reunidos em repetições completas, não podendo separar o componente entre repetições, do êrro experimental. Assim deve-se, sempre que possível, dar preferência ao delineamento em *látice*, que permite eliminar êste componente e deixar o em blocos incompletos para as experiências onde o tamanho dos blocos é limitado pela natureza do material experimental.

## ANALYSIS OF BALANCED, INCOMPLETE BLOCK DESIGNS WHEN NUMBER OF VARIETIES EQUALS NUMBER OF BLOCKS

### SUMMARY

The construction and analysis of a balanced, incomplete block experiment that was carried out to compare cotton varieties and lines is discussed. In this experiment **v** = **b** = 21, **r** = **k** = 5, and **d** = 5. The symbol **v** represented the number of varieties tested; **b**, the number of blocks; **r**, replications; **k**, varieties per block, and **d**, number of times any two given varieties occurred in the same block.

Since this type of design does not have replications with a complete set of blocks, it is not possible to separate the component between replications of the experimental error. It is, therefore, preferable to use lattice designs for most experiments designed to compare varieties and use the incomplete block designs only when size of blocks is limited by the nature of the material under test.

It is not possible to compare the efficiency of balanced incomplete block designs with that of randomized blocks. Judging by the coefficient of variation that was of 16% in the present experiment, it may be said that the estimates of the mean were within the range of those found in randomized block experiments with cotton varieties.

## LITERATURA CITADA

1. **COCHRAN, W. G. & COX, G. M.** Experimental designs. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1950. 454 p.

2. **FRAGA, C. G.** (júnior) **& COSTA, A. S.** Análise de um experimento para contrôle de vira-cabêça do tomateiro. Bragantia 10:[306]-316. 1950.

3. **STEVENS, W. L.** The completely orthogonalized latin-square. Ann. Eugen., Lond. 9:82-83. 1939.

4. **YATES, F.** The recovery of inter-block information in balanced incomplet block designs. Ann. Eugen., Lond. 10:318-325. 1940.