

LA BÚSQUEDA DE ACUERDOS EN EQUIPOS DE TRABAJO: EL MÉTODO DECISIÓN CON REDUCCIÓN DE LA VARIABILIDAD (DRV)

José Luis Zanazzi

Fac. de Ciencias Ex. Fís. y Naturales
Universidad Nacional de Córdoba (UNC)
Córdoba – Argentina
jlzanazzi@gmail.com
jlzanazzi@efn.unc.edu.ar

Luiz Flávio Autran Monteiro Gomes*

Ibmec/RJ
Rio de Janeiro – RJ
autran@ibmecrj.br

* *Corresponding author* / autor para quem as correspondências devem ser encaminhadas

Recebido em 07/2008; aceito em 12/2008 após 1 revisão
Received July 2008; accepted December 2008 after one revision

Resumen

Se presenta un método orientado a facilitar la toma de decisiones con equipos de trabajo. Plantea un proceso que permite hacer un análisis sistemático del problema, intercambiar conocimientos y experiencia. Los juicios individuales se representan mediante funciones de utilidad. Una condición de estabilidad permite inferir si el análisis ha sido suficiente, o si debe retomarse. Una vez alcanzada la estabilidad, el método propone el modo de agregar los juicios y ordenar las alternativas de decisión. La metodología propuesta estimula la realización de aportes independientes entre los miembros del grupo y hace posible que los integrantes se identifiquen con la decisión adoptada.

Palabras-clave: apoyo multicriterio a la decisión; decisiones multicriterio en grupo; equipos de trabajo; estadística; búsqueda del consenso.

Abstract

This article presents a method for facilitating group decision-making. The method is founded on a process that allows a systematic analysis of the problem. It also allows sharing exchanging knowledge and experiences. Individual judgements are represented by utility functions. A stability condition leads to inferring if the analysis has been sufficient or if it must be continued. Once stability is reached, the method proposes one mode for aggregating judgements and for ordering the decision alternatives. The analytical framework embedded in the use of the proposed model stimulates the use of independent approaches among the members of the group. The proposed method also facilitates the identification of the participants with the chosen decision.

Keywords: multicriteria decision aiding; group multicriteria decisions; work teams; statistics; search for consensus.

1. Introducción

En la literatura especializada existe acuerdo sobre la importancia que tiene el trabajo en equipo en las dinámicas de las organizaciones actuales. Algunos beneficios se enumeran en Senge (2007), o en Krieger (2001).

Respecto a los motivos por los cuales es conveniente trabajar en equipo, Gibson, Ivancevich & Donnelly (2001), señala: “...la razón más importante por la que se forman equipos es para aumentar la productividad organizacional. Las organizaciones alrededor del mundo se han dado cuenta que el rendimiento de los equipos conllevan a mayores niveles de productividad que los que se alcanzarían con muchos individuos trabajando individualmente. Esto se debe fundamentalmente al hecho que los equipos integran habilidades complementarias que pueden corresponder a una de estas tres categorías: especialidad funcional o técnica, habilidades de resolución de problemas y de realización de decisiones; y habilidades de interpretación”.

Entre las actividades que realizan habitualmente los equipos, se encuentran los procesos de toma de decisiones. A menudo estos procesos requieren elegir entre un conjunto finito de alternativas con objetivos múltiples y contrapuestos. Por ese motivo suelen apoyarse en métodos y conceptos de la Decisión Multicriterio Discreta (DMD).

Corresponde aclarar que en el contexto del presente artículo el término equipo implica la existencia de un grupo de personas que tienen un objetivo común, con una cierta jerarquía y roles, con liderazgos definidos y la aceptación de reglas básicas. En ese sentido, se adopta la definición de Kersten (1997) o de Holsapple (1991), que utilizan el término team para referenciar las situaciones donde la responsabilidad final por la decisión recae sobre una persona, pero es deseable el aporte y compromiso de todos.

Cuando la capacidad para decidir se encuentra dividida entre dos o más actores, surgen los problemas de negociación con dos aspectos claves: el conflicto de intereses y la interdependencia en los resultados. Para facilitar el tratamiento de estas situaciones se han realizado diversos aportes desde áreas del conocimiento como la teoría cognitiva, la teoría de juegos o la propia DMD.

En cuanto a la teoría cognitiva, permite afrontar diversos tipos de problemas, entre los que se encuentran aquellos caracterizados por un elevado nivel de incertidumbre estructural, debido a la complejidad o novedad de la situación. En dichas situaciones, la construcción de mapas cognitivos y/o mapas de causas, resulta beneficiosa para el conocimiento conjunto del problema e incrementa la posibilidad de solución compartida. Eden (2004) realiza una revisión general de la metodología, en tanto que los conceptos utilizados y variadas aplicaciones pueden encontrarse en Eden, Cropper & Ackermann (1993); Eden & Ackermann (2004); Williams, Ackermann & Eden (2003).

La Teoría de Juegos, impulsada por Nash (1954), es adoptada como base conceptual en problemas de resolución de conflictos. Diversas propuestas que utilizan sus fundamentos pueden encontrarse en Fang, Hipel & Kilgour (1993). Una solución conjunta a diferentes tipos de juegos puede encontrarse en Zoroa, Zoroa & Fernandez-Saez (2008).

Por su parte, dentro de las aplicaciones multicriterio y en el contexto AHP, el trabajo de Altuzarra, Moreno-Jimenez & Salvador (2007) distingue tres tipos de situaciones grupales. “Group Decision Making (GDM)” cuando los actores tienen un objetivo común; “Negotiated Decision Making (NDM)” cuando los individuos resuelven por separado pero buscan acercarse

posiciones y “Systemic Decision Making (SDM)” cuando los comportamientos son individuales y se requieren condiciones de tolerancia que permitan la agregación de intereses. En ese y otros artículos relacionados se proponen diferentes herramientas de soporte, para cada una de las situaciones mencionadas.

Retomando el objeto del presente artículo, se propone un método para decidir en equipo, conforme a la definición de Kersten (1997), o dicho de otro modo, para situaciones del tipo GDM en la definición de Altuzarra, Moreno-Jimenez & Salvador (2007).

A esta altura, es preciso aceptar que el trabajo en equipo tiene dificultades dado que no es una actividad natural para el ser humano. En efecto, las personas necesitan diferenciarse, lo cual contribuye a incrementar las fricciones internas.

Según Krieger (2001), pueden presentarse desviaciones indeseables en estas prácticas. Por una parte, él o los líderes pueden imponer sus puntos de vista y establecer de este modo un freno a los aportes del grupo. Por la otra, los individuos tienen distintas percepciones e intereses, con lo que se torna difícil la integración.

En la concepción actual de organización es preciso superar estas limitaciones. Se trata de implementar estrategias de intervención que ordenen y comprometan. Al decir de Costa (1997): “los procesos sociales que tienden a cambiar las condiciones de existencia de la gente, difícilmente se desarrollan, al menos con posibilidades de consolidación y permanencia, si los mismos agentes implicados no visualizan los objetivos y los medios propuestos como “pensables”, “posibles”, “aceptables”, “convocantes”, y al mismo tiempo no disponen de los conocimientos y habilidades requeridos para participar activamente.”

Por su parte, Senge (2007) insiste en la necesidad del aprendizaje conjunto. Señala que “...hay sorprendentes ejemplos donde la inteligencia del equipo supera la inteligencia de sus integrantes, y donde los equipos desarrollan aptitudes extraordinarias para la acción coordinada. Cuando los equipos aprenden de veras, no sólo generan resultados extraordinarios sino que sus integrantes crecen con mayor rapidez. La disciplina del aprendizaje en equipo comienza con el “diálogo”, la capacidad de los miembros del equipo para “suspender los supuestos” e ingresar en un auténtico “pensamiento conjunto”.”

Asimismo conviene reflexionar sobre el supuesto de que las personas desarrollan sus actividades como un proceso continuo de sucesivas tomas de decisiones, conforme a la Teoría de la Elección Racional (Elster, 1990). El mismo Senge (2007) señala que las actividades de planificación desarrolladas en equipo, que implican ejercicios de toma de decisiones, constituyen una instancia potente de aprendizaje para el grupo. En Dias & Clímaco (2005) se destaca que la discusión de las restricciones del problema genera un incremento en el nivel de aprendizaje interactivo entre los actores, producto de sus diferentes experiencias y raíces culturales, a la vez que permite reducir la incertidumbre y la ambigüedad.

Bajo esa lógica, cualquiera sea la organización, la realización ordenada y controlada de prácticas conjuntas de decisión, que se realizan con frecuencia elevada, puede favorecer la cohesión y la capacitación del equipo.

Con esa idea, el presente artículo presenta una metodología de trabajo DMD, diseñada para soportar prácticas de decisión de equipos de trabajo. Si bien el producto final de estas prácticas debe ser la toma de decisiones, entre los subproductos del método se espera una mejora significativa en el conocimiento grupal y el compromiso de los integrantes con la decisión compartida.

Por otra parte, el método tiende a evitar los efectos indeseables planteados en Krieger (2001), esto es, que él o los líderes frenen los aportes individuales y que se generen dificultades o falta de compromiso por diferencia de percepciones.

El artículo incluye un análisis de los aportes que la literatura especializada en DMD ha realizado a la decisión en grupos. Presenta los fundamentos conceptuales del método. Analiza el modo de realizar las prácticas y ejemplifica con diversas actividades de transferencia. Finalmente compara el método con otras propuestas.

2. Revisión de aportes DMD a la toma de decisiones en equipo

2.1 Subtítulo

El problema de la decisión con enfoque determinístico, espacio discreto de alternativas y objetivos múltiples y contrapuestos puede ser abordado por los métodos de Decisión Multicriterio Discreta (DMD). Dentro de esta corriente es posible distinguir, como se destaca en Barba Romero & Pomerol (1997), dos familias de métodos: ordinales y cardinales.

Los antecedentes de los métodos ordinales se remontan a la Revolución Francesa, con los célebres aportes de Borda y Condorcet. Ahora bien, son conocidos los problemas de los mismos. La agregación a lo Borda puede conducir a diversos ordenamientos entre un par de elementos, según que se consideren o no otros elementos irrelevantes. Por su parte, al efectuar comparaciones por parejas, la propuesta de Condorcet permite la aparición de ciclos que conducen a ordenamientos no transitivos. Arrow (1963) formula cinco axiomas según los cuales, estos problemas sólo pueden salvarse si en el grupo hay una persona que actúa como dictador.

Estos y otros motivos, conducen a los investigadores a explorar otras formas de representar las posturas y preferencias. En esta línea pueden destacarse las siguientes propuestas: Conjuntos Difusos presentados en Zadeh (1965) y Bellman & Zadeh (1970); Teoría Matemática de la Evidencia de Demster-Shaffer, la cual puede revisarse en Salicone (2007); Utilidad Multiatributo Aditiva (MAUT), cuya base axiomática se plantea en Keeney & Raiffa (1976, 1993).

Durante las tres últimas décadas del siglo XX se registró una intensa actividad sobre el problema de dar soporte a la toma de decisiones con un decisor único. Se desarrollaron por ejemplo los denominados “Métodos de relaciones de superación”, donde una parte importante del esfuerzo se concentra en comparar por parejas a las alternativas, a fin de determinar la existencia o no de preferencias. Cada una de estas metodologías está orientada a problemas de decisión con características específicas, de allí que se sucedan diferentes versiones.

El enfoque fue introducido originalmente en Roy (1968) y continuado posteriormente por diferentes versiones del Electre. Ver por ejemplo, a Vansnick (1986) o a Roy (1990, 1996). Por otro lado, en Brans & Vincke (1985), Brans, Vincke & Mareschal (1986), Brans & Mareschal (2002), se propone el modelo Promethee, para el cual se desarrollan también distintas versiones.

Por otra parte, puede reconocerse un conjunto de métodos que se apoyan sobre la MAUT, pero resuelven el problema de maneras diferentes. Cabe mencionar aquí al modelo UTA, presentado en Jacquet-Lagrange & Siskos (1982) y mejorado por trabajos como el Jacquet-Lagrange (1990). En esta propuesta las relaciones de preferencia de los decisores se expresan

por medio de un Programa Lineal, donde se plantea como objetivo minimizar la distancia entre la decisión y lo que puede considerarse como una alternativa ideal.

Además se destaca el método Topsis, basado en la concepción clásica de distancia al ideal. El método se propone identificar la solución de compromiso que se acerca a este ideal, alejándose complementariamente del anti-ideal. Esta propuesta fue introducida en Hwang & Yoon (1981) y registra múltiples aplicaciones en la actualidad.

Sobre la misma idea base, algunas propuestas ponderan la utilidad de las alternativas con el peso relativo de los criterios. Se destaca en esta línea el AHP, que puede revisarse en Saaty (1978, 1996, 2004).

En cuanto a la toma de decisiones con grupos de personas, si bien existen antecedentes de aplicaciones DMD lejanas en el tiempo, el problema de la decisión grupal parece despertar un generalizado interés alrededor del año 2000.

La literatura especializada recoge, por ejemplo, diversas aplicaciones de conjuntos difusos a esta problemática, donde las variables lingüísticas permiten representar las diferencias de opiniones. Pueden recordarse por ejemplo los aportes de Saaty (1978); Alley, Bacinello & Hipel (1979); Tanino (1984); Herrera, Herrera-Viedma & Chiclana (2001); Chou, Chang & Shen (2008); Wang & Parkan (2008); Yu, Wang & Lai (2009).

También la Teoría Matemática de la Evidencia, de Dempster-Shafer, ha sido utilizada para representar la incertidumbre en la expresión de las preferencias. En este enfoque, se destacan los aportes de Beynon, Curry & Morgan (2000) y de Beynon (2002).

Se trabaja asimismo en propuestas que combinan métodos. En Yeh & Chang (2009), se utilizan conjuntos difusos para representar la imprecisión y TOPSIS para la agregación. Es frecuente también el uso combinado entre el DEA y el AHP, tal como hace Wang & Chin (2009).

El TOPSIS es utilizado en diversas contribuciones, por su atractiva modalidad de agregación. El trabajo de Shih, Shyur & Lee (2007), analiza posibles extensiones del método a la problemática grupal. En tanto que Shih (2008), propone un método de once pasos que estudia por separado beneficios y costos.

El método VIP propone un soporte a la toma de decisiones con equipos de trabajo, con base informática. La propuesta se adapta especialmente para situaciones con información incierta sobre los criterios de decisión, de hecho, los integrantes no proponen valores precisos, sino relaciones que el método transforma en restricciones para una posterior resolución con PL. El método puede revisarse en Dias & Clímaco (2000a, 2000b), o en Dias & Clímaco (2005).

También el *Analytic Hierarchy Process* de Saaty es utilizado con adaptaciones para permitir la práctica grupal del tipo GDM. En ese sentido, los textos de Saaty (1978, 1996), realizan los primeros aportes. En tanto, los trabajos de Forman & Peniwati (1998) y Escobar & Moreno-Jimenez (2007), proponen una aproximación conceptual ajustada a la problemática de funcionamiento de los equipos.

Otro enfoque destacable, es el adoptado en los métodos SMAA (*Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis*). Esta propuesta, al igual que la de Escobar & Moreno-Jimenez (2007), o la del presente artículo, utiliza distribuciones de probabilidad multivariadas para representar la variabilidad en las preferencias. La estrategia queda reflejada en Lahdelma, Hokkanen & Salminen (1998), Lahdelma & Salminen (2001), o en Tervonen (2007).

3. Análisis del problema de decisión multicriterio grupal

En esta propuesta se considera el caso de un grupo de personas que estudian un problema de decisión. Se supone que las mismas pueden operar como equipo y que son capaces tanto de elaborar una definición conjunta de las alternativas que deben ser analizadas, como de encontrar un conjunto de atributos/criterios de análisis.

Se considera que el equipo tiene N integrantes. La cantidad de alternativas analizadas es I . En el estudio del problema se consideran J criterios. De todos modos, el método admite la consideración de una jerarquía de criterios.

El equipo construye un árbol del proceso de decisión, conforme a Saaty (1996). A continuación debe analizar los diferentes niveles del mismo y comparar entre sí los elementos que integran sus ramas. Es decir, deben compararse las alternativas de decisión para cada uno de los criterios y deben compararse asimismo, los propios criterios.

El análisis debe hacerse en plenario, de modo que todos los miembros del grupo puedan expresar sus opiniones y comprender las posturas del resto. Es necesario que se entiendan las diferentes posiciones, para lo cual conviene intercambiar elementos de juicios y experiencias.

La tarea de análisis conjunto genera una reducción marcada en la variabilidad inherente de los juicios. En efecto, al iniciar el estudio de una rama las posturas pueden ser completamente dispersas. Sin embargo, al progresar la tarea, esa dispersión debe tender a reducirse de manera sostenida hasta arribar a una condición de estabilidad. Se entiende por condición de estabilidad al estado en el cual las opiniones individuales ya no pueden variar de manera significativa, aún cuando continúe el estudio del problema.

Para verificar si se arribó a esa condición, el grupo debe expresar sus opiniones y preferencias con el auxilio de una función de utilidad cardinal, conforme a las especificaciones de Keeney & Raiffa (1993). La asignación de utilidades debe ser una tarea individual. Es importante que cada uno de los miembros la realice por separado, con independencia de los juicios emitidos por sus compañeros.

Si se consideran de manera genérica K elementos a comparar en una misma rama, sea u_{kn} la utilidad, estandarizada con la regla de la suma, asignada al elemento k por el individuo n , con $k = 1, 2, \dots, K$ y $n = 1, 2, \dots, N$.

Los resultados del estudio de cada rama pueden representarse en términos de la suma de cuadrados de los u_{kn} , del modo siguiente:

$$SC_{total} = \sum_{k=1}^K (\bar{u}_k - \bar{u})^2 + \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N (u_{kn} - \bar{u}_k)^2 \quad (1)$$

En la expresión (1) \bar{u} es la media general y \bar{u}_k es el promedio para el elemento k . En el segundo miembro de (1), el primer término puede denominarse: suma de cuadrados entre elementos (SCE) y el segundo: suma de cuadrados dentro de los elementos (SCD).

La sumatoria SCD es la que representa las diferencias entre las opiniones y la que debe disminuir a medida que progresa el análisis. A los efectos de contrastar esta sumatoria con algún valor de referencia puede suponerse que al iniciar el análisis de la rama, la peor condición posible es que las medias verdaderas de los elementos sean iguales y que las distribuciones sean uniformes.

Conviene recordar que la distribución uniforme de las probabilidades, cuando se encuentra definida en un intervalo (a,b), tiene media $\mu = (a + b)/2$ y varianza $\sigma^2 = (b - a)^2/12$. Si se aceptan los siguientes supuestos: medias iguales a la inversa de la cantidad K de elementos comparados, distribuciones uniformes definidas entre cero y dos veces la media, varianza muestral equivalente a la varianza de la uniforme; se puede calcular una suma total de cuadrados de referencia (SCU), del siguiente modo:

$$SCU = K(N-1) \frac{\left(\frac{2}{K}\right)^2}{12} = \frac{N-1}{3K} \quad (2)$$

Así entonces, es posible suponer que a medida que progresa el análisis de la rama, la suma de cuadrados SCD descende desde un valor cercano a SCU, hasta un mínimo propio de la estabilidad, como lo muestra la Figura 1 abajo:

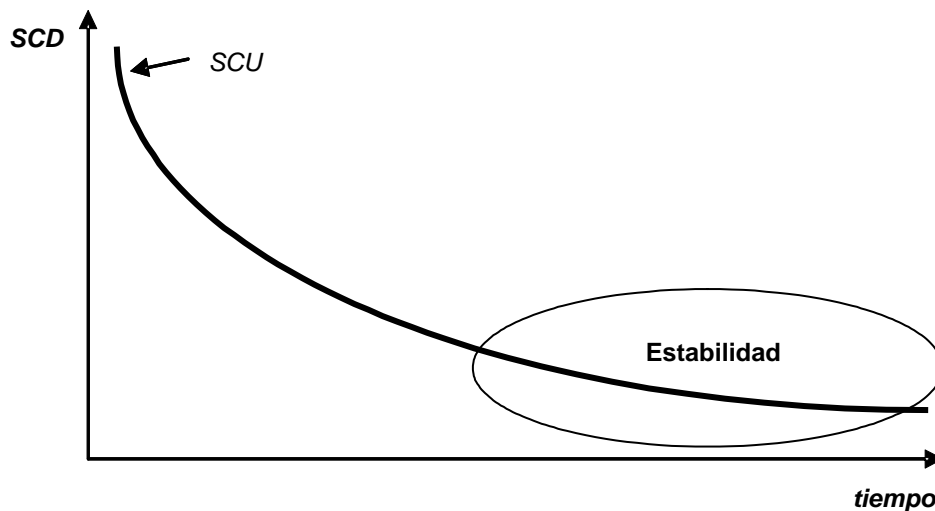


Figura 1 – SCD en función del tiempo.

Para facilitar el seguimiento del proceso es posible definir un indicador adecuado. En efecto, sea el Índice de Variabilidad Remanente, que se obtiene como sigue:

$$IVR = (SCD / SCU) \times 100\% \quad (3)$$

En resumen, luego de la asignación de utilidades tanto el indicador IVR como el análisis estadístico de los resultados u_{kn} obtenidos con los N individuos, permite inferir si la condición de estabilidad se considera satisfecha. En caso de que esta verificación resulte satisfactoria, corresponde iniciar el análisis de una nueva rama. De no ser así, se retoma la actividad en plenario y se analizan las posibles causas para las diferencias encontradas.

4. Propiedades del estado estable

Al comparar los K elementos de una misma rama en el árbol de la decisión, la variabilidad de los juicios individuales puede ser representada como una variable aleatoria multidimensional. Para el estudio de variables de este tipo es necesario definir dos propiedades: las distribuciones de probabilidad marginales y la matriz de correlaciones cruzadas.

En cuanto a las distribuciones marginales, sea \mathbf{U}_k la variable aleatoria que representa la importancia o preferencia adjudicada al elemento k , por los miembros del grupo, expresada como utilidad normalizada con la regla de la suma. Si puede suponerse que el grupo alcanzó una cierta homogeneidad en sus opiniones, es razonable pensar que cuando los diferentes integrantes realizan su valoración individual, asignan mayor o menor peso a cada elemento dependiendo de una gran cantidad de condiciones. Dicho con mayor formalidad, puede proponerse que:

$$\mathbf{U}_k = \sum_{l=1}^L \mathbf{Y}_l \quad (4)$$

donde las variables \mathbf{Y}_l representan los múltiples efectos que influyen sobre el decisor individual, en el momento de asignar peso al elemento k .

Si todos estos efectos tienen impactos similares, de acuerdo al Teorema del Límite Central de las probabilidades, cuando L tiende a infinito, \mathbf{U}_k debe tender a comportarse como una normal $[\mathbf{N}(\mu_k, \sigma_k^2)]$. Este razonamiento puede considerarse válido para las distribuciones de cada uno de los elementos considerados.

Por otra parte, debido al procedimiento de normalización utilizado, las ponderaciones están linealmente relacionadas por:

$$\sum_{k=1}^K U_k = 1 \quad (5)$$

Ahora bien, si el equipo pudo lograr homogeneidad en sus juicios, es razonable descomponer las opiniones de los integrantes del grupo respecto al elemento k , del siguiente modo:

$$U_k = \mu_k + \varepsilon_{kn} \quad (6)$$

Donde μ_k es la media del elemento k , en tanto que ε_{kn} , es una variable aleatoria con media cero que representa la desviación de la utilidad asignada por el individuo n respecto a la media del grupo en el elemento k . A partir de la expresión (5), se deduce que:

$$\sum_{k=1}^K \mu_k = 1 \quad \text{y} \quad \text{además} \quad \sum_{k=1}^K \varepsilon_{kn} = 0 \quad (7)$$

Pero entonces:

$$\varepsilon_{mn} = -\sum_{k=1}^K \varepsilon_{kn} \quad \text{para todo } k \neq m \quad (8)$$

Por lo tanto, si el individuo n presenta una desviación en más respecto a la media de su grupo en uno de los elementos, este alejamiento se compensa con desviaciones en menos en el resto.

Por otra parte, las relaciones anteriores son determinantes de la matriz de correlaciones cruzadas entre los elementos. Al respecto puede considerarse que la intensidad de las correlaciones decrece con la cantidad de elementos que se comparan entre sí.

Más formalmente, sea ρ_{sr} la correlación entre dos elementos cualesquiera s y r . Conforme a la expresión (8) en el caso que sean dos los elementos comparados se tiene que $\rho_{sr} = (-1)$ cuando $K = 2$, y que $\rho_{sr} \geq (-1)$ cuando $K > 2$.

En forma genérica:

$$\rho_{sr} \rightarrow 0 \quad \text{cuando} \quad K \rightarrow \infty \quad (9)$$

Es decir que las preferencias asignadas por los integrantes de un grupo que ha logrado estabilidad en sus opiniones respecto de los elementos que componen una rama, pueden representarse con una variable aleatoria multidimensional que tiene distribuciones marginales normales y coeficientes de correlación que tienden a cero a medida que aumenta la cantidad de elementos comparados.

Puede suceder que el equipo de trabajo haya logrado reducir la variabilidad de sus preferencias, hasta alcanzar la condición de estabilidad en el sentido definido anteriormente, pero que subsistan posturas irreconciliables. Esto es, que haya dos grupos de personas cuyos juicios no pueden compatibilizarse. En dicha situación, la representación requiere de dos distribuciones normales.

En resumen, cuando el equipo de trabajo alcanza la condición de estabilidad, la estructura de preferencias cuantificada con una función de utilidad cardinal normalizada con la suma, respecto a los elementos que componen una misma rama del problema de decisión, debe verificar las siguientes condiciones:

- I. Las utilidades toman valores dentro de un conjunto infinito y acotado de números reales. Por ese motivo, no es factible que dos individuos coincidan exactamente en su preferencia.
- II. Si los individuos han logrado compatibilizar sus preferencias y homogeneizar sus opiniones, la distribución de las utilidades puede ser representada por la distribución normal.

Si en el equipo hay subgrupos con valores muy diferentes, la representación de las preferencias del conjunto requiere de dos o más normales.

5. Modelo aleatorio multivariado para valoraciones globales

Para la construcción del siguiente modelo se supone que el grupo de trabajo, mediante el proceso de análisis descrito en la sección 2, ha logrado homogeneizar sus preferencias. Entonces puede pensarse en una única distribución normal para cada criterio y en una normal para cada alternativa respecto a cada criterio. La situación se esquematiza en la Figura 2:

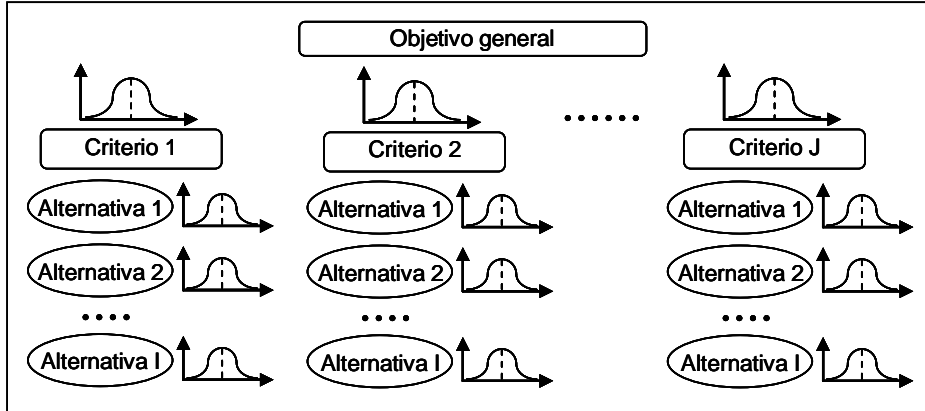


Figura 2 – Distribuciones normales en el árbol de decisión.

A fin de establecer la necesaria notación y conforme a la utilizada en la sección 2, w_{jn} (ponderación asignada al criterio j por el individuo n) puede ser considerada como una realización de una variable aleatoria normal W_j , con media μ_{W_j} y varianza $\sigma_{W_j}^2$. Del mismo modo, puede suponerse que u_{ijn} (utilidad estandarizada asignada por el individuo n al elemento o alternativa i bajo el criterio j), es una observación realizada sobre la variable aleatoria U_{ij} , que tiene distribución normal con media $\mu_{U_{ij}}$ y varianza $\sigma_{U_{ij}}^2$.

Luego, la variable aleatoria (W_j, U_{ij}) tiene distribución normal bidimensional. En cuanto a sus propiedades, cabe recordar que los supuestos básicos de la decisión multicriterio llevan a pensar que la asignación de utilidades efectuadas respecto al criterio j , ha sido realizada de manera prescindente de la ponderación efectivamente recibida por dicho criterio. Con este razonamiento, el coeficiente de correlación entre W_j y U_{ij} debe valer cero.

Entonces la expresión de la función de densidad conjunta de esta distribución Normal bidimensional es:

$$f_{W_j, U_{ij}}(w_{jn}, u_{ijn}) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sigma_{W_j} \sigma_{U_{ij}}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{w_{jn} - \mu_{W_j}}{\sigma_{W_j}} \right)^2} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{u_{ijn} - \mu_{U_{ij}}}{\sigma_{U_{ij}}} \right)^2} \quad (10)$$

Luego, el aporte parcial al peso que cada individuo asigna a la alternativa i , con cada criterio, puede obtenerse como el producto de las dos cantidades anteriores. Es posible definir entonces una variable aleatoria unidimensional Z_{ij} , que represente las asignaciones parciales, con la siguiente expresión:

$$Z_{ij} = W_j * U_{ij} \quad (11)$$

La distribución de probabilidad de la variable Z_{ij} , no puede ser deducida analíticamente, debido a la imposibilidad de integrar expresiones de tipo gaussiano. Por ese motivo y a los

efectos de este trabajo, se realizaron diversos experimentos de simulación orientados a determinar la forma de la misma. La estrategia conduce a verificar que dichas distribuciones pueden ser nuevamente representadas mediante la Normal.

En el Anexo del presente artículo se introduce una justificación de la imposibilidad de encontrar por vía analítica la distribución de \mathbf{Z}_{ij} . Además, se analizan algunas de las simulaciones realizadas.

Por otra parte, la ponderación global de la alternativa i , puede expresarse como:

$$\mathbf{V}_i = \sum_{j=1}^J \mathbf{W}_j * \mathbf{U}_{ij} = \sum_{j=1}^J \mathbf{Z}_{ij} \quad (13)$$

En la expresión (13), \mathbf{V}_i es la variable aleatoria que refleja las valoraciones individuales efectuadas sobre la alternativa i , por los integrantes del equipo de trabajo. Ahora bien, dado que \mathbf{Z}_{ij} es una variable aleatoria unidimensional que puede ser representada por una distribución normal, se deduce que la valoración global \mathbf{V}_i está sujeta a la misma distribución.

Por otra parte, es posible determinar los dos primeros momentos de las variables \mathbf{Z}_{ij} , mediante la aplicación de los operadores valor esperado y varianza. Por supuesto, en esta aplicación se asume que las variables \mathbf{U}_{ij} y \mathbf{W}_j pueden considerarse independientes. De este modo se llega a que:

$$\begin{aligned} E(\mathbf{Z}_{ij}) &= E(\mathbf{W}_j) * E(\mathbf{U}_{ij}) = \mu_{ij} \\ \text{Var}(\mathbf{Z}_{ij}) &= (E^2(\mathbf{W}_j) + \text{Var}(\mathbf{W}_j)) * (E^2(\mathbf{U}_{ij}) + \text{Var}(\mathbf{U}_{ij})) - E^2(\mathbf{W}_j) * E^2(\mathbf{U}_{ij}) = \sigma_{ij}^2 \end{aligned} \quad (14)$$

En este punto cabe recordar que en todo el ámbito de la decisión multicriterio, los criterios deben ser escogidos de modo tal que midan cualidades diferentes. Si esto es así, entonces corresponde pensar que las valoraciones que recibe la alternativa i , para los criterios j y $j+1$ pueden nuevamente ser consideradas como independientes entre sí.

Con lo cual:

$$\begin{aligned} E(\mathbf{V}_i) &= \sum_{j=1}^J E(\mathbf{Z}_{ij}) = \sum_{j=1}^J \mu_{ij} \\ \text{Var}(\mathbf{V}_i) &= \sum_{j=1}^J \text{Var}(\mathbf{Z}_{ij}) = \sum_{j=1}^J \sigma_{ij}^2 \end{aligned} \quad (15)$$

Pueden obtenerse de este modo las medias y las varianzas de las distribuciones normales que representan las ponderaciones globales de cada una de las alternativas.

Más allá de estas consideraciones, lo relevante es que las valoraciones globales pueden ser analizadas como variables aleatorias unidimensionales con distribución Normal. Esa condición torna adecuado la modalidad de ordenamiento que se propone en el apartado siguiente.

6. Ordenamiento de las alternativas

En el actual estado de análisis, cada miembro del grupo ha asignado un peso w_{jn} al criterio j y una ponderación u_{ijn} , a la alternativa i cuando es medida según el criterio j . Por otra parte, la utilidad que cada individuo asigna a cada alternativa, con cada criterio, puede obtenerse como el producto de las dos cantidades anteriores. Entonces la utilidad global asignada por el individuo n a la alternativa i , puede obtenerse del siguiente modo:

$$v_{in} = \sum_{j=1}^J w_{jn} * u_{ijn} \quad (16)$$

Luego, el promedio de las valoraciones asignadas para cada alternativa puede considerarse como medida de la utilidad que el grupo reconoce en su conjunto. Esto es, puede suponerse que cuando el promedio de las utilidades globales de $A^{(1)}$ es mayor que el de $A^{(2)}$, entonces $A^{(1)}$ es preferible a $A^{(2)}$.

Con esta lógica, el ordenamiento de los resultados muestrales, de los mayores a los menores promedios, permite proponer el siguiente ordenamiento para las alternativas:

$$A^{(1)} \succ A^{(2)} \succ \dots \succ A^{(I)} \quad (17)$$

Donde $A^{(1)}$ es la más preferible y $A^{(I)}$ es la de menor preferencia.

Ahora bien, sucede que estos promedios son sólo resultados muestrales, entendidos como aproximaciones de las verdaderas preferencias. Cabe entonces investigar si las diferencias encontradas son estadísticamente significativas. Para encontrar una respuesta, es posible aplicar en forma repetida la prueba estadística de comparación de medias para variables dependientes.

En efecto, sea D_{sr} una variable aleatoria que representa la diferencia entre las valoraciones globales asignadas por cada individuo a las alternativas s y r respectivamente, donde el promedio de $A^{(s)}$ es mayor al de $A^{(r)}$. Entonces los elementos de la muestra de D_{sr} están dados por:

$$d_{srn} = v_{sn} - v_{rn} \quad \text{con } 1 \leq n \leq N \quad (18)$$

Luego, la hipótesis nula $H_0: E(D_{sr}) = 0$ — no hay diferencia significativa entre los verdaderos pesos globales promedio de las alternativas s y r respectivamente — contra la alternativa $H_1: E(D_{sr}) > 0$ — hay una diferencia significativa — puede analizarse mediante la aplicación del siguiente estadístico:

$$T = \frac{\overline{d_{sr}}}{S_{sr}/\sqrt{N}} \quad (19)$$

Para cuyo cálculo deben obtenerse previamente:

$$\overline{d_{sr}} = \frac{\sum_{n=1}^N d_{srn}}{N} \quad \text{y} \quad S_{sr} = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (d_{srn} - \overline{d_{sr}})^2}{N-1}} \quad (20)$$

Cuando H_0 es cierta, la cantidad T tiene distribución t de Student con $(N-1)$ grados de libertad. Ahora bien, para facilitar la decisión sobre la hipótesis, puede calcularse la probabilidad

$$P[T \geq t_0 / E(D_{sr}) = 0] = p \quad (21)$$

En general, si p es muy pequeño, se rechaza H_0 , pues es poco probable conseguir un valor mayor o igual que el obtenido suponiendo que la hipótesis nula es verdadera. El valor de p puede ser hallado mediante la aplicación de diversos algoritmos.

Por otra parte, la cantidad de pruebas repetidas que deben realizarse es:

$$L = \frac{I(I-1)}{2} \quad (22)$$

Una cuestión importante es cuál de los dos tipos de errores que pueden cometerse al efectuar una prueba de hipótesis, es el más preocupante en esta aplicación. Ello debe permitir determinar el nivel de significación α más adecuado. Cabe recordar que valores pequeños de p indican que se debe rechazar H_0 .

En este caso, el error de tipo I (ETI) conduce a identificar diferencias, que en realidad no existen. De este modo puede obtenerse una ordenación que no responde a la realidad. En cambio, el error de tipo II (ETII) conduce a no detectar diferencias existentes. Con ello debe retomarse el análisis y en todo caso replantear el ordenamiento.

En opinión de los autores el error más preocupante es el primero, debido a que conduce a encontrar diferencias entre dos alternativas cuando realmente no las hay. Por lo tanto, deben tomarse recaudos para reducir o controlar la probabilidad de este tipo de error.

Para acotar esta probabilidad, se debe tener en cuenta que al poner a prueba múltiples hipótesis se incrementa la posibilidad de rechazar injustamente una hipótesis y por ende el valor p que se considera suficiente para rechazar la hipótesis nula individualmente, puede conducir a cometer un error del tipo mencionado en la prueba global. En otras palabras, se debe adoptar un criterio que permita detectar aquellas pruebas en las cuales se estaría rechazando H_0 cuando en realidad no corresponde.

Una alternativa para controlar el ETI es recurrir a la tasa de falso descubrimiento (FDR) propuesta por Benjamini & Hochberg (1995). En el artículo mencionado se discuten diferentes maneras de ganar potencia en la realización de pruebas de hipótesis múltiples. Posteriormente, en Benjamini & Yekutieli (2001), se profundiza el estudio realizado anteriormente con el tratamiento de la posible dependencia (positiva o negativa), entre las variables bajo estudio.

A partir de esa base, se propone un modo de aplicar este concepto en aquellas situaciones donde la correlación entre variables es negativa. La expresión adoptada para determinar el valor límite de p es:

$$p_{(l)} \leq \frac{\alpha}{L \sum_{m=1}^L \frac{1}{m}} \quad (23)$$

donde α representa el nivel de significación elegido por el investigador para las pruebas individuales, L es la cantidad de hipótesis puestas a prueba y $p_{(l)}$ es el valor p obtenido en la prueba de H_l . El procedimiento consiste en ordenar los valores p en orden ascendente, compararlos con el segundo miembro de la desigualdad (23) y encontrar el máximo número

M de prueba para el cual se verifica la desigualdad. De este modo se rechazan H_1, H_2, \dots, H_M con una considerable ganancia en la potencia de las pruebas y la consiguiente disminución de probabilidad de cometer ETI.

Finalmente se logra la ordenación buscada, con la aplicación reiterada de las pruebas y el control del error más preocupante.

7. Experimento simulado para ilustrar las prácticas operativas

Sea un problema de decisión donde es necesario ordenar de la mayor a la menor preferencia un conjunto de cuatro alternativas, que se identifican a_1, a_2, a_3, a_4 . El problema debe ser analizado por un grupo de doce decisores. Se desea que las opiniones de todos queden reflejadas en el ordenamiento que finalmente se adopte y se espera que la decisión sea compartida por el conjunto y respaldada en sus consecuencias prácticas posteriores.

De acuerdo a la presente propuesta, la primera actividad del grupo de trabajo es elaborar especificaciones que definan de manera rigurosa las alternativas, esto es, en qué consiste cada una. La segunda, es adoptar un conjunto de criterios que permitan elaborar juicios sobre las mismas. Con esa finalidad, se adoptan los cuatro siguientes: c_1, c_2, c_3, c_4 . Además se acuerda que todas las funciones de utilidad tienen como objetivo la maximización.

A continuación, el grupo analiza en conjunto las alternativas en cuanto al criterio c_1 . Intercambian opiniones y conocimientos, a fin de facilitar la generación de una perspectiva compartida. En un momento adecuado del análisis y para verificar si se ha logrado compatibilizar las opiniones, cada uno de los miembros expresa sus preferencias de manera individual e independiente asignando utilidades. Las mismas se estandarizan posteriormente en la escala (0,1), mediante la división por la suma.

El análisis de las utilidades asignadas permite determinar si el trabajo ha sido suficiente. Con esa finalidad es conveniente observar la descomposición de la suma de cuadrados, construida conforme a la expresión (1). De este modo se obtiene la siguiente división:

Tabla 1 – Distribución inicial de sumas de cuadrados bajo el criterio c_1 .

Fuente de variación	Sumas de cuadrados
S de C entre elementos	0,7391
S de C dentro de los elementos	0,2056
S de C total	0,9447
Índice de Variabilidad Remanente	22,42%

La suma de cuadrados total es 0,9447. Esto incluye las variaciones en las preferencias individuales respecto a cada elemento y las variaciones entre los promedios de los distintos elementos.

En cuanto al cálculo del indicador Índice de Variabilidad Remanente (IVR), se tiene:

$$SCU = \frac{N-1}{3K} = 0,9167 \text{ con } N=12 \text{ y } K=4$$

$$IVR = S \text{ de C dentro} / SCU = 0,20556 / 0,9167 = 0,2242$$

Pero el análisis de las utilidades asignadas debe reforzarse con la aplicación de herramientas estadísticas que ayuden a verificar si se cumple la condición de normalidad. Con esa finalidad puede aplicarse la prueba de Shapiro–Wilks, conforme a Mahibbur & Govindarajulu (1997), para analizar si es posible suponer que las cuatro muestras han sido obtenidas de distribuciones normales, dado que dicha distribución es una característica del estado estable. Los resultados se presentan en la tabla siguiente:

Tabla 2 – Resultados de Shapiro–Wilks para utilidades bajo criterio c_1 .

Variable	n	Media	D.E.	W*	p(una cola)
Altern 1	12	0,09	0,04	0,94	0,6201
Altern 2	12	0,34	0,09	0,97	0,9353
Altern 3	12	0,40	0,07	0,94	0,5988
Altern 4	12	0,18	0,07	0,94	0,6770

La prueba tiene como estadístico a W^* . Para decidir si la hipótesis se rechaza puede observarse el valor p de probabilidad. En efecto, valores p por debajo de 0,1 generalmente se interpretan como condición de rechazo, en tanto que valores mayores permiten no rechazar. En este caso los p son elevados, por lo que la suposición de normalidad se considera razonable para todas las alternativas.

Con estos resultados, puede considerarse que el grupo ha logrado una posición de acuerdo y que no resulta necesario continuar el análisis de preferencias respecto al criterio uno. Se comienza entonces el estudio con referencia en el criterio 2.

Luego de una primera ronda de análisis se obtiene un IVR de 40,62%. En tanto, para la prueba de normalidad se tiene:

Tabla 3 – Resultados de Shapiro–Wilks para utilidades bajo el criterio c_2 .

Variable	n	Media	D.E.	W*	p (una cola)
Altern 1	12	0,16	0,06	0,86	0,0738
Altern 2	12	0,28	0,08	0,88	0,1761
Altern 3	12	0,20	0,10	0,88	0,1457
Altern 4	12	0,36	0,11	0,95	0,7367

Estos resultados son completamente diferentes a los anteriores. En primer lugar el IVR toma un valor elevado. Además, la prueba de Shapiro-Wilks muestra probabilidades p menores a las obtenidas anteriormente y en el caso de la primera alternativa el valor es muy bajo ($p = 0,0738$).

A partir de esta información, parece claro que el grupo de trabajo debe retomar el análisis bajo el criterio dos. Luego de una nueva ronda, cada uno de los integrantes procede a emitir su opinión en forma de utilidades. En esta oportunidad, se obtiene un IVR de 19,2% y la normalidad es aceptable en todas las alternativas.

Es decir que todos los subconjuntos parecen ser aceptablemente normales. Pero los diagramas de caja muestran el siguiente comportamiento:

En la continuidad del estudio, se analizan las alternativas tres y cuatro. Además se comparan los criterios entre sí, con una mecánica idéntica a la presentada. Luego se agregan las preferencias para cada uno de los doce individuos de modo que se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 4 – Utilidades globales por persona y por alternativa.

i	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
1	0,138	0,318	0,180	0,364
2	0,120	0,227	0,352	0,302
3	0,155	0,262	0,264	0,319
4	0,186	0,301	0,212	0,300
5	0,171	0,230	0,250	0,348
6	0,208	0,194	0,195	0,403
7	0,109	0,349	0,243	0,299
8	0,151	0,300	0,205	0,344
9	0,122	0,186	0,271	0,421
10	0,153	0,303	0,283	0,261
11	0,162	0,189	0,231	0,417
12	0,150	0,261	0,277	0,312
Promedios	0,1522	0,2601	0,2470	0,3408

Según la tabla, por ejemplo, la persona uno asigna utilidad global 0,138 a la primera alternativa y utilidad 0,18 a la tercera. Por su parte, la tercera persona asigna 0,155 a la alternativa uno y 0,264 a la tercera.

Ahora bien, los promedios parecen sugerir que la preferida es a₄, seguida por a₂, luego a₃, y finalmente a₁, como la menos preferible. Pero estas diferencias pueden ser sólo aparentes, dado que subsiste alguna variabilidad en las opiniones y que la información disponible debe ser considerada como una muestra. Para lograr una mejor precisión se realizan las pruebas de comparaciones pareadas, cuyos resultados se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 5 – Pruebas de comparaciones pareadas por parejas de elementos.

Relación	Diferencia Promedio	Desvío de la diferencia promedio	Estadístico t	Probabilidad p
a ₄ con a ₂	0,081	0,028	2,844	0,008
a ₄ con a ₃	0,094	0,024	3,919	0,001
a ₄ con a ₁	0,189	0,016	12,100	5,340E-08
a ₂ con a ₃	0,013	0,023	0,56	0,291
a ₂ con a ₁	0,108	0,020	5,436	1,000E-04
a ₃ con a ₁	0,095	0,019	4,998	2,000E-04

Cabe recordar que las pruebas realizadas en la Tabla 10, tienen por finalidad determinar si las diferencias entre los promedios obtenidos en las valoraciones globales de las alternativas de decisión, pueden considerarse indicativas de que existe una preferencia cierta de una alternativa sobre la otra. La hipótesis nula plantea que en realidad las diferencias encontradas se deben a la casualidad.

En la tabla anterior la mayoría de las probabilidades p son menores a 0,1. Sin embargo, puede que alguna de estas probabilidades bajas se originen en errores de tipo I. Para controlar esa posibilidad, se determinan probabilidades de contraste con la expresión (23).

Luego se ordenan los valores p de manera creciente a fin de facilitar su comparación con las de contraste. Para un nivel de significancia general de 0,05, los resultados se resumen a continuación:

Tabla 6 – Comparación entre valores p y probabilidades de contraste.

	a_4 con a_1	a_2 con a_1	a_3 con a_1	a_4 con a_3	a_4 con a_2	a_2 con a_3
Valor p obtenido	5,340E-08	1,000E-04	2,000E-04	0,001	0,008	0,291
Probabilidad contraste	0,0034	0,0068	0,0102	0,0136	0,0170	0,0204

En las cinco primeras comparaciones el valor p es inferior a la probabilidad de contraste, con lo que deben rechazarse esas hipótesis. La relación se invierte al comparar los elementos dos y tres, donde no se encuentran diferencias significativas entre los elementos.

Con estos resultados, puede deducirse que la alternativa 4 es preferible a las restantes. Las alternativas dos y tres son equivalentes. A su vez, estas son preferibles a la uno.

8. Aplicaciones reales

El método ha sido aplicado para apoyar actividades de toma de decisiones con distintos grupos de trabajo. A continuación se realiza una breve descripción de algunas de estas aplicaciones.

Por ejemplo, se desarrolló una experiencia con el título de “Curso para la toma de decisiones en equipo”. En dicho evento, participaron dieciséis personas que, inscriptas de manera voluntaria, presentaban características diversas. Las distribuciones referidas a edad y formación se reflejan en las tablas siguientes.

Tabla 7 – Distribución del grupo por edades.

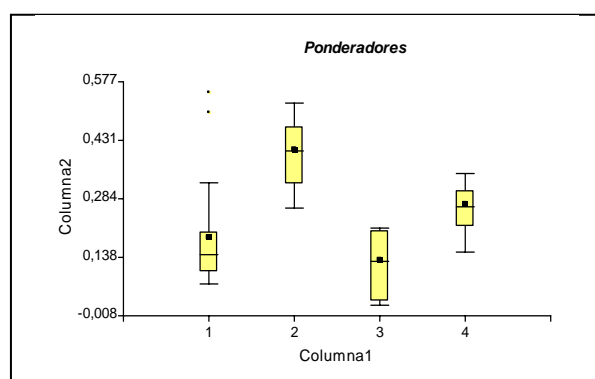
Edad	Frecuencia
Entre 21 y 30 años	5
Entre 30 y 40	7
Mayor a 40	4

Tabla 8 – Distribución del grupo por nivel de estudios.

Estudios	Frecuencia
Universitario incompleto	7
Universitario completo	6
Posgrados	3

La actividad se desarrolló a lo largo de nueve horas de un día sábado. Dado que no existía previamente un equipo y a que en general, ni siquiera existía conocimiento previo entre sus integrantes, se dedicaron las primeras cuatro horas a realizar ejercicios típicos de *coaching* ontológico, a fin de facilitar la generación de motivación y vínculos.

La segunda parte se dedicó al estudio de un problema de decisión, en el cual una empresa debe establecer prioridades para su programa de capacitación interna, mediante el ordenamiento de seis alternativas. El grupo inició el análisis con la adopción en plenario de cuatro criterios de decisión y puso especial énfasis en la definición de los mismos. Cada uno de los integrantes expresó sus percepciones. La muestra de utilidades normalizadas fue analizada con un software estadístico y los resultados se publicaron con auxilio de un proyector especial. Entre dichos resultados se encontró el diagrama de la Figura 6.

**Figura 6** – Diagramas de caja para los criterios.

En el diagrama, los números enteros señalados en el eje de abscisas representan a los diferentes criterios.

Cabe destacar que estos resultados son compatibles con el comportamiento esperable en grupos de personas con preferencias homogéneas, dado que se verifica una tendencia a concentrar las preferencias. En el criterio 2, por ejemplo, no se encuentra una distribución uniforme. Por el contrario, los participantes coinciden en calificar a ese criterio como el más importante y en ponderarlo con valores que se concentran en torno a 0,40.

Más aún, también existe coincidencia en identificar el criterio 4 como el segundo en importancia. De hecho, los diagramas correspondientes a los criterios dos y cuatro, son compatibles con la normalidad y la falta de comportamiento gaussiano se manifiesta sólo en los criterios que parecen ser menos relevantes.

Pero lo importante del diagrama es que orienta el resto del análisis. Para buscar consenso no es preciso replantear todo el problema, dado que las diferencias de opiniones deben estar centradas en los criterios que evidencian mayores alejamientos respecto de la distribución normal.

En efecto, los valores extraños que aparecen en el primer criterio indican que sólo dos de las dieciséis personas han tenido un punto de vista diferente al respecto. A partir de esos resultados se realizó una breve reflexión en plenario, donde los participantes con opiniones alejadas consideraron que la diferencia se originó en una errónea comprensión del problema analizado.

Esta conclusión permitió arribar a un rápido acuerdo de opiniones. Con ello, un proceso de análisis que en condiciones habituales pudo ser largo y problemático, particularmente por las diferencias de percepción encontradas, pudo resolverse en unos pocos minutos.

Otra de las aplicaciones se realizó durante el desarrollo de un sistema de gestión del mantenimiento preventivo para los elementos electromecánicos de trece diques de la Provincia de Córdoba. Con esa finalidad, se utilizó una versión simplificada del método conocido como “Análisis de modos y efectos de falla” (FMEA), conforme a Gryna, Chua & Defeo (2007), Ireson, Coombs & Moss (1996).

La modificación introducida al FMEA consiste en la definición de cuatro categorías para calificar gravedad, probabilidad y capacidad de detección, en vez de las diez que habitualmente se utilizan. A fin de establecer el puntaje correspondiente a cada categoría en una escala cardinal, se organizó una reunión con los cinco ingenieros que integran el equipo de trabajo.

Para el criterio gravedad, por ejemplo, los participantes efectuaron un ejercicio para definir las categorías como leve, moderada, severa y crítica; y acordar el estricto significado de cada una. Una vez aceptada esta definición, cada uno de los individuos expresó su percepción sobre la intensidad de la gravedad. En un primer intento, el indicador IVR alcanzó un valor de 38%, lo cual evidencia diferencias sustanciales en las apreciaciones.

Un nuevo estudio en plenario permitió identificar el origen de las diferencias: tres de los miembros tuvieron una apreciación similar sobre cuánto más grave es una categoría que otra, pero los otros dos se apartaron en diferentes direcciones. La exposición de los puntos de vista utilizados permitió acercar las posiciones y una nueva valoración arrojó un IVR de sólo 11%.

Cabe precisar que el trabajo fue, en sus aspectos generales, bien recibido por los integrantes del grupo y sus participantes aceptaron y cumplieron con facilidad las diferentes consignas del mismo.

9. Comparación de los procesos DRV con otros métodos multicriterio de toma de decisiones en grupo

Parece apropiado comparar el método propuesto en el presente artículo, con otras metodologías orientadas a resolver el mismo tipo de problemas. Con esa finalidad se analizan dos propuestas contemporáneas, un modelo basado en conjuntos borrosos propuesto en Yeh & Chang (2009) y los modelos SMAA, propuestos en Lahdelma, Hokkanen & Salminen (1998), Lahdelma, Makkonen & Salminen (2006).

El primero de estos artículos fue elegido porque parece representativo de una variedad de ofertas que coinciden en utilizar variables lingüísticas para modelar las diferencias en los pesos asignados por los decisores. Por su parte, los SMAA tienen un enfoque comparable al de la presente propuesta, desde que utilizan variables aleatorias multidimensionales para dicha representación.

La Tabla 9 muestra varias coincidencias en algunas dimensiones, lo que no debe sorprender dada la similitud del problema planteado. Sin embargo, los objetivos son diferentes dado que los otros dos métodos se preocupan por resolver problemas de decisión, donde los operadores puedan arribar a un ordenamiento final pese a que existe incertidumbre en la información.

En cambio, los Procesos DRV conceden particular atención a que los integrantes del grupo comprendan las posiciones del resto y en todo caso, acerquen sus ponderaciones. Corresponde recordar la premisa de que los integrantes puedan realizar aportes significativos, más allá de las presiones de los líderes, y que se eviten fricciones para facilitar el apoyo posterior a la decisión tomada.

Tabla 9 – Comparación entre métodos GDM.

Aspecto	SMAA	DRV	Fuzzy Group Multicriteria Decision Making
Herramienta multicriterio	Función de utilidad (MAUT)	Función de utilidad (MAUT)	Conjuntos borrosos
Representa con	Variables aleatorias multidimensionales	Variables aleatorias multidimensionales	Variables lingüísticas
Información aportada por el grupo	Ordenamiento final con las utilidades globales.	Ponderaciones individuales sobre importancia relativa	Juicios individuales sobre importancia global
Dinámica de trabajo	El ordenamiento se hace en conjunto. Las preferencias se establecen en grupo.	Cada persona expresa sus preferencias de manera independiente.	Cada persona expresa sus preferencias de manera independiente.
Agregación	Ponderación lineal	Ponderación lineal	TOPSIS
Devolución del método	Información resumida en indicadores muestra como la incertidumbre afecta las utilidades. Rango de valores de los parámetros donde el orden se conserva.	Información estadística orientada a valorar si han logrado ponerse de acuerdo en las preferencias, rama por rama. Si no se logra, debe retomarse el análisis.	Ordenamiento final
Estrategias de cálculo	Simulación discreta para determinar pesos de indicadores. Aproximación numérica de integrales.	Se realizan cálculos estadísticos simples	Se usan números borrosos triangulares.
Requisitos informáticos	Gran esfuerzo computacional. Requiere rutinas especiales. El tamaño de los cálculos es una restricción importante.	Baja complejidad. Se puede aplicar con una hoja de cálculo. El uso de un paquete estadístico es opcional.	Baja complejidad. Se puede aplicar con una hoja de cálculo.

El método de Yeh & Chang (2009), representa con números borrosos triangulares las ponderaciones del grupo. El extremo inferior del número es el mínimo peso aportado, en tanto que el extremo superior es el máximo y el pico está dado por la media geométrica. Esto es, no importa cuán lejos o cerca estén los valores extremos, igualmente se procede a la

agregación, lo que puede conducir a soluciones que no cuenten con el compromiso de los integrantes.

En Lahdelma, Hokkanen & Salminen (1998), Lahdelma, Makkonen & Salminen (2006), el grupo acuerda en conjunto un ordenamiento. Esto puede ser un freno para el libre aporte de los integrantes, dado que a menudo los líderes imponen su punto de vista.

Por otra parte, en los SMAA se recomienda adoptar distribuciones de probabilidad rectangulares para los criterios, a fin de facilitar los cálculos. Los Procesos DRV, en cambio, asumen que la puesta en acuerdo sobre el peso de los criterios favorece el aprendizaje y trabajo posterior de los equipos, y que la distribución de los criterios debe ser Normal.

Por supuesto, diferencias como las planteadas en el planteo del problema, conducen a estrategias de resolución completamente distintas.

10. Conclusiones

El trabajo propone una metodología — el Proceso DRV — que facilita el desarrollo de procesos de toma de decisiones en equipo. Para ello, utiliza conceptos de métodos de apoyo multicriterio a la decisión, herramientas de Estadística y una computadora personal.

Un supuesto básico de la propuesta es que el mayor aporte de un proceso de toma de decisiones realizado en conjunto se obtiene en el proceso en sí mismo, más allá de la decisión final. En efecto, es durante el análisis cuando el equipo crece en la comprensión del problema y en la socialización del conocimiento. Ello impacta directamente y de manera positiva sobre la cultura de la organización.

Cabe destacar que la aplicación de esta metodología tiene las siguientes ventajas: organiza la tarea del equipo dado que provee una modalidad estructurada de trabajo; estimula el proceso de análisis del problema, contribuye a expresar de modo objetivo las preferencias mediante el empleo de funciones de utilidad; favorece la realización de aportes individuales de todo el grupo; permite establecer cuando se ha arribado a un adecuado nivel de profundización en dicho análisis; consigue transparencia en el análisis de las opiniones mediante el empleo de herramientas estadísticas y ofrece una forma sencilla y evidente de valorar las opiniones de manera global.

En cuanto a la necesidad de arribar a un ordenamiento de las alternativas, la aplicación del método propuesto puede ser una opción muy útil. En efecto, permite obtener un preorden total: admite tanto relaciones de preferencia como de equivalencia y en las simulaciones realizadas muestra capacidad para clasificar correctamente.

Diversas experiencias hacen pensar que las personas pueden comprender y aceptar con facilidad las consignas del método. Además, los recursos estadísticos necesarios facilitan la comprensión de sus resultados.

Debe tenerse en cuenta que el método no tiene grandes requerimientos informáticos. Por el contrario, una computadora personal y una planilla de cálculo estándar pueden ser suficientes para su implementación.

Por otra parte, es posible enfatizar que permite al equipo construir la decisión, se logra de este modo que la misma sea compartida y tenga por lo tanto, mejores posibilidades de concreción.

Referencias

- (1) Altuzarra, A.; Moreno-Jimenez, J. & Salvador, M. (2007). A bayesian prioritization procedure for AHP-group decision making. *European Journal of Operational Research*, **182**, 367-382.
- (2) Alley, H.; Bacinello, C. & Hipel, K. (1979). Fuzzy set approaches to planning in the Grand River basin. *Advances in Water Resources*, **1**, 3-12.
- (3) Arrow, K. (1963). *Social Choice and Individual Values*. Wiley, New York.
- (4) Barba Romero, S. & Pomerol, J. (1997). *Decisiones Multicriterio*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Alcalá, Madrid.
- (5) Bellman, R. & Zadeh, L. (1970). Decision Making in a Fuzzy Environment. *Management Science*, **17**(4), 141-164.
- (6) Belton, V. (1985). The Use of a Simple Multiple Criteria Model to Assist in Selection from a Shortlist. *Journal of the Operational Research Society*, **36**(4), 265-274.
- (7) Benjamini, Y. & Hochberg, Y. (1995). Controlling the false discovery rate: a practical and powerful approach to a multiple testing. *Journal of the Royal Statistical Society, Serie B (Methodological)*, **57**(1), 289-300.
- (8) Benjamini, Y. & Yekutieli, D. (2001). The control of the false discovery rate in multiple testing under dependency. *The Annals of Statistics*, **29**(4), 1165-1188.
- (9) Beynon, M. (2002). DS/AHP method: a mathematical analysis, including an understanding of uncertainty. *European Journal of Operational Research*, **140**(1), 148-164.
- (10) Beynon, M.; Curry, B. & Morgan, P. (2000). The Dempster-Shafer theory of evidence: an alternative approach to multicriteria decision modelling. *Omega*, **28**, 37-50.
- (11) Bichler, M.; Kersten, G. & Strecker, S. (2003). Towards a Structured Design of Electronics Negotiations. *Group Decision and Negotiation*, **12**, 311-335.
- (12) Brans, J.-P. & Vincke, Ph. (1985). A preference ranking organization method, the PROMETHEE method. *Management Science*, **31**, 647-656.
- (13) Brans, J.-P.; Vincke, Ph. & Mareschal, B. (1986). How to select and how to rank projects: The PROMETHEE method. *European Journal of Operational Research*, **24**, 228-238.
- (14) Brans, J.-P. & Mareschal, B. (2002). *Prométhée-Gaia Une Méthodologie d'Aide à la Décision en Présence de Critères Multiples*. Université de Bruxelles/Ellipses, Bruxelles.
- (15) Costa, R. (1997). Estrategias de intervención como teorías de la acción en acción. *Acto Social*, **V**(17), 5-10, Córdoba.
- (16) Chen-Tung, C. (2000). Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment. *Fuzzy Sets and Systems*, **114**, 1-9.
- (17) Chou, Sh.; Chang, Y. & Shen, Ch. (2008). A fuzzy simple additive weighting system under group decision-making for facility location selection with objective/subjective attributes. *European Journal of Operational Research*, **189**, 132-145.
- (18) Dias, L. & Clímaco, J. (2000a). Additive aggregation with variable interdependent parameters: The VIP analysis software. *Journal of the Operational Research Society*, **51**, 1070-1082.

- (19) Dias, L. & Clímaco, J. (2000b). ELECTRE TRI for groups with imprecise information on parameter values. *Group Decision and Negotiation*, **9**, 355-377.
- (20) Dias, L. & Clímaco, J. (2005). Dealing with imprecise information in group multicriteria decisions: a methodology and a GDSS architecture. *European Journal of Operational Research*, **160**, 291-307.
- (21) Eden, C. (2004). Analyzing cognitive maps to help structure issues or problems. *European Journal of Operational Research*, **159**, 673-686.
- (22) Eden, C. & Ackermann, F. (2004). Cognitive mapping expert views for policy analysis in the public sector. *European Journal of Operational Research*, **152**(3), 615-630.
- (23) Eden, C.; Cropper, S. & Ackermann, F. (1993). The Role of Decision Support in Individual Performance Review. *Decision Support in Public Administration*, 43-55.
- (24) Elster, J. (1990). Elección racional, preferencias y creencias. *Tuercas y tornillos*. Barcelona, Gedisa.
- (25) Escobar, M. & Moreno-Jiménez, J. (2007). Aggregation of Individual Preference Structures. *Group Decision and Negotiation*, **16**(4), 287-301.
- (26) Fang, L.; Hipel, K.W. & Kilgour, D.M. (1993). *Interactive Decision Making: The Graph Model for Conflict Resolution*. Wiley, NY.
- (27) Gibson, J.; Ivancevich, J. & Donnelly, J. (2001). *Organizations: Behavior, Structure, Processes*. McGraw-Hill.
- (28) Gomes, L.; Araya, M. & Carignano, C. (2004). *Tomada de Decisões em Cenários Complexos*. Pioneira Thomson Learning. São Paulo.
- (29) Goumas, M. & Lygerou, V. (2000). An extension of the PROMETHEE method for decision making in fuzzy environment: ranking of alternative energy exploitation projects. *European Journal of Operational Research*, **123**, 606-613.
- (30) Gryna, F.; Chua, R. & Defeo, J. (2007). *Método Juran. Análisis y planeación de la calidad*. McGraw-Hill, New York.
- (31) Halouani, N.; Chabchoub, H. & Martel, J.-M. (2009). PROMETHEE-MD-2T method for project selection. *European Journal of Operational Research*, **195**, 841-849.
- (32) Herrera, F.; Herrera-Viedma, E. & Chiclana, F. (2001). Multiperson decision-making based on multiplicative preference relations. *European Journal of Operational Research*, **129**(2), 372-385.
- (33) Holsapple, C. (1991). Decision Support in Multiparticipant Decision Makers. *Journal of Computer Information Systems*, 37-45.
- (34) Hwang, C. & Yoon, K. (1981). *Multiple attribute decision making. Methods and applications survey*. Springer.
- (35) Ireson, W.; Coombs, C. & Moss, R. (1996). *Handbook of Reliability Engineering and Management*. McGraw-Hill, New York.
- (36) Keeney, R. & Raiffa, H. (1993). *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*. Wiley, New York.
- (37) Kersten, G. (1997). Support for Group Decision and Negotiations. An Overview. **In: Multicriteria Analysis** [edited by J. Clímaco], Heilderberg, Springer Verlag, 332-346.

- (38) Krieger, M. (2001). *Sociología de las organizaciones*. Pearson Education, Argentina.
- (39) Lahdelma, R.; Hokkanen, J. & Salminen, P. (1998). SMAA – Stochastic Multiobjective Acceptability Analysis. *European Journal of Operational Research*, **106**, 137-143.
- (40) Lahdelma, R.; Makkonen, S. & Salminen, P. (2006). Multivariate Gaussian criteria in SMAA. *European Journal of Operational Research*, **170**(3), 957-970.
- (41) Lahdelma, R. & Salminen, P. (2001). SMAA-2: Stochastic multicriteria acceptability analysis for group decision making. *Operations Research*, **49**(3), 444-454.
- (42) Nash (1954). The Bargaining Problem. *Econometrica*, **19**, 155-162.
- (43) Mahibbur, M. & Govindarajulu, Z. (1997). A modification of the test of Shapiro and Wilk for normality. *Journal of Applied Statistics*, **24**(2), 219-235.
- (44) Papoulis, A. & Pillai, S. (2002). *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, New York.
- (45) Roy, B. (1968). Classement et choix en presence de points de vue multiples, la méthode ELECTRE. *R.I.R.O.*, **2**(8), 57-75.
- (46) Roy, B. (1990). Decision-aid and decision-making. *European Journal of Operational Research*, **45**, 324-331.
- (47) Roy, B. (1996). *Multicriteria Methodology for Decision Analysis*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- (48) Saaty, T. (1978). Exploring the interface between hierarchies. Multiple Objectives and Fuzzy Sets. *Fuzzy Sets and Systems*, **1**(1), 57-68.
- (49) Saaty, T. (1996). *Decision Making for Leaders: the Analytic Hierarchy Process in a Complex World*. RWS Publications, Pittsburg, USA.
- (50) Saaty, T. (2004). Rank from comparisons and from ratings in the analytic hierarchy/network processes. *European Journal of Operational Research*, **168**, 557-570.
- (51) Salicone, S. (2007). *Measurement uncertainty. An approach via the Mathematical Theory of Evidence*. Springer Science, New York.
- (52) Senge, P. (2007). *La Quinta Disciplina. El arte y la práctica de la organización abierta al aprendizaje*. Granica, Buenos Aires.
- (53) Shih, H. (2008). Incremental analysis for MCDM with an application to group TOPSIS. *European Journal of Operational Research*, **186**, 720-734.
- (54) Shih, H; Shyur, H. & Lee, E. (2007). An extension of TOPSIS for group decision making. *Mathematical and Computer Modelling*, **45**, 801-813.
- (55) Tanino, T. (1984). Fuzzy preference orderings in group decision-making. *Fuzzy Sets and Systems*, **12**, 117-131.
- (56) Tervonen, T. (2007). New directions in Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis. Thesis doctoral, University of Turku, Finlandia.
- (57) Vansnick, J. (1986). On the problem of weights in multiple criteria decision madding, the noncompensatory approach. *European Journal of Operational Research*, **24**, 288-294.

- (58) Wang, Y. & Chin, K. (2009) A new data envelopment analysis method for priority determination and group decision making in the analytic hierarchy process. *European Journal of Operational Research*, **195**, 239-250.
- (59) Wang, Y. & Parkan, C. (2008). Optimal aggregation of fuzzy preference relations with an application to broadband internet service selection. *European Journal of Operational Research*, **187**, 1476-1486.
- (60) Williams, T.; Ackermann, F. & Eden, C. (2003). Structuring a delay and disruption claim: An application of cause-mapping and system dynamics. *European Journal of Operational Research*, **148**(1), 192-204.
- (61) Yeh, Ch. & Chang, Y. (2009). Modeling subjective evaluation for fuzzy group multicriteria decision making. *European Journal of Operational Research*, **194**, 464-473.
- (62) Yu, L. ; Wang, S. & Lai, K. (2009). An intelligent-agent-based fuzzy group decision making model for financial multicriteria decision support: the case of credit scoring. *European Journal of Operational Research*, **195**(3), 942-959.
- (63) Zadeh, L. (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control*, **8**, 338-353.
- (64) Zoroa, N.; Zoroa, P. & Fernández-Sáez, M. (2009). Weighted search games. *European Journal of Operational Research*, **195**, 394-411.

Anexo: Análisis de la distribución de probabilidad de Z_{ij}

El contenido del anexo se orienta a investigar el comportamiento de las variables aleatorias Z_{ij} definidas en (11) y a verificar que las mismas pueden ser representadas con la distribución normal.

Deducción analítica

Sean dos variables aleatorias X e Y, independientes entre si, con funciones de densidad: f_x y f_y . Luego la función de densidad conjunta de la variable aleatoria bidimensional resulta: $f_{XY} = f_x f_y$

Si estas variables son normales, deben responder a la siguiente función de densidad de probabilidad:

$$f_{XY}(x,y) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sigma_x \sigma_y} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \right)^2} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y - \mu_y}{\sigma_y} \right)^2} \quad (1)$$

Ahora sea $Z = XY$, una variable aleatoria derivada de las anteriores. Entonces, de acuerdo al planteo de Papoulis y Pillai (2002), se tiene:

$$F(\mathbf{Z}) = P[\mathbf{Z} \leq z] = P[(X * Y) \leq z] = P[(x,y) \in D_z] \quad (2)$$

donde D_z en el plano X,Y representa la región donde se satisface la desigualdad $X * Y \leq z$. Dicha región tiene una forma como la que se muestra en la figura:

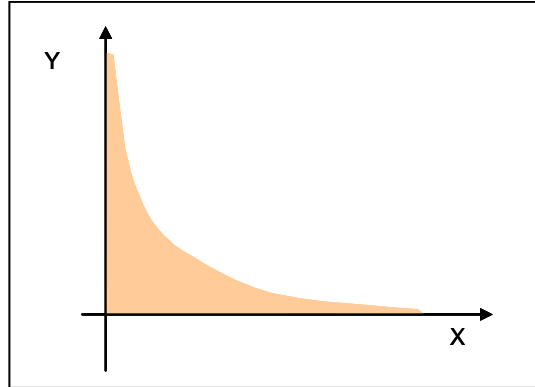


Figura 7 – Región D_z .

Luego la probabilidad acumulada debe obtenerse integrando sobre dicha región, del siguiente modo:

$$F(Z) = \iint_{(x,y) \in D_z} f_{X,Y}(x,y) dx dy \quad (3)$$

Para resolver la integral, se aplica la transformación $W = X$, con lo cual $Y = \frac{Z}{W}$. Por ello,

la función de densidad conjunta queda transformada en: $f_{Z,W}(z,w) = \frac{1}{|w|} f_{X,Y}\left(w, \frac{z}{w}\right)$

y la integral se define sobre W , del siguiente modo:

$$F(Z) = \iint \frac{1}{|w|} f_{X,Y}\left(w, \frac{z}{w}\right) dw \quad (4)$$

Se llega entonces a un punto sin solución, dado que la integral de la expresión (4) no puede resolverse por la vía analítica, por la inclusión en la misma de la expresión gaussiana (1).

Simulaciones numéricas del producto $Z=XY$

Ante la imposibilidad de una solución analítica, se realizan simulaciones numéricas para identificar una posible distribución de probabilidades para el producto de estas dos variables.

Con ese fin, se efectuó una elevada cantidad de experiencias de simulación para valores muy diferentes de los parámetros de las normales. A fin de superar posibles distorsiones originadas en la calidad de los impulsos aleatorios, se utilizaron diversos generadores de uso frecuente, como EXCEL, SPSS y Cristal Ball.

Para ejemplificar los resultados, a continuación se presentan valores obtenidos con el último de estos programas. En el experimento se generaron mil pares ordenados de dos variables aleatorias normales X e Y , ambas con media 0,5 y desvío 0,08.

Se determina el producto de las mismas y se estudia su distribución. Los resultados se transcriben a continuación:

Tabla 14 – Estadísticos para el producto de dos distribuciones normales.

Producto X*Y	
Summary:	
	Display Range is from 0,10 to 0,40
	Entire Range is from 0,09 to 0,42
	After 1.000 Trials, the Std. Error of the Mean is 0,00
Statistics:	<u>Value</u>
Trials	1000
Mean	0,249161
Median	0,247470
Mode	---
Standard Deviation	0,054430
Variance	0,002963
Skewness	0,147183
Kurtosis	2,900485
Coeff. of Variability	0,218454
Range Minimum	0,094488
Range Maximum	0,420108
Range Width	0,325620
Mean Std. Error	0,001721

Como se advierte, los valores obtenidos conducen a pensar en la distribución normal, dado que promedio y mediana son similares, el desvío es mucho menor que el promedio, el coeficiente de asimetría tiende a cero y la curtosis es cercana a tres.

Una verificación similar se presenta en la tabla siguiente en la que se representan cuatro casos. En cada uno de los cuales se generan dos variables con la media y desvío que se consignan en la tabla y se calculan sus productos. Finalmente se aplica la prueba de Shapiro-Wilks modificada para verificar la posible normalidad.

La columna encabezada con la leyenda “valor p”, reproduce las probabilidades obtenidas para cada uno de los casos.

Tabla 15 – Valores de p obtenidos en diferentes experimentos de simulación.

Caso	Variable uno		Variable dos		Producto
	Media	Desvío	Media	Desvío	Valor p
1	0,5	0,08	0,5	0,08	0,8486
2	0,5	0,06	0,5	0,12	0,8089
3	0,3	0,08	0,4	0,08	0,6032
4	0,15	0,05	0,4	0,08	0,2562

En todos los casos la distribución de probabilidad parece ser compatible con la distribución Normal. Por lo tanto, es razonable el supuesto de que la variable aleatoria Z_{ij} tiene dicha distribución.