MODELOS PARA O CARBONO SP^3: QUATRO PIRÂMIDES NO TETRAEDRO

Mauricio Gomes Constantino e Altamiro Xavier de Souza
Departamento de Química - Faculdade de Filosofia - Ciências e Letras de Ribeirão Preto - Universidade de São Paulo - Avenida Bandeirantes - 3900 - 14040-901 - Ribeirão Preto - SP

Recebido em 14/11/97; aceito em 19/1/98

MODELS FOR THE SP^3 CARBON ATOM: FOUR PYRAMIDS IN THE TETRAHEDRON. We describe a paper model for the sp^3 carbon atom, consisting of four pyramids that can be assembled to produce a tetrahedron. The main feature of this model is that, when two of the pyramids are properly put together, the solid thus formed is an "open" tetrahedron, containing edges connecting the center of the tetrahedron to its vertices. The student can easily imagine the whole tetrahedron and, at the same time, he can observe its center and the lines corresponding to the directions of sp^3 orbitals.

Keywords: molecular models; models for the sp^3 carbon atom; paper models.

MODELOS PARA O CARBONO SP^3: QUATRO PIRÂMIDES NO TETRAEDRO

A compreensão de muitos aspectos da Química Orgânica depende fortemente de se ter uma boa idéia da disposição dos átomos no espaço. Ao ensinar Química Orgânica o professor em geral não tem dificuldades com os átomos de carbono sp ou sp^2, mas os átomos com hibridização sp^3, com os orbitais híbridos apontando para os vértices de um tetraedro regular, são extremamente difíceis de se visualizar, constituindo-se assim em considerável barreira para o aprendizado da matéria. Praticamente nenhum estudante consegue "ver" a disposição espacial dos orbitais de um carbono sp^3 sem examinar demoradamente um modelo tridimensional de algum tipo; geralmente o estudante precisa recorrer ao modelo várias vezes, ao longo de meses, para consolidar suas idéias nesse sentido.

Existem excelentes modelos comerciais, produzidos por vários fabricantes, que resolvem esse problema com facilidade. No entanto, há alguns obstáculos à sua utilização generalizada, os principais sendo sua relativa inacessibilidade no Brasil e seu preço relativamente elevado (principalmente para estudantes do curso secundário, que precisariam adquirir os modelos para deles dispor quando necessário e por períodos prolongados).

Há algumas boas iniciativas no país para resolver o problema; podemos citar o caso do antigo IBECC, que produziu modelos de boa qualidade e baixo custo, mas o fato é que a maioria dos estudantes do segundo grau (e talvez até das universidades) jamais viu um modelo de carbono sp^3.

A solução óbvia para o estudante é recorrer à confecção caseira de seus próprios modelos, mas isto acaba raramente dando bons resultados: construção de modelos com bolinhas de isopor e palitos, por exemplo, é muito mais difícil do que parece à primeira vista, pois para obter ângulos de 109^o 28' entre todos os palitos é preciso dispor de alguma estrutura que suporte os palitos com orientação adequada no momento de perfurar as bolinhas. Quem nunca tentou, deve fazê-lo para verificar como é difícil.

A construção de um tetraedro de cartolina com ângulos razoavelmente precisos, por outro lado, é relativamente fácil,[1] e todo estudante deve começar por aí seus estudos de carbono sp^3. No entanto, isso não é uma solução completa, pois continua sendo difícil imaginar o átomo de carbono no centro do tetraedro e os orbitais dirigidos para os vértices.

email: mgconsta@usp.br

Neste artigo será apresentada a construção, com cartolina, de uma pirâmide que é 1/4 de um tetraedro regular: juntando-se quatro dessas pirâmides obtém-se um tetraedro. Mas o que é mais importante é que ao juntar duas dessas pirâmides obtém-se um sólido geométrico como se fosse um tetraedro aberto, do qual *podemos ver o centro e as linhas que unem o centro aos vértices* (figura 1). Em outras palavras, *estaremos vendo o ponto onde se localiza o centro do átomo sp^3 e as linhas que indicam a direção dos orbitais híbridos, tudo ao mesmo tempo*; com um mínimo de imaginação vê-se ainda, simultaneamente, o tetraedro inteiro (basta imaginar uma linha unindo dois vértices; juntar uma terceira pirâmide facilita muito a visualização), de forma que este modelo permite não apenas a visualização da disposição espacial dos orbitais sp^3, mas também a relação geométrica dessa disposição com um tetraedro regular. É como se estivéssemos olhando para um tetraedro transparente que tivesse o centro e as linhas que unem o centro aos vértices assinalados.

Um tetraedro transparente é muito difícil de construir, mas essas pirâmides podem ser feitas com relativa facilidade, como se verifica pelas instruções a seguir.

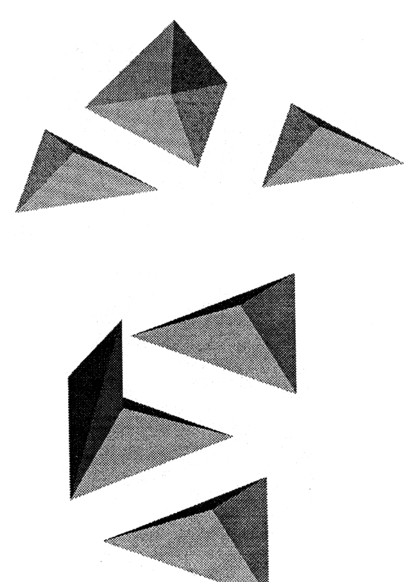

Figura 1. *Duas vistas do modelo*

A maneira mais simples para o leitor construir essas pirâmides é, evidentemente, fazer cópias xerox, com ampliação ou redução conforme sua conveniência, da figura 2, colando em seguida as cópias sobre uma folha de cartolina. Recortar (nas linhas cheias), dobrar (nas linhas tracejadas) e colar são operações bastante evidentes que não exigem maiores explicações. Dependendo, naturalmente, do cuidado com que são realizadas essas operações, obtêm-se ângulos de excelente precisão para a finalidade a que se destinam, conforme se pode ver na figura 3, que é uma fotografia mostrando um desses modelos em comparação com um modelo comercial de boa qualidade.

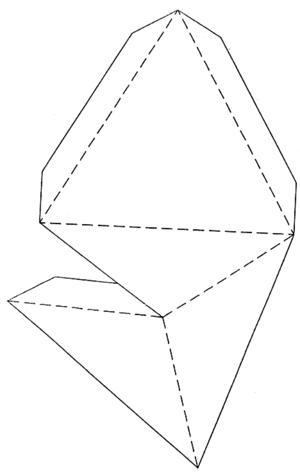

Figura 2. *Pirâmide planificada.*

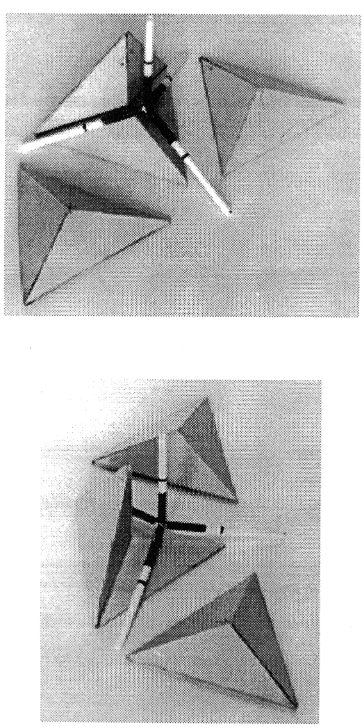

Figura 3.

Para os leitores que gostam de desenho geométrico e queiram fazer seu próprio desenho da pirâmide planificada, damos a seguir alguns procedimentos que podem ser usados, acompanhados de justificativas sem excessivo rigor matemático, apenas para satisfazer a possível curiosidade do leitor[2].

MÉTODO 1

Traça-se uma reta suporte e sobre esta marcam-se três pontos, determinando dois segmentos consecutivos: o maior é arbitrário e corresponde ao lado l do tetraedro; o menor deve ter exatamente a metade do comprimento do segmento maior.

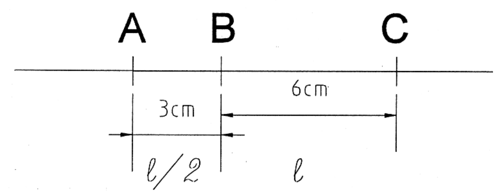

Figura 4.

Em seguida, desenha-se um triângulo equilátero com o lado l, pelo método normal, e também a sua altura, deixando o arco de círculo inferior (feito com centro em C e com raio l) um pouco maior para interceptar o arco com centro em A que será traçado a seguir.

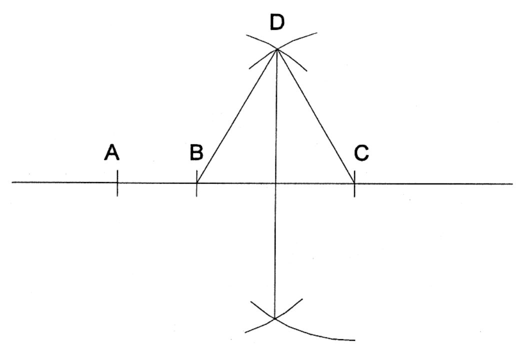

Figura 5.

O próximo passo é traçar, com centro em A e raio AC, o arco referido no parágrafo anterior, determinando o ponto E. Traçam-se a seguir os segmentos CE e AE. Para traçar a mediatriz de CE (altura do triângulo isósceles ACE), pode-se aproveitar o ponto A: determina-se F pelo traçado de arcos com centro em C e E (mesma abertura do compasso, maior que a metade de CE) e une-se A a F. Determina-se assim o ponto M, ponto de encontro da altura do Δ ACE com o prolongamento da altura do Δ BCD.

Finalmente determina-se o último ponto: colocando o compasso com centro em E e com abertura EC corta-se AE em G.

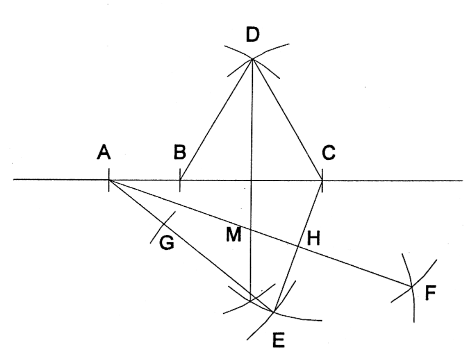

Figura 6.

Resta apenas traçar os segmentos de retas unindo o ponto M aos pontos B, C, E e G, eliminando em seguida os traços em excesso para obter um desenho como o da figura 7.

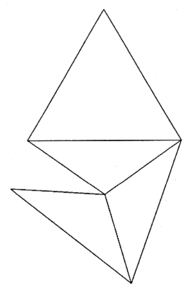

Figura 7.

Justificam-se os pontos principais do seguinte modo (observar figura 7a):

a) Os lados externos dos três triângulos pequenos têm que ser iguais ao lado do tetraedro, pois terão que superpor-se aos lados do triângulo equilátero ($\therefore$ CE = EG = BC);

b) Os três triângulos pequenos são iguais e isósceles; como conseqüência, o ponto M tem que estar localizado sobre o prolongamento da altura do triângulo equilátero se ΔBCD e ΔMBC já estão unidos por um lado;

c) Os ângulos dos triângulos em torno do ponto M (isto é, ângulo BMC, ângulo CME e ângulo EMG) são os ângulos do tetraedro (ângulo entre as alturas do tetraedro) de 109^o 28' ou, mais exatamente, arc cos (-1/3), que em notação decimal fica aproximadamente 109,4712206; chamaremos esse ângulo de α para simplificar os cálculos abaixo;

d) Prolongando-se o segmento EG até encontrar o prolongamento de BC forma-se o triângulo AEC que tem que ser isósceles, pois os ângulos da base (ACE e AEC) são iguais; é evidente que, por razões semelhantes, o ponto M tem que estar localizado sobre a altura desse triângulo AEC;

e) Considerando os triângulos BCM e CEM, é fácil ver que o ângulo ACE vale 180^o-α; daí, considerando-se o triângulo AEC conclui-se que o ângulo EAC vale 2α-180^o e, conseqüentemente, o ângulo MAC (metade de EAC) vale α-90^o; como se sabe que cos α = (-1/3), é claro que sen (α-90^o) = 1/3; conclui-se assim [aplicando-se este valor de sen (α-90^o) no triângulo retângulo AHC] que o segmento CH (que sabemos ser igual à metade do lado do triângulo equilátero) é igual a 1/3 do segmento AC, o que justifica o posicionamento do ponto A como foi indicado no início da construção.

$$\text{sen}(\alpha - 90^o) = \frac{CH}{AC} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore AC = 3xCH = 3x\frac{BC}{2}$$

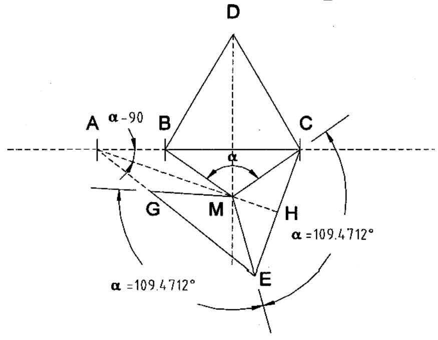

Figura 7a.

MÉTODO 2

Traça-se uma reta suporte, marca-se sobre ela um segmento AB igual ao valor desejado para a aresta do tetraedro. Constrói-se um triângulo equilátero e um quadrado com o lado AB, como mostrado na figura 8, traçando-se também as diagonais do quadrado.

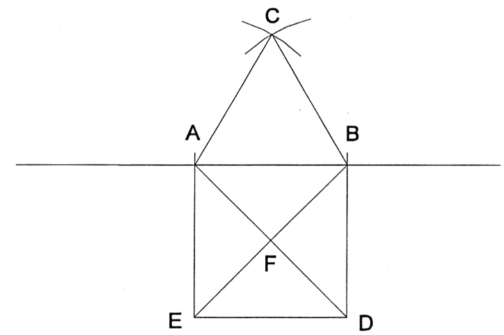

Figura 8.

Em seguida marca-se o ponto G com o compasso com centro em A e com abertura AF; similarmente, com centro em B e mesma abertura, marca-se H; traçam-se os segmentos de reta AH e BG que se cruzam no ponto M, que é o terceiro ponto do triângulo procurado (AMB):

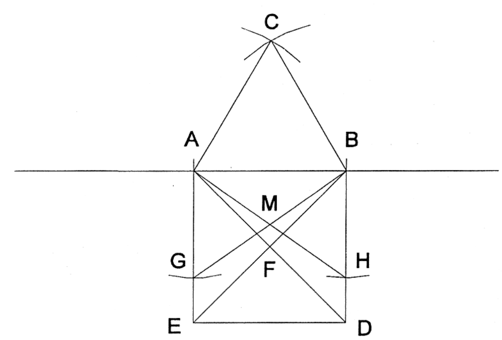

Figura 9.

A partir daí o resto é bem evidente, basta prosseguir com o compasso (abertura AM e AB) marcando os pontos para obter uma figura como a do método 1.

Justificativa: o modo mais simples de justificar essa construção é lembrando que as diagonais do cubo fazem entre si o mesmo ângulo que existe entre as alturas do tetraedro; ora, as diagonais do cubo são também as diagonais de um retângulo cujo lado menor é o lado de um quadrado (a face do cubo) e cujo lado maior é igual à diagonal do mesmo quadrado, como se vê na figura 10.

Na figura 9 o triângulo AFB pode ser considerado como sendo a metade de um quadrado cujo lado vale AF e cuja diagonal vale AB; assim o retângulo ABHG (o segmento HG não foi traçado), da maneira como foi construído, tem as mesmas proporções que o retângulo no interior do cubo da figura 10, e portanto o ângulo AMB tem o valor desejado. É evidente que o triângulo AMB, pela sua construção, é isósceles, como requerido.

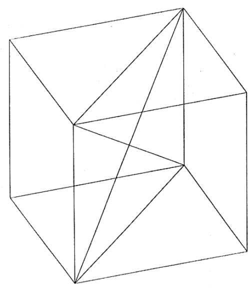

Figura 10.

MÉTODO 3

Traça-se um triângulo equilátero e sua altura a partir do segmento arbitrário AB marcado sobre uma reta suporte. O compasso, com abertura AB, pode ser usado para marcar C e D. Para marcar o ponto E usa-se o compasso com abertura CH (altura do triângulo equilátero ABC), com centro em C e em B.

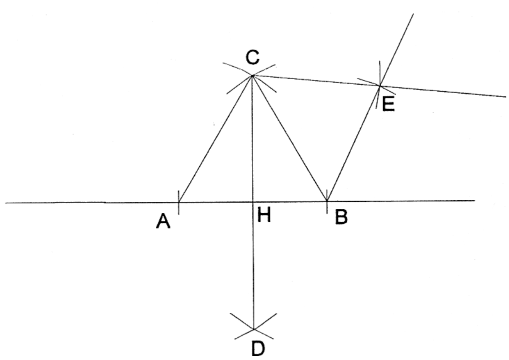

Figura 11.

O ponto M procurado é o ponto de encontro das alturas do triângulo isósceles BCE. A altura pelo vértice E pode ser traçada unindo-se E a A; para traçar outra altura, por exemplo pelo vértice B, primeiramente marca-se o ponto F sobre o prolongamento de CE com o compasso centrado em B e com abertura BC; depois, com centro em C e em F, com a mesma abertura BC, marca-se o ponto G. Unindo-se B e G tem-se a segunda altura. A terceira pode ser traçada aproveitando-se o próprio ponto M.

Justificativa (bem simplificada): o triângulo BCE é idêntico ao triângulo que existe no centro do tetraedro, conforme se vê na figura 13, e por isso as alturas do triângulo correspondem às alturas do tetraedro.

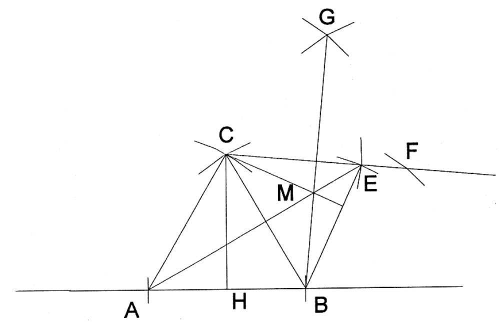

Figura 12.

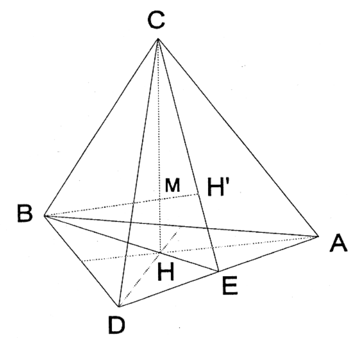

Figura 13.

AGRADECIMENTO

Os autores agradecem ao Prof. Dr. Timothy John Brocksom e ao Prof. Dr. Gil Valdo José da Silva por suas valiosas sugestões.

NOTAS

1. Está sendo presumido que o leitor saiba ou possa descobrir facilmente como construir um tetraedro de cartolina. Se este não for o caso, estamos à disposição para fornecer instruções. Considerem-se também as observações da nota 2.
2. Os procedimentos e suas justificativas são dados de forma bem resumida principalmente porque são acessórios, mas também porque são destinados a pessoas que tenham sólidos conhecimentos básicos de desenho geométrico e de geometria elementar. O leitor, estudante ou professor de Química, que tiver dificuldades para compreender o texto e estiver interessado pode recorrer a seus professores ou colegas da área de desenho geométrico ou matemática, ação que deverá resultar em frutífera colaboração inter-disciplinar.