

# Modelagem da estabilidade de tratores agrícolas de pneus

Joseph Kalil Khoury Junior<sup>(1)</sup>, Gutemberg Pereira Dias<sup>(1)</sup>, Ricardo Reis Cordeiro<sup>(2)</sup>  
e Cristiano Márcio Alves de Souza<sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup>Universidade Federal de Viçosa (UFV), Dep. de Engenharia Agrícola, CEP 36570-000 Viçosa, MG. E-mail: khouryjr@vicosa.ufv.br, gpdias@ufv.br, csouza@vicosa.ufv.br <sup>(2)</sup>UFV, Dep. de Física. E-mail: cordeiro@ufv.br

**Resumo** – O conhecimento do limite de estabilidade de tratores é fundamental à segurança das operações agrícolas. O objetivo deste trabalho foi desenvolver um modelo matemático para previsão da perda da estabilidade de tratores agrícolas. No modelo foram utilizadas as características geométricas e ponderais do trator e de sua condição numa pista de ensaio. Análises de balanço de forças e de momentos foram realizadas para determinar as equações que regem o comportamento estático e dinâmico do trator em superfície inclinada. Com base nos resultados da comparação entre os valores dos ângulos-limite de tombamento simulados e experimentais, conclui-se que o modelo matemático desenvolvido é capaz de prever a perda da estabilidade de trator 4x2 satisfatoriamente.

Termos para indexação: tombamento lateral, segurança, simulação.

## Modeling the stability of wheeled agricultural tractors

**Abstract** – The knowledge of the stability limit of tractors is fundamental to the safety of the agricultural operations in order to avoid accidents. The objective of this research was to develop a mathematical model to predict the loss of tractor stability. The model was verified under dynamic conditions on a standardized track, with no implement attached to the tractor. In order to predict the loss of tractor stability, the mathematical model was implemented based on the tractor geometry and weight and on some information about the tractor placement on the track. Forces and momentum analyses were accomplished to determine the equations that describe the static and dynamic tractor behavior on sloping terrain. It was used a 4x2 tractor. Comparing the experimental to the model estimated tractor-overturning angle, it was concluded that the developed model is capable to predict the stability loss.

Index terms: side overturning, safety, simulation.

## Introdução

Embora tecnologicamente melhores, os tratores agrícolas não apresentam o mesmo desenvolvimento quanto à ergonomia e segurança. No Estado de São Paulo, durante o ano agrícola de 1975/1976, registrou-se um total de 110,7 mil acidentes de trabalho ocorridos em 28,3 mil propriedades agrícolas, sendo que 13,7 mil foram causados pelo uso de tratores e máquinas agrícolas, resultando na morte de duas mil pessoas (Robin, 1987). Sessenta por cento dos acidentes são causados por tombamentos de tratores (Delgado, 1991).

O conhecimento do limite de estabilidade de tratores é de grande importância na segurança das operações agrícolas, a fim de se evitarem acidentes fatais, que ocorrem, principalmente, quando a instabilidade do trator provoca um tombamento lateral. Conforme Mialhe (1980), o estudo das forças em equilíbrio que agem sobre

o chassi do trator ajuda na compreensão do desempenho dessas máquinas em sua utilização no campo.

Quanto maior a velocidade de deslocamento, mais intensamente se manifesta a ação dos processos dinâmicos, que podem provocar o tombamento lateral de uma máquina. Por isso, recomenda-se que a inclinação do terreno, que permite a estabilidade dinâmica durante a realização de uma operação, esteja entre 40% e 60% da inclinação-limite máxima determinada em condição estática (Chudakov, 1977; Mialhe, 1980).

Dias et al. (1993) relatam que os estudos de estabilidade de tratores devem considerá-los apoiados em três pontos e com dois estágios de tombamento, nos quais o primeiro considera a massa parcial do trator (massa total menos o eixo frontal), localizada no centro de gravidade parcial, e o segundo considera a massa total do trator no centro de gravidade total.

Segundo Kim & Rehgugler (1987), o conhecimento preciso das forças laterais que agem nos pneus é essencial ao estudo da dinâmica do trator. Du Plessis & Venter (1993) constataram que o conhecimento do coeficiente de aderência relacionado à força lateral é necessário no estudo da tração e da estabilidade de tratores que trafegam em rampas.

Liljedahl et al. (1989) apresentaram uma análise tridimensional das forças aplicadas em um trator triciclo em movimento, na qual consideraram que o trator tinha velocidade longitudinal constante e que estava subindo uma rampa. Nesta análise, assumiu-se que o trator era equipado com um diferencial que transmitia torques iguais em cada pneu traseiro, ou seja, que as forças de tração nos rodados traseiros eram iguais.

A reação vertical sobre os pneus é uma variável importante a ser considerada na análise da estabilidade, pois, quando se inicia o movimento do trator em terreno inclinado, ocorre uma transferência de peso provocada pela inclinação, e, quando ele realiza curva, ocorre a ação da força centrífuga sobre o centro de gravidade, fazendo com que se acrescente uma carga dinâmica aos pneus. Modelos apresentados por Liljedahl et al. (1989) não levam em consideração a força centrífuga.

Em razão da diferença da carga dinâmica vertical e lateral sobre os pneus do lado direito para o esquerdo, ocorrem deformações diferentes de um lado e do outro, resultando em aumento da inclinação do trator em relação à pista, o que diminui sua estabilidade lateral. Calculando-se a razão entre as reações vertical e lateral pelas constantes de rigidez vertical e lateral, têm-se a deformação vertical e a lateral, respectivamente, de cada pneu.

O estudo da dinâmica de tratores agrícolas por meio de modelos matemáticos pode ser utilizado por engenheiros nos projetos dos tratores, visando a melhoria da segurança nas operações agrícolas mecanizadas.

O objetivo deste trabalho foi desenvolver um modelo matemático para previsão da perda da estabilidade de tratores agrícolas de pneus.

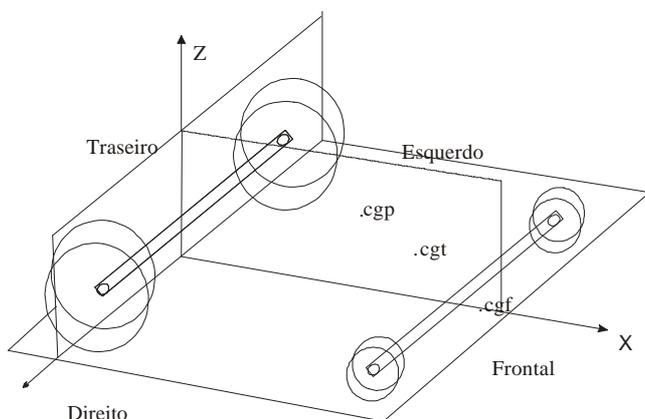
## Material e Métodos

O trabalho foi realizado no Departamento de Engenharia Agrícola da Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG. Um modelo matemático foi desenvolvido para prever a dinâmica da estabilidade de tratores agrícolas 4x2, utilizando-se um programa computacional desenvolvido em linguagem de programação MS Visual Basic (Microsoft Corporation, 1998).

No modelo matemático, os valores de X, Y e Z do centro de gravidade da massa total do trator (cgt), centro de gravidade parcial (cgp) (massa total menos a massa do eixo frontal) e centro de gravidade da massa do eixo frontal (cgf) foram calculados de acordo com o sistema de coordenadas cartesiano (Figura 1). À largura do pneu traseiro foi acrescida a bitola traseira do trator no cálculo da estabilidade, e as reações solo-pneus foram consideradas como atuando sobre as extremidades dos pneus traseiros.

Foram feitas algumas considerações e simplificações: no cálculo da força centrífuga que atua no trator – força fictícia sobre o trator quando o referencial a ser adotado na análise está fixo no próprio trator – a velocidade foi considerada a mesma em qualquer parte; não foram considerados o efeito giroscópico dos componentes do motor e o deslocamento dos líquidos nos reservatórios do trator; no cálculo das reações do solo-pneu, considerou-se que a superfície de apoio dos rodados teria a mesma inclinação; os efeitos nos tombamentos causados por um giro rápido na direção e as irregularidades na pista, como ondulações, tocos, cupins, buracos, e outros, também não foram analisados.

A fim de analisar uma situação do trator em uma trajetória circular sobre uma pista com inclinação  $\theta$  (Figura 2), foram considerados, no modelo, o deslocamento da carga sobre as rodas do lado inferior do trator, o efeito da força centrífuga agindo no cgp e cgf, a resistência ao rolamento, o ângulo de esterçamento  $\delta$  dos pneus frontais, o ângulo  $\phi$  em que se determina a posição do trator em relação ao seu deslocamento na pista inclinada, uma



**Figura 1.** Sistema de coordenadas para localização dos centros de gravidade parcial (cgp), total (cgt) e frontal (cgf).

possível carga constante aplicada na barra de tração, e as deformações verticais e laterais dos pneus.

Na determinação das reações na interface solo-pneu em condições dinâmicas, considerou-se que: o trator movia-se com uma velocidade longitudinal constante; as reações do solo no trator estavam atuando na linha

externa dos pneus; o ângulo de esterçamento  $\delta$  dos pneus frontais foi utilizado para obter as componentes das forças nos eixos de referência X e Y, da resistência ao rolamento e das reações laterais atuando nos pneus frontais; e o trator 4x2 foi dividido em duas massas, uma parcial (massa total do trator subtraída a massa do eixo frontal), e a outra do eixo frontal (massa somente do eixo e rodados frontais) no cálculo dos balanços das forças e momentos.

Na Figura 2A, são mostrados alguns ângulos  $\varphi$  em situações diferentes de posicionamento em uma pista inclinada, que o modelo é capaz de simular, podendo variar de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ . A força na barra de tração foi considerada, no modelo, agindo no plano vertical, que passa pelo eixo longitudinal do trator.

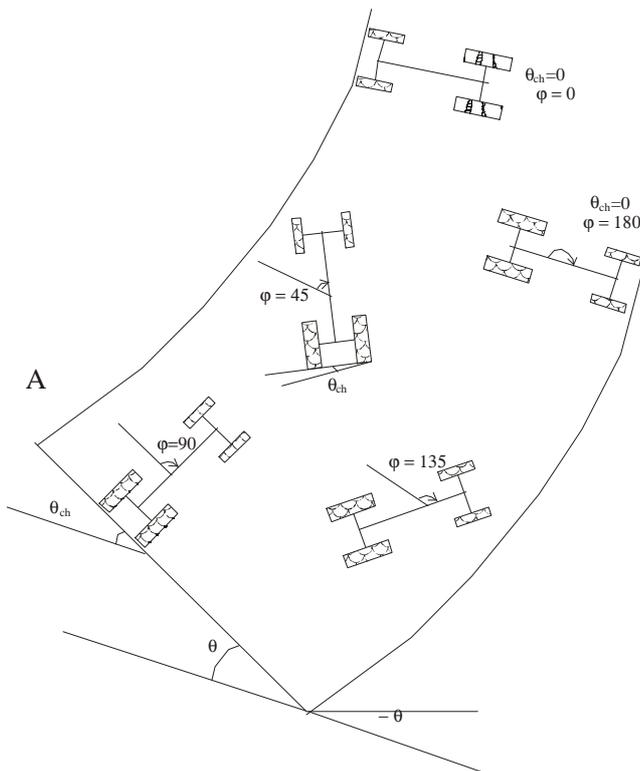
A Figura 2B apresenta o trator utilizado por Khoury Junior et al. (2001) trafegando em uma pista de testes, projetada e construída para realização de tombamento de tratores agrícolas, com ângulo  $\varphi$  igual  $90^\circ$ , sendo utilizado um trator 4x2, de tamanho real, nos testes experimentais.

Na determinação das reações nos pneus, realizaram-se os balanços de forças e momentos, em relação aos eixos X, Y e Z, na massa parcial e no eixo frontal (Figura 3). A estrutura parcial do trator 4x2 foi considerada apoiada em três pontos: nos dois rodados traseiros e no mancal do eixo frontal. O eixo frontal também foi considerado apoiado em três pontos, ou seja, nos dois rodados frontais e no mancal.

Inicialmente, realizou-se o somatório do momento em torno do eixo Z ( $\sum MZ$ ), na massa parcial (Figura 3) e, considerando que o diferencial faz com que as forças de tração e resistência ao rolamento das rodas traseiras do lado direito e do lado esquerdo sejam iguais, foi determinada a reação lateral no mancal do trator ( $L_m$ ) (Figura 3A), conforme segue:

$$L_m = \frac{X_{cgp}}{X_L} (m_p g \text{sen} \theta \text{sen} \varphi + F_{cp} \text{cos} \theta_{ch}) - \frac{(Y_{cgp} - B_t / 2) m_p g \text{sen} \theta \text{cos} \varphi}{X_L} \quad (1)$$

em que,  $m_p$  é a massa parcial do trator, kg;  $g$  é a aceleração da gravidade,  $m \text{ s}^{-2}$ ;  $B_t$  é a bitola do trator, m;  $F_{cp}$  é a força centrífuga atuante na massa parcial, N;  $\theta$  é o ângulo de inclinação da pista, graus;  $\varphi$  é o ângulo de posição do trator em relação ao deslocamento na pista, graus;  $X_{cgp}$  é a distância do eixo traseiro ao centro de gravidade parcial, m;  $Y_{cgp}$  é a distância transversal do



**Figura 2.** A: esquema de algumas orientações do trator operando em uma pista inclinada; B: vista frontal do trator, fazendo curva em pista inclinada, em curva de nível, a uma velocidade constante e ângulo  $\varphi = 90^\circ$  (B) (Khoury Junior et al., 2001).

cgp à lateral direita do trator;  $\theta_{ch}$  é o ângulo de inclinação lateral do chassi, graus; e  $X_L$  é a distância entre eixos, m.

A força centrífuga atuante na massa parcial foi determinada pela seguinte equação:

$$F_{cp} = m_p V^2/r, \tag{2}$$

em que,  $V$  é a velocidade de deslocamento do trator,  $m\ s^{-1}$ ;  $r$  é o raio de giro do trator em relação ao eixo traseiro, m.

O valor do ângulo lateral do chassi em função da posição  $\varphi$  (Figura 2A) do trator, em uma pista de inclinação constante  $\theta$ , foi calculado utilizando-se trigonometria esférica (Green, 1985), conforme segue:

$$\theta_{ch} = \arcsen(\sen \theta \sen \varphi). \tag{3}$$

Obteve-se um sistema de duas equações e duas incógnitas para determinar o valor da reação longitudinal e vertical no mancal do eixo frontal, por meio das equações do  $\sum M_Y$  na massa parcial (Figura 3A), e o  $\sum F_X$ , no eixo frontal (Figura 3B), conforme segue:

$$X_L (R_m) + Z_m (T_m) = -m_p g \sen \theta \cos \varphi Z_{cgp} + m_p g \cos \theta X_{cgp} - F_{cp} \sen \theta_{ch} X_{cgp} - P \cos \alpha Z_p - P \sen \alpha X_p, \tag{4}$$

$$T_m = (T_{fe} + T_{fd}) \cos \delta + m_f g \sen \theta \cos \varphi + (L_{fd} + L_{fe}) \sen \delta, \tag{5}$$

em que,  $T_m$  é a reação longitudinal no mancal do eixo frontal, N;  $R_m$  é a reação vertical no mancal do eixo frontal, N;  $\delta$  é o ângulo de esterçamento, graus;  $P$  é a

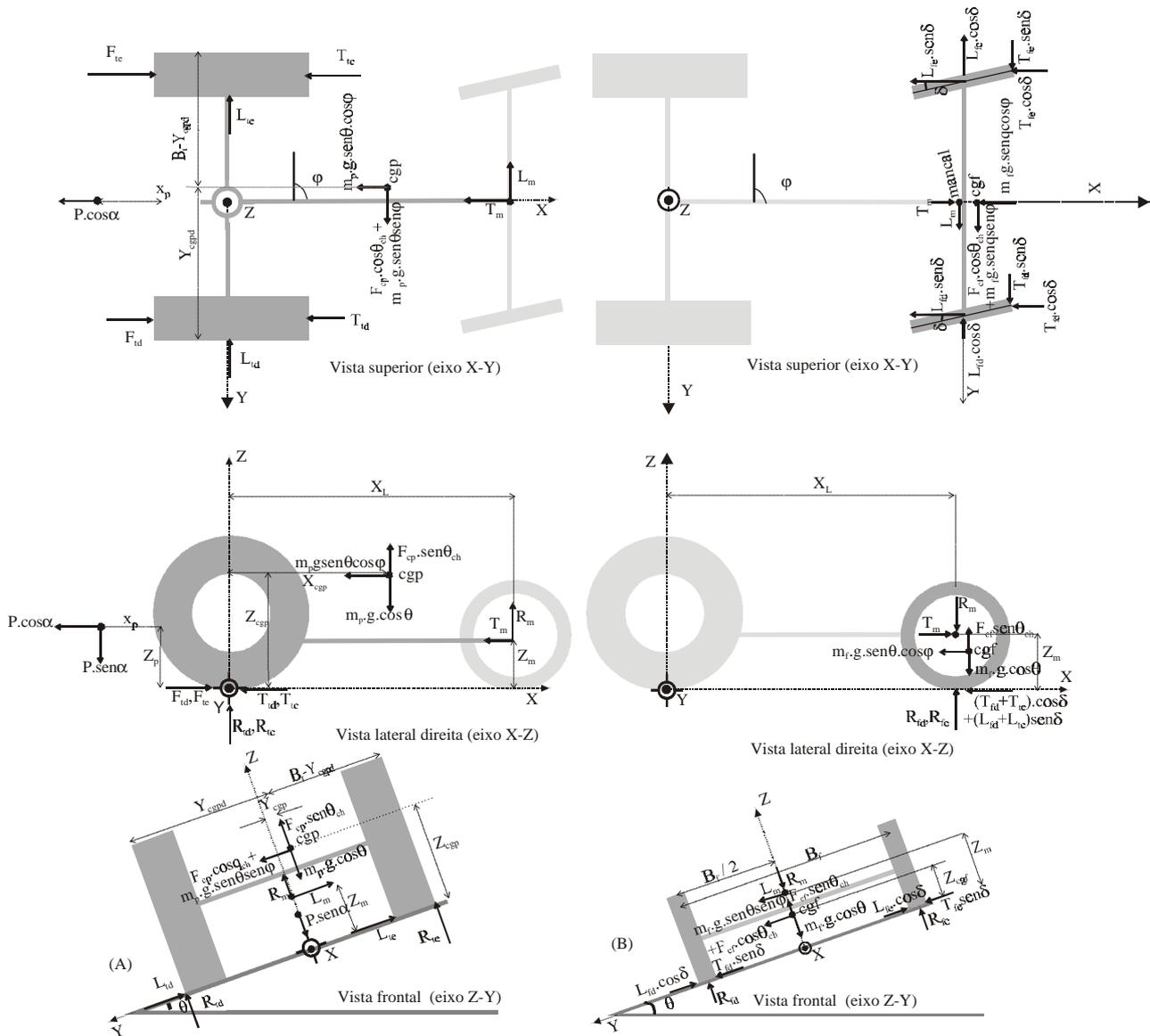


Figura 3. Diagrama de corpo livre da massa parcial (A) e eixo frontal (B) do trator, com vistas superior, lateral direita e frontal.

força na barra de tração, N;  $\alpha$  é o ângulo de inclinação da barra tração em relação ao eixo longitudinal do trator, graus;  $Z_{cgp}$  é a altura do centro de gravidade da massa parcial, m;  $Z_p$  é a altura da barra de tração, m;  $X_p$  é a distância horizontal do eixo traseiro ao ponto de fixação da barra de tração, m;  $m_f$  é a massa do eixo frontal excluía a massa parcial, kg;  $T_{jk}$  é a resistência ao rolamento do pneu, posição j e lado k, N;  $L_{jk}$  é a reação lateral do pneu, posição j e lado k, N;  $Z_m$  é a altura do mancal, m.

Segundo Chudakov (1977), o ângulo de esterçamento dos pneus de direção pode ser calculado pela relação geométrica:

$$\delta = X_L 180/\pi \text{ rad} \quad (6)$$

Determinou-se o  $\sum F_Z$  e o  $\sum F_Y$  no eixo frontal, e a resistência ao rolamento dos rodados frontais por meio da Standard D497 (American Society of Agricultural Engineers, 1990) e, depois, substituiu-se na Equação (5), para se obter uma equação em função de  $T_m$  e  $R_m$ .

$$(q_f \cos \delta + q_f \tan \delta \sin \delta)(R_m) - (T_m) = -q_f m_f g \cos \theta \cos \delta + q_f F_{cf} \sin \theta_{ch} \cos \delta - F_{cf} \cos \theta_{ch} \tan \delta - m_f g \sin \theta \sin \phi \tan \delta - L_m \tan \delta - m_f g \sin \theta \cos \phi + q_f F_{cf} \sin \theta_{ch} \tan \delta \sin \delta - q_f m_f g \cos \theta \tan \delta \sin \delta, \quad (7)$$

em que,  $F_{cf}$  é a força centrífuga sobre o eixo frontal;  $q_f$  é o coeficiente de resistência ao rolamento dos rodados frontais, adimensional.

A força centrífuga sobre o eixo frontal e o termo que determina a resistência ao rolamento dos rodados frontais foram determinados por meio das seguintes equações:

$$F_{cf} = m_f V^2/r, \quad (8)$$

$$q_f = \frac{1,2}{c_n} + 0,04, \quad (9)$$

$$\text{sendo, } c_n = \frac{CIbd}{R_{fk}},$$

em que,  $c_n$  é o coeficiente de mobilidade do pneu, adimensional; CI é o índice de cone, Pa; b é a largura do pneu, m; d é o diâmetro externo do pneu indeformado, m;  $R_{fk}$  é a reação vertical no pneu frontal (lado k), N.

Na resolução do sistema de equações formado pelas equações 4 e 7, obteve-se os valores de  $T_m$  e  $R_m$ . Os valores das reações traseiras direita e esquerda foram determinados por meio do seguinte sistema de duas equações e duas incógnitas, fazendo o  $\sum M_X$  e o  $\sum F_Z$  na massa parcial, conforme segue:

$$-\frac{B_t}{2}(R_{td}) + \frac{B_t}{2}(R_{te}) = Z_m L_m - m_p g \sin \theta \sin \phi Z_{cgp} - F_{cp} \cos \theta_{ch} Z_{cgp} + m_p g \cos \theta (Y_{cgp} - B_t/2) - F_{cp} \sin \theta (Y_{cgp} - B_t/2), \quad (10)$$

$$(R_{td}) + (R_{te}) = -R_m + m_p g \cos \theta - F_{cp} \sin \theta + P \sin \alpha, \quad (11)$$

em que,  $R_{tk}$  é a reação vertical no pneu traseiro (lado k), N;  $Z_m$  é a altura do mancal no eixo frontal ao plano de apoio, m.

O coeficiente que determina a razão entre a força lateral e a força vertical dos pneus traseiros foi calculado segundo Liljedahl et al. (1989), conforme segue:

$$\frac{L_{td} + L_{te}}{R_{td} + R_{te}} = K_t, \quad (12)$$

em que,  $K_t$  é a razão entre a força lateral e a força vertical dos pneus traseiros.

Calculando-se o  $\sum F_Y=0$  na massa parcial, obtém-se a soma das reações laterais nos pneus traseiros:

$$L_{td} + L_{te} = -L_m + m_p g \sin \theta \sin \phi + F_{cp} \cos \theta. \quad (13)$$

Por meio da equação 13, foi possível determinar a soma das reações laterais nos pneus traseiros; pela equação 11, calcula-se a soma das reações verticais nos pneus traseiros. Substituindo esses valores na equação 12, determina-se o valor da constante  $K_t$ . As reações laterais  $L_{td}$  e  $L_{te}$  foram determinadas pelas seguintes equações:

$$L_{td} = K_t R_{td}, \quad (14)$$

$$L_{te} = K_t R_{te}. \quad (15)$$

A reação vertical nos pneus frontais também foi obtida pelos balanços do momento em relação ao eixo X ( $\sum M_X$ ) e das forças em relação ao eixo Z ( $\sum F_Z$ ) no eixo frontal (Figura 3B). Assim, obtiveram-se as reações verticais e laterais que atuam nos pneus, em função das variáveis que determinam a operação e situação do trator em uma pista inclinada.

O desequilíbrio das reações nos pneus do trator (mais em um lado do que no outro), por este trafegar em pista inclinada ou pela ação da força centrífuga, faz com que as deformações nos pneus sejam diferentes, pois elas dependem das reações aplicadas, o que resulta em aumento da inclinação lateral do chassi, em relação à pista, diminuindo a estabilidade do trator.

De posse das reações do solo-pneu, calculadas pelo balanço das forças e momentos aplicados ao trator, e das constantes de rigidez (Inoue, 1997), podem-se de-

terminar as deformações dos pneus. Na equação que determina a constante de rigidez dos pneus traseiros, foi necessário fazer um ajuste, multiplicando o valor obtido por um fator igual a 0,33. Este ajuste busca compensar as medidas de deformação, pois, no modelo proposto, as deformações são consideradas nas extremidades dos pneus, enquanto na equação proposta por Inoue (1997), são medidas no centro.

De posse das constantes de rigidez vertical e lateral dos pneus, foi possível obter as deformações verticais e laterais, por causa das reações normais e laterais na interface solo-pneu. Desta forma, tem-se a inclinação aumentada do trator pelo resultado das deformações.

O programa computacional desenvolvido calcula inicialmente as reações verticais e laterais, sem considerar as deformações dos pneus. A instabilidade lateral ocorrerá se a reação vertical em um dos pneus traseiros for menor ou igual a zero.

O limite de estabilidade lateral, no primeiro estágio do tombamento, é obtido em função das medidas geométricas e ponderais do trator e dos pneus, na situação de operação, ou seja, fazendo-se uma curva  $r$ , com uma velocidade  $V$ , em uma pista de ângulo de inclinação  $\theta$ , a uma posição  $\phi$  na pista inclinada. O trator estará estável se a reação vertical nos pneus traseiros for maior que zero e instável se qualquer um dos pneus traseiros estiver com reação vertical menor ou igual a zero.

O modelo permite também obter o limite de estabilidade longitudinal quando o trator estiver operando em declive e a cive. Na obtenção do limite de estabilidade em a cive, tombamento para trás, o ângulo  $\phi$ , relativo ao eixo longitudinal, é igual a zero. O ângulo-limite de estabilidade é obtido quando a reação nos pneus frontais for menor ou igual a zero. No limite de estabilidade em declive, tombamento para frente, o ângulo  $\phi$  relativo ao eixo longitudinal é de  $180^\circ$ ; neste caso, o ângulo-limite de inclinação da pista ocorre quando a reação nos pneus traseiros estiver menor ou igual a zero. Mesmo para uma situação de inclinação longitudinal do trator em declive, com a inclinação lateral do chassi nula, pode ocorrer tombamento lateral, se o centro de gravidade estiver deslocado do eixo central do trator. Surgirão momentos laterais que podem provocar o tombamento lateral, em vez do tombamento para frente.

A ocorrência de tombamento, ou não, dependerá do prévio deslizamento lateral dos pneus. Este deslizamento pode ocorrer em decorrência da interação de vários fatores, como tipo de pneu, carga sobre pneu, inclinação da pista, tipo de piso e altura de garras dos pneus. Portan-

to, para melhor análise, a força de aderência lateral do solo-pneu foi determinada segundo as equações obtidas por Inoue (1997), em que estes fatores são considerados.

Por simulação, foram obtidos valores dos ângulos de inclinação, quando a reação do pneu traseiro atingia valor igual a zero, para cada condição de operação realizada por Khoury Junior et al. (2001). Os valores simulados pelo modelo desenvolvido e os dados experimentais obtidos por Khoury Junior et al. (2001) foram comparados visando avaliar o desvio entre estes valores.

Na comparação entre valores de ângulo de inclinação obtidos por simulação e valores experimentais, utilizou-se o método gráfico, denominado gráfico de correspondência. Os resultados dos testes foram plotados em gráfico, ficando na abscissa os valores experimentais ( $x_i$ ), e na ordenada os valores simulados ( $y_i$ ), com o emprego do modelo proposto, com o erro relativo absoluto médio dado por  $er = \sum_1^n (y_i - x_i / x_i) / n$ , em que  $n$  representa o número de observações. Outra análise foi realizada por meio do erro relativo médio entre o valor simulado e o experimental, dado por  $e = \sum_1^n (y_i - x_i / x_i) / n$ ; considerando-se que o erro  $e_i = y_i - x_i / x_i$  é uma variável que segue uma distribuição normal e ocorre ao acaso, pode-se testar a hipótese  $H_0: e = 0$ , utilizando-se o teste  $t$ .

Verificou-se também a variação da força centrífuga nos testes experimentais, por meio de um gráfico com os valores de ângulo de inclinação de tombamento, na ordenada, em função da variável força centrífuga, na abscissa; nesta análise, as outras variáveis mantiveram-se constantes. Com isso, pode-se avaliar o efeito da força centrífuga na estabilidade para tombamentos laterais.

Na análise sobre deslizamento foram apresentados os testes nos quais o deslizamento ocorreu antes do tombamento e em quais pneus isso ocorria.

## Resultados e Discussão

As condições e os resultados obtidos de inclinação-limite para tombamentos experimentais (Khoury Junior et al., 2001) e os valores obtidos por meio do modelo proposto são apresentados na Tabela 1.

A fim de avaliar a influência da pressão de enchimento na estabilidade lateral, alterou-se somente a pressão de enchimento do pneu, do teste 7 para o teste 9, diminuindo a pressão do lado do tombamento e aumentando do lado oposto, mantendo-se as outras variáveis constantes. Observou-se, no teste experimental, que o limite de tombamento variou de  $39^\circ$  para  $38^\circ$  e, na simu-

lação, de 36,7° para 34,6°. Constatou-se então, que a pressão de enchimento dos pneus para uma situação desfavorável à estabilidade, reduziu o limite do ângulo de tombamento em 1° no experimento e 2,1° na simulação.

Na análise dos testes estáticos 7B e 10A (Tabela 1), em que se variou somente a situação de apoio dos rodados – no teste 7B, os pneus do lado direito encontravam-se apoiados em uma pista plana e os do lado esquerdo, em uma pista inclinada, e, no teste 10A, os rodados estavam apoiados em uma pista de mesma inclinação –, observou-se, no primeiro, que o valor do ângulo de tombamento experimental teve maior estabilidade-limite da pista, medindo 39°, com o ângulo do chassi medindo 44°, enquanto em 10A ele foi de 37,3°, e o do chassi, de 41°. As diferenças entre os dados experimentais de 7B e 10A foram de 1,7° e 3°, respectivamente, para o ângulo de inclinação da pista e do chassi; pelo cálculo obtido no modelo, não houve diferença nos limites de estabilidade de um teste em relação ao outro, pois, nos cálculos de estabilidade obtidos pelo modelo, considera-se somente a condição A, uma vez que ela é mais comum em operações com tratores cujos rodados estão apoiados em uma pista de inclinação igual. Além disso, na condição de apoio B, as reações verticais e laterais que atuam nos pneus vão além da extremidade da banda de rodagem, tornando difícil a modelagem.

Os valores obtidos pela simulação dos ângulos de inclinação do chassi, no limite de estabilidade do ângulo

da pista, foram comparados com os valores dos ângulos do chassi medidos no experimento na iminência de tombamento (Tabela 1). Na condição A, houve diferença dos valores simulados em relação aos experimentais, de 0,5° e 1,5°; e, para a condição B, de 3,5°. Assim, verificou-se novamente, pela análise da inclinação do chassi na iminência do tombamento, que a condição B obteve maior estabilidade do que a condição A.

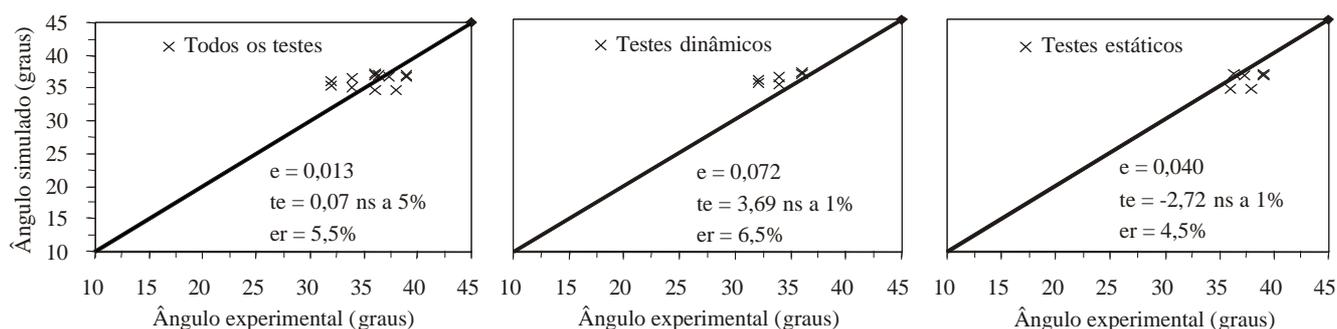
O erro relativo absoluto médio, em relação aos valores dos ângulos-limite de inclinação calculados com os valores obtidos experimentalmente foi de 5,5%, considerando todos os testes (Figura 4). Ao se analisar os testes dinâmicos e estáticos separadamente, o primeiro mostrou uma tendência de superestimar os resultados, obtendo-se erro relativo absoluto médio de 6,5%, e os estáticos de subestimar, obtendo-se erro de 4,5%. Os testes que mais se aproximaram da linha de correspondência, proporcionando melhor correlação entre simulados e experimentais, foram os estáticos 10, 11 e 12, na condição de todos os rodados apoiados em uma mesma inclinação, uma vez que se obteve erro relativo médio de 2,3%, (Tabela 1). Em geral, o erro relativo médio foi considerado zero, utilizando-se o teste t a 5% de probabilidade, enquanto a análise realizada separadamente considerou o erro médio igual a zero, pelo teste t a 1% de probabilidade.

Na análise dos valores de inclinação em que ocorreu o tombamento, em função da variação da força centrífuga,

**Tabela 1.** Valores de inclinação obtidos experimentalmente por Khoury Junior et al. (2001) e simulados por meio do modelo proposto<sup>(1)</sup>.

Testes	Ângulo da pista (graus)		Ângulo do chassi (graus)		Rc (m)	V (m s <sup>-1</sup> )	Fc (N)
	Experimental	Simulado	Experimental	Simulado			
1B	32,0	36,0	-( <sup>2</sup> )	39,9	6,20	1,52	687,5
2B	32,0	35,4	-	39,3	8,15	1,82	749,8
3B	34,0	35,2	-	39,1	5,60	1,74	997,5
4B	34,0	36,4	-	40,4	5,15	1,36	662,6
5B	36,0	36,9	-	40,8	4,80	1,23	581,5
6B	36,0	37,1	-	41,0	6,15	1,08	349,9
7B	39,0	36,7	44,0	40,5	-( <sup>3</sup> )	0,00	0,0
8B	39,0	36,9	44,0	40,5	-	0,00	0,0
9B	38,0	34,7	44,0	40,5	-	0,00	0,0
10A	37,3	36,7	41,0	40,5	-	0,00	0,0
11A	36,4	36,9	42,0	40,5	-	0,00	0,0
12A	35,9	34,7	41,0	40,5	-	0,00	0,0

<sup>(1)</sup>Os testes de 1 a 6 foram dinâmicos, e os de 7 a 12 estáticos; nos testes de 1 a 7 e 10: Pfd = 165 kPa, Pfe = 124 kPa, Ptd = 76 kPa, Pte = 48 kPa; nos testes 8 e 11: Pfd = 165 kPa, Pfe = 165 kPa, Ptd = 83 kPa, Pte = 83 kPa; nos testes 9 e 12: Pfd = 165 kPa, Pfe = 165 kPa, Ptd = 28 kPa, Pte = 83 kPa; A: testes realizados com os quatro pneus apoiados em uma mesma inclinação; B: testes realizados com os pneus do lado direito apoiados em pista plana e os do lado esquerdo apoiados em pista inclinada; Rc: raio de curvatura da pista; V: velocidade de deslocamento do trator; Fc: força centrífuga. <sup>(2)</sup>Não foi medida a inclinação do chassi (testes dinâmicos). <sup>(3)</sup>Pneus frontais em linha reta, esterçamento igual a zero (testes estáticos).



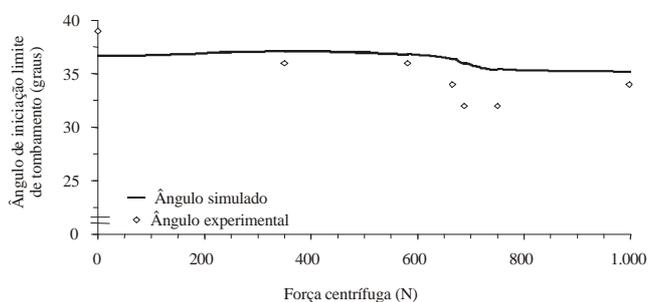
**Figura 4.** Gráfico de correspondência de inclinação de tombamento entre os valores experimentais e simulados, mostrando o erro relativo médio (e) e o erro relativo absoluto médio (er) entre o valor simulado e o experimental e o teste estatístico t do erro (te).

fuga dos testes que apresentavam mesma condição de apoio dos rodados e pressão de enchimento dos pneus (teste estático 7 e dinâmicos de 1 a 6) constatou-se, tanto na simulação quanto no experimento, que houve tendência de menor estabilidade com o aumento da força centrífuga, mesmo tendo variado pouco, na faixa de 0 a 997,5 N (Figura 5).

Dois testes dinâmicos apresentaram maiores valores de limite de estabilidade simulados que o teste estático, ou seja, com força centrífuga igual a zero (Figura 5). Isto ocorreu pelo fato de o pneu frontal ter sido simulado como se estivesse em linha reta, e nos testes dinâmicos, esterçados, fazendo um raio de giro de aproximadamente 6 m. O pneu em linha reta proporciona menor limite de estabilidade do que quando esterçado para o lado contrário ao tombamento. Sendo assim, pode-se dizer que o efeito provocado pelo ângulo de esterçamento dos pneus influenciou mais o limite de estabilidade do que o efeito dinâmico da força centrífuga.

Ao se realizar uma simulação de tombamento estático com o pneu esterçado com ângulo de esterçamento dos pneus similares aos dos testes dinâmicos, para um raio de curva de seis metros, o limite de estabilidade variou de 36,7° para 38,2° e, esterçando os pneus para o lado do tombamento, o limite de estabilidade foi menor do que em relação aos pneus em linha reta, passando para 35,2°.

Na Tabela 2, são apresentados os valores simulados das reações verticais e laterais e a força de aderência dos pneus preditos pelo modelo proposto para cada teste, utilizando-se as mesmas condições observadas no experimento conduzido por Khoury Junior et al. (2001). A reação vertical, nos pneus traseiros esquerdos, apresentou menor valor entre as reações verticais dos outros pneus (Figura 1). Este fato era previsível, uma vez



**Figura 5.** Ângulo de inclinação do limite de tombamento em função da força centrífuga calculada.

que nos testes experimentais ocorreram tombamentos para a direita, e o tombamento lateral iniciou-se quando a reação de um dos pneus traseiros era zero ou negativa.

Na análise do deslizamento, foi implementada no programa computacional a condição de apoio dos rodados B, em que o trator está apoiado com o pneu do lado direito em pista plana. Assim, as forças de aderência e as reações laterais dos rodados apoiados na parte plana são calculadas como paralelas ao plano de apoio da pista e não ao plano do trator. Verificou-se, então, pelo modelo, que as forças de aderência dos pneus nos testes 1B a 9B foram maiores que as reações laterais, sendo esse comportamento confirmado nos testes experimentais (Khoury Junior et al., 2001), em que não ocorreu deslizamento antes do tombamento.

Na condição dos rodados apoiados em uma pista de mesma inclinação (condição A, testes 10A a 12A), nos pneus do lado direito, ou seja, do lado do tombamento, as reações laterais foram maiores do que as forças de aderência dos outros pneus ( $L_{rd} > F_{a,rd}$ ;  $L_{td} > F_{a,td}$ ), isto é, ocorreria o deslizamento antes do tombamento. No entanto, nos testes experimentais, não foi possível confirmar esse fato, pois na plataforma utilizada para

**Tabela 2.** Valores obtidos, por meio do modelo proposto, das reações verticais e laterais, e das forças de aderência dos pneus, para os respectivos testes experimentais<sup>(1)</sup>.

Testes	R <sub>te</sub>	R <sub>tdn</sub>	R <sub>fe</sub>	R <sub>fdn</sub>	L <sub>te</sub>	Fa <sub>te</sub>	L <sub>tdn</sub>	Fa <sub>tdn</sub>	L <sub>fe</sub>	Fa <sub>fe</sub>	L <sub>fdn</sub>	Fa <sub>fdn</sub>	è <sub>L</sub>
------(N)-----													(°)
1B	0,57	12.068	394	7.084	0,47	1.445	16,6	8.112	428	1.638	929	2.892	36,01
2B	1,25	11.962	504	6.960	1,05	1.445	152,0	8.054	513	1.641	753	2.839	35,41
3B	5,28	12.119	345	7.135	4,43	1.447	179,0	8.141	387	1.637	1.154	2.914	35,19
4B	2,51	12.159	295	7.221	2,10	1.446	87,0	8.164	343	1.636	1.125	2.951	36,44
5B	2,54	12.200	249	7.295	2,13	1.446	181,0	8.186	299	1.635	1.189	2.983	36,86
6B	0,98	12.063	390	7.102	0,82	1.445	211,0	8.110	425	1.638	804	2.899	37,09
7B	-10,70	11.659	813	6.771	-9,00	1.437	68,5	7.887	707	1.653	59	2.762	36,70
8B	-13,10	11.662	812	6.773	-11,10	1.437	68,5	7.701	706	1.406	59	2.762	36,90
9B	-9,30	11.657	814	6.770	-7,87	1.439	68,4	9.173	707	1.406	59	2.761	34,65
	R <sub>te</sub>	R <sub>td</sub>	R <sub>fe</sub>	R <sub>fd</sub>	L <sub>te</sub>	Fa <sub>te</sub>	L <sub>td</sub>	Fa <sub>td</sub>	L <sub>fe</sub>	Fa <sub>fe</sub>	L <sub>fd</sub>	Fa <sub>fd</sub>	è <sub>L</sub>
------(N)-----													(°)
10A	-10,70	8.909	813	5.110	-9,00	1.437	7.520	6.367	707	1.653	4.443	2.170	36,70
11A	-13,10	8.910	812	5.110	-11,10	1.437	7.525	6.224	706	1.406	4.445	2.170	36,90
12A	-9,30	8.909	814	5.110	-7,87	1.439	7.518	7.350	708	1.406	4.442	2.170	34,65

<sup>(1)</sup>Nos testes de 1 a 7 e 10: Pfd = 165 kPa, Pfe = 124 kPa, Ptd = 76 kPa, Pte = 48 kPa; nos testes 8 e 11: Pfd = 165 kPa, Pfe = 165 kPa, Ptd = 83 kPa, Pte = 83 kPa; nos testes 9 e 12: Pfd = 165 kPa, Pfe = 165 kPa, Ptd = 28 kPa, Pte = 83 kPa; A: testes de tombamento com o trator apoiado com os rodados sobre uma pista de mesma inclinação; B: testes de tombamento com o trator apoiado com os rodados do lado do tombamento sobre pista plana, e os do outro, sobre pista inclinada; R<sub>te</sub>: reação vertical no pneu, posição traseiro e lado esquerdo; R<sub>tdn</sub>: reação vertical no pneu, posição traseiro e lado direito apoiado na pista plana (nivelada); R<sub>fe</sub>: reação vertical no pneu, posição frontal, lado esquerdo; L<sub>te</sub>: reação lateral do pneu, posição traseiro e lado esquerdo; Fa<sub>te</sub>: força de aderência do pneu, posição traseiro e lado esquerdo; θ<sub>L</sub>: ângulo-limite de inclinação da pista.

inclinando o trator havia uma elevação lateral na qual se encaixava o trator, impedindo o deslizamento.

Na análise das forças de aderência dos pneus traseiros esquerdos, o modelo superestimou seus valores, pois, quando as reações verticais são nulas, não deveria haver aderência dos pneus ao solo. Entretanto, as equações empíricas utilizadas no modelo, que estimaram as forças de aderência dos pneus, foram obtidas por regressão de valores experimentais em uma faixa de reações verticais nos pneus superiores a 2,83 kN. Na análise do deslizamento dos pneus, quando a reação vertical foi nula ou apresentou valores baixos, as equações que determinam a aderência dos pneus não estimaram valores satisfatórios. Na análise sobre o deslizamento, quando a reação vertical foi nula, considerou-se que a força de aderência também era nula.

## Conclusões

1. O modelo matemático desenvolvido é capaz de prever a perda da estabilidade de tratores 4x2, sem implemento acoplado, com satisfatória precisão.

2. A energia adquirida pelo chassi (massa parcial) no primeiro estágio do tombamento é capaz de dar continuidade a este, quando o chassi colide com o eixo frontal.

## Agradecimentos

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pela bolsa concedida aos autores Joseph Kalil Khoury Junior e Cristiano Márcio Alves de Souza.

## Referências

- AMERICAN SOCIETY OF AGRICULTURAL ENGINEERS (St. Joseph, Estados Unidos). **Agricultural machinery management data**: ASAE Standard D497. St. Joseph, 1990. p.285-291.
- CHUDAKOV, D.A. **Fundamentos de la teoria y el cálculo de tractores y automóviles**. Moscou: Mir, 1977. 434p.
- DELGADO, L.M. **El tractor agrícola**: características y utilización. Madrid: Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación, 1991. 235p.
- DIAS, G.P.; LIMA, J.S.S.; ESCOBEDO, J.F.; DANTAS, A.A.A. Estabilidade lateral de tratores agrícolas. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA AGRÍCOLA, 22., 1993, Ilhéus. **Anais**. Ilhéus: Sociedade Brasileira de Engenharia Agrícola; Comissão Executiva do Plano da Lavoura Cacaueira, 1993. p.1838-1846.
- DU PLESSIS, H.L.M.; VENTER, G. Soft surface lateral forces and force modeling for a tractor tire. **Journal of Terramechanics**, v.30, p.101-110, 1993.
- GREEN, R.M. **Spherical astronomy**. Cambridge: Cambridge University Press, 1985. 431p.

INOUE, G.H. **Estudo das forças nos pneus de tratores agrícolas visando avaliar a estabilidade lateral**. 1997. 61p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.

KHOURY JUNIOR, J.K.; DIAS, G.P.; QUEIROZ, D.M.; PINTO, F.A.C. Determinação da estabilidade lateral de tratores agrícolas de pneus. **Engenharia na Agricultura**, v.9, p.226-241, 2001.

KIM, K.U.; REHKUGLER, G.E. A review of tractor dynamics and stability. **Transactions of the ASAE**, v.30, p.615-623, 1987.

LILJEDAHN, J.N.; SMITH, W.D.; TURQUIST, P.K.; HOKI, M. **Tractor and their power units**. 4<sup>th</sup> ed. New York: Avi Books, 1989. 463p.

MIALHE, L.G. **Máquinas motoras na agricultura**. São Paulo: EPU/USP, 1980. v.2.

MICROSOFT CORPORATION (Redmond, Estados Unidos). **Microsoft visual basic**: programming system for windows; version 6. Redmond, 1998. 3 CD-ROM.

ROBIN, P. **Segurança e ergonomia em maquinaria agrícola**. São Paulo: Fundacentro, 1987. 24p.

---

Recebido em 23 de setembro de 2003 e aprovado em 24 de dezembro de 2003