

UM MÉTODO PRIMAL-DUAL APLICADO NA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

Edméa Cássia Baptista *

Departamento de Matemática / FC
Universidade Estadual Paulista (UNESP)
Bauru – SP
baptista@fc.unesp.br

Edmarcio Antonio Belati

Geraldo R. M. da Costa

Departamento de Engenharia Elétrica / EESC
Universidade de São Paulo (USP)
São Carlos – SP

* *Corresponding author/autor para quem as correspondências devem ser encaminhadas*

Recebido em 02/2003; aceito em 06/2004 após 1 revisão

Received February 2003; accepted June 2004 after one revision

Resumo

Este artigo apresenta uma nova abordagem para a resolução do problema de Fluxo de Potência Ótimo. Nesta abordagem as restrições canalizadas são tratadas pelo método de barreira logarítmica. Uma função Lagrangiana aumentada é associada ao problema modificado. As condições necessárias de primeira ordem são aplicadas gerando um sistema não-linear que é resolvido pelo método de Newton. Os multiplicadores de Lagrange associados às desigualdades são atualizados pela regra proposta por Hestenes. Testes numéricos indicam que a abordagem proposta é eficiente na resolução do problema de Fluxo de Potência Ótimo.

Palavras-chave: função Lagrangiana aumentada; método de barreira; método de Newton; fluxo de potência ótimo.

Abstract

This paper presents a new approach for solving the Optimal Power Flow problem. In this approach the bounded constraints are treated by the logarithmic barrier method. An augmented Lagrangian function is associated to the modified problem. The first order necessary conditions are applied and a nonlinear system is produced. This system is solved by Newton's method. The Lagrange multipliers of the inequality constraints are updated by the rule proposed by Hestenes. The numerical results indicate that the approach proposed is efficient for solving the Optimal Power Flow problem.

Keywords: augmented Lagrangian function; barrier method; Newton's method; optimal power flow.

1. Introdução

O Fluxo de Potência Ótimo (FPO) é um problema de otimização não-linear, não convexo de grande porte que calcula um conjunto de variáveis ótimas de estado e controle da rede, a partir dos dados de carga e dos parâmetros do sistema. O problema de FPO otimiza uma função objetivo enquanto satisfaz um conjunto de restrições físicas e operacionais impostas pelas limitações dos equipamentos e exigências de segurança.

O problema de FPO foi proposto por Carpentier (1962), no início da década de 60, a partir do problema de despacho econômico (DE). Historicamente, o problema de DE, resolvido pelo método dos custos incrementais iguais, foi o precursor do problema de fluxo de potência ótimo, o qual marcou o fim do período clássico do DE, que tinha sido estudado e desenvolvido ao longo de 30 anos. Assim, o problema de DE passou a ser abordado como um caso particular do FPO. Desde então, muitos trabalhos foram apresentados na tentativa de resolvê-lo. Nas últimas três décadas, as soluções do problema utilizaram diferentes técnicas de programação matemática. Entre elas podemos citar as técnicas de programação linear seqüencial (Stott & Marinho (1979) e Alsac *et al.* (1990)), e métodos de programação não-linear como de programação quadrática e métodos do tipo Newton Lagrangianos (Burchett *et al.* (1984), Sun *et al.* (1984) e Costa (1997)). No início da década de 90 o interesse na aplicação de métodos de pontos interiores, em sistemas elétricos de potência, teve um grande aumento devido ao seu desempenho e propriedades de convergência. Em Granville (1994), Wu *et al.* (1994) e Torres & Quintana (1998) um algoritmo primal-dual barreira logarítmica foi aplicado na resolução do problema de FPO e as condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) foram satisfeitas utilizando o método de Newton. Nejdawi *et al.* (2000) propuseram uma eficiente abordagem utilizando a programação quadrática sucessiva associada ao método de pontos interiores. Muitos outros trabalhos foram desenvolvidos utilizando diferentes técnicas de programação não-linear para a resolução de problema de FPO, mas até o presente, não existe uma abordagem, realmente robusta, confiável e rápida que atenda às necessidades dos centros de operação das concessionárias de energia elétrica.

Entre os métodos apresentados na resolução do FPO destacamos, pelas suas características, os métodos de Newton, da Lagrangiana aumentada e de barreira. O método de Newton apresenta um excelente desempenho para problemas com restrições de igualdade, porém para problemas com restrições de desigualdade exige que se conheça o conjunto das restrições ativas na solução. O método da Lagrangiana aumentada apresenta melhor desempenho que o método da função Lagrangiana e de penalidade puros, pois atinge a solução de problemas onde estes métodos não obtêm sucesso devido a existência de *gaps* e problemas de mal condicionamento. Finalmente, o método de barreira possui excelente desempenho no tratamento das restrições canalizadas. Com o objetivo de aproveitar as melhores características destes métodos propomos uma abordagem para resolver o problema de FPO. O método proposto trata as restrições canalizadas através do método de barreira logarítmica, as quais são incorporadas à função objetivo, resultando em um problema equivalente modificado, que é associado à função Lagrangiana aumentada proposta por Costa (1990). As condições necessárias de primeira ordem são aplicadas e obtém-se um sistema não-linear que é resolvido pelo método de Newton. A solução através do método de Newton fornece os fatores de correção para atualizarmos as variáveis primais e duais. Os multiplicadores de Lagrange associados às desigualdades são atualizados pela regra proposta por Hestenes (1969).

2. Formulação do Problema de Fluxo de Potência Ótimo

O problema FPO pode ser representado matematicamente por:

$$\begin{aligned}
 & \min f(x) \\
 & \text{s.a. } g_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, m \\
 & \quad h_j(x) \leq 0, \quad j = 1, \dots, r \\
 & \quad x^{\min} \leq x \leq x^{\max}
 \end{aligned} \tag{1}$$

onde: $x^T = (\theta, V, t) \in R^n$ representa o vetor das variáveis de estado e controle do sistema, isto é, ângulos de fase, magnitudes das tensões e *tap* dos transformadores; x^{\min} e x^{\max} representam os vetores dos seus limites inferiores e superiores, respectivamente; $f(x)$ representa as perdas de potência ativa na transmissão; $g(x)=0$ representa o conjunto das equações de balanço do fluxo de potência; $h(x) \leq 0$ representa o conjunto das restrições funcionais, isto é, limites de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão e transformadores, limites de injeção de potência reativa nas barras de controle de reativos e injeção de potência ativa nas barras *swing*. Este é um típico problema não-linear, não convexo e de grande porte.

3. A Função Lagrangiana Aumentada-Barreira Logarítmica

O problema (1) pode ser escrito como:

$$\begin{aligned}
 & \min f(x) \\
 & \text{s.a. } g_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, m \\
 & \quad h_j(x) + z_j = 0, \quad j = 1, \dots, r \\
 & \quad x + su = x^{\max} \\
 & \quad x - sl = x^{\min} \\
 & \quad z_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, r \\
 & \quad su \geq 0 \\
 & \quad sl \geq 0
 \end{aligned} \tag{2}$$

onde $(su)^T = (su_1, \dots, su_n)$, com $su_k \geq 0$, e $(sl)^T = (sl_1, \dots, sl_n)$ com $sl_k \geq 0$, $k = 1, \dots, n$. As variáveis z_j , $j = 1, \dots, r$, bem como as componentes do vetor su são variáveis de folga, e as componentes do vetor sl são variáveis de excesso.

Adicionando à função objetivo as condições de não negatividade, através da função barreira logarítmica. O problema (2) modificado fica:

$$\begin{aligned}
 & \min f(x) - \delta \left(\sum_{k=1}^n \ln su_k + \sum_{k=1}^n \ln sl_k \right) \\
 & \text{s.a. } g_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, m \\
 & \quad h_j(x) + z_j = 0, \quad j = 1, \dots, r \\
 & \quad x + su = x^{\max} \\
 & \quad x - sl = x^{\min} \\
 & \quad z_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, r
 \end{aligned} \tag{3}$$

onde δ é o fator de barreira.

Associando ao problema (3) a função Lagrangiana aumentada, temos:

$$La(x, s, \lambda, \pi, \mu, z) = f(x) - \delta \left(\sum_{k=1}^n \ln su_k + \sum_{k=1}^n \ln sl_k \right) + \frac{1}{2} c \sum_{j=1}^r (h_j(x) + z_j)^2 + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x) + \sum_{k=1}^n \pi u_k (x_k + su_k - x_k^{max}) + \sum_{k=1}^n \pi \ell_k (x_k - sl_k - x_k^{min}) + \sum_{j=1}^r \mu_j (h_j(x) + z_j) \tag{4}$$

onde λ , πu , $\pi \ell$ e μ são os vetores dos multiplicadores de Lagrange e $c > 0$ é o fator de penalidade.

Minimizando (4) em relação à z_j , para $j = 1, \dots, r$, e aplicando as condições necessárias de otimalidade, temos:

$$\nabla_{z_j} La(x, s, \lambda, \pi, \mu, z) = 0, \quad j = 1, \dots, r \tag{5}$$

ou,

$$z_j = -\frac{\mu_j}{c} - h_j(x), \quad j = 1, \dots, r \tag{6}$$

Como $z_j \geq 0$, temos:

$$z_j = \begin{cases} -\frac{\mu_j}{c} - h_j(x), & \text{se } -\frac{\mu_j}{c} - h_j(x) \geq 0 \\ 0, & \text{se } -\frac{\mu_j}{c} - h_j(x) \leq 0 \end{cases}, \quad j = 1, \dots, r \tag{7}$$

Substituindo (7) em (4), obtém-se a função Lagrangiana aumentada-barreira logarítmica:

$$La(x, s, \lambda, \pi, \mu) = f(x) - \delta \left(\sum_{k=1}^n \ln su_k + \sum_{k=1}^n \ln sl_k \right) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x) + \sum_{k=1}^n \pi u_k (x_k + su_k - x_k^{max}) + \sum_{k=1}^n \pi \ell_k (x_k - sl_k - x_k^{min}) + \sum_{j=1}^r \begin{cases} \mu_j h_j(x) + \frac{1}{2} c h_j^2(x), & \text{se } h_j(x) \geq -\frac{\mu_j}{c} \\ -\frac{\mu_j^2}{2c}, & \text{se } h_j(x) \leq -\frac{\mu_j}{c} \end{cases} \tag{8}$$

Aplicando a condição de otimalidade na função Lagrangiana aumentada-barreira logarítmica (8), obtemos o sistema não-linear:

$$\begin{cases} \nabla_x La(x, s, \lambda, \pi, \mu) = 0 \\ \nabla_{su} La(x, s, \lambda, \pi, \mu) = 0 \\ \nabla_{sl} La(x, s, \lambda, \pi, \mu) = 0 \\ \nabla_\lambda La(x, s, \lambda, \pi, \mu) = 0 \\ \nabla_{\pi u} La(x, s, \lambda, \pi, \mu) = 0 \\ \nabla_{\pi \ell} La(x, s, \lambda, \pi, \mu) = 0 \end{cases} \tag{9}$$

ou, equivalentemente,

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla_x f(x)^T + \lambda^T J(x) + (\pi u)^T I + (\pi \ell)^T I + \sum_{j=1}^r \begin{cases} (\mu_j + ch_j(x)) \nabla_x h_j(x)^T, \text{ se } h_j(x) \geq -\frac{\mu_j}{c} \\ 0, \text{ se } h_j(x) \leq -\frac{\mu_j}{c} \end{cases} = 0 \\ -\frac{\delta}{su_k} + \pi u_k = 0, k = 1, \dots, n \\ -\frac{\delta}{s\ell_k} - \pi \ell_k = 0, k = 1, \dots, n \\ g_i(x) = 0, i = 1, \dots, m \\ x + su - x^{max} = 0 \\ x - s\ell - x^{min} = 0 \end{array} \right. \quad (10)$$

onde $J(x)^T = (\nabla_x g_1(x), \dots, \nabla_x g_m(x))$ é denominada matriz Jacobiana e I é a matriz identidade.

A solução do sistema não-linear (10), é obtida através do método de Newton, resultando no sistema linear cuja forma matricial, simplificada, é representada por:

$$W \Delta d = -\nabla La \quad (11)$$

onde,

$$W = \begin{pmatrix} \nabla_{xx}^2 La & 0 & 0 & J(x)^T & I & I \\ 0 & \delta(Su) & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & \delta(S\ell) & 0 & 0 & -I \\ J(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & -I & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

é a matriz Hessiana da função Lagrangiana com:

$$Su = \begin{pmatrix} \frac{I}{(su_1)^2} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{I}{(su_n)^2} \end{pmatrix}, S\ell = \begin{pmatrix} \frac{I}{(s\ell_1)^2} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{I}{(s\ell_n)^2} \end{pmatrix}, \text{ e}$$

$$\begin{aligned} \nabla_{xx}^2 La &= \nabla_{xx}^2 f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla_{xx}^2 g_i(x) + \\ &+ \sum_{j=1}^r \begin{cases} (\mu_j + ch_j(x)) \nabla_{xx}^2 h_j(x) + c(\nabla_x h_j(x)) \nabla_x h_j(x)^T, \text{ se } h_j(x) \geq -\frac{\mu_j}{c} \\ 0, \text{ se } h_j(x) \leq -\frac{\mu_j}{c} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Delta d^T = (\Delta x, \Delta su, \Delta s\ell, \Delta \lambda, \Delta \pi u, \Delta \pi \ell),$$

e

$$\nabla La = \left(\begin{array}{l} \nabla_x f(x)^T + \lambda^T J(x) + (\pi u)^T I + (\pi \ell)^T I + \sum_{j=1}^r \left\{ \begin{array}{l} (\mu_j + c h_j(x)) \nabla_x h_j(x)^T, \text{ se } h_j(x) \geq -\frac{\mu_j}{c} \\ 0, \text{ se } h_j(x) \leq -\frac{\mu_j}{c} \end{array} \right. \\ -\frac{\delta}{su_k} + \pi u_k, \quad k = 1, \dots, n \\ -\frac{\delta}{s\ell_k} - \pi \ell_k, \quad k = 1, \dots, n \\ g_i(x), \quad i = 1, \dots, m \\ x + su - x^{max} \\ x - s\ell - x^{min} \end{array} \right)$$

é o vetor gradiente.

A atualização das variáveis x , su e $s\ell$, e dos vetores multiplicadores de Lagrange λ , πu e $\pi \ell$ é realizada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} x^{k+1} &= x^k + \alpha_p \Delta x^k \\ su^{k+1} &= su^k + \alpha_p \Delta su^k \\ s\ell^{k+1} &= s\ell^k + \alpha_p \Delta s\ell^k \\ \lambda^{k+1} &= \lambda^k + \alpha_d \Delta \lambda^k \\ \pi u^{k+1} &= \pi u^k + \alpha_d \Delta \pi u^k \\ \pi \ell^{k+1} &= \pi \ell^k + \alpha_d \Delta \pi \ell^k \end{aligned} \tag{12}$$

onde α_p e α_d são os passos utilizados na atualização das variáveis primais e duais, respectivamente.

Esses passos são calculados de forma que cada componente dos vetores das variáveis auxiliares su e $s\ell$ permaneçam estritamente positiva e os elementos dos vetores duais λ , πu e $\pi \ell$ permaneçam com seus respectivos sinais. Uma proposta para o cálculo do passo máximo é a estratégia utilizada por Granville (1994) e Torres & Quintana (1998), dada por:

$$\alpha_p = \min \left\{ \sigma \left(\min_{\Delta su < 0} \frac{su}{|\Delta su|}, \min_{\Delta s\ell < 0} \frac{s\ell}{|\Delta s\ell|} \right), 1 \right\}, \tag{13}$$

$$\alpha_d = \min \left\{ \sigma \left(\min_{\Delta \pi u > 0} \frac{-\pi u}{|\Delta \pi u|}, \min_{\Delta \pi \ell < 0} \frac{\pi \ell}{|\Delta \pi \ell|} \right), 1 \right\}, \tag{14}$$

onde $\sigma = 0.9995$ é um valor determinado empiricamente e segundo Wright (1995), é derivada da fórmula $1 - \frac{1}{9\sqrt{p}}$, onde p é o número de restrições do problema.

Os multiplicadores de Lagrange μ são atualizados utilizando-se a regra de Hestenes (1969):

$$\mu_j^{k+1} = \begin{cases} \mu_j^k + c^k h_j(x^{k+1}), & \text{se } h_j(x^{k+1}) \geq -\frac{\mu_j^k}{c^k} \\ 0, & \text{se } h_j(x^{k+1}) \leq -\frac{\mu_j^k}{c^k} \end{cases}, \quad j = 1, \dots, r \quad (15)$$

e o fator de penalidade c e o fator de barreira δ , respectivamente, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} c^{k+1} &= \beta c^k, \quad \beta > 1 \\ \delta^{k+1} &= \frac{\delta^k}{\rho}, \quad \rho > 0. \end{aligned} \quad (16)$$

onde β e ρ são denominados fatores de correção.

4. Algoritmo

A nova abordagem do método da função Lagrangiana aumentada-barreira logarítmica pode ser apresentada pelo seguinte algoritmo:

Passo inicial

Dado o problema (1) construa a Função Lagrangiana aumentada-barreira logarítmica (8);

Faça $k = 0$;

Estime uma solução inicial para as variáveis e parâmetros do problema: $x^0, \lambda^0, (\pi u)^0, (\pi \ell)^0, (su)^0, (sl)^0, \mu^0, c^0, \delta^0$.

Passo iterativo

- I1)** Determine o sistema (11) e resolva-o;
- I2)** Atualize as variáveis $x, \lambda, su, sl, \pi u$ e $\pi \ell$ utilizando (12);
- I3)** Se o critério de parada do método de Newton é satisfeito, vá ao passo **I4**); senão, volte ao passo **I1**);
- I4)** Se as condições necessárias de KKT estiverem satisfeitas, **FIM**); senão, vá ao passo **I5**);
- I5)** Atualize os multiplicadores de Lagrange e os fatores de penalidade e barreira usando (15) e (16),
- I6)** $k = k+1$ e volte a **I1**);

O algoritmo apresenta um *loop* interno para o método de Newton, correspondente aos passos iterativos I1 a I3 e um *loop* externo correspondente aos passos I4 a I6.

O algoritmo apresenta bom desempenho quanto ao número de iterações quando comparado, separadamente, aos métodos de barreira e da função Lagrangiana aumentada. Ele preserva características do método da função Lagrangiana aumentada, pois caminha pelo exterior da região factível, porém, obedece às restrições de canalização. Em razão do processo de linearização é gerado um sistema matricial esparso que é resolvido pela rotina MA57, desenvolvida pelo Grupo de Algoritmos Numéricos do Laboratório de Harwell, do United Kingdom Atomic Energy Authority. A convergência do algoritmo está diretamente ligada à escolha dos fatores iniciais de penalidade e barreira e de seus parâmetros de correção.

5. Testes e Resultados

Para comprovar a eficiência da abordagem proposta, esta foi aplicada a um exemplo clássico apresentado por Bazaraa *et al.* (1993) e ao problema de FPO referente aos sistemas: AEP 57 barras e IEEE 118 barras, ver sitio <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>. No exemplo clássico dois testes são apresentados com diferentes parâmetros de barreira e fatores de penalidades. Nos problemas de FPO utilizamos a função objetivo perdas de potência ativa na transmissão que é uma função não-linear, não convexa e não separável. A implementação computacional foi realizada em linguagem FORTRAN.

A – Exemplo Clássico

Seja o problema de otimização:

$$\begin{aligned} \min & (x_1 - 2)^4 + (x_1 - 2x_2)^2 \\ \text{s.a.} & x_1 + x_2 - 3 = 0 \\ & x_1^2 - x_2 \leq 0 \\ & 1,5 \leq x_2 \leq 2 \end{aligned} \quad (17)$$

A função Lagrangiana aumentada-barreira logarítmica associada ao problema (17) é dada por:

$$\begin{aligned} La(x, \lambda, \pi, \mu) = & (x_1 - 2)^4 + (x_1 - 2x_2)^2 - \delta (\ln su + \ln sl) + \lambda (x_1 + x_2 - 3) + \pi u (x_2 + su - 2) + \\ & \pi l (x_2 - sl - 1,5) + \begin{cases} \mu (x_1^2 - x_2) + \frac{1}{2} c (x_1^2 - x_2)^2, & \text{se } (x_1^2 - x_2) \geq -\frac{\mu}{c} \\ -\frac{\mu^2}{2c}, & \text{se } (x_1^2 - x_2) \leq -\frac{\mu}{c} \end{cases}, \end{aligned} \quad (18)$$

Aplicando-se o método proposto para as condições iniciais: $x^T = (1, 1; 1, 9)$, $\lambda = 0$ e $\mu = \pi u = \pi l = 0$. Os fatores e parâmetros de penalidade e barreira são apresentados nas Tabelas 1 e 2. Observamos que o valor da função objetivo no ponto inicial é 7,9461. As Tabelas 1 e 2 apresentam o processo de convergência do problema (17) para diferentes parâmetros de barreira e fatores de penalidades.

Tabela 1 – Método da função Lagrangiana aumentada-barreira logarítmica com $c = 1$, $\beta = 1,01$, $\delta = 1$ e $\rho = 2$

It.	(x_1, x_2)	F.Obj.	λ	μ	πu	$\pi \ell$	c	δ	su	$s\ell$
1	(1,425;1,574)	3,077	4,204	0,458	2,349	-13,445	1,01	0,5	0,425	0,074
2	(1,438;1,561)	2,932	1,274	0,972	1,139	-8,174	1,02	0,25	0,438	0,061
3	(1,451;1,549)	2,803	-0,512	1,539	0,554	-5,090	1,03	0,125	0,451	0,049
4	(1,451;1,598)	2,800	-2,183	2,114	0,277	-2,564	1,04	0,0625	0,451	0,048
5	(1,433;1,566)	2,993	-3,389	2,621	0,144	-0,936	1,05	0,0313	0,433	0,067
6	(1,402;1,597)	3,343	-3,992	3,008	0,077	-0,250	1,06	0,0156	0,402	0,097
7	(1,371;1,629)	3,717	-4,207	3,274	0,041	-0,108	1,07	0,0078	0,371	0,129
8	(1,349;1,650)	3,989	-4,322	3,457	0,022	-0,050	1,08	0,0039	0,349	0,150
9	(1,334;1,665)	4,181	-4,3909	3,582	0,011	-0,023	1,09	0,0020	0,334	0,165
10	(1,324;1,675)	4,314	-4,432	3,668	0,006	-0,011	1,10	0,0010	0,324	0,175
11	(1,317;1,682)	4,407	-4,458	3,728	0,003	-0,005	1,11	0,0005	0,317	0,182
12	(1,312;1,687)	4,472	-4,475	3,768	0,001	-0,002	1,12	0,0002	0,312	0,187
13	(1,309;1,690)	4,516	-4,486	3,796	0,0008	-0,001	1,13	0,0001	0,309	0,190
14	(1,307;1,692)	4,546	-4,494	3,815	0,0003	-0,0006	1,14	0,00006	0,307	0,192

Tabela 2 – Método da função Lagrangiana aumentada-barreira logarítmica com $c = 3$, $\beta = 1,2$, $\delta = 1$ e $\rho = 10$

It.	(x_1, x_2)	F.Obj.	λ	μ	πu	$\pi \ell$	c	δ	su	$s\ell$
1	(1,402;1,597)	3,343	4,440	1,105	3,729	-15,343	3,600	0,150	0,402	0,977e-1
2	(1,414;1,585)	3,203	-3,036	2,599	0,361	-1,752	4,320	0,150e-1	0,414	0,855e-1
3	(1,354;1,645)	3,929	-4,280	3,409	0,423e-1	-0,102	5,184	0,150e-2	0,354	0,145
4	(1,319;1,681)	4,388	-4,452	3,715	0,470e-2	-0,828e-2	6,220	0,150e-3	0,319	0,180
5	(1,307;1,692)	4,548	-4,494	3,817	0,488e-3	-0,778e-3	7,465	0,150e-4	0,307	0,192

Verificamos que a escolha dos fatores e dos parâmetros de penalidade e barreira interfere no número de iterações no processo de convergência. Na Tabela 2 observamos que, para um adequado ajuste nos fatores e parâmetros de penalidade e barreira, pode-se obter o mesmo resultado da Tabela 1, em um número menor de iterações, utilizando uma precisão de 10^{-2} .

B – Sistema AEP 57 Barras

O sistema AEP 57 barras possui as seguintes características: 1 barra de geração, 6 barras de controle de reativos, 50 barras de carga, 80 linhas de transmissão e 17 transformadores com *tap* variável.

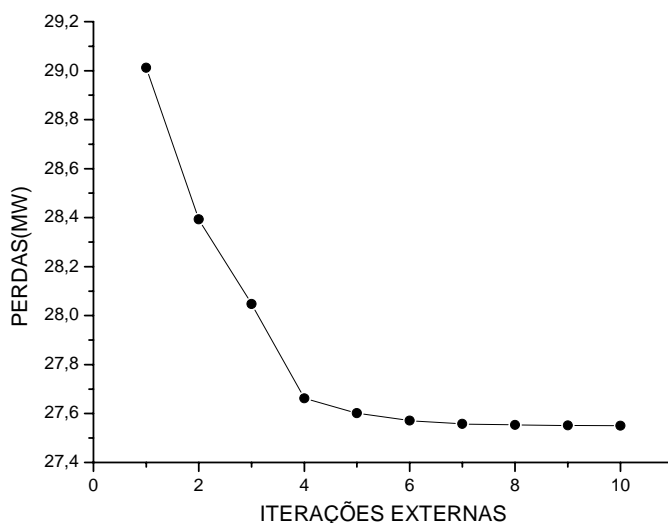
O problema de FPO associado ao sistema AEP 57 é composto por uma função objetivo, 106 restrições de igualdade, 6 restrições canalizadas de potência reativa, 17 restrições canalizadas de *tap* e 57 restrições canalizadas de tensão. Com um total de 540 variáveis e uma matriz Hessiana da função Lagrangiana de ordem 532.

A Tabela 3 apresenta o valor da função objetivo e o número de iterações para diferentes valores dos fatores e parâmetros citados.

Tabela 3 – Testes para o sistema AEP 57

TESTE	c	β	δ	ρ	PERDAS (MW)	IT. EXT.
1	1	1,2	0,0001	10	27,5501	10
2	1	1,5	0,0001	10	27,8215	10
3	1	1,5	0,0001	100	27,8215	10

Na Figura 1 observamos que a convergência para o teste 1 da Tabela 3 ocorreu em 10 iterações externas. Na primeira iteração externa foram realizadas 2 iterações internas e, nas demais, apenas uma.

**Figura 1** – Convergência da função objetivo para o teste 1 do sistema AEP 57

O estado final do sistema AEP 57 apresenta todas as tensões e *taps* dentro de seus limites, e a solução final obedece às restrições do sistema, satisfazendo KKT e uma precisão de 10^{-3} p.u., para uma base de 100 MW. A diferença apresentada no valor da função objetivo é devido ao critério de parada.

C – Sistema IEEE 118 Barras

O sistema IEEE 118 barras possui as seguintes características: uma barra de geração, 51 barras de controle de reativo, 66 barras de carga, 186 linhas de transmissão e 9 transformadores com *taps* variáveis.

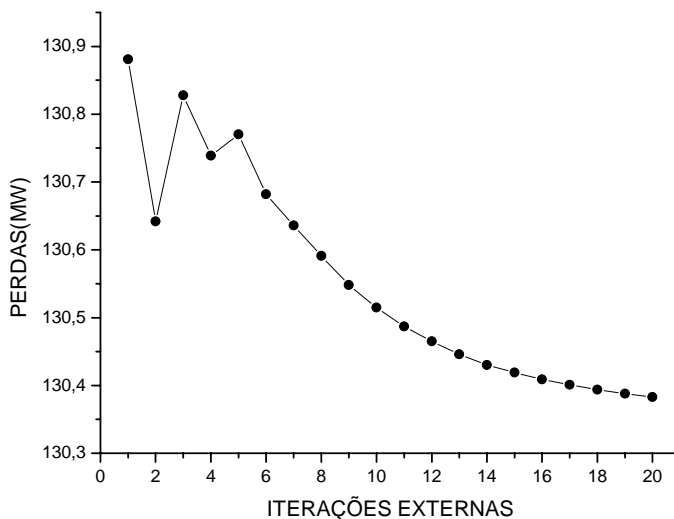
O problema de FPO associado ao sistema IEEE 118 é composto por uma função objetivo, 183 restrições de igualdade, 178 restrições canalizadas e 186 restrições de desigualdade. Com um total de 988 variáveis e uma matriz Hessiana da função Lagrangiana de ordem 935.

A Tabela 4 apresenta o valor da função objetivo e o número de iterações para diferentes valores dos fatores e parâmetros citados.

Tabela 4 – Testes para o sistema IEEE 118

TESTE	c	β	δ	ρ	PERDAS (MW)	IT. EXT.
1	1	1,1	0,0001	10	130,3833	20
2	1	1,2	0,0001	10	130,4230	21
3	1	1,2	0,0001	100	130,4229	21

Na Figura 2 observamos que a convergência para o teste 1 da Tabela 4 ocorreu em 20 iterações externas. Foi realizada uma iteração interna para cada iteração externa.

**Figura 2** – Convergência da função objetivo para teste 1 do sistema IEEE 118

O estado final do sistema IEEE 118 apresenta todas as variáveis dentro de seus limites e a solução final obedeceu às restrições do sistema, satisfazendo KKT a uma precisão de 10^{-3} p.u., para uma base de 100 MW. A pequena diferença apresentada no valor da função objetivo é devido ao critério de parada.

6. Conclusões

O artigo apresenta um novo método de resolução do problema de Fluxo de Potência Ótimo e pode ser estendido para outros problemas de programação não-linear. A condição de otimalidade da função Lagrangiana aumentada-barreira logarítmica é resolvida pelo método de Newton. A dificuldade de obter o conjunto das restrições ativas foi eliminada pela introdução das variáveis duais, e dos termos de penalidade quadráticos e de barreira na função Lagrangiana. O mal condicionamento da matriz Hessiana da função Lagrangiana é evitado como característica da função Lagrangiana aumentada. O método apresentou um bom desempenho e o processo de otimização pode iniciar-se fora da região factível. Durante todo o processo as variáveis canalizadas são mantidas dentro de seus limites. O método exige uma experiência prévia do sistema que será resolvido para um adequado ajuste dos fatores de penalidade e parâmetros de barreira.

Agradecimentos

À FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) e ao CT-ENERGY-CNPq pelo apoio financeiro.

Referências Bibliográficas

- (1) Alsac, O.; Bright, J. & Stott, B. (1990). Further developments in LP-based optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, **5**, 667-711.
- (2) Bazaraa, M.S.; Sheralili, H.D. & Shetty, C.M. (1993). *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. 2.ed., John Wiley, New York.
- (3) Burchett, R.; Happ, H.H. & Vierath, D.R. (1984). Quadratically convergent optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, **103**, 3267-3275.
- (4) Carpentier, J.L. (1962). Contribution a L'étude du Dispatching Economique. *Bull-Soc. Fr Elec.*, Ser. B3, 431-447.
- (5) Costa, G.R.M. (1990). O Método Dual-Newton Aplicado ao Fluxo de Carga Ótimo. 235p. Tese (Doutorado) – FEE/DSCE, Unicamp, Campinas.
- (6) Costa, G.R.M. (1997). Optimal Reactive Dispatch through primal-dual method. *IEEE Transactions on Power Systems*, **12**(2), 669-674.
- (7) Granville, S. (1994). Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, **9**, 136-146.
- (8) Hestenes, M.R. (1969). SURVEY PAPER – Multiplier and Gradient Methods. *Journal of Optimization Theory and Applications*, **4**(5), 303-320.
- (9) Nejdawi, I.M.; Clements, K.A. & Davis, P.W. (2000). An efficient interior point method for sequential quadratic programming based optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, **15**, 1179-1183.
- (10) Stott, B. & Marinho, J.L. (1979). Linear programming for power system network security applications. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, **98**, 837-848.
- (11) Sun, D.I.; Ashley, B.; Brewer, B.; Hughes, B.A. & Tinney, W.F. (1984). Optimal Power Flow by Newton Approach. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, **103**, 2864-2875.
- (12) Torres, G.L. & Quintana, V.H. (1998). Optimal Power Flow in Rectangular Form via an Interior Point Method. *IEEE Transactions on Power Systems*, **13**(4), 1211-1218.
- (13) Wright, M.H. (1995). Why a pure primal Newton barrier step may be infeasible. *SIAM Journal on Optimization*, **5**(1), 1-12.
- (14) Wu, Y.; Debs, A.S. & Marsten, R.E. (1994). A Direct Nonlinear Predictor Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flows. *IEEE Transactions on Power Systems*, **9**, 876-883.