

BRAGANTIA

Revista Científica do Instituto Agrônomo do Estado de São Paulo

Vol. 36

Campinas, fevereiro de 1977

N.º 4

ESTUDOS EM UM GRUPO ESPECIAL DE DELINEAMENTOS (1/5)(5³) (1)

JOASSY DE PAULA NEVES JORGE e ARMANDO CONAGIN (2), *Divisão de Plantas Alimentícias Básicas, Instituto Agrônomo*

SINOPSE

Para avaliar as propriedades do delineamento (1/5) (5³), obtido pela superposição de três quadrados latinos ortogonais, foi usada simulação de dados, a partir primeiramente da equação fundamental seguinte:

$$Y_{1jk} = 3500 + 180 \xi_{11} + 250 \xi_{1j} + 120 \xi_{1k} - 42 \xi_{21} - 55 \xi_{2j} - 28 \xi_{2k} - 25 \xi_{11j} - 18 \xi_{11k} - 12 \xi_{1jk} \quad (A)$$

Os coeficientes da equação fundamental (A) representam o valor médio, os efeitos lineares, quadráticos e as interações linear x linear entre os três fatores npk para uma superfície de resposta expressa em quilogramas de milho por hectare; os valores desses coeficientes foram escolhidos de tal modo que os efeitos principais são significativamente diferentes de zero, os coeficientes quadráticos e as interações fazendo com que o ponto de máximo da função esteja localizado entre os dois níveis mais altos, dentro do intervalo das dosagens utilizadas.

Os valores dos componentes linear e de segundo grau para as superfícies adaptadas através de um modelo quadrático e de um modelo com raiz quadrada foram, respectivamente:

$$\text{modelo quadrático: } \gamma_1 = -3 + X, \quad \gamma_2 = 7 - 6X + X^2$$

$$\text{modelo com raiz quadrada: } \xi_1 = \alpha_1 + \sqrt{X} \text{ e } \xi_2 = \alpha_2 + \gamma_2 \sqrt{X + X}$$

onde $\alpha_1 = -1,67646$; $\alpha_2 = 2,41157$; $\gamma_2 = -3,22798$, obtidos com as restrições de ortogonalidade: $\sum \xi_1 = \sum \xi_2 = \sum \xi_1 \sum \xi_2 = 0$, conforme descrito em trabalho anterior (3).

Os erros a serem distribuídos pelos tratamentos foram calculados a partir de um histograma da curva normal, com coeficiente de variação de 8,5%; a atribuição desses erros foi feita por sorteio ao acaso, para os 25 tratamentos obtidos a partir da equação (A), simulando-se 60 conjuntos de dados.

Foram adaptadas as superfícies de resposta de modelos quadrático e com raiz quadrada a cada um dos 60 experimentos, e também às médias de tratamentos obtidas pelo agrupamento de n experimentos, com n igual a 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 e 60.

(1) Trabalho apresentado na IX Conf. int. de Biometria, Boston, Ma., USA, em agosto de 1976. Recebido para publicação em 20 de julho de 1976.

(2) Com bolsas de suplementação do C.N.Pq.

Os estimadores $\hat{\beta}_p$ dos parâmetros apresentaram boa convergência para os dois modelos, e os coeficientes de determinação tiveram praticamente o mesmo valor.

A porcentagem de pontos de máximo, obtida através das equações canônicas, é dada a seguir, para os diferentes grupamentos, nos dois modelos.

MODELO	GRUPAMENTO											
	1	2	3	4	5	6	10	12	15	20	30	60
Quadrático	35	70	70	67	92	90	100	100	100	100	100	100
Raiz quadrada	13	27	35	47	50	50	67	80	75	100	100	100

Também foi feita simulação tendo por base uma equação fundamental (C) de tipo raiz quadrada. Conclusões análogas foram obtidas em relação aos estimadores $\hat{\beta}_p$. Em relação à porcentagem de pontos de máximo, para esta nova equação fundamental utilizada, foram obtidos os seguintes resultados:

MODELO	GRUPAMENTO											
	1	2	3	4	5	6	10	12	15	20	30	60
Quadrático	33	70	65	67	92	90	100	100	100	100	100	100
Raiz Quadrada	15	27	35	47	50	50	67	80	75	100	100	100

Os valores indicam que, independentemente da equação fundamental utilizada, quando o modelo é de natureza quadrática, o grupamento de 10 experimentos do delineamento (1/5) (5ª) é suficiente para obter 100% de pontos de máximo, enquanto são necessários 20 experimentos quando se utiliza o modelo com raiz quadrada.

É desenvolvida, para os dados da simulação com (A) e (C), a partir das equações em X, a análise econômica para os dois modelos, com apresentação sucinta dos principais resultados obtidos.

1 — INTRODUÇÃO

A partir de 1958, um grande grupo de experimentos fatoriais 3x3x3 foi conduzido no Estado de São Paulo, com vistas à obtenção das recomendações de adubação, para as principais culturas: algodão (4), milho (6), cana-de-açúcar (1), e feijão (5).

Posteriormente foi utilizado o Central Composto do tipo $2^3+2(3)+1$, com duas repetições e com o valor $\alpha=2$, principalmente para ensaios de adubação com milho (6).

Na avaliação da superfície de resposta o modelo geralmente utilizado tem sido o polinomial quadrático ou, em alguns casos, a equação de

Mitscherlich; algumas vezes também a equação polinomial do tipo raiz quadrada.

Em muitos experimentos foi obtida uma porcentagem relativamente alta de "pontos de sela".

Algumas variações do delineamento Central Composto foram apresentadas:

a do tipo $2^3+2^3+2^3+2(3)+1$ por Tramel (11), a $2^3+2^3+2(3)+1$ por Voss e Pesek (12) e a $2^3+2^3+4(3)+1$ por Conagin, Jorge e Venturini (2), com o objetivo de melhor avaliar a curvatura da superfície de resposta e as estimativas dos coeficientes do modelo quadrático adotado.

Com os mesmos objetivos foi desenvolvida pelos autores a análise do fatorial fracionado (1/5) (5x5x5) obtido pela superposição de três quadrados latinos ortogonais (3).

As propriedades desse delineamento são analisadas, no presente estudo, através da simulação de experimentos individuais e de outros obtidos a partir destes pela reunião de grupos de experimentos de tamanhos diversos, a fim de avaliar o seu desempenho.

Foram consideradas duas equações lineares fundamentais para gerar os dados simulados: na primeira, o polinômio de mais alto grau, em X, é de natureza quadrática; na segunda, o polinômio de 2.º grau é em \sqrt{X} . Para simplificar, chamaremos abreviadamente a primeira de “equação fundamental quadrática” e a segunda

de “equação fundamental com raiz quadrada”.

Todo o estudo foi realizado primeiramente com os experimentos originados da primeira equação fundamental e será apresentado nos capítulos Material e Métodos, Análise dos Resultados e Conclusões; a seguir será exposto o estudo complementar a partir da equação fundamental com raiz quadrada e serão dadas conclusões gerais.

Os experimentos foram simulados para representar uma situação próxima à encontrada na cultura do milho no Estado de São Paulo, estudando, através de duas superfícies de resposta adaptadas a eles, a convergência das estimativas dos parâmetros, a frequência dos pontos de máximo e de sela e a distribuição dos pontos de ótimo-econômico.

2 — EQUAÇÃO FUNDAMENTAL QUADRÁTICA

2.1 — MATERIAL E MÉTODOS

Como ponto de partida desta primeira fase foi adotada a equação fundamental quadrática:

$$Y_{ijk} = 3500 + 180\xi_{1i} + 250\xi_{1j} + 120\xi_{1k} - 42\xi_{2i} - 55\xi_{2j} - 28\xi_{2k} - 25\xi_{11j} - 18\xi_{11k} - 12\xi_{1j1k} \quad (A)$$

Os coeficientes lineares foram escolhidos de forma a guardarem certa proporção, de acordo com a importância dos macronutrientes nas condições do Estado de São Paulo (o fósforo é o mais importante, seguido do nitrogênio e do potássio), situação essa encontrada para algumas culturas como algodão, milho, feijão, arroz. Os coeficientes quadráticos, distribuídos quase proporcionalmente aos coeficientes lineares, foram escolhidos de modo a constituírem cerca de 65% do incremento entre a quarta e a quinta dose; os 35% do incremento restante representam também, de forma proporcional, os coeficientes das interações respectivas. Na equação dada, o valor médio utilizado e os valores dos outros coeficientes guardam certa proporção com a produção de milho, em quilogramas por hectare, procurando caracterizar uma situação suscetível de ser encontrada para os ensaios de adubação dessa cultura.

No delineamento, os índices i, j e k indicarão os três fatores (nitrogênio, fósforo e potássio), as dosagens originais variando de 1 a 5 para cada um deles, e os tratamentos seguindo o esquema denominado Tipo I, III, IV (3).

Com base na equação quadrática (A), em que os polinômios em ξ são respectivamente $\xi_1 = \alpha_1 + X$ e $\xi_2 = \alpha_2 + \gamma_2 X + X^2$, com $\alpha_1 = -3$, $\alpha_2 = 7$ e $\gamma_2 = -6$, foram calculados vinte e cinco valores esperados correspondentes aos tratamentos.

A parte aleatória, que caracteriza a variação casual, foi calculada de tal forma a produzir um coeficiente de variação de 8,5%, que seria uma situação desejável na experimentação de campo. Dessa forma, aos valores esperados foram adicionadas quantidades que representam o erro experimental, encontradas a partir de histograma em forma simétrica, centrada e aproximadamente normal obtendo-se, assim, os 25 tratamentos correspondentes ao delineamento Tipo I, III, IV.

A partir da equação (A) e da atribuição ao acaso dos erros experimentais obtidos, foram simulados, da forma descrita, 60 conjuntos de 25 tratamentos, representando, teoricamente, uma rede de 60 experimentos.

Os 60 experimentos foram reunidos em grupos de 2 a 2, de 3 a 3, de 4 a 4, de 5 a 5, de 6 a 6, de 10 a 10, de 12 a 12, de 15 a 15, de 20 a 20, de 30 a 30, e ainda em um único experimento, média dos 60 originais.

Para cada um desses 168 experimentos foram estimados os valores $\hat{\beta}_p$, que compõem a equação em ξ , através da adaptação de duas superfícies de resposta, a primeira delas definida pelo modelo quadrático, já caracterizado, e a segunda pelo modelo com raiz quadrada, no qual $\xi_1 = \alpha_1 + \sqrt{X}$ e $\xi_2 = \alpha_2 + \gamma_2 \sqrt{X} + X$, com $\alpha_1 = -1,67646$, $\alpha_2 = 2,41157$ e $\gamma_2 = -3,22798$. Foram ainda calculadas as variâncias e covariâncias dos $\hat{\beta}_p$, feita a análise da variância, utilizando os esquemas desenvolvidos no trabalho já referido (3), que foram por nós passados para programação em linguagem Fortran (9). (Apêndice, onde são mostrados resultados da análise de um experimento pelos dois modelos).

A partir das equações estimadas foram determinadas as equações canônicas, para verificação das formas gerais das superfícies de resposta (8); assim, com os valores $\hat{\beta}_p$, nas 336 equações (168 de cada modelo de superfície de resposta), procuraram-se os valores de λ , solução da equação de 3.º grau obtida a partir de

$$\begin{pmatrix} \beta_{2i} - \lambda & \beta_{1ij}/2 & \beta_{1ik}/2 \\ \beta_{1ij}/2 & \beta_{2j} - \lambda & \beta_{1jk}/2 \\ \beta_{1ik}/2 & \beta_{1jk}/2 & \beta_{2k} - \lambda \end{pmatrix} = 0$$

ou seja, procuram-se os λ , solução da equação

$$\lambda^3 + A\lambda^2 + B\lambda + C = 0$$

Foram obtidas, portanto, 336 equações canônicas dadas na forma

$$\hat{Y}_{ijk} = \hat{Y}_0 + \lambda_1 Z_1^2 + \lambda_2 Z_2^2 + \lambda_3 Z_3^2$$

Se os três valores de λ forem negativos teremos ponto de máximo (elipsóide); se os três valores de λ forem positivos, teremos ponto de mínimo; serão "pontos de sela" os casos em que obtivermos dois λ positivos e um negativo (hiperbolóide de uma folha) ou um λ positivo e dois negativos (hiperbolóide de duas folhas).

A análise econômica da superfície de resposta, efetuada com os dois modelos, é realizada com o exemplo de adubação de milho a partir da equação em X (onde i representa doses de nitrogênio, j doses de fósforo, k doses de potássio) para a qual se procurou encontrar o ponto X_1 , X_j , X_k que torna máxima a expressão da receita líquida (lucro).

A receita líquida é dada, no caso do delineamento que estamos considerando, por:

$$L = (Y'_{ijk} - Y_{111}) P_Y - (X_i P_i + X_j P_j + X_k P_k) - (CA)_{111},$$

onde P_Y é o preço do quilograma do produto (milho, no caso)

P_i = preço da dose unitária de N, por hectare

P_j = preço da dose unitária de P_2O_5 , por hectare

P_k = preço da dose unitária de K_2O , por hectare

A receita líquida máxima é obtida pela solução do sistema de equações:

$$\frac{\delta L}{\delta X_i} = 0; \quad \frac{\delta L}{\delta X_j} = 0 \text{ e } \frac{\delta L}{\delta X_k} = 0, \text{ o que corresponde a}$$

$$\frac{\delta Y}{\delta X_i} = \frac{P_i}{P_Y}, \quad \frac{\delta Y}{\delta X_j} = \frac{P_j}{P_Y} \text{ e } \frac{\delta Y}{\delta X_k} = \frac{P_k}{P_Y}$$

A análise econômica foi feita utilizando a dosagem 111 contida no delineamento, em lugar da dose 000, comumente utilizada, porque, no modelo com raiz quadrada, a avaliação de Y_{000} levou sempre à obtenção de resultados negativos. Mas, se se quiser calcular a expressão do lucro em função da produção do tratamento 000, podem ser previamente colocados pontos 000 extras no experimento.

2.2 — ANÁLISE DOS RESULTADOS

Serão apresentados os resultados, através dos dois modelos, para os itens: Convergência dos $\hat{\beta}_p$; Verificação dos pontos extremos obtidos através da equação canônica; Análise econômica dos resultados.

2.2.1 — CONVERGÊNCIA DOS $\hat{\beta}_p$

Os parâmetros $\hat{\beta}_p$, estimados pelo métodos dos quadrados mínimos, são variáveis aleatórias normalmente distribuídas, com média β_p e variância $V(\hat{\beta}_p)$, isto é: $\hat{\beta}_p \sim N[\beta_p; V(\hat{\beta}_p)]$, em que as variâncias representam os valores da diagonal de $S^{-1}_{(7)}$.

Serão dadas com detalhe, nos quadros que seguem, todas as estimativas de $\beta_{1i}, \beta_{1j}, \beta_{1k}, \beta_{2i}, \beta_{2j}, \beta_{2k}$, encontradas através do uso do modelo quadrático; as estimativas β_{1ij}, β_{1ik} e β_{2jk} das interações, e que são

de menor interesse, deixarão de ser relacionadas individualmente e só será dado o resultado gráfico de seus valores máximo, médio e mínimo (Figura 3).

O quadro 1 relaciona os valores de $\beta_{1i}, \beta_{1j}, \beta_{1k}, \beta_{2i}, \beta_{2j}$ e β_{2k} para os 60 experimentos simulados, assinalando o valor máximo (M), o médio e o mínimo (m) observados. O quadro 2 relaciona os valores estimados dos mesmos parâmetros para 30 experimentos obtidos tomando-se dois a dois os experimentos anteriores. Os quadros 3 e seguintes relacionam os valores dos mesmos β_p para 20, 15, 12, 10, 6, 5, 4, 3, 2, e 1 experimentos, que correspondem aos grupos de 3 a 3, 4 a 4, 5 a 5, 6 a 6, 10 a 10, 12 a 12, 15 a 15, 20 a 20, 30 a 30 e o grupo dos 60, respectivamente. Em todos eles estão assinalados os valores m e M que servirão para mostrar, graficamente, a convergência dos valores β_p para os valores paramétricos à medida que o

número de experimentos cresce em cada grupo ($M - m =$ amplitude de dispersão). Isto seria realmente de esperar, pela própria caracterização dos $\hat{\beta}_p$, dada no primeiro pará-

grafo; o que vale salientar, entretanto, é a rapidez com que essa convergência se fez sentir para agrupamentos relativamente pequenos de experimentos.

QUADRO 1. — Estimativas dos parâmetros $\beta_{1i}, \beta_{1j}, \beta_{1k}, \beta_{2i}, \beta_{2j}, \beta_{2k}$ em 60 experimentos simulados

$\hat{\beta}_{1i}$	$\hat{\beta}_{1j}$	$\hat{\beta}_{1k}$	$\hat{\beta}_{2i}$	$\hat{\beta}_{2j}$	$\hat{\beta}_{2k}$
156,8000	239,4000	133,2000	— 54,4588	— 28,4414	—124,1601
235,8000	273,2000	155,4000	11,8004	— 57,2965	42,4225
182,8000	237,8000	170,8000	— 15,8388	— 61,7390	50,5890
M 246,2000	214,6000	158,8000	— 46,1641	—118,8292	— 65,6647
197,4000	238,4000	116,4000	— 67,6006	— 23,8057	8,9123
231,4000	248,8000	67,0000	13,8314	— 83,1811	29,4272
229,0000	197,0000	166,0000	— 24,7984	— 10,2521	19,7462
190,0000	246,2000	160,8000	3,6345	15,4983	— 27,9985
148,6000	266,8000	m 42,4000	— 19,3846	— 20,8754	10,6791
146,8000	305,0000	127,6000	— 55,0047	— 41,7217	— 4,0568
199,0000	249,4000	80,6000	—110,8570	— 94,3509	— 20,1338
158,2000	203,8000	107,6000	— 60,7777	2,3551	—102,5295
158,6000	249,0000	128,2000	— 10,6891	— 49,2785	53,9405
186,8000	235,2000	72,4000	— 72,0936	— 57,1759	— 6,5653
209,6000	278,4000	115,8000	— 23,7124	—100,8908	10,2154
146,0000	266,8000	95,2000	— 11,7087	— 48,3921	— 39,8909
224,8000	212,6000	94,0000	—117,4490	— 42,9023	— 2,1801
152,0000	238,6000	118,4000	— 18,2945	— 11,1041	— 58,3805
144,4000	262,6000	128,2000	— 26,3896	— 64,6739	— 65,7832
205,8000	294,4000	128,2000	— 47,6789	—129,1666	— 34,0044
205,6000	266,0000	149,2000	— 57,1514	m —131,4047	— 44,7939
232,2000	225,0000	184,4000	— 7,7596	— 36,3261	— 23,7704
193,2000	211,4000	66,0000	— 33,3425	— 69,7764	— 85,3861
168,2000	244,6000	M 186,8000	— 23,7780	— 52,6765	— 28,6228
201,8000	269,8000	113,8000	— 18,1071	— 60,2141	— 81,4355
166,8000	269,2000	90,4000	— 40,0068	—117,8128	20,9063
204,8000	237,2000	143,4000	— 93,2418	— 78,9518	— 41,3429
196,6000	224,0000	106,2000	— 37,2268	— 64,7418	— 34,2436
221,6000	289,4000	147,8000	— 83,6370	— 52,3336	— 43,9439
170,2000	265,6000	173,8000	— 21,9443	— 80,9881	M 81,0611
194,0000	301,2000	97,8000	— 18,4541	—110,0450	— 5,1602
117,0000	264,0000	88,0000	— 33,2379	— 12,2489	— 57,5244
190,4000	250,4000	92,4000	— 39,8996	— 23,3926	— 44,1159
119,6000	181,8000	97,4000	— 48,7335	— 24,8045	— 18,0812
213,8000	M 308,6000	168,0000	— 19,4672	— 87,6593	— 33,7180
215,8000	284,6000	77,0000	— 34,7803	— 71,3247	— 10,1069
191,6000	204,8000	76,4000	— 0,6789	—102,5151	— 38,1823
161,4000	257,2000	105,6000	— 98,9944	— 52,7207	16,7206
163,2000	255,0000	94,4000	— 76,4760	—103,9581	— 62,4603
145,8000	186,2000	160,4000	— 87,6650	— 15,2786	— 39,1104
149,2000	261,2000	156,2000	— 7,8703	— 67,1416	— 49,5875
199,4000	267,6000	103,2000	— 56,3841	M 19,5699	— 66,1500
139,4000	157,6000	75,2000	— 4,4024	— 46,0490	— 50,9369
140,8000	215,8000	82,8000	— 4,8296	— 53,4035	48,0377
146,6000	226,4000	169,8000	— 15,1155	— 87,3464	m —124,9537
141,6000	256,8000	155,4000	— 30,8252	— 41,4599	— 67,5145
m 61,0000	241,8000	137,2000	— 2,3975	— 41,3012	— 32,1904
138,4000	234,4000	99,4000	m —128,1663	— 57,4067	36,2559
133,4000	231,4000	123,4000	— 59,5979	— 1,7138	— 59,0432
194,8000	235,6000	92,0000	— 0,9009	—105,4495	— 51,6729
199,4000	216,0000	43,8000	— 1,2803	— 12,4931	— 16,4355
176,6000	218,4000	164,8000	M 42,2157	— 35,1042	— 15,3260
210,4000	262,0000	89,8000	— 60,7073	— 39,3373	— 65,9485
94,2000	265,4000	158,0000	— 86,6408	—131,4012	— 5,5154
193,2000	287,8000	161,6000	— 99,8331	— 75,5164	10,3702
142,0000	228,6000	140,4000	— 18,6800	— 73,6832	— 38,7411
185,4000	241,8000	78,0000	— 33,1800	— 54,3531	32,4223
221,2000	292,6000	129,8000	— 51,3486	— 36,4450	28,4977
173,2000	m 155,4000	87,0000	— 57,4557	— 97,8990	— 11,5705
197,0000	245,2000	135,8000	10,9271	— 92,0974	— 18,0450
Média 177,6800	244,9300	119,4966	— 37,8131	— 58,4238	— 23,6129

QUADRO 2. — Estimativas dos parâmetros $\beta_{1i}, \beta_{1j}, \beta_{1k}, \beta_{2i}, \beta_{2j}, \beta_{2k}$ em 30 experimentos simulados

β_{1i}	β_{1j}	β_{1k}	β_{2i}	β_{2j}	β_{2k}
196,3000	256,3000	144,3000	— 21,3291	— 42,8690	— 40,8688
214,5000	226,2000	164,8000	— 31,0014	— 90,2841	— 7,5378
214,4000	243,6000	91,7000	— 26,8845	— 53,4934	19,1698
209,5000	221,6000	163,4000	— 10,5819	— 2,6231	— 4,1261
147,7000	285,9000	85,0000	— 37,1946	M — 31,2986	— 3,3111
178,6000	226,6000	94,1000	m — 85,8174	— 45,9979	— 61,3316
172,7000	242,1000	100,3000	— 41,3914	— 53,2272	23,6876
177,8000	272,6000	105,5000	— 17,7106	— 74,6415	— 14,8377
188,4000	225,6000	106,2000	— 67,8718	— 27,0032	— 30,2803
175,1000	278,5000	— 37,0342	m — 96,9202	— 49,8938	— 49,8938
M 218,9000	245,5000	M 166,8000	— 32,4555	— 83,8654	— 34,2821
180,7000	228,0000	126,4000	— 28,5602	— 61,2264	— 57,0045
184,3000	269,5000	102,1000	— 29,0569	— 89,0136	— 30,2645
200,7000	230,6000	124,8000	— 65,2343	— 71,8468	— 37,7933
195,9000	277,5000	160,8000	— 52,7906	— 66,6609	18,5586
155,5000	282,6000	92,9000	— 25,8460	— 61,1470	— 31,3423
155,0000	216,1000	94,9000	— 44,3166	— 22,5986	— 31,0986
214,8000	M 296,6000	122,5000	— 27,1237	— 79,4920	— 21,9125
176,5000	231,0000	91,0000	— 49,1577	— 77,6179	— 10,7308
154,5000	220,6000	127,4000	— 82,0705	— 59,6183	— 50,7854
174,3000	264,4000	129,7000	— 24,2569	— 23,7858	— 57,8688
140,1000	m 186,7000	m 79,0000	— 0,2136	— 49,7263	— 1,4495
144,1000	241,6000	162,6000	— 22,9703	— 64,4031	m — 96,2341
m 99,7000	238,1000	118,3000	— 65,2819	— 49,3540	— 2,0327
164,1000	233,5000	107,7000	— 30,2494	— 53,5817	— 55,3581
188,0000	217,2000	104,3000	M 20,4677	— 23,7987	— 15,8807
152,3000	263,7000	123,9000	— 73,6741	— 85,3693	— 35,7320
167,6000	258,2000	151,0000	— 59,2565	— 74,5998	— 14,1854
203,3000	267,2000	103,9000	— 42,2643	— 45,3991	M 30,4600
185,1000	200,3000	111,4000	— 23,2643	— 94,9982	— 14,8078
Média 177,6800	244,9300	119,4967	— 37,8131	— 58,3738	— 23,6129

QUADRO 3. — Estimativas dos parâmetros $\beta_{1i}, \beta_{1j}, \beta_{1k}, \beta_{2i}, \beta_{2j}, \beta_{2k}$ em 20 experimentos simulados

β_{1i}	β_{1j}	β_{1k}	β_{2i}	β_{2j}	β_{2k}
191,7800	250,1200	M 153,1400	— 19,4687	— 49,1562	— 10,3800
M 224,8799	233,8799	114,0800	— 33,2969	— 75,3260	— 9,1179
189,1600	236,6400	123,0800	— 13,5367	M — 5,2077	0,7757
167,9800	252,6800	105,1800	m — 75,5832	— 44,5809	— 42,2317
185,0000	254,1800	105,4200	— 35,5104	— 69,0899	M 19,2183
174,3600	239,3200	102,5000	— 49,1703	— 34,1400	— 33,4835
185,1800	M 274,3200	135,1400	— 43,7157	m — 108,3661	— 48,2059
197,8400	226,9800	145,7000	— 21,7068	— 52,9272	— 45,9884
191,1000	258,6600	115,8400	— 50,4862	— 85,7728	— 33,8685
196,1200	259,5800	142,5600	— 47,7037	— 66,0441	0,9812
167,1600	271,8800	92,7400	— 30,5247	— 48,5516	— 35,5971
182,9800	258,3200	114,1400	— 34,3332	— 60,2666	— 20,6132
172,0400	238,9600	92,1200	— 58,2483	— 86,3573	— 27,9815
164,7600	238,3400	139,8800	— 45,4000	— 20,9230	m — 51,5944
142,2400	m 199,9200	109,2600	M — 5,1730	— 62,1963	— 42,6124
m 113,6800	244,2600	130,6000	— 53,8453	— 46,6496	— 21,1063
175,8600	227,6200	m 86,4000	— 20,5738	— 39,8772	— 42,3533
160,3800	248,5400	137,5200	— 34,9934	— 68,5586	— 28,9706
173,5400	252,6800	126,6000	— 50,5875	— 67,8633	1,3010
197,0800	231,0400	117,5200	— 32,6285	— 75,4580	— 0,4056
Média 117,6560	244,8960	119,4710	— 37,8243	— 58,3656	— 23,6117

QUADRO 4. — Estimativas dos parâmetros $\beta_{1i}, \beta_{1j}, \beta_{1k}, \beta_{2i}, \beta_{2j}, \beta_{2k}$ em 15 experimentos simulados

β_{1i}	β_{1j}	β_{1k}	β_{2i}	β_{2j}	β_{2k}
205,4400	241,2000	M 154,5800	— 26,1862	— 66,6613	— 24,1408
M 212,0000	232,2600	127,5000	— 18,6606	M — 25,4409	7,6187
163,0600	256,1600	m 89,5600	— 61,5074	— 38,5502	— 29,0011
175,2600	257,3000	102,9200	— 29,5756	— 63,9806	4,3786
181,6600	252,0600	117,1600	— 52,4372	— 61,9498	— 40,0334
199,7200	236,8800	146,6600	— 30,4621	— 72,5556	— 45,6558
192,4800	249,9200	113,4400	— 47,1372	m — 80,4404	— 33,9307
175,6600	M 280,0000	126,8200	— 39,3140	— 63,8608	— 6,3126
184,8600	256,3400	108,6800	— 35,7933	— 51,1154	— 26,4785
165,4600	225,7400	109,1800	— 65,5873	— 68,6735	— 30,8023
157,2000	225,5400	104,3600	— 12,2287	— 36,6942	— 29,6780
m 121,8600	239,8400	140,4800	— 44,1251	— 56,9016	m — 47,1237
176,0000	m 225,3800	105,9200	M — 4,8472	— 38,6427	— 35,6470
159,8000	260,9400	137,3600	m — 66,5268	— 80,0284	— 24,9081
194,1000	233,7200	107,6800	— 32,7832	— 70,2591	M 7,8156
Média 177,6373	244,9080	119,4867	— 37,8115	— 58,3843	— 23,5933

QUADRO 5. — Estimativas dos parâmetros $\beta_{1i}, \beta_{1j}, \beta_{1k}, \beta_{2i}, \beta_{2j}, \beta_{2k}$ em 12 experimentos simulados

β_{1i}	β_{1j}	β_{1k}	β_{2i}	β_{2j}	β_{2k}
M 203,8000	240,6800	M 146,9200	— 34,4523	— 58,0224	— 17,5801
189,1600	252,7600	112,7600	— 16,3443	M — 28,1064	M — 5,5594
182,4400	243,1600	m 100,9200	— 55,6260	— 59,8682	— 13,0145
174,6000	255,0000	112,8000	— 44,3041	— 59,2478	— 40,0478
200,2000	243,3600	140,0400	— 28,0277	— 70,0796	m — 52,8017
192,0000	257,0800	132,3200	— 55,2113	m — 78,9656	— 3,5126
166,9600	M 261,2000	108,7200	— 31,9584	— 51,0301	— 31,7200
175,5600	237,5600	102,7600	m — 59,4473	— 69,1594	— 26,6278
155,0800	m 225,7200	117,4400	M — 12,8113	— 46,8741	— 48,7180
m 133,8400	240,0000	121,4800	— 44,3776	— 49,4662	— 34,8330
174,7600	249,9200	123,6000	— 41,2491	— 58,7704	— 18,5710
183,7600	232,7200	114,2000	— 29,9474	— 70,8955	— 1,4873
Média 177,6800	244,9300	119,4967	— 37,8131	— 58,3738	— 23,6129

QUADRO 6. — Estimativas dos parâmetros $\beta_{1i}, \beta_{1j}, \beta_{1k}, \beta_{2i}, \beta_{2j}, \beta_{2k}$ em 10 experimentos simulados

β_{1i}	β_{1j}	β_{1k}	β_{2i}	β_{2j}	β_{2k}
M 208,3800	241,9600	133,6000	M — 26,3647	— 62,1474	— 9,7497
178,6800	244,7000	114,0600	— 44,5385	M — 24,8826	— 20,7719
179,5800	246,7000	104,0600	— 42,2963	— 51,6683	— 7,1638
191,4800	250,7200	M 140,5400	— 32,6791	m — 80,7245	m — 47,0862
193,7000	259,2200	129,1800	— 49,1477	— 75,9754	— 16,4495
175,1400	M 265,1000	m 103,3800	— 32,3647	— 54,3548	— 28,1063
168,4400	238,6200	115,9600	m — 51,8533	— 53,6879	— 39,7829
m 127,9800	m 222,1400	119,9200	— 29,5056	— 54,5013	— 31,9238
168,1000	238,1400	111,9600	— 27,7582	— 54,1493	— 35,7101
185,3400	241,9400	122,1400	— 41,5801	— 71,6659	M 0,4702
Média 177,6820	244,9240	119,4800	— 37,8088	— 58,3757	— 23,6274

QUADRO 7. — Estimativas dos parâmetros $\beta_{li}, \beta_{lj}, \beta_{lk}, \beta_{2i}, \beta_{2j}, \beta_{2k}$ em 6 experimentos simulados

β_{li}	β_{lj}	β_{lk}	β_{2i}	β_{2j}	β_{2k}
M 196,4800	246,7200	129,8400	M — 25,3983	M — 43,0644	M — 6,0103
178,5200	249,0800	106,8600	m — 49,9651	— 59,5580	— 26,5311
196,1000	M 250,2200	M 136,1800	— 41,6195	m — 74,5226	— 28,1571
171,2600	M 249,3800	m 105,7400	— 45,7029	— 60,0947	— 29,1739
m 144,4600	m 232,8600	119,4600	— 28,5944	— 48,1702	m — 41,7755
179,2600	241,3200	118,9000	— 35,5983	— 64,8330	— 10,0291
Média 177,6800	244,9300	119,4967	— 37,8131	— 58,3738	— 23,6128

QUADRO 8. — Estimativas dos parâmetros $\beta_{li}, \beta_{lj}, \beta_{lk}, \beta_{2i}, \beta_{2j}, \beta_{2k}$ em 5 experimentos simulados

β_{li}	β_{lj}	β_{lk}	β_{2i}	β_{2j}	β_{2k}
M 193,4200	243,2800	M 123,8600	— 35,4142	M — 43,5275	M — 15,2455
185,5400	248,6800	122,3000	— 37,4715	m — 66,1641	— 27,1093
184,3800	M 262,1000	m 116,2600	— 40,6886	— 65,0835	— 22,3686
m 148,1400	m 230,3200	117,9600	m — 40,7018	— 54,1174	m — 35,8956
176,7600	239,9800	117,0400	M — 34,7658	— 62,8869	— 17,5658
Média 177,6480	244,8720	119,4840	— 37,8084	— 58,3559	— 23,6370

QUADRO 9. — Estimativas dos parâmetros $\beta_{li}, \beta_{lj}, \beta_{lk}, \beta_{2i}, \beta_{2j}, \beta_{2k}$ em 4 experimentos simulados

β_{li}	β_{lj}	β_{lk}	β_{2i}	β_{2j}	β_{2k}
M 191,7600	245,4200	120,3000	— 35,4503	M — 48,7167	M — 8,3294
188,9600	M 251,7600	M 128,3600	m — 42,4630	m — 69,3500	— 32,1175
165,8600	241,4200	m 109,6000	M — 34,7280	— 55,7089	m — 35,5763
m 164,0800	m 240,8600	119,7000	— 38,4957	— 59,7200	— 18,3210
Média 177,6650	244,8650	119,4900	— 37,7842	— 58,3739	— 23,5860

QUADRO 10. — Estimativas dos parâmetros $\beta_{li}, \beta_{lj}, \beta_{lk}, \beta_{2i}, \beta_{2j}, \beta_{2k}$ em 3 experimentos simulados

β_{li}	β_{lj}	β_{lk}	β_{2i}	β_{2j}	β_{2k}
M 187,5800	247,8400	m 118,3200	— 37,6807	M — 51,3166	M — 16,3178
183,6600	M 249,7800	M 120,9400	m — 43,6491	m — 67,3666	m — 28,7623
m 161,8400	m 237,1400	119,1400	M — 32,0865	— 56,5894	— 25,8901
Média 177,6933	244,9200	119,4667	— 37,8054	— 58,4242	— 23,6567

QUADRO 11. — Estimativas dos parâmetros $\beta_{1i}, \beta_{1j}, \beta_{1k}, \beta_{2i}, \beta_{2j}, \beta_{2k}$ em 2 experimentos simulados

β_{1i}	β_{1j}	β_{1k}	β_{2i}	β_{2j}	β_{2k}
190,3800 164,9800	248,5200 241,1400	124,3400 114,6200	— 38,9475 — 36,5938	— 59,0481 — 57,7735	— 20,1993 — 26,9467
Média 177,6800	244,8300	119,4800	— 37,7706	— 58,4108	— 23,5730

QUADRO 12. — Estimativas dos parâmetros $\beta_{1i}, \beta_{1j}, \beta_{1k}, \beta_{2i}, \beta_{2j}, \beta_{2k}$ em 1 experimento simulado

β_{1i}	β_{1j}	β_{1k}	β_{2i}	β_{2j}	β_{2k}
177,6000	244,8200	119,3800	— 37,7778	— 58,4236	* — 23,6247

Para o modelo quadrático, a equação fundamental é a seguinte:

$$Y_{ijk} = 3500 + 180 \xi_{1i} + 250 \xi_{1j} + 120 \xi_{1k} - 42 \xi_{2i} - 55 \xi_{2j} - 28 \xi_{2k} - 25 \xi_{1ilj} - 18 \xi_{1iik} - 12 \xi_{1jlk} \quad (A)$$

Então, os valores médios para os quais vão convergir os $\hat{\beta}_p$ são:

$$\beta_0 = 3500; \beta_{1i} = 180; \beta_{1j} = 250; \beta_{1k} = 120; \beta_{2i} = -42; \beta_{2j} = -55;$$

$$\beta_{2k} = -28; \beta_{1ilj} = -25; \beta_{1iik} = -18; \beta_{1jlk} = -12$$

(conforme pode ser observado nas figuras 1-A, 2-A e 3-A), e suas variâncias respectivas são:

$$V(\hat{\beta}_0) = 0,04 \sigma^2; V(\hat{\beta}_{1i}) = V(\hat{\beta}_{1j}) = V(\hat{\beta}_{1k}) = 0,02 \sigma^2; V(\hat{\beta}_{2i}) = 0,014541 \sigma^2;$$

$$V(\hat{\beta}_{2k}) = 0,016640 \sigma^2; V(\hat{\beta}_{1ilj}) = V(\hat{\beta}_{1iik}) = 0,012820 \sigma^2; V(\hat{\beta}_{1jlk}) = 0,012493 \sigma^2$$

Deixaremos de dar todos os resultados individuais dos $\hat{\beta}_p$ para os 168 experimentos analisados através

do modelo com raiz quadrada, mostrando a sua convergência nas figuras 1-B, 2-B e 3-B.

A equação com raiz quadrada, estimada a partir dos dados que foram encontrados como valores esperados relativos à equação (A), é a seguinte:

$$Y_{ijk} = 3500 + 594,7456 \xi_{1i} + 826,3702 \xi_{1j} + 393,3073 \xi_{1k} - 244,8783 \xi_{2i} - 312,1042 \xi_{2j} - 166,2188 \xi_{2k} - 258,5243 \xi_{1ilj} - 182,5601 \xi_{1iik} - 118,4940 \xi_{1jlk} \quad (B)$$

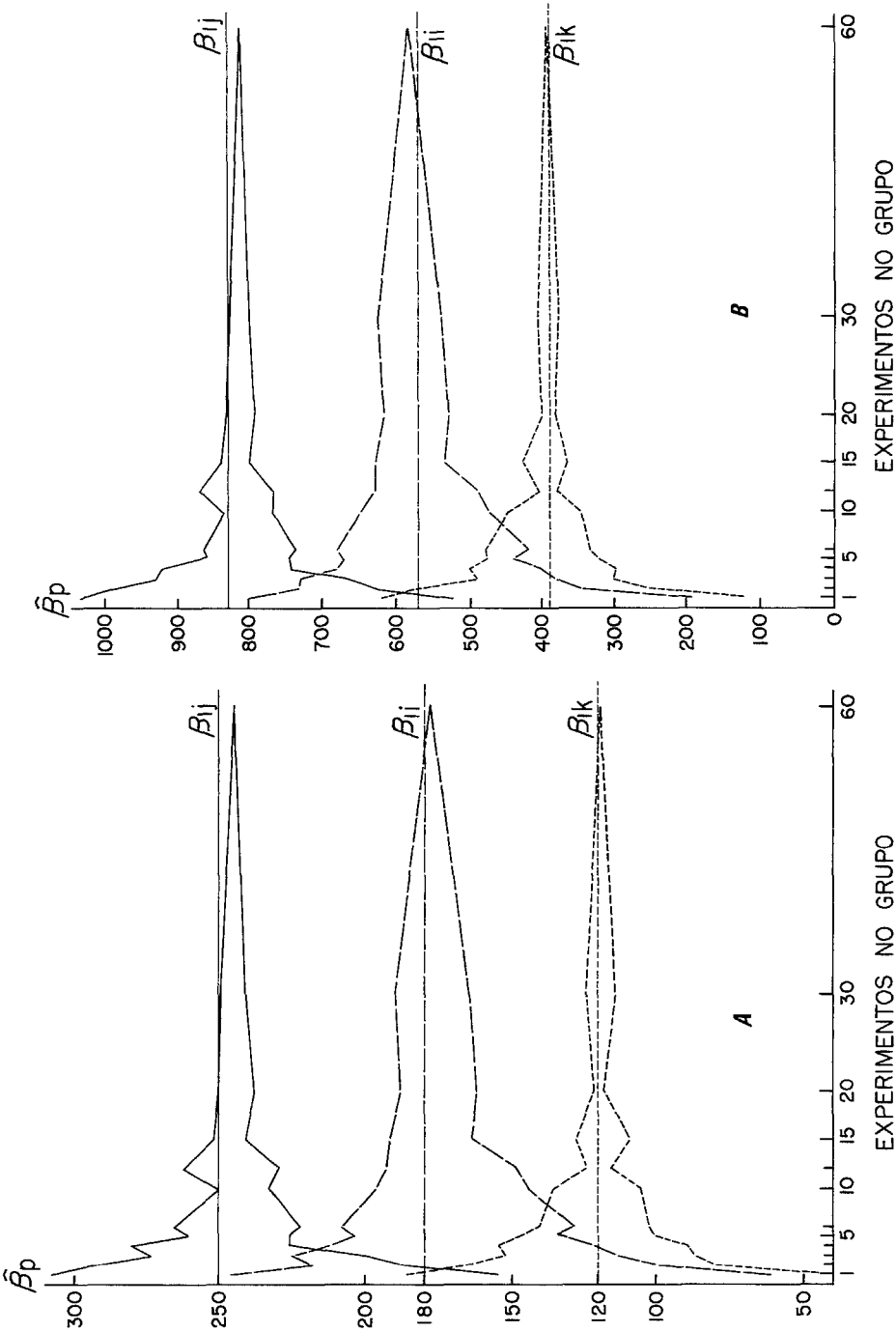


Figura 1. - Convergência dos coeficientes β_{ij} , β_{ii} e β_{ik} para diferentes números de experimentos no grupo, empregando: A - o modelo quadrático; B - o modelo com raiz quadrada.

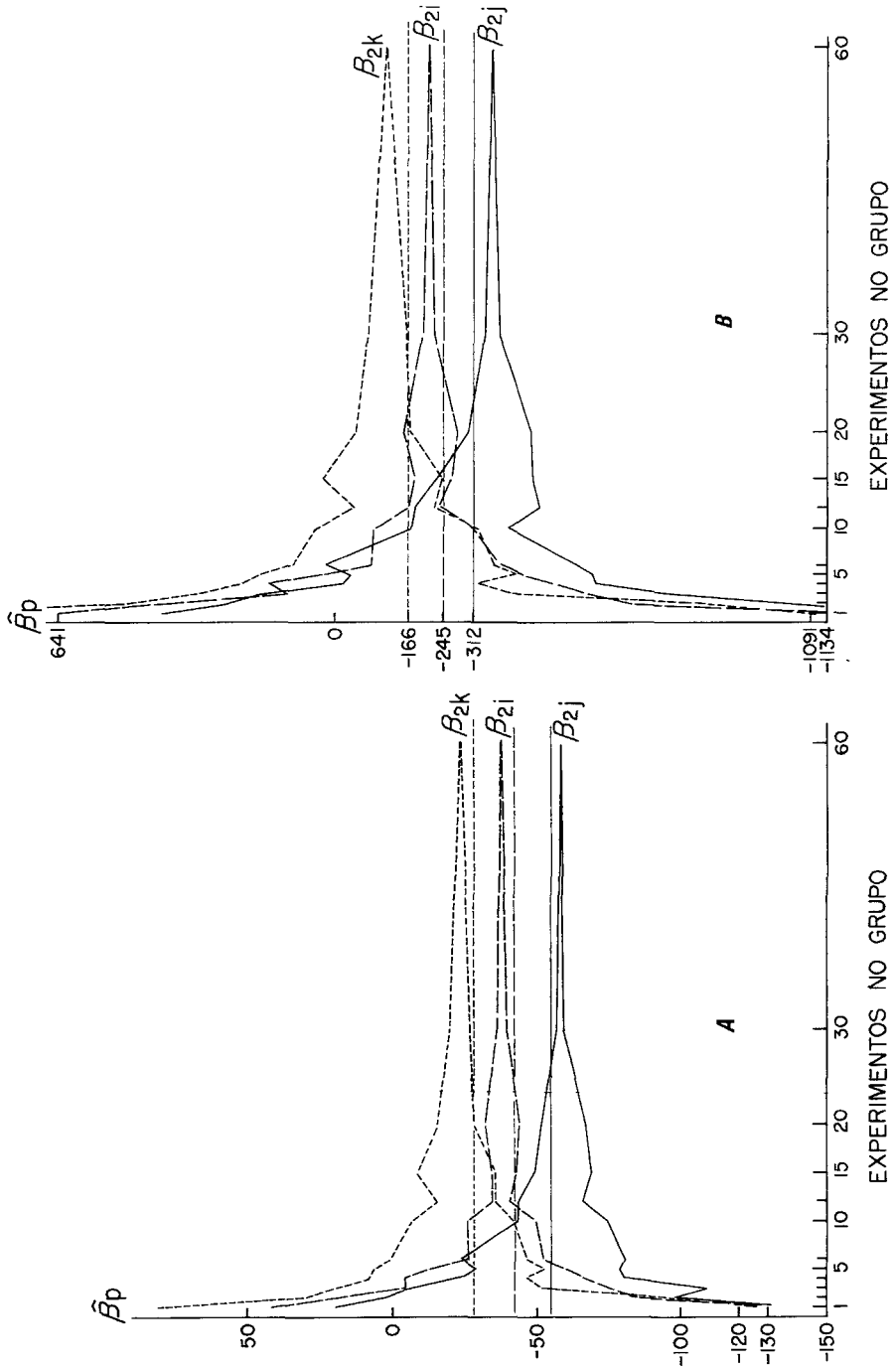


Figura 2. - Convergência dos coeficientes β_{2i} , β_{2j} e β_{2k} para diferentes números de experimentos no grupo, empregando: $\underline{\quad}$ - o modelo quadrático; $\underline{\quad}$ - o modelo com raiz quadrada.

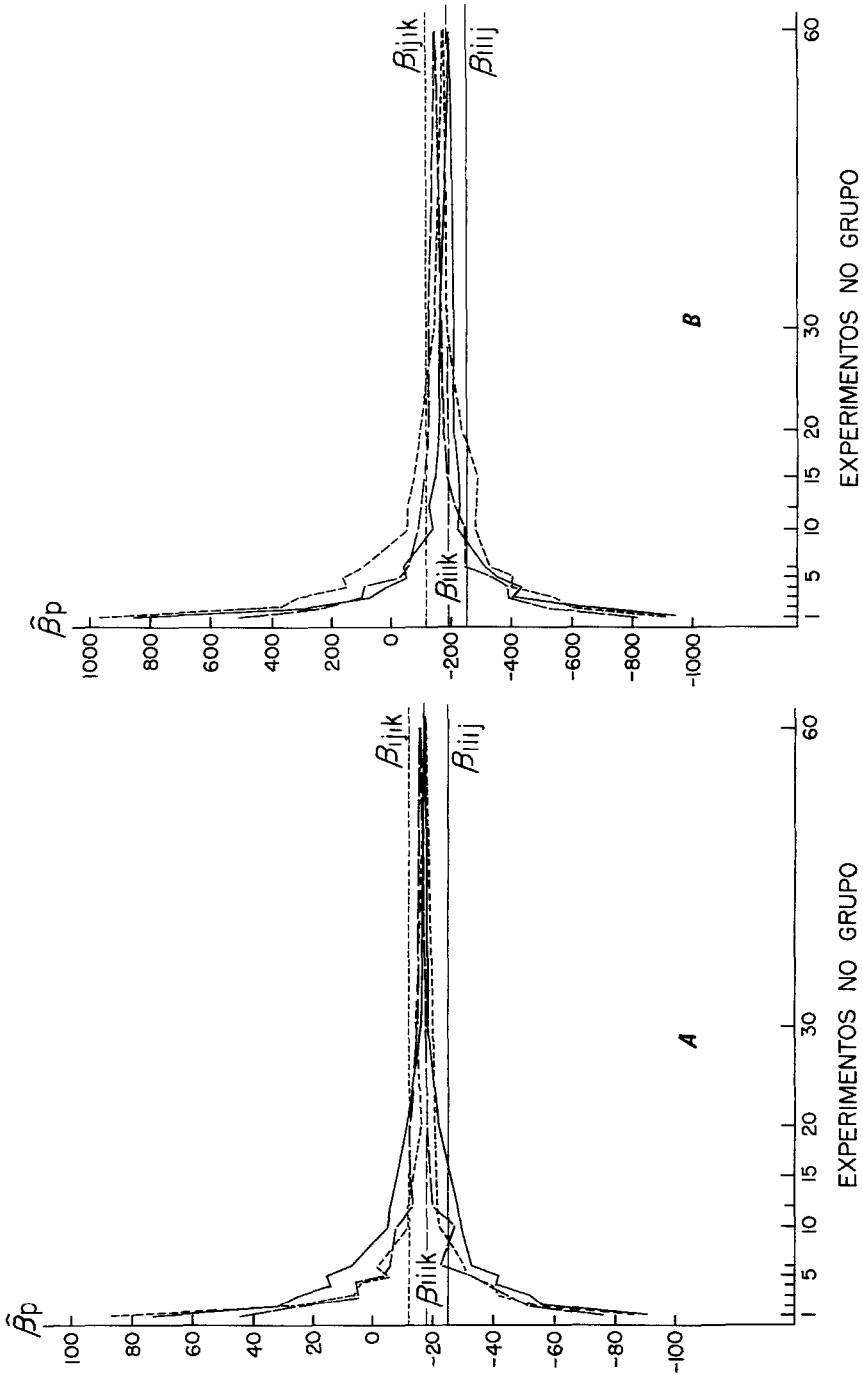


Figura 3. - Convergência dos coeficientes β_{ij} , β_{ijk} e β_{ijkl} para diferentes números de experimentos no grupo, empregando: A - o modelo quadrático; B - o modelo com raiz quadrada.

Os $\hat{\beta}_p$ estimados deveriam convergir para os valores β_p dados por esta equação. Mas, como os coeficientes da equação (B) são estimados a partir da (A), vemos que a convergência dos $\hat{\beta}_p$ obtidos nos grupamentos foi para valores próximos (da mesma grandeza e sinal), mas não muito concordantes com os obtidos nessa equação B. Isto não nos leva a concluir que para a equação com raiz quadrada os β_p não convergem de modo satisfatório; uma vez que estes dados dos 60 experimentos não foram simulados a partir de uma equação em raiz quadrada, cujos coeficientes seriam, então, tomados como parâmetros fundamentais, não poderíamos mesmo esperar que a convergência fosse exatamente para os seus coeficientes.

Além das considerações feitas a respeito da convergência dos β_p , através dos gráficos de seus valores extremos, foram calculados, para $\hat{\beta}_{1i}$, $\hat{\beta}_{1j}$ e $\hat{\beta}_{1k}$, intervalos nos quais se espera que, em 95% dos casos, caiam os valores

$\hat{\beta}_{1i}$, $\hat{\beta}_{1j}$ e $\hat{\beta}_{1k}$ encontrados nos nossos 60 e 30 experimentos, respectivamente; foram observados quantos, dentre os β_1 , estão no intervalo (7).

Os limites desses intervalos foram calculados a partir de $\beta_1 \pm t \sqrt{V(\beta_1)}$, com t ao nível de 5% e 25 graus de liberdade, para os dois modelos.

Para o quadrático, $V(\hat{\beta}_{1i}) = V(\hat{\beta}_{1j}) = V(\hat{\beta}_{1k}) = 0,02\sigma^2$; o σ^2 calculado com os 25 erros originais é igual a 86272.

$$\text{Logo, } V(\hat{\beta}_1) = 1725,44 \text{ e } \sqrt{V(\hat{\beta}_1)} = 41,54.$$

Para o modelo com raiz quadrada

$$V(\hat{\beta}_{1i}) = V(\hat{\beta}_{1j}) = V(\hat{\beta}_{1k}) = 0,2137\sigma^2 \text{ e } \sqrt{V(\hat{\beta}_1)} = 135,7804.$$

Daremos, a seguir, os limites entre os quais 95% dos β_1 deveriam estar, quando se têm 60 e 30 experimentos.

MODELO QUADRÁTICO

	60 exp.		30 exp.	
$\hat{\beta}_{1i}$	94,43	— 265,57	119,50	— 240,50
$\hat{\beta}_{1j}$	164,43	— 335,57	189,50	— 310,50
$\hat{\beta}_{1k}$	34,43	— 205,57	59,50	— 180,50

MODELO COM RAIZ QUADRADA

	60 exp.		30 exp.	
$\hat{\beta}_{1i}$	315,0380	— 874,4532	396,9623	— 792,5289
$\hat{\beta}_{1j}$	546,6626	— 1106,0778	628,5869	— 1024,1535
$\hat{\beta}_{1k}$	113,5997	— 673,0149	195,5240	— 591,0906

Com base nos quadros 1 e 2, foram anotadas as porcentagens com que os $\hat{\beta}_1$ se encontraram fora dos respectivos intervalos, para o modelo

quadrático, e com base em dados calculados, mas não relacionados, para o modelo com raiz quadrada.

	MODELO QUADRÁTICO		MODELO COM RAIZ QUADRADA	
	60 exp.	30 exp.	60 exp.	30 exp.
β_{11}	3,33%	3,33%	3,33%	3,33%
β_{1k}	3,33%	3,33%	3,33%	3,33%
β_{1j}	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Os resultados foram concordantes para os dois modelos e razoavelmente de acordo com a frequência esperada.

2.2.2 — VERIFICAÇÃO DOS PONTOS EXTREMOS OBTIDOS ATRAVÉS DA EQUAÇÃO CANÔNICA

Com os resultados obtidos nas 336 equações canônicas, foi elaborado o quadro 13, que mostra, para cada um dos modelos e para cada um dos grupamentos feitos, o número de experimentos cuja superfície de resposta é um elipsóide, um hiperbolóide de uma folha ou de duas folhas, com as respectivas porcentagens em relação ao número de experimentos no grupamento.

Nota-se que à medida que aumenta o número de experimentos no grupo aumenta a porcentagem dos pontos de máximo, com maior rapidez no modelo quadrático do que no modelo com raiz quadrada; assim, a partir de grupos com 10 experimentos, 100% dos pontos de máximo são encontrados no modelo quadrático, enquanto somente com grupos de 20 experimentos se obtém a totalidade de pontos de máximo, no modelo com raiz quadrada.

2.2.3 — ANÁLISE ECONÔMICA DOS RESULTADOS

a) Superfície de resposta com Modelo Quadrático

A equação em X para este modelo é a seguinte:

$$Y_{ijk} = \beta'_0 + \beta'_{1i} X_i + \beta'_{1j} X_j + \beta'_{1k} X_k + \beta_{2i} X_i^2 + \beta_{2j} X_j^2 + \beta_{2k} X_k^2 + \beta_{1ilj} X_i X_j + \beta_{1ilk} X_i X_k + \beta_{1jlk} X_j X_k$$

onde $\beta'_0 = \beta_0 - 3(\beta_{1i} + \beta_{1j} + \beta_{1k}) + 7(\beta_{2i} + \beta_{2j} + \beta_{2k}) + 9(\beta_{1ilj} + \beta_{1ilk} + \beta_{1jlk})$

$$\beta'_{1i} = \beta_{1i} - 6\beta_{2i} - 3\beta_{1ilj} - 3\beta_{1ilk}$$

$$\beta'_{1j} = \beta_{1j} - 6\beta_{2j} - 3\beta_{1ilj} - 3\beta_{1jlk}$$

$$\beta'_{1k} = \beta_{1k} - 6\beta_{2k} - 3\beta_{1ilk} - 3\beta_{1jlk}$$

Substituindo Y_{ijk} na equação do lucro (receita líquida), dada na página 63, diferenciando em relação às

variáveis X_i , X_j e X_k e igualando essas diferenciais a zero, obtém-se o sistema de equações:

$$\begin{cases} 2\beta_{2i}X_i + \beta_{1ilj}X_j + \beta_{1lik}X_k = P_i/P_Y - \beta'_{li} \\ \beta_{1ilj}X_i + 2\beta_{2j}X_j + \beta_{1jlk}X_k = P_j/P_Y - \beta'_{lj} \\ \beta_{1lik}X_i + \beta_{1jlk}X_j + 2\beta_{2k}X_k = P_k/P_Y - \beta'_{lk} \end{cases}$$

QUADRO 13 — Número e respectiva percentagem de pontos de máximo (elipsóide: ----) e de sela (hiperbolóide de uma folha: -++ e de duas folhas: --+) em vários grupamentos de 60 experimentos do delineamento (1/5) (5³), nos modelos quadrático e com raiz quadrada (Equação fundamental (A))

Grupamento	Modelo quadrático			Modelo com raiz quadrada		
		n.º	%		n.º	%
1 a 1	----	21	35,0	----	8	13,3
	++-	4	6,7	++-	16	26,7
	--+	35	58,3	--+	36	60,0
2 a 2	----	21	70,0	----	8	26,7
	++-	1	3,3	++-	2	6,6
	--+	8	26,7	--+	20	66,7
3 a 3	----	14	70,0	----	7	35,0
	++-	1	5,0	++-	0	
	--+	5	25,0	--+	13	65,0
4 a 4	----	10	66,7	----	7	46,7
	++-	5	33,3	++-	1	6,6
	--+	0		--+	7	46,7
5 a 5	----	11	91,7	----	8	50,0
	++-	0		++-	1	8,3
	--+	1	8,3	--+	5	41,7
6 a 6	----	9	90,0	----	5	50,0
	++-	0		++-	0	
	--+	1	10,0	--+	5	50,0
10 a 10	----	6	100,0	----	4	66,6
				++-	1	16,7
				--+	1	16,7
12 a 12	----	5	100,0	----	4	80,0
				--+	1	20,0
15 a 15	----	4	100,0	----	3	75,0
				--+	1	25,0
20 a 20	----	3	100,0	----	3	100,0
30 a 30	----	2	100,0	----	2	100,0

Uma vez resolvido esse sistema de equações e determinados os valores ótimos de X_i , X_j e X_k , que proporcionam a receita líquida máxima, foram calculados, para os 168 experimentos: a produção mais econômica \hat{Y}_e ; o aumento A da produção ($A = \hat{Y}_e - \hat{Y}_{m}$); o valor desse aumento (AxP_y); a receita líquida ($L = AxP_y - CA$, onde $CA = X_iP_i + X_jP_j + X_kP_k - CA_m$) e, finalmente, a rentabilidade [Rent: = $(L \div CA) \times 100$].

As doses consideradas para cada elemento foram:

25 50 75 100 125 kg/ha de N

25. 50 75 100 125 kg/ha de P_2O_5

15 30 45 60 75 kg/ha de K_2O

Os preços admitidos para os cálculos foram os seguintes

Milho:

Cr\$ 1,40 o quilograma

Sulfato de amônio (20% de N):

Cr\$ 1.800,00 a tonelada

Superfosfato simples (20% de P_2O_5):

Cr\$ 1.500,00 a tonelada

Cloreto de Potássio (60% de K_2O):

Cr\$1.904,00 a tonelada, resultando nos seguintes preços aproximados para as doses de cada elemento, por hectare:

$P_i = \text{Cr\$ } 220,00$, $P_j = \text{Cr\$ } 180,00$,
 $P_k = \text{Cr\$ } 48,00$.

As coordenadas do ponto de receita líquida máxima para a equação fundamental (A) foram:

$X_i = 2,66$; $X_j = 4,03$ e $X_k = 4,42$.

b) Superfície de resposta de Modelo com Raiz Quadrada

A equação em X para o modelo é a que segue:

$$Y_{ijk} = \beta_0 + \beta'_{1i} \sqrt{X_i} + \beta'_{1j} \sqrt{X_j} + \beta'_{1k} \sqrt{X_k} + \beta_{2i} X_i + \beta_{2j} X_j + \beta_{2k} X_k + \beta_{1ij} \sqrt{X_i X_j} + \beta_{1ik} \sqrt{X_i X_k} + \beta_{1jk} \sqrt{X_j X_k}$$

em que

$$\beta'_0 = [\beta_0 - 1,67646 (\beta_{1i} + \beta_{1j} + \beta_{1k}) + 2,41157 (\beta_{2i} + \beta_{2j} + \beta_{2k}) + 2,81051 (\beta_{1ij} + \beta_{1ik} + \beta_{1jk})]$$

$$\beta'_{1i} = \beta_{1i} - 3,22798 \beta_{2i} - 1,67646 (\beta_{1ij} + \beta_{1ik})$$

$$\beta'_{1j} = \beta_{1j} - 3,22798 \beta_{2j} - 1,67646 (\beta_{1ij} + \beta_{1jk})$$

$$\beta'_{1k} = \beta_{1k} - 3,22798 \beta_{2k} - 1,67646 (\beta_{1ik} + \beta_{1jk})$$

O sistema de equações obtido diferenciando a expressão da renda líquida em relação às variáveis X_i , X_j e X_k e igualando as diferenciais a zero é dado por:

$$\begin{cases} 2(P_i/P_Y - \beta_{2i}) \sqrt{X_i} - \beta_{1ij} \sqrt{X_j} - \beta_{1ik} \sqrt{X_k} = \beta'_{1i} \\ -\beta_{1ij} \sqrt{X_i} + 2(P_j/P_Y - \beta_{2j}) \sqrt{X_j} - \beta_{1jk} \sqrt{X_k} = \beta'_{1j} \\ -\beta_{1ik} \sqrt{X_i} - \beta_{1jk} \sqrt{X_j} + 2(P_k/P_Y - \beta_{2k}) \sqrt{X_k} = \beta'_{1k} \end{cases}$$

Uma vez resolvido o sistema de equações e encontrados os valores de X_i , X_j e X_k que proporcionam a renda líquida máxima, foram calculados, como anteriormente, para os 168 experimentos, a produção \bar{Y}_e , a renda líquida L e a rentabilidade (para o modelo B, com raiz quadra-

da, foram obtidos os valores $X_i = 2,12$; $X_j = 4,26$ e $X_k = 5,31$).

Um resumo dos resultados obtidos com os dois modelos encontra-se no quadro 14; nele estão considerados somente os experimentos cuja superfície de resposta se apresentou com ponto de máximo.

QUADRO 14. — Número de pontos de lucro máximo que caíram nos intervalos 1 a 3, 3 a 5, 5 a 7 e fora deles, para N, P e K, a partir da equação fundamental (A).

n.º de exp.	Modelo quadrático														
	N					P					K				
	←	1-3	3-5	5-7	→	←	1-3	3-5	5-7	→	←	1-3	3-5	5-7	→
1	1	6	10	1	3	1	2	13	3	2	1	1	11	4	4
3	0	6	5	2	1	1	1	11	1	0	1	3	8	1	1
5	2	7	2	0	0	0	2	9	0	0	0	0	4	5	2
10	1	4	1	0	0	0	1	5	0	0	0	0	4	0	2
15	0	3	1	0	0	0	0	4	0	0	0	0	2	1	1
20	0	3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	2	1	0
30	0	2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	2	0	0
60	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0

n.º de exp.	Modelo com raiz quadrada														
	N					P					K				
	←	1-3	3-5	5-7	→	←	1-3	3-5	5-7	→	←	1-3	3-5	5-7	→
1	0	3	5	0	0	0	3	4	1	0	0	3	2	1	2
3	0	5	1	0	0	0	1	4	1	0	0	0	2	2	2
5	0	5	1	0	0	0	0	5	1	0	0	0	3	2	1
10	0	4	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	3	0	1
15	0	3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	1	1	1
20	0	3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	2	1
30	0	2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	1	1	0
60	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0

Em função dos preços admitidos, verificou-se, para N, P e K, a frequência com que os pontos de receita líquida máxima caíram nos intervalos 1 a 3, 3 a 5, 5 a 7 e fora destes intervalos. De modo geral, à medida que aumenta o número de experimentos reunidos, tende a au-

mentar a frequência dos pontos na classe que engloba a solução da equação para o modelo correspondente; o resultado obtido para a média dos 60 experimentos, no modelo quadrático ($X_i = 2,76$; $X_j = 3,79$ e $X_k = 4,59$), é praticamente idêntico à solução da equação

fundamental (A). Para o modelo com raiz quadrada, os valores obtidos são um pouco diferentes, mas as frequências convergem também para a classe que engloba a solução conseguida a

partir dos valores originais, sem erro experimental, já apresentada; o resultado obtido para a média de 60 experimentos, neste caso, foi $X_i = 2,26$; $X_j = 3,60$; $X_k = 6,19$.

2.3 — CONCLUSÕES

a) Os estimadores $\hat{\beta}_p$ dos parâmetros apresentaram boa convergência para os dois modelos, tendo-se distribuído de forma conveniente, de acordo com o esperado.

b) A medida que se fazem grupamentos com número crescente de experimentos, aumentam as porcentagens de pontos de máximo.

c) Para dados provenientes da equação fundamental (A) e para um coeficiente de variação de 8,5%, seriam necessários grupos de 10 experimentos ou grupos ainda maiores para que 100% dos resultados fossem pontos de máximo, quando o modelo quadrático foi o utilizado; para o modelo com raiz quadrada, só a partir de grupos de 20 experimentos foram obtidos 100% de pontos de máximo.

d) Com o aumento do tamanho do grupamento tende a aumentar, para os dois modelos, a frequência dos resultados de lucro máximo cujas coordenadas caem dentro do intervalo de níveis dos fatores utilizados no experimento.

3. EQUAÇÃO FUNDAMENTAL COM RAIZ QUADRADA

3.1 — MATERIAL E MÉTODOS

Toda a metodologia utilizada no desenvolvimento da simulação a partir da equação (A) foi repetida para outra equação fundamental (C).

A nova equação (C) foi obtida através de duas fases: aos valores esperados a partir da equação fundamental (A) foi adaptado um modelo com raiz quadrada, que deu origem à equação (B); aos valores esperados obtidos através de (B) foi outra vez

aplicado o modelo com raiz quadrada, para estabilização dos parâmetros, e foram estimados os β_p , que constituíram os coeficientes da nova equação fundamental (C), que é a seguinte:

$$\begin{aligned}
 Y_{ijk} = & 3500 + 594,6903 \xi_{1i} + 826,4244 \xi_{1j} + 393,1619 \xi_{1k} - \\
 & - 245,0466 \xi_{2i} - 313,0041 \xi_{2j} - 166,1939 \xi_{2k} - \\
 & - 259,0993 \xi_{1i1j} - 181,8739 \xi_{1i1k} - 118,4111 \xi_{1j1k} \quad (C)
 \end{aligned}$$

A parte aleatória do modelo foi constituída pelos mesmos erros experimentais anteriores; essa variabilidade experimental foi adicionada aos valores esperados a partir da equação

C da mesma forma que havia sido feito para a equação A; a simulação foi feita para 60 experimentos, com os mesmos grupamentos anteriores.

DELINEAMENTO COM 25 TRATAMENTOS, REPETICAO I, III E IV
 MODELO COM RAIZ QUADRADA

Y111 = 1960. Y222 = 3080. Y333 = 3870. Y444 = 4120. Y555 = 4730.
 Y245 = 3688. Y351 = 3486. Y412 = 2904. Y523 = 3217. Y134 = 3630.
 Y324 = 3639. Y435 = 4220. Y541 = 3771. Y152 = 3042. Y213 = 2478.
 Y453 = 3788. Y514 = 3372. Y125 = 2491. Y231 = 3340. Y342 = 4279.
 Y532 = 4230. Y143 = 3797. Y254 = 4104. Y315 = 3116. Y421 = 3148.
 N1 = 14920. N2 = 16690. N3 = 18390. N4 = 18180. N5 = 19320.
 P1 = 13830. P2 = 15575. P3 = 19290. P4 = 19655. P5 = 19150.
 K1 = 15705. K2 = 17535. K3 = 17150. K4 = 18865. K5 = 18245.

M A T R I Z X'Y E M A T R I Z B E T A

A = 87500. B = 3245. C = 4707. D = 2044.
 E = -186. F = -475. G = -188.
 H = -228. I = -112. J = 26.

BETA 0 = 3500.0000
 BETA 1I = 692.2698 BETA 1J = 1007.8487 BETA 1K = 423.2806
 BETA 2I = -315.3673 BETA 2J = -882.4143 BETA 2K = -207.9200
 BETA 111J = -199.2565 BETA 111K = 336.2385 BETA 111L = 169.1732

A N A L I S E D A V A R I A N C I A

	FV	SQ	GL	QM	F
TOTAL		316192490.	25		
REDUÇAO DEVIDA AOS 10 PARAMETROS		314636740.	10		
BTD*A (MEDIA)		306250000.	1		
LINEARES, QUADRATICOS E INTERACOES		8386739.	9	931859.	8.98
RESIDUO		1555750.	15	103716.	

MEDIA = 3500.

DESVIO PADRAO = 322.

COEF. DE VARIACAO = 9.2 POR CENTO

COEF. DE DETERMINACAO = 84.3 POR CENTO

COEFICIENTES DA EQUACAO EM X (RAIZ QUADRADA)

BZROD = -2589.2896
 B11 = 1480.6244 B1J = 3906.6980 B1K = 247.1398
 B21 = -315.3673 B2J = -882.4143 B2K = -207.9200
 B111J = -199.2565 B111K = 336.2385 B111L = 169.1732

V A L O R E S E S P E R A D O S

YE111 = 1945. YE222 = 3179. YE333 = 3870. YE444 = 4281. YE555 = 4512.
 YE245 = 3926. YE351 = 3580. YE412 = 2860. YE523 = 3795. YE134 = 3271.
 YE324 = 3606. YE435 = 4211. YE541 = 3666. YE152 = 3398. YE213 = 2537.
 YE453 = 4167. YE514 = 3228. YE125 = 2854. YE231 = 3312. YE342 = 3858.
 YE532 = 3903. YE143 = 3433. YE254 = 3937. YE315 = 2901. YE421 = 3257.

CALCULO DO LUCRO MAXIMO E DA RENTABILIDADE

PI	PJ	PK	PY
55.00	45.00	12.00	0.45

-875.1791 * SQRT(XI) -199.2565 * SQRT(XJ) 336.2385 * SQRT(XK) = -1480.6244
 -199.2565 * SQRT(XI) -1064.8287 * SQRT(XJ) 169.1732 * SQRT(XK) = -3906.6980
 336.2385 * SQRT(XI) 169.1732 * SQRT(XJ) -469.1734 * SQRT(XK) = -247.1398

RXI = 2.3676 RXJ = 2.0018 RXX = 2.9453
 XI = 5.6056 XJ = 4.0072 XK = 8.6750

YE (PRODUCAO ECONOMICA) = 4754.856

AP = YE - YE111 (AUMENTO DA PRODUCAO) = 2809.230

VAP = AP * PY (VALOR DO AUMENTO DA PRODUCAO) = \$ 1264.15

CA1JK (CUSTO DA ADUBACAO ECONOMICA) = \$ 592.73

CA111 (CUSTO DA ADUBACAO DO TRATAMENTO 111) = \$ 112.00

CA (CUSTO DA ADUBACAO 1JK - 111) = \$ 480.73

LUCRO = \$ 783.41 RENTABILIDADE = 162.9 POR CENTO

CALCULO DO LUCRO MAXIMO E DA RENTABILIDADE

PI	PJ	PK	PY
55.00	45.00	12.00	0.35

-945.0203 * SQRT(XI) -199.2565 * SQRT(XJ) 336.2385 * SQRT(XK) = -1480.6244
 -199.2565 * SQRT(XI) -2021.9715 * SQRT(XJ) 169.1732 * SQRT(XK) = -3906.6980
 336.2385 * SQRT(XI) 169.1732 * SQRT(XJ) -484.4115 * SQRT(XK) = -247.1398

RXI = 2.0978 RXJ = 1.9467 RXX = 2.6461
 XI = 4.4007 XJ = 3.7900 XK = 7.0023

YE (PRODUCAO ECONOMICA) = 4512.414

AP = YE - YE111 (AUMENTO DA PRODUCAO) = 2566.788

VAP = AP * PY (VALOR DO AUMENTO DA PRODUCAO) = \$ 898.37

CA1JK (CUSTO DA ADUBACAO ECONOMICA) = \$ 496.62

CA111 (CUSTO DA ADUBACAO DO TRATAMENTO 111) = \$ 112.00

CA (CUSTO DA ADUBACAO 1JK - 111) = \$ 384.62

LUCRO = \$ 513.75 RENTABILIDADE = 133.5 POR CENTO

CALCULO DO LUCRO MAXIMO E DA RENTABILIDADE

PI	PJ	PK	PY
55.00	45.00	12.00	0.25

-1070.7346 * SQRT(XI) -199.2565 * SQRT(XJ) 336.2385 * SQRT(XK) = -1480.6244
 -199.2565 * SQRT(XI) -2124.8287 * SQRT(XJ) 169.1732 * SQRT(XK) = -3906.6980
 336.2385 * SQRT(XI) 169.1732 * SQRT(XJ) -511.8401 * SQRT(XK) = -247.1398

RXI = 1.7410 RXJ = 1.8536 RXX = 2.2392
 XI = 3.0312 XJ = 3.4358 XK = 5.0141

YE (PRODUCAO ECONOMICA) = 4123.077

AP = YE - YE111 (AUMENTO DA PRODUCAO) = 2177.451

VAP = AP * PY (VALOR DO AUMENTO DA PRODUCAO) = \$ 544.36

CA1JK (CUSTO DA ADUBACAO ECONOMICA) = \$ 381.50

CA111 (CUSTO DA ADUBACAO DO TRATAMENTO 111) = \$ 112.00

CA (CUSTO DA ADUBACAO 1JK - 111) = \$ 269.50

LUCRO = \$ 274.86 RENTABILIDADE = 101.9 POR CENTO

3.2 — ANÁLISE DOS RESULTADOS

Feita a análise deste grupo de 168 experimentos através da adaptação de duas superfícies de resposta, os coeficientes lineares $\hat{\beta}_{1i}$, $\hat{\beta}_{1j}$, $\hat{\beta}_{1k}$ e os coeficientes $\hat{\beta}_{11ij}$, $\hat{\beta}_{11ik}$, $\hat{\beta}_{1j1k}$ das interações proporcionaram valores máximo e mínimo com aproximação, na 1.ª casa decimal, aos valores obtidos anteriormente quando utilizamos a equação fundamental (A). Os coeficientes quadráticos $\hat{\beta}_{2i}$, $\hat{\beta}_{2j}$, $\hat{\beta}_{2k}$, entretanto, apresentaram resultados somente aproximados aos anteriormente obtidos (com diferença de quase duas unidades), quando calculados a partir do modelo quadrático. Sendo assim, para verificação da convergência dos $\hat{\beta}_{1i}$, $\hat{\beta}_{1j}$, $\hat{\beta}_{1k}$, $\hat{\beta}_{11ij}$, $\hat{\beta}_{11ik}$, $\hat{\beta}_{1j1k}$ a partir da equação C valem os mesmos gráficos das figuras 1 e 3, bem como o da figura 2-B, para convergência de $\hat{\beta}_{2i}$, $\hat{\beta}_{2j}$, $\hat{\beta}_{2k}$; será apresentada em seguida a figura 4, com a comparação entre os extremos de $\hat{\beta}_{2i}$, $\hat{\beta}_{2j}$ e $\hat{\beta}_{2k}$ (com aplicação do modelo quadrático) quando estudados a partir de (A) e de (C).

Em relação ao item 2 da análise dos resultados, que se refere à verificação dos pontos extremos obtidos através da equação canônica, foi elaborado o quadro 15. Também para os dados a partir da equação C a porcentagem de máximos aumenta com o tamanho dos grupos, e mais rapidamente para o modelo quadrático, sendo que com 10 experimentos no grupo se encontram 100% de pontos de máximo no modelo quadrático e com 20 experimentos se obtém a totalidade de máximos para o segundo modelo.

O quadro 16 mostra a distribuição dos pontos de ótimo econômico (receita líquida máxima) quando a superfície de resposta obtida foi um elipsóide (função com máximo).

À medida que o tamanho do grupo aumenta, foram encontrados os mesmos resultados anteriormente obtidos para a equação (A), isto é, nota-se uma convergência dos resultados para a classe paramétrica respectiva, nos dois modelos.

3.3 — CONCLUSÕES

a) Os estimadores $\hat{\beta}_P$ dos parâmetros apresentaram boa convergência para os dois modelos, sendo que os valores dos coeficientes quadráticos $\hat{\beta}_{2i}$, $\hat{\beta}_{2j}$ e $\hat{\beta}_{2k}$, quando calculados a partir do modelo quadrático, foram sempre ligeiramente superiores aos obtidos com o estudo a partir da equação (A).

b) A medida que são feitos grupamentos com número crescente de experimentos, aumentam as porcentagens de pontos de máximo.

c) Para dados provenientes da equação (C) e para um coeficiente de variação de 8,5%, seriam necessários grupos de 10 ou mais experimentos para que 100% dos resultados fossem pontos de máximo, quando foi utilizado o modelo quadrático; só a partir de 20 experimentos no grupo foram obtidos 100% de pontos de máximo quando se utilizou o modelo com raiz quadrada.

d) Aumentando o tamanho do grupamento, tende a crescer a frequência dos resultados de receita líquida máxima cujas coordenadas caem dentro do intervalo de níveis considerados.

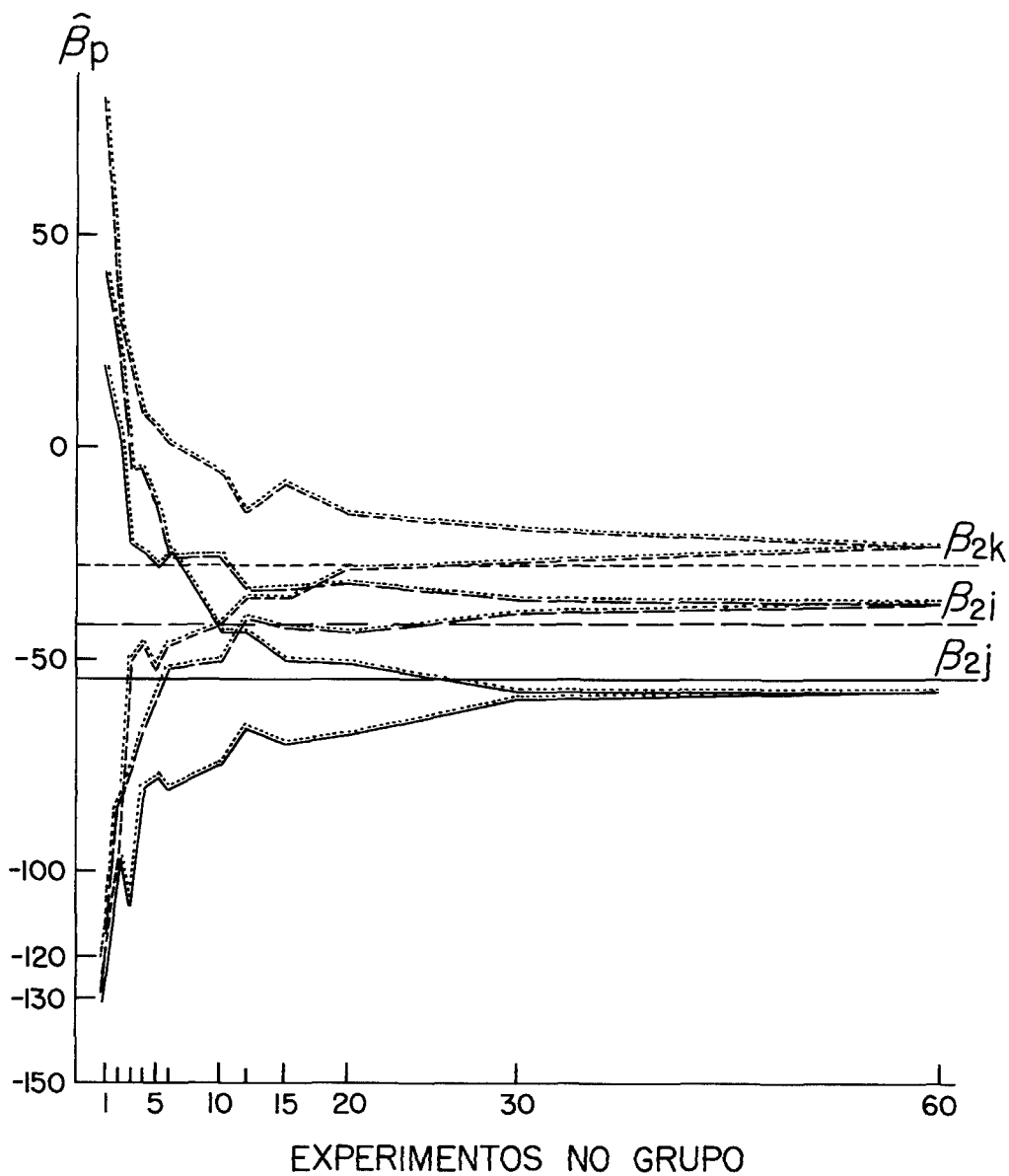


Figura 4. - Convergência dos coeficientes β_{2i} , β_{2j} e β_{2k} para diferentes números de experimentos no grupo, empregando o modelo quadrático para as equações fundamentais A e C.

QUADRO 15. — Número e respectiva percentagem de pontos de máximo (elipsóide: ---) e de sela (hiperbolóide de uma folha: ++- e de duas folhas: --+) em vários grupamentos de 60 experimentos do delineamento 1/5 (5³), nos modelos quadrático e com raiz quadrada. (Equação fundamental (C) com raiz quadrada)

Grupamento	Modelo quadrático			Modelo com raiz quadrada		
		n.º	%		n.º	%
1 em 1	---	20	33,3	---	9	15,0
	++-	5	8,3	++-	17	28,3
	--+	35	58,4	--+	34	56,7
2 em 2	---	21	70,0	---	8	26,7
	++-	1	3,3	++-	1	3,3
	--+	8	26,7	--+	21	70,0
3 em 3	---	13	65,0	---	7	35,0
	++-	1	5,0	++-	1	5,0
	--+	6	30,0	--+	12	60,0
4 em 4	---	10	66,7	---	7	46,7
	++-	0		++-	1	6,6
	--+	5	33,3	--+	7	46,7
5 em 5	---	11	91,7	---	6	50,0
	++-	0		++-	1	8,3
	--+	1	8,3	--+	5	41,7
6 e 6	---	9	90,0	---	5	50,0
	++-	0		++-	0	
	--+	1	10,0	--+	5	50,0
10 em 10	---	6	100,0	---	4	66,6
				++-	1	16,7
				--+	1	16,7
12 em 12	---	5	100,0	---	4	80,0
				--+	1	20,0
15 em 15	---	4	100,0	---	3	75,0
				--+	1	25,0
20 em 20	---	3	100,0	---	3	100,0
30 em 30	---	2	100,0	---	2	100,0

QUADRO 16. — Número de pontos de lucro máximo que caíram nos intervalos 1 a 3, 3 a 5, 5 a 7 e fora deles, para N, P e K, a partir da equação fundamental (C).

		Modelo quadrático														
n.º de exp.	N					P					K					
	←	1-3	3-5	5-7	→	←	1-3	3-5	5-7	→	←	1-3	3-5	5-7	→	
1	2	6	10	1	1	0	2	13	1	4	0	2	11	4	3	
3	0	6	5	1	1	0	1	10	2	0	1	2	8	1	1	
5	1	7	2	0	0	1	0	9	0	0	0	0	6	3	1	
10	1	4	1	0	0	0	1	5	0	0	0	0	4	0	2	
15	0	3	1	0	0	0	0	4	0	0	0	0	2	1	1	
20	0	3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	2	1	0	
30	0	2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	1	1	0	
60	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	

		Modelo com raiz quadrada														
n.º de exp.	N					P					K					
	←	1-3	3-5	5-7	→	←	1-3	3-5	5-7	→	←	1-3	3-5	5-7	→	
1	0	4	5	0	0	0	2	5	2	0	0	3	3	1	2	
3	0	6	2	0	0	0	1	6	1	0	0	0	3	3	2	
5	0	5	1	0	0	0	0	5	1	0	0	0	4	1	1	
10	0	4	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	3	0	1	
15	0	3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	1	1	1	
20	0	3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	2	1	
30	0	2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	1	1	
60	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	

4 — CONCLUSÕES GERAIS

a) Os resultados obtidos a partir das duas equações fundamentais foram muito coerentes, levando a conclusões semelhantes em ambos os casos, para os quatro itens abordados.

b) Independentemente do tipo da equação linear fundamental utilizada (quadrática ou com raiz quadrada), quando a superfície de resposta adaptada aos dados foi um modelo

quadrático, grupos de no mínimo 10 experimentos foram necessários para obtenção de 100% de pontos de máximo, enquanto foi 20 esse número mínimo quando a superfície de resposta era do tipo raiz quadrada.

c) Houve convergência das dosagens de receita líquida máxima, as quais estão mais na dependência do modelo de superfície de resposta utilizada na análise do que da equação fundamental usada basicamente para a simulação dos dados.

STUDIES IN A SPECIAL GROUP OF (1/5) (5³) DESIGNS

SUMMARY

Simulation was used to evaluate the properties of (1/5) (5³) designs, obtained by the superposition of three orthogonal Latin squares. The following basic quadratic equation was used:

$$Y_{ijk} = 3500 + 180 \xi_{1i} + 250 \xi_{1j} + 120 \xi_{1k} - 42 \xi_{2i} - 55 \xi_{2j} - 28 \xi_{2k} - 25 \xi_{1i} \xi_{1j} - 18 \xi_{1i} \xi_{1k} - 12 \xi_{1j} \xi_{1k} \quad (A)$$

The values of the linear and second order polynomials for the quadratic model and the correspondent polynomials for the square root model were, respectively:

$$\text{Quadratic: } \xi_1 = -3 + X, \quad \xi_2 = 7 - 6X + X^2$$

Square root: $\xi_1 = \alpha_1 + \sqrt{X}$ and $\xi_2 = \alpha_2 + \gamma_2 \sqrt{X} + X$ where $\alpha_1 = -1.67646$, $\alpha_2 = 2.41157$, $\gamma_2 = -3.22798$, obtained with the restrictions for orthogonality: $\sum \xi_1 = \sum \xi_2 = \sum \xi_1 \xi_2 = 0$, as described in the "Designs (1/5) (5x5x5)", given by the authors.

The coefficients given in (A) represent the mean value, the linear, quadratic, and interactions effects of three factors npk from a surface response expressed in kg of corn per hectare; their values were chosen in such a way that main effects were significantly different from zero, the quadratic coefficients and interactions allowing a maximum point of the function to be allocated between the fourth and fifth levels, so inside the range of the dosages used.

This is the situation that should be looked for when choicing the levels of the dosages in planning field fertilizer experiment programmes: we must avoid dosages that give origin to plateau response because they are far apart from the area of economical decision.

A histogram of normal shape for the errors, using a coefficient of variation of 8.5%, was built, and the errors were distributed at random for the 25 treatments in the equation (A), creating 60 sets of data.

The quadratic and square root polynomials were fitted to each set of 25 treatments and also to the mean of the treatments obtained from groups of n experiments, n equal to 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20 or 60.

A good convergence of the estimators of the parameters was obtained for the two models. The coefficients of determination were practically of the same value.

The percentage of maximum, obtained through the canonical form for both models for the different groups, is:

MODEL	GROUP											
	1	2	3	4	5	6	10	12	15	20	30	60
Quadratic:	35	70	70	67	92	90	100	100	100	100	100	100
Square root:	13	27	35	47	50	50	67	80	75	100	100	100

The coefficients of the variance of the treatments on the main diagonal were:

MODEL	TREATMENT				
	111	222	333	444	555
Quadratic:	0.6940	0.1857	0.2273	0.1857	0.6940
Square root:	0.8046	0.2274	0.2075	0.1593	0.5855

The results indicated that the grouping of 10 experiments of the (1/5) (5x5x5) design was sufficient to obtain 100 percent maximum, when quadratic model was used, whereas 20 experiments are necessary when the square root model was utilized.

Another basic equation (C), related to (A) but of square root nature, was used for a similar simulation.

The results obtained for $\hat{\beta}_P$ and the percentage of maximum points were analogous.

Independently of the basic equation (A) or (C), with a coefficient of variation of 8.5%, the grouping of 10 experiments was the first one that assured the obtaining of 100 percent maximum, when quadratic response surface was fitted, whereas 20 experiments were necessary when the square root model was used.

LITERATURA CITADA

1. ALVAREZ, R.; ARRUDA, H. V. & GARGANTINI, H. Adubação da cana de açúcar. Ensaio preliminar de adubação NPK em terra-roxa. *Bragantia* 19:361-368, 1960.
2. CONAGIN, A.; JORGE, J. P. N. & VENTURINI, W. R. Delineamentos experimentais utilizáveis na experimentação de campo. In: Reynaert, E. E. La investigación de fertilidad de suelos para la producción agrícola en la zona templada. Montevideo, IICA — Zona Sur, 1969.
3. ——— & JORGE, J. P. N. Delineamentos (1/5) (5³). *Bragantia* 36:23-58, 1977.
4. FUZATTO, M. G.; VENTURINI, W. R. & CAVALERI, P. A. Estudo técnico-econômico na adubação do algodoeiro no Estado de São Paulo. Campinas, Instituto Agrônomico, 1970. 15 p. (Projeto BNDE/ANDA/CIA-1)
5. IGUE, T.; MASCARENHAS, H. A. A. & MIYASAKA, S. Estudo comparativo dos métodos de Mitscherlich e do trinômio do segundo grau, na determinação das doses mais econômicas de fertilizantes, na adubação do feijoeiro (*Phaseolus vulgaris* L.). Campinas, Instituto Agrônomico, 1971. 15 p. (Projeto BNDE/ANDA/CIA-4)
6. MIRANDA, L. T. Resultados de experimentos de adubação e sugestões para interpretação, baseada na análise química do solo. In: Cultura e adubação do milho. São Paulo, Instituto Brasileiro de Potassa, 1966. p. 451-471.
7. MOOD, A. M. & GRAYBILL, F. A. Introduction to the Theory of Statistics. Tokyo, Kogakusha Company Ltd., 1963.
8. MYERS, R. H. Response Surface Methodology. Boston, Allyn and Bacon, 1971.
9. PACITTI, T. Fortran — Monitor. Princípios. Rio de Janeiro, Livro Técnico, 1967.
10. TEJEDA, H. Consideraciones sobre diseños experimentales en la investigación de campo en fertilidad de suelo. In: Reynaert, E. E. La investigación de fertilidad de suelos para la producción agrícola en la zona templada. Montevideo, IICA — Zona Sur, 1969. p. 171-182.
11. TRAMEL, T. E. A suggested procedure for agronomic-economic fertilizer experiments. In: Baum, E. L. e outros. Economic and Technical analysis of fertilizer innovations and resource use. Ames, Iowa, State College Press, 1957. p. 168-175.
12. VOSS, R. & PESEK, J. T. Yield of corn as affected by fertilizer rates and environmental factors. *Agronomy* 59:567-572, 1967. (Original não consultado; extraído de Tejada, H.)

APÊNDICE

LINGUAGEM FORTRAN
EQUAÇÃO FUNDAMENTAL (A)

DELINEAMENTO COM 25 TRATAMENTOS, REPETICAO I, III E IV
MODELO QUADRATICO

Y111 = 1960.	Y222 = 3080.	Y333 = 3870.	Y444 = 4120.	Y555 = 4730.
Y245 = 3688.	Y351 = 3486.	Y417 = 2904.	Y523 = 3271.	Y136 = 3630.
Y324 = 3639.	Y435 = 4220.	Y541 = 3771.	Y152 = 3042.	Y213 = 2478.
Y453 = 3788.	Y514 = 3372.	Y125 = 2491.	Y231 = 3360.	Y362 = 4279.
Y532 = 4230.	Y163 = 3777.	Y254 = 4104.	Y315 = 3116.	Y421 = 3148.
N1 = 14920.	N2 = 16690.	N3 = 18390.	N4 = 18180.	N5 = 19320.
P1 = 13830.	P2 = 15575.	P3 = 19290.	P4 = 19855.	P5 = 19150.
K1 = 15705.	K2 = 17535.	K3 = 17150.	K4 = 18865.	K5 = 18245.

MATRIZ X'Y E MATRIZ BETA

A = 87500.	B = 102900.	C = 147200.	D = 6410.
E = -3170.	F = -7850.	G = -2800.	
H = -1520.	I = 460.	J = 1970.	

BETA O = 3500.0000	BETA 1J = 294.4000	BETA 1K = 128.2000
BETA 1I = 205.8000	BETA 2J = -129.1666	BETA 2K = -34.0044
BETA 11IJ = -13.9943	BETA 11IK = 39.7232	BETA 11JK = 16.7546

ANALISE DA VARIANCIA

FV	SQ	GL	QM	F
TOTAL	316192490.	25		
REDUCAO DEVIDA AOS 10 PARAMETROS	8605875.	10		
BT0*(MEDIA)	306250000.	1		
BT1*(NITROGENIO LINEAR)	2117682.	1	2117682.	23.76
BT1*(FOSFORO LINEAR)	4333568.	1	4333568.	48.63
BT1*(POTASSIO LINEAR)	821762.	1	821762.	9.22
BT2*(BT2J*F+BT2K*G+BT1IJ*H+BT1IK*I+BT1JK*J)	132863.	6	222143.	2.49
RESIDUO	1336614.	15	89107.	

MEDIA = 3500.

DESVIO PADRAO = 298.

COEF. DE VARIACAO = 8,5 POR CENTO

COEF. DE DETERMINACAO = 86,5 POR CENTO

COEFICIENTES DA EQUACAO EM X (QUADRATICA)

BZERO = 521.2026	B1I = 414.6867	B1J = 1061.1186	B1K = 162.7928
B2I = -47.6789	B2J = -129.1666	B2K = -34.0044	
B11IJ = -13.9943	B11IK = 39.7232	B11JK = 16.7546	

VALORES ESPERADOS

YE111 = 1991.	YE222 = 3124.	YE333 = 3921.	YE444 = 4381.	YE555 = 4505.
YE245 = 3921.	YE351 = 3534.	YE412 = 2833.	YE523 = 3747.	YE136 = 3334.
YE324 = 3575.	YE435 = 4279.	YE541 = 3695.	YE152 = 3331.	YE213 = 2534.
YE453 = 4123.	YE514 = 3233.	YE125 = 2795.	YE231 = 3355.	YE362 = 3907.
YE532 = 3900.	YE143 = 3512.	YE254 = 3856.	YE315 = 2869.	YE421 = 3231.

CALCULO DO LUCRO MAXIMO E DA RENTABILIDADE

PI	PJ	PK	PY
55.00	45.00	12.00	0.45
2 * -47.6789* XI	-13.9943* XJ	39.7232* XK	XX = -292.4645
-13.9943* XI	-129.1666* 2 * XJ	16.7546* XK	XX = -961.1186
39.7232* XI	16.7546* XJ	-34.0044* 2 * XK	XX = -136.1262
XI = 4.9317	XJ = 3.8311	XK = 5.8259	

YE (PRODUCAO ECONOMICA) = 4621.253

AP = YE - YE111 (AUMENTO DA PRODUCAO) = 2629.819
 VAP = AP*PY (VALOR DO AUMENTO DA PRODUCAO) = \$ 1183.41
 CA1JK (CUSTO DA ADUBACAO ECONOMICA) = \$ 513.55
 CA11I (CUSTO DA ADUBACAO DO TRATAMENTO 111) = \$ 112.00
 CA (CUSTO DA ADUBACAO 1JK - 111) = \$ 401.55
 LUCRO = \$ 781.86 RENTABILIDADE = 194,7 POR CENTO

CALCULO DO LUCRO MAXIMO E DA RENTABILIDADE

PI	PJ	PK	PY
55.00	45.00	12.00	0.35
2 * -47.6789* XI	-13.9943* XJ	39.7232* XK	XX = -257.5438
-13.9943* XI	-129.1666* 2 * XJ	16.7546* XK	XX = -932.5471
39.7232* XI	16.7546* XJ	-34.0044* 2 * XK	XX = -128.5071
XI = 4.3925	XJ = 3.7203	XK = 5.3717	

YE (PRODUCAO ECONOMICA) = 4519.427

AP = YE - YE111 (AUMENTO DA PRODUCAO) = 2527.993
 VAP = AP*PY (VALOR DO AUMENTO DA PRODUCAO) = \$ 884.79
 CA1JK (CUSTO DA ADUBACAO ECONOMICA) = \$ 473.46
 CA11I (CUSTO DA ADUBACAO DO TRATAMENTO 111) = \$ 112.00
 CA (CUSTO DA ADUBACAO 1JK - 111) = \$ 361.46
 LUCRO = \$ 523.33 RENTABILIDADE = 144,7 POR CENTO

CALCULO DO LUCRO MAXIMO E DA RENTABILIDADE

PI	PJ	PK	PY
55.00	45.00	12.00	0.25
2 * -47.6789* XI	-13.9943* XJ	39.7232* XK	XX = -194.6867
-13.9943* XI	-129.1666* 2 * XJ	16.7546* XK	XX = -881.1186
39.7232* XI	16.7546* XJ	-34.0044* 2 * XK	XX = -114.7928
XI = 3.4220	XJ = 3.5207	XK = 4.5540	

YE (PRODUCAO ECONOMICA) = 4271.990

AP = YE - YE111 (AUMENTO DA PRODUCAO) = 2280.556
 VAP = AP*PY (VALOR DO AUMENTO DA PRODUCAO) = \$ 570.13
 CA1JK (CUSTO DA ADUBACAO ECONOMICA) = \$ 401.29
 CA11I (CUSTO DA ADUBACAO DO TRATAMENTO 111) = \$ 112.00
 CA (CUSTO DA ADUBACAO 1JK - 111) = \$ 289.29
 LUCRO = \$ 280.84 RENTABILIDADE = 97,0 POR CENTO

DELINEAMENTO COM 25 TRATAMENTOS, REPETICAO I, III E IV
 MODELO COM RAIZ QUADRADA

Y111 = 1960. Y222 = 3080. Y333 = 3870. Y444 = 4120. Y555 = 4730.
 Y2445 = 3688. Y351 = 3486. Y412 = 2904. Y523 = 3217. Y134 = 3630.
 Y324 = 3639. Y435 = 4220. Y541 = 3771. Y152 = 3042. Y213 = 2478.
 Y453 = 3788. Y514 = 3372. Y125 = 2491. Y231 = 3340. Y342 = 4279.
 Y532 = 4230. Y143 = 3797. Y254 = 4104. Y315 = 3116. Y421 = 3148.
 N1 = 14920. N2 = 16690. N3 = 18390. N4 = 18180. N5 = 19320.
 P1 = 13830. P2 = 15575. P3 = 10290. P4 = 19655. P5 = 19150.
 K1 = 15705. K2 = 17535. K3 = 17150. K4 = 18865. K5 = 18245.

M A T R I Z X'Y E M A T R I Z B E T A

A = 87500. B = 3245. C = 4707. D = 2044.
 E = -186. F = -475. G = -188.
 H = -228. I = -112. J = 26.

BETA 0 = 3500.0000 BETA 1J = 1007.8487 BETA 1K = 423.2806
 BETA 2I = -315.3673 BETA 2J = -882.4143 BETA 2K = -207.9200
 BETA 111J = -199.2565 BETA 111K = 336.2385 BETA 111L = 169.1732

A N A L I S E D A V A R I A N C I A

FV	SQ	GL	QM	F
TOTAL	316192490.	25		
REQUICAO DEVIDA AOS 10 PARAMETROS	314636740.	10		
B/DIA (MEDIA)	308250000.	1		
LINEARES, QUADRATICOS E INTERACOES	8186739.	9	931859.	8.98
RESIDUO	1555750.	15	103716.	

MEDIA = 3500. DESVIO PADRAO = 322.
 COEF. DE VARIACAO = 9.2 POR CENTO COEF. DE DETERMINACAO = 84.3 POR CENTO

COEFICIENTES DA EQUACAO EM X (RAIZ QUADRADA)

BZERO = -2589.2896 B1J = 3906.6980 B1K = 247.1398
 B1I = 1480.6244 B2J = -882.4143 B2K = -207.9200
 B111J = -199.2565 B111K = 336.2385 B111L = 169.1732

V A L O R E S E S P E R A O S

YE111 = 1945. YE222 = 3179. YE333 = 3870. YE444 = 4281. YE555 = 4512.
 YE245 = 3926. YE351 = 3580. YE412 = 2860. YE523 = 3795. YE134 = 3271.
 YE324 = 3606. YE435 = 4211. YE541 = 3866. YE152 = 3398. YE213 = 2537.
 YE453 = 4167. YE514 = 3228. YE125 = 2854. YE231 = 3312. YE342 = 3858.
 YE532 = 3903. YE143 = 3433. YE254 = 3937. YE315 = 2901. YE421 = 3257.

CALCULO DO LUCRO MAXIMO E DA RENTABILIDADE

PI	PJ	PK	PY
55.00	45.00	12.00	0.45

-875.1794* SQRT(XI) -199.2565* SQRT(XJ) 336.2385* SQRT(XK) --1480.6244
 -199.2565*SQRT(XI)-1964.8207*SQRT(XJ) 169.1732*SQRT(XK) --3906.6980
 336.2385*SQRT(XI) 169.1732*SQRT(XJ) -469.1734*SQRT(XK) = -247.1398
 RXI = 2.3676 RXJ = 2.0018 RXX = 2.9453
 XI = 5.6056 XJ = 4.0072 XK = 8.6750

YE (PRODUCAO ECONOMICA) = 4754.856
 AP = YE - YE111 (AUMENTO DA PRODUCAO) = 2809.230
 VAP = AP*PY (VALOR DO AUMENTO DA PRODUCAO) = \$ 1264.15
 CA1JK (CUSTO DA ADUBACAO ECONOMICA) = \$ 592.73
 CA111 (CUSTO DA ADUBACAO DO TRATAMENTO 111) = \$ 112.00
 CA (CUSTO DA ADUBACAO 1JK - 111) = \$ 480.73
 LUCRO = \$ 783.41 RENTABILIDADE = 162.9 POR CENTO

CALCULO DO LUCRO MAXIMO E DA RENTABILIDADE

PI	PJ	PK	PY
55.00	45.00	12.00	0.35

-945.0203* SQRT(XI) -199.2565* SQRT(XJ) 336.2385* SQRT(XK) --1480.6244
 -199.2565*SQRT(XI)-2021.9715*SQRT(XJ) 169.1732*SQRT(XK) --3906.6980
 336.2385*SQRT(XI) 169.1732*SQRT(XJ) -484.4115*SQRT(XK) = -247.1398
 RXI = 2.0978 RXJ = 1.9467 RXX = 2.6441
 XI = 4.4007 XJ = 3.7900 XK = 7.0023

YE (PRODUCAO ECONOMICA) = 4512.414
 AP = YE - YE111 (AUMENTO DA PRODUCAO) = 2566.788
 VAP = AP*PY (VALOR DO AUMENTO DA PRODUCAO) = \$ 898.37
 CA1JK (CUSTO DA ADUBACAO ECONOMICA) = \$ 496.62
 CA111 (CUSTO DA ADUBACAO DO TRATAMENTO 111) = \$ 112.00
 CA (CUSTO DA ADUBACAO 1JK - 111) = \$ 384.62
 LUCRO = \$ 513.75 RENTABILIDADE = 133.5 POR CENTO

CALCULO DO LUCRO MAXIMO E DA RENTABILIDADE

PI	PJ	PK	PY
55.00	45.00	12.00	0.25

-1070.7366* SQRT(XI) -199.2565* SQRT(XJ) 336.2385* SQRT(XK) --1480.6244
 -199.2565*SQRT(XI)-2124.8287*SQRT(XJ) 169.1732*SQRT(XK) --3906.6980
 336.2385*SQRT(XI) 169.1732*SQRT(XJ) -511.8401*SQRT(XK) = -247.1398
 RXI = 1.7410 RXJ = 1.8536 RXX = 2.2392
 XI = 3.0312 XJ = 3.4358 XK = 5.0141

YE (PRODUCAO ECONOMICA) = 4123.077
 AP = YE - YE111 (AUMENTO DA PRODUCAO) = 2177.451
 VAP = AP*PY (VALOR DO AUMENTO DA PRODUCAO) = \$ 544.36
 CA1JK (CUSTO DA ADUBACAO ECONOMICA) = \$ 381.50
 CA111 (CUSTO DA ADUBACAO DO TRATAMENTO 111) = \$ 112.00
 CA (CUSTO DA ADUBACAO 1JK - 111) = \$ 269.50
 LUCRO = \$ 274.86 RENTABILIDADE = 101.9 POR CENTO

BRAGANTIA

Revista Científica do Instituto Agrônomo do Estado de São Paulo

Vol. 36

Campinas, fevereiro de 1977

N.º 4

ESTUDOS EM UM GRUPO ESPECIAL DE DELINEAMENTOS (1/5)(5³)

JOASSY DE PAULA NEVES JORGE e ARMANDO CONAGIN (²), *Divisão de Plantas Alimentícias Básicas, Instituto Agrônomo*

C O R R E Ç Õ E S

- Pág. 59: linha 21, onde está $\gamma_2 \sqrt{X+X}$, leia-se: $\gamma_2 \sqrt{X} + X$
linha 23, onde está $\Sigma \xi_1 \Sigma \xi_2 = 0$, leia-se: $\Sigma \xi_1 \xi_2 = 0$
- Pág. 63: linha 2, onde está $Y_{ijk} - Y_{111}$, leia-se: $\hat{Y}_{ijk} - \hat{Y}_{111}$
No item 2.2.1, linha 4, 1º parágrafo, onde está:
média $\hat{\beta}_p$ leia-se: média β_p
linha 5, onde está $\hat{\beta}_p \sim N$, leia-se $\hat{\beta}_p \sim N[\beta_p; V(\hat{\beta}_p)]$
linha 8, mesmo parágrafo, onde está $S^{-1} \sigma^2$, leia-se: $S^{-1} \sigma^2$
linha 7, na 2.ª col., onde está β_{li} , leia-se: $\hat{\beta}_{li}$
linha 16, 2.ª col., onde está β_p , leia-se: $\hat{\beta}_p$
- Págs. 65, 66, 67 e 68: em todos os quadros, no topo das colunas, onde está β , leia-se: $\hat{\beta}$
- Pág. 68: linha 24, onde está Y_{ijk} , leia-se \hat{Y}_{ijk}

Pág. 69: Figura 1, onde está: Convergência dos coeficientes

β_{1i} , β_{1j} e β_{1k} , leia-se: Convergência dos coeficientes $\hat{\beta}_{1i}$, $\hat{\beta}_{1j}$ e $\hat{\beta}_{1k}$

Pág. 70: Figura 2, onde está: Convergência dos coeficientes

β_{2i} , β_{2j} e β_{2k} , leia-se: Convergência dos coeficientes $\hat{\beta}_{2i}$, $\hat{\beta}_{2j}$ e $\hat{\beta}_{2k}$

Pág. 71: Figura 3, onde está: Convergência dos coeficientes

β_{1ilj} , β_{1ilk} e β_{1jlk} , leia-se: Convergência dos coeficientes $\hat{\beta}_{1ilj}$, $\hat{\beta}_{1ilk}$ e $\hat{\beta}_{1jlk}$

Pág. 72: linha 6, 2.^a col., onde está: $\sqrt{V(\beta_1)}$, leia-se:

$$\sqrt{V(\hat{\beta}_1)}$$

linha 10, 2.^a col., leia-se: $0,02 \sigma^2$; o σ^2

linha 14, 2.^a col., onde está $\sqrt{V(\beta_1)}$, leia-se:

$$\sqrt{V(\hat{\beta}_1)}$$

Pág. 73: linha 3, 1.^a col., onde está β_{1i} , leia-se: $\hat{\beta}_{1i}$

linha 4, 1.^a col., onde está β_{1k} , leia-se: $\hat{\beta}_{1j}$

linha 5, 1.^a col., onde está β_{1j} , leia-se: $\hat{\beta}_{1k}$

linha 25, onde está Y_{ijk} , leia-se: \hat{Y}_{ijk}

linhas 25 a 30, em lugar de todos os β , leia-se: $\hat{\beta}$

linha 31, 1.^a col., onde está Y_{ijk} , leia-se: \hat{Y}_{ijk}

Pág. 74: 1.^a, 2.^a e 3.^a linhas, em lugar de todos os β , leia-se $\hat{\beta}$

Pág. 75: item b, 3.^a linha, onde está Y_{ijk} , leia-se: \hat{Y}_{ijk}

Nesse mesmo item: linhas 3.^a, 4.^a, 6.^a, 7.^a, 8.^a, 9.^a,

10.^a, 13.^a, 14.^a e 15.^a, em lugar de β , leia-se: $\hat{\beta}$

Pág. 79: Figura 4, onde está: Convergência dos coeficientes β_{2i} , β_{2j} e β_{2k} , leia-se: Convergência dos coeficientes $\hat{\beta}_{2i}$, $\hat{\beta}_{2j}$ e $\hat{\beta}_{2k}$