

MODELOS QUANTITATIVOS DE APOIO ÀS DECISÕES - II

Pierre Jacques Ehrlich

Professor do Departamento de Informática e
Métodos Quantitativos da EAESP/FGV.
E-mail Ehrlich@eaesp.fgvsp.br

RESUMO: O sucesso da aplicação de técnicas de Análise das Decisões como apoio em problemas com um único objetivo predominante abriu caminho para estudos de problemas mais ambiciosos como os de decisões com multicritérios e decisões de grupo (estes dois tipos utilizam metodologias muito semelhantes). Como evolução natural da Análise das Decisões, resultou a metodologia MAUT (Multi-Attribute Utility Theory). Seu rigorismo teórico torna as aplicações difíceis para um analista menos preparado. Como consequência, surgiu a metodologia AHP (Analytic Hierarchy Process) de utilização extremamente simples. A crítica ao AHP veio da escola européia que criou uma série de métodos conhecidos pela abreviação comum: MCDA (Multicriteria Decision Aid).

ABSTRACT: The success of Decision Analysis as support for problems with a single predominant objective opened the road to more ambitious decision problems with Multicriteria and Group Decisions (these two use similar techniques). The natural evolution of Decision Analysis is the MAUT (Multi-Attribute Utility Theory). Its theoretical rigor makes it difficult to be used by non-specifically trained analysts. As a consequence, appeared the AHP (Analytic Hierarchy Process) extremely easy to use. The criticism on the AHP came from the European school with several methods known under the name MCDA (Multicriteria Decision Aid).

A primeira parte deste artigo foi publicada na *RAE - Revista de Administração de Empresas*, v. 36, n.1, p. 33-41, jan./fev./mar. 1996.

PALAVRAS-CHAVE: apoio à decisão, multicritério, multi-atributo, objetivos conflitantes.

KEY WORDS: decision support, multicriteria, multi-attribute, conflicting objectives.

A primeira parte deste artigo tratou, essencialmente, da apresentação da modelagem para apoio às decisões e da parte mais clássica, ou monocritério, que se desenvolveu sob o nome de Análise das Decisões. Concluindo essa primeira parte, apresentou-se, como introdução aos problemas multicritérios e de decisões em grupo, um exemplo utilizando o *software* Hiview¹.

Esta segunda parte do artigo tratará dos problemas de decisão sobre os quais são contemplados objetivos que tanto podem interagir numa mesma direção de satisfação como em direções opostas. A exposição a seguir tem como essência a estruturação global que permite contemplar esses diversos objetivos, assim como os "compromissos" (*tradeoffs*) de compatibilização entre eles.

Para a maioria dos problemas de interesse prático é necessário que se analisem, simultaneamente, vários atributos de cada alternativa. Ou seja, os problemas de decisão requerem uma visão global que compreenda vários critérios.

Em um problema de decisão, os vários critérios correspondem aos aspectos que identificamos como importantes para atingir o objetivo de classificação das alternativas segundo nossos desejos (ou valores). Normalmente, começamos um problema de decisão pela especificação dos nossos objetivos, ou seja, dos critérios C_1, C_2, \dots . Estabelecemos uma métrica para estes critérios, de modo a poder ordená-los segundo o grau de "desejabilidade", e, a seguir, listamos as alternativas de ação (a_1, a_2, \dots — isto é, que pertencem ao conjunto A , de alternativas ou de ações). O processo costuma ser de "idas e vindas" entre os critérios e as alternativas. Novos critérios passam a ser contemplados e novas alternativas, criadas. Ao final, obtém-se duas tabelas: uma de critérios e outra, de alternativas. As alternativas são avaliadas, para cada critério, pelas medidas ou ordenações quanto aos seus atributos x_i .

Um exemplo clássico é o da procura de uma nova residência. Desejamos que essa casa seja grande, barata e com boa vizinhança. O objetivo global é que a residência seja a mais adequada possível. Num processo de decomposição hierárquica, este objetivo global foi decomposto em três

Para a maioria dos problemas de interesse prático é necessário que se analisem, simultaneamente, vários atributos de cada alternativa. Ou seja, os problemas de decisão requerem uma visão global que compreenda vários critérios.

critérios: tamanho, preço e vizinhança. O objetivo que se refere ao tamanho é claro e pode ser medido em m^2 , o que se refere ao preço também é claro, e medido em R\$, mas quanto à vizinhança, o objetivo é mais nebuloso, por ser um conceito menos nítido: seria necessário decompor este objetivo em diversos sub-objetivos, como tempo de transporte, criminalidade, acesso para compras etc. Destes sub-objetivos resulta um número índice numa escala tal que: "100 = o melhor" e "0 = o pior". Após a utilização de um critério de seleção de "suficiência", onde só são mantidas as alternativas com um desempenho mínimo em cada objetivo — área mínima para a família, preço máximo que podemos pagar e qualidade mínima de vizinhança —, são selecionadas três habitações, segundo estas especificações:

| Alternativa | Área (m^2) | Preço (R\$) | Vizinhança |
|-------------|----------------|-------------|------------|
| H1 | 160 | 180.000 | 90 |
| H2 | 200 | 240.000 | 80 |
| H3 | 210 | 230.000 | 90 |

A primeira observação é que a alternativa H2 é "dominada"² pela alternativa H3, de modo que somente sobram, para competir, as alternativas H1 e H3.

A primeira seleção, por suficiência e por dominância, é extremamente útil e importante. Para se selecionar entre as alternativas sobreviventes, é preciso construir um número índice, soma ponderada dos valores dos objetivos (e das suas interações), onde cada peso reflita a importância relativa do objetivo, a escala na qual este foi medido e a relação de troca entre um objetivo e outro.

1. Da empresa inglesa Krysalis.

2. Uma alternativa é dominada quando, para todos os critérios, ela não é melhor que a dominadora e é pior em pelo menos um critério.

A maioria dos problemas de decisão não tem somente um objetivo. Objetivos múltiplos e conflituosos são a norma. A comparação e as trocas entre objetivos de natureza e de mensuração muito diferentes constituem-se em tarefa difícil.

As metodologias

O processo de seleção da melhor alternativa ou de um conjunto das melhores alternativas origina diversas escolas, dentre as quais se destacam três³ grandes linhas de atuação:

- a primeira, chamada MAUT (Multi-Attribute Utility Theory), parte da construção de utilidades individuais para cada critério (SUF), para, dentro deste, quantificar e ordenar as preferências, e da agregação das diversas SUF em uma única função de utilidade (MAUF), que comporta a importância de cada critério, além das substituições (*tradeoffs*) e dos seus relacionamentos. As alternativas são, então, ordenadas de acordo com os valores obtidos na MAUF;
- a segunda, chamada AHP (Analytic-Hierarchy Process), inicia o processo pela decomposição hierárquica do objetivo global em critérios, sendo estes, por sua vez, decompostos de forma a se obter uma cascata em vários níveis, até que se atinja o patamar mais elementar de cada ramo. As alternativas são, então, comparadas ao nível mais elementar dos critérios. Para cada critério, a intensidade da preferência é estabelecida entre cada par de alternativas, numa escala subjetiva (1,2,3,5,7,9, e valores intermediários, onde 1 = indiferença e 9 = preferência extrema). Após o cálculo (de autovetor) resultam pesos relativos de preferência para cada seqüência de comparações. Por sua vez, em cada nível os critérios também são comparados aos pares, num processo idêntico ao anterior, para especificar suas importâncias relativas. Para cada alternativa, resulta uma soma ponderada dos pesos de preferência em cada critério, multiplicados pelo respectivo peso de importância deste mesmo critério;
- a terceira é chamada MCDA (Multi-Criteria Decision Aid), ou escola europeia. O processo de decomposição do objetivo é semelhante ao do AHP, e as comparações entre alternativas também

são feitas no último nível de decomposição e aos pares, mas, em vez de uma medida de intensidade de preferência, o resultado é binário (ou quase) em cada critério. A análise sobre o conjunto dos critérios conduz a uma desclassificação (*outranking*) da alternativa perdedora ou promoção de classe (*surclassement*) da ganhadora. Constroem-se classes (como de jogadores de tênis), e, em cada uma delas, ocorre a ordenação das alternativas.

Na prática, todos os procedimentos acabam sendo utilizados como de apoio às decisões. Conseqüentemente, surge uma legítima procura por simplificações, que, por força de certo rigor, tornam mais fácil a operação das ferramentas.

Processo da Multi-Attribute Utility Theory (MAUT)

Os diversos critérios podem não ser independentes. Por exemplo, na análise de propostas de trabalho, pode-se desejar o máximo de saúde, tempo e dinheiro; entretanto, o valor atribuído ao dinheiro depende dos outros dois critérios. O processo MAUT é o único que se propõe a analisar o difícil problema da interação entre os critérios.

Para a agregação das utilidades (valorizações) dos vários critérios, a forma aditiva é a mais intuitiva e a mais simples:

$$U(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = k_1 u_1(x_1) + k_2 u_2(x_2) + \dots + k_8 u_8(x_8).$$

Esta forma deve ser utilizada sempre que possível. Ela mostra a grande facilidade nos procedimentos quando podemos separar as utilidades para cada critério isoladamente e agregar o conjunto na parte final da avaliação das alternativas. Infelizmente, nem sempre o problema é tão simples.

Analisemos as condições para que haja um meio de agregação que, de uma forma mais geral, resulte numa MAUF multilinear (a forma aditiva é um caso mais simples de uma multilinear). O método MAUT procura analisar as relações entre os diversos critérios antes de definir uma forma funcional para a MAUF que agrega as diversas utilidades.

Para se poder definir e obter as diversas utilidades de cada critério, é preciso que cada uma delas não dependa do nível

3. Alguns autores preferem iniciar a classificação com duas linhas de pensamento. A primeira linha, normativa, corresponde à metodologia MAUT. Muito embora as demais se configurem como de apoio às decisões, na realidade todas o são.

dos outros atributos (valores nos critérios). Isto equivale a dizer que $u_i(x_i)$ não se modifica quando o nível dos atributos nos seus critérios se altera. Numa notação mais formal, é preciso haver uma independência em relação aos intervalos. Assim, para um critério C_i , se $[u_i(x'_i) - u_i(x''_i)] = k_i [u_i(x'''_i) - u_i(x''''_i)]$, k_i não deve depender do valor dos outros critérios.

Havendo uma loteria, a condição anterior precisa ser estendida para uma independência de utilidade. Essa independência ocorre quando a relação entre as probabilidades da loteria e sua utilidade (ou seu equivalente certo) não depende do valor dos outros critérios. Satisfeitas essas condições, é possível definir a forma multilinear.

Para simplificar a notação, com três critérios, haveria este resultado:

$$U(x_1, x_2, x_3) = k_1 u_1(x_1) + k_2 u_2(x_2) + k_3 u_3(x_3) + k_{12} u_1(x_1) u_2(x_2) + k_{13} u_1(x_1) u_3(x_3) + k_{23} u_2(x_2) u_3(x_3) + k_{123} u_1(x_1) u_2(x_2) u_3(x_3).$$

Com dois critérios, este resultado:

$$U(x_1, x_2) = k_1 u_1(x_1) + k_2 u_2(x_2) + k u_1(x_1) u_2(x_2), \text{ onde } k = 1 - (k_1 + k_2).$$

Seja x_{1M} o máximo de x_1 e x_{1m} o mínimo, de modo que $u(x_{1m}) = 0$ e $u(x_{1M}) = 1$.

Seja x_{2M} o máximo de x_2 e x_{2m} o mínimo, de modo que $u(x_{2m}) = 0$ e $u(x_{2M}) = 1$.

Então: $k_1 = U(x_{1M}, x_{2m})$ e $k_2 = U(x_{1m}, x_{2M})$.

Verificamos que, também para a MAUF, $U(x_{1m}, x_{2m}) = 0$ e que $U(x_{1M}, x_{2M}) = 1$.

A forma aditiva é um caso particular da forma multiplicativa, na qual:

$$k_1 = 1.$$

Uma MAUF aditiva assume a forma:

$$U(x_1, x_2, x_3) = k_1 u_1(x_1) + k_2 u_2(x_2) + k_3 u_3(x_3).$$

É muito mais fácil trabalhar com uma forma aditiva. Sua existência está condicionada à independência de pares em relação aos demais critérios:

- um par de critérios $\{C_i, C_j\}$ é preferencialmente independente dos outros critérios quando as taxas de troca entre eles (que depende dos seus valores) não depende do valor dos outros critérios. Isto

quer dizer que as curvas de indiferença não se mudam quando o nível dos outros critérios se altera;

- havendo uma loteria envolvendo os dois critérios, eles são aditivamente independentes se uma loteria L_1 com 50% de {os dois no valor máximo} e 50% com {os dois no valor mínimo} é indiferente a uma outra loteria L_2 com 50% de {um critério no valor máximo e o outro no valor mínimo} e 50% de {um critério no valor mínimo e o outro critério no valor máximo}.

Cabe ao analista verificar estas condições durante o processo de modelagem.

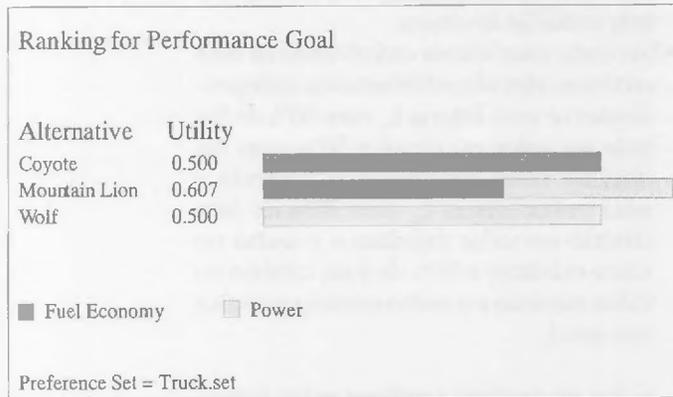
Os problemas de independência são ilustrados, a seguir, por alguns exemplos.

Suponhamos um projeto para a exploração de determinado recurso natural, buscando os melhores resultados possíveis. O objetivo global "melhores resultados possíveis" é decomposto em dois critérios: C_1 — o resultado financeiro [onde quanto maior x_1 , maior será $u_1(x_1)$], e C_2 — o nível de impacto sobre o meio ambiente [onde quanto menor x_2 , maior será $u_2(x_2)$]. Neste caso, a desejabilidade de um critério não é afetada pela do outro critério (independência de intervalo) e a MAUF multilinear é possível. Em caso de incerteza quanto aos resultados, se houver indiferença (o que não é evidente) entre loterias do tipo L_1 e L_2 , ela se simplifica para a forma aditiva: $U(x_1, x_2) = k_1 u_1(x_1) + k_2 u_2(x_2)$.

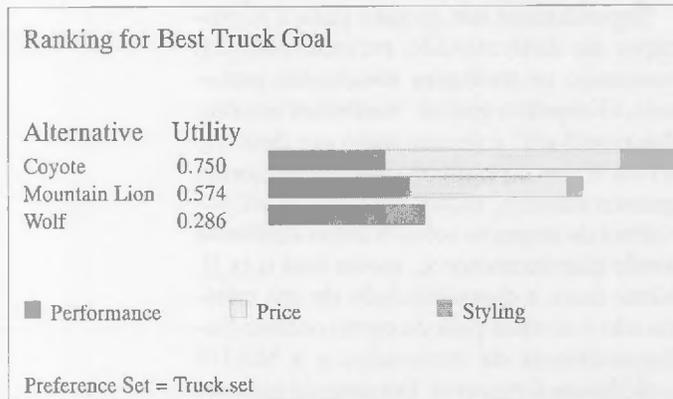
Este é o caso mais simples. Sempre que possível, convém modelar o problema de decisão (princiando pelas decomposições hierárquicas e escolhendo os critérios mais convenientes) de modo a resultar na simplificação.

Na prática, todos os procedimentos acabam sendo utilizados como de apoio às decisões. Conseqüentemente, surge uma legítima procura por simplificações, que, por força de certo rigor, tornam mais fácil a operação das ferramentas.

Para o sub-objetivo Performance, resultou:



E, para o objetivo global:



Um outro exemplo é a situação em que alguém esteja desejando consumir ao máximo café e açúcar. Como ele gosta de café com açúcar e de açúcar no café, a disponibilidade dos dois conjuntamente aumenta a utilidade global. Isto equivale a dizer que L_1 é preferível a L_2 e que não há independência aditiva. Resulta uma MAUF multilinear: $U(x_1, x_2) = k_1 u_1(x_1) + k_2 u_2(x_2) + k u_1(x_1) u_2(x_2)$, onde $k > 0$.

Se, em vez de café e açúcar, o problema tivesse sido o do consumo de arroz e de trigo, levando-se em consideração o fato de que para o ato de se alimentar é valorizado "pelo menos um dos dois", L_2 seria preferível a L_1 . A função seria a mesma, mas resultaria $k < 0$.

Entretanto, se o primeiro problema tivesse sido consumir café somente com uma proporção fixa de açúcar que cor-

responde a determinado gosto (e vice-versa), a questão teria sido simplificada para um caso e critério únicos. Vemos, neste caso, a importância do cuidado em montar a estrutura do modelo.

Após a aceitação de uma estrutura de MAUF, digamos aditiva, como obter os pesos k_i ? Comparamos os critérios dois a dois, e definimos duas situações:

$$A: u_1 = 1 \text{ e } u_2 = 0$$

$$B: u_1 = 0 \text{ e } u_2 = 1$$

Pergunta-se: qual das duas situações é a preferida?

Sendo, por exemplo, a situação A, evidentemente o decisor atribui mais valor ao critério C_1 .

Reduz-se u_1 até uma situação de indiferença I, onde o decisor é indiferente entre B e I.

Digamos, situação I: $u_1 = 0,3$ e $u_2 = 1$. Deduz-se que $k_2/k_1 = 0,3$.

Observando que $k_1 + k_2 = 1$, resulta: $k_1 = 0,77$ e $k_2 = 0,23$.

Havendo vários critérios, escolhe-se um só como base de referência para comparações: o mais valorizado de todos. No caso do exemplo foi C_1 .

Um outro exemplo: o uso de Logical Decisions⁴ para ordenar a preferência entre três caminhões, em função de quatro critérios, segundo estes dados:

- os critérios Fuel Economy e Power foram agregados em um sub-objetivo chamado Performance;
- foram estabelecidas utilidades para cada critério quantitativo e pesos para o critério qualitativo;
- foram analisados os tradeoffs entre critérios, para a construção de utilidades aditivas: uma para o sub-objetivo e outra para o objetivo.

| Alternative Name | Styling | Price | Fuel Economy | Power |
|------------------|-------------|-------|--------------|-------|
| Mountain Lion | Mediocre | 11000 | 21 | 130 |
| Coyote | Muscular | 9000 | 23 | 109 |
| Wolf | Nondescript | 15000 | 16 | 175 |

O método MAUT é de uma solidez teórica incontestável. A escolha (e a existência) da Utilidade Agregada é condicionada a verificações prévias que somente o MAUT se propõe a realizar. Keeney⁵ mos-

4. Da empresa Logical Decisions, USA. Este software serve para MAUT, AHP ou para simples ponderação.

5. KEENEY, R. *Value focused thinking*. USA: Harvard University Press, 1992.

tra uma grande variedade de aplicações bem-sucedidas do MAUT e o modo de lidar com as aparentes violações das condições de independência. O método MAUT requer um bom detalhamento de informações e também muita habilidade por parte do consultor que assessora o corpo decisor.

Analytic Hierarchy Process (AHP)

O AHP, mantendo uma estrutura normativa como o MAUT, procura uma maior simplicidade na modelagem do processo de decisão, de modo a permitir uma total compreensão da parte decisor, a cativar sua confiança e a propiciar uma maior participação na estruturação do problema. O preço a pagar por tantos benefícios é de grandes compromissos com o rigorismo teórico.

De qualquer modo, apesar da estrutura normativa, o AHP acaba sendo utilizado como ferramenta de apoio às decisões. Sua simplicidade o torna bastante popular, tanto para decisões individuais como em grupo. De fato, seu uso é muito difundido entre usuários que — quando bem avisados das limitações do AHP, e com habilidades para tirar proveito das suas qualidades — acabam tendo uma boa ferramenta de apoio às decisões.

A classificação das alternativas em ordem de preferência é sempre feita por meio de uma função aditiva.

O processo requer as seguintes etapas:

- decompor o objetivo, em uma estrutura hierárquica;
- listar as alternativas;
- comparar, aos pares, os critérios ligados a um mesmo nó, para cada nível hierárquico, para que, assim, obtenham-se as importâncias desses critérios;
- comparar as alternativas aos pares, para cada critério, para que, assim, obtenham-se as preferências;
- determinar os pesos relativos a cada conjunto de comparações; determinar os pesos relativos por meio do "autovetor"; verificar a consistência;
- agregar o conjunto, de modo a se classificarem as alternativas.

As comparações são sempre feitas numa escala subjetiva de 1, 3, 5, 7, 9, onde 1 significa indiferença e 9, preferência extrema.

A escala foi construída partindo-se do princípio de que a percepção humana não consegue distinguir mais do que sete (mais ou menos dois) níveis diferentes. O processo permite utilizar os valores intermediários, aceita inconsistências (ilustradas mais adiante) e recomenda que o índice de inconsistência relativa não exceda 0,10. Voltaremos a falar sobre este índice de inconsistência.

Tomemos como exemplo um problema de aplicação de dinheiro: como aplicar R\$ 250.000. O objetivo global (*goal*) foi decomposto em quatro critérios: rentabilidade, segurança, liquidez, e facilidade de gestão. Num processo de comparações aos pares, atribuem-se (subjetivamente) as importâncias relativas para os critérios:

INVESTIR R\$ 250.000, sem mexer, por três meses no mínimo

Node: 0

Compare the relative IMPORTANCE with respect to: GOAL

| | | | |
|----------|---------|----------|--------|
| | SEGURAN | LIQUIDEZ | GESTÃO |
| RENTAB | 3,0 | 1, | (2,0) |
| SEGURAN | | (2,0) | (3,0) |
| LIQUIDEZ | | | 2,0 |

Row element is ___ times more than column element unless enclosed in ()

| Abbreviation | Definition |
|--------------|---|
| Goal | INVESTIR R\$ 250.000, sem mexer, por três meses no mínimo |
| RENTAB | |
| SEGURAN | |
| LIQUIDEZ | |
| GESTÃO | |

| | | |
|----------|------|--|
| RENTAB | ,251 | <div style="background-color: black; height: 10px; width: 80%;"></div> |
| SEGURAN | ,109 | <div style="background-color: black; height: 10px; width: 60%;"></div> |
| LIQUIDEZ | ,334 | <div style="background-color: black; height: 10px; width: 95%;"></div> |
| GESTÃO | ,307 | <div style="background-color: black; height: 10px; width: 90%;"></div> |

Inconsistency Ratio =0,09

Importâncias estabelecidas pelo decisor:
 $R > S; G = L; G > R$ com os:

$$i_{RS} = 3; i_{RL} = 1; i_{RG} = 1/2; i_{SL} = 1/2; i_{SG} = 1/3; i_{LG} = 2.$$

Observamos que $i_{LG} = 2$, mas, para haver consistência perfeita, seria necessário que fosse $i_{LS} * i_{SG} = 2/3$. Esta inconsistência é considerada aceitável, desde que as importâncias relativas reflitam o sentimento do decisor. Um índice de inconsistências expressa o conjunto de casos como o exemplificado. Aqui, esse índice resultou em 0,09. O considerado aceitável é até 0,10.

Os "pesos" normalizados (soma igual a um) são obtidos por meio de um cálculo de "auto-vetor".

Por um processo inteiramente análogo, as preferências pelas alternativas são obtidas para cada critério. A título de exemplo, vejamos as preferências para o critério gestão.

Vejamos a classificação dos propósitos:

- P.a propõe encontrar um subconjunto de ações tão restrito quanto possível (o ideal é uma só ação), procurando identificar a solução ótima. Se esta não for encontrada, então que o seja pelo menos um subconjunto de soluções satisfatórias. O intuito é conduzir à escolha de uma ação vencedora, como o fazem modelos normativos como o MAUT e o AHP;
- P.b propõe classificar as ações em categorias predefinidas (do tipo: aceita, rejeita, põe de lado para reconsiderações futuras);
- P.g como passo seguinte a P.b, se possível, ordenar as classes e, dentro destas, as ações;
- P.d descreve as conseqüências das ações, sem tentar classificá-las. O intuito é ajudar o decisor a melhor entender o problema da decisão. Tipicamente, seria o caso de análise de cenários e de simulações.

INVESTIR R\$ 250.000, sem mexer, por três meses no mínimo

Node: 40000

Compare the relative PREFERENCE with respect to: GESTÃO < GOAL

| | Poupanca | Fundos | Bolsa BR | Bolsa NY | Fixo US | Cash US |
|----------|----------|--------|----------|----------|---------|---------|
| Imóveis | (9,0) | (8,0) | (7,0) | (3,0) | (2,0) | (9,0) |
| Poupanca | | 2,0 | 3,0 | 8,0 | 9,0 | 1,0 |
| Fundos | | | 2,0 | 5,0 | 8,0 | (3,0) |
| Bolsa BR | | | | 7,0 | 5,0 | (2,0) |
| Bolsa NY | | | | | (2,0) | (9,0) |
| Fixo US | | | | | | (8,0) |

Row element is ... times more than column element unless enclosed in ()

| Abbreviation | Definition |
|--------------|---|
| Goal | INVESTIR R\$ 250.000 por três meses, no mínimo, sem mexer |
| GESTÃO | |
| Imóveis | |
| Poupanca | |
| Fundos | Fundos de Bancos ou de Financeiras |
| Bolsa BR | Mix na Bolsa no Brasil |
| Bolsa NY | Mix na bolsa de NY |
| Fixo US | Time Deposit ou Treasure Bonds ou semelhante |
| Cash US | Dollares Cash ao abrigo como Travellers Checks |

Inconsistency Ratio = 0,05

O MCDA também parte do fim de um processo de decomposição hierárquica e as preferências dentro de cada critério são estabelecidas por comparações aos pares (como no AHP). Entretanto, no MCDA, as preferências dentro de cada critério são estabelecidas por um pseudo-critério (assim chamado para acomodar relações fortes e relações fracas). Os métodos mais conhecidos são o ELECTRE⁶ e PROMETHEE/GAIA⁷.

Vamos descrever, a seguir, um dos processos de estabelecimento de importâncias e de preferências.

As relações para um critério (preferências)

Para cada critério, utilizam-se as medidas originais de desempenho (preço, velocidade, concentração de gases etc.) ou uma escala qualitativa (muito confortável, pouco confortável etc.), ou ainda uma função de utilidade u_i para o critério C_i .

As alternativas são comparadas, aos pares, para cada critério.

Para cada critério C_i são estabelecidos limiares, que podem ser medidos em termos absolutos ou relativos:

- limiar de indiferença p_i
- limiar de preferência q_i
- limiar de veto v_i
- limiar de comparabilidade r_i

O processo se repete para os outros critérios, e a classificação final é obtida da soma ponderada das preferências de cada alternativa pela respectiva importância do critério.

O Multi-Criteria Decision Aid (MCDA)

O MCDA pode ser visto como um critério de oposição às escalas numéricas do AHP. Seus adeptos observam que, no exemplo anterior, faz sentido classificar as importâncias como $R > S$, mas que a relação numérica 3 é totalmente desprovida de interpretação racional. A partir dessa observação, a proposta é que a sua função seja de mero apoio às decisões, dentro das limitações de propósitos mais modestos.

6. Elimination et Choix Traduisant la Réalité. Comercializado pelo LAMSADE.

7. Preference Ranking Organization Method of Enrichment Evaluations/Geometrical Analysis for Interactive Aid. O software correspondente, PROMCALC, é comercializado pela Universidade Livre de Bruxelas. De fato, PROMETHEE pode ser utilizado como um método normativo, tal como o AHP.

Estes limiares podem corresponder a limites estritos (tipo menor ou maior) ou aceitar a igualdade. Para facilitar a notação, vamos mostrar apenas o caso estrito.

Para um critério, vamos apresentar as possíveis relações (preferências) entre duas alternativas, a e b , no contexto de um exemplo: decisão quanto à compra de um apartamento, sendo o critério C_i o preço de um apartamento. A função de utilidade terá o sentido inverso da medida original pois, se o preço de a for inferior ao preço de b , $u(a) > u(b)$.

- Relação R : a e b somente podem ser comparáveis se $[u(a) - u(b)] < r$. Caso contrário, não são comparáveis, por pertencerem a classes diferentes; seriam apartamentos de preços muito díspares. Notação: aRb .

Se aRb , então bRa . A relação aRa é impossível.

O limiar r pode ser diretamente em unidades monetárias (ou da correspondente utilidade), ou um múltiplo de $u(a)$, ou um múltiplo de $u(b)$.

- Condição V : para continuarem no processo, a e b não podem infringir o limiar de veto v :

$$u(a) > v \text{ e } u(b) > v.$$

Não posso ultrapassar meu orçamento. Novamente, dependendo de cada situação, v pode ser medido em termos absolutos ou relativos. Em caso de infração, a alternativa é totalmente desclassificada do processo de seleção.

- Relação I : a é indiferente a b se a diferença é pequena: aIb se $[u(a) - u(b)] < p$.

Novamente, p pode ter uma medida absoluta. Entretanto, são importantes os casos em que p é uma proporção de $u(a)$ ou de $u(b)$, em razão dos distintos modos de se definir o limiar p e também porque a diferença pode ser estabelecida em valor absoluto.

Sempre aIa , por outro lado, se aIb então bIa se o limiar p for fixo. Em alguns métodos, o limiar p depende da direção da proposição e a simetria pode não ocorrer.

- Relação P : a é preferível a b se a diferença é significativa:

$$aPb \text{ se } [u(a) - u(b)] > q.$$

Dado aPb , quando o limiar for q fixo, não pode ocorrer bPa . Entretanto, alguns

métodos utilizam limiares que dependem da direção da proposição.

- Relação Q : a é fracamente preferível a b se a diferença estiver entre as duas acima:

$$aQb \text{ se } q < [u(a) - u(b)] < p.$$

Dado aQb , quando os limiares p e q são fixos não pode ocorrer bQa . Entretanto, alguns métodos utilizam limiares que dependem da direção da proposição.

A razão para a construção dessa estrutura de comparações baseia-se na dificuldade de um decisor estabelecer uma função de utilidade contínua e precisa (não é o caso com preços dos apartamentos, mas poderia ser com um outro critério, como qualidade dos transportes).

Como referido, quando os limiares são especificados em termos relativos (em oposição a valores absolutos), as relações resultantes entre alternativas, para o critério em análise, podem ser diferentes se os limiares forem calculados em relação a $u(a)$ ou a $u(b)$.

As relações entre alternativas

As alternativas são comparadas aos pares para um processo de *outranking* (desclassificação). Na sua definição mais geral, uma alternativa a desclassifica outra alternativa, b , notação aSb , se, na opinião do decisor, houver suficiente evidência para efetuar esta desclassificação. Um exemplo de condição de desclassificação: uma alternativa a desclassifica a alternativa b , notação aSb , se em todos os critérios houver comparabilidade, e também se aPb ou aIb . Pode ou não ocorrer a simetria aSb simultânea com bSa .

Esse exemplo é muito restritivo e pode conduzir a um processo pouco conclusivo. De um modo geral, é preciso estabelecer medidas de concordância e de discordância para o *outranking*.

Do processo de comparação, aos pares, de todas as alternativas, resultam classes. Dentro de uma mesma classe estão tanto alternativas que não se desclassificam entre si como as que se desclassificam mutuamente (e que, portanto, continuam comparáveis). As alternativas que não passaram pelo limiar do veto foram totalmente desclassificadas do processo. Entretanto, assim que uma alternativa é desclassificada por aSb (sem que haja bSa) ou por aRb (não compará-

vel), origina-se outra classe. A esta, virão se agregar as alternativas que não desclassificam as colegas de classe e também as que não são desclassificadas por estas últimas.

A ordenação das alternativas dentro de uma classe também é feita aos pares e pode resultar em pontos, segundo diversos processos de comparação, entre os quais este, cujos passos são apresentados a seguir:

- comparando todos os critérios, cada alternativa ganha um ponto por relação P e meio ponto (ou outra proporção) por relação Q . A ordenação é feita pela soma dos pontos obtidos em cada alternativa, dentro de cada classe;
- os pontos acima são ponderados por índices de importância k_i do correspondente critério.

Neste processo de comparação, premiam-se somente as "vitórias". Também é possível penalizar uma alternativa pelas "derrotas", mantendo-se neutralidade nos "empates".

Com princípios tão gerais, o MCDA é uma abertura para a construção de diversos métodos. Um outro exemplo ilustra este dado.

O problema é escolher um carro entre sete alternativas, a partir de quatro critérios: preço, conforto, velocidade e estilo, conforme estas especificações:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Preço (\$) | 300 | 250 | 250 | 200 | 200 | 200 | 100 |
| Conforto (E,M,F) | E | E | M | M | M | F | F |
| Velocidade (V,L) | V | L | V | V | L | V | L |
| Estilo (B,O) | B | B | B | O | B | B | O |

(E = Excelente; M = Médio; F = Fraco; V = Veloz; L = Lento; B = Bonito; O = Ordinário)

Começemos estabelecendo os limiares para os critérios:

- preço: diferença de 50 = I; diferença de 100 =; diferença de 150 ou mais = R;
- conforto: $[E - F] = R$; outras diferenças = P;
- velocidade: qualquer diferença = P;
- estilo: qualquer diferença = P.

Passemos, agora, a utilizar a medida de *outranking*, que, acima, havia sido mostrada como pouco conclusiva.

Relação R em preço: 7R1, 7R2, 7R3. Em conforto: 1R6, 1R7, 2R6, 2R7.

A análise dos critérios aos pares mostra que: 1S2, 1S3, de modo que 1 não está com 2 e 3. Quanto a 2 e 3 com 4, 5 e 6 observamos as relações S : 2S5, 3S4, 3S5, 3S6.

O agrupamento pode ser feito em três classes: {4, 5, 6, 7}; {2, 3}; {1, 4, 5}.

A classe {2, 4} foi eliminada frente à {2, 3}, já que 3S4.

E assim resolvemos um problema P_b .

Para ordenar as alternativas dentro de cada classe, passando a um problema P_g , podemos utilizar algumas outras das sugestões apresentadas. Cada classe propõe trocas (*tradeoffs*) entre critérios de um modo diferente, segundo o número e a importância dos critérios.

Diferentes modos de definir os limiares ou a relação de *outranking* S resultariam em diferentes agrupamentos⁸. De fato, com o intuito de simplificar a apresentação, no exemplo assumimos a condição S de modo parecido a uma dominância. Métodos bem mais conclusivos para o ordenamento ou a seleção de alternativas utilizam conceitos de concordância e de discordância para chegar a condições de desclassificação (*outranking*). □

BIBLIOGRAFIA SUPLEMENTAR

- BANA e COSTA, Carlos A. (ed.). *Readings in multiple criteria decision aid*. New York: Springer-Verlag, 1990.
- EXPERT CHOICE. *Decision Support Software*. Pittsburgh: Expert Choice, In., 1995.
- KEENEY, R., RAIFFA, H. *Decisions with multiple objectives: preferences and value tradeoffs*. Paris: John Wiley, 1976.
- POMEROL, J.C., ROMERO, S.B. *Choix multicritère dans l'entreprise*. Paris: Hermes, 1993.
- ROY, B. *Méthodologie multicritère d'aide à la décision*. Paris: Economica, 1985.
- ROY, B., BOUYSSOU, D. *Aide multicritère à la décision: méthodes et cas*. Paris: Economica, 1993.
- SAATY, T.L. *The analytic hierarchy process*. Pittsburgh: RWS Publications, 1990 (Traduzido para o português sob o título *Método de análise hierárquica*. São Paulo: Makron Books, 1991.).
- _____. *Decision making for leaders*. Pittsburgh: PWS Publications, 1995.
- VINCKE, P. *L'Aide multicritère à la décision*. Paris: Ellipses, 1989.

8. A "escola francofona", de estatística descritiva, destaca-se pelas suas contribuições a esta linha de pensamento.