

## RECONFIGURAÇÃO DINÂMICA DE LINHAS DE MONTAGEM

**Ormeu Coelho da Silva Júnior**

Universidade Federal de Minas Gerais  
[ormeucoelho@gmail.com](mailto:ormeucoelho@gmail.com)

**Gilberto de Miranda Júnior\***

Universidade Federal de Minas Gerais  
[miranda@dep.ufmg.br](mailto:miranda@dep.ufmg.br); [gilbertomirandajr@gmail.com](mailto:gilbertomirandajr@gmail.com)

**Samuel Vieira Conceição**

Universidade Federal de Minas Gerais  
[svieira@dep.ufmg.br](mailto:svieira@dep.ufmg.br)

\* *Corresponding author* / autor para quem as correspondências devem ser encaminhadas

*Recebido em 02/2008; aceito em 09/2009 após 1 revisão*

*Received February 2008; accepted September 2009 after one revision*

### Resumo

Neste trabalho se propõe um novo problema envolvendo linhas de montagem. Nele se considera a necessidade de reconfiguração devido à mudança no tempo de ciclo requerido. Para tratá-lo, foram propostos quatro modelos de programação inteira mista, sendo três deles baseados em um horizonte de planejamento discretizado em períodos, o que dá ao problema um caráter dinâmico. Simultaneamente, força-se a suavização da carga de trabalho entre as estações, limitando-a com valores mínimos e máximos. Os modelos foram implementados em um pacote comercial de programação matemática e os resultados de alguns testes preliminares são reportados. Comparações entre o uso sucessivo de abordagens clássicas (tipo SALBP) e a modelagem dinâmica demonstram a superioridade da abordagem proposta.

**Palavras-chave:** reconfiguração de linhas de montagem; balanceamento de linha de montagem; programação inteira mista.

### Abstract

In this paper we present a new problem involving assembly lines. It arises when successive variations in the cycle time force line re-configuration. We propose four mixed integer programming formulations for the problem, three of them using a time horizon divided in periods. Such assumption gives the problem a dynamic character. The models try to smooth the workload among the stations by forcing it to fall between minimum and maximum values predefined by the user. They were implemented in a commercial package for mathematical programming and some results are reported. Comparisons were made against the repetitive use of classical models (SALBP like) to demonstrate the superiority of this new approach.

**Keywords:** assembly line re-configuration; assembly line balancing; mixed integer programming.

## 1. Introdução

*Linhas de montagem* são sistemas de produção orientados por fluxo presentes especialmente em indústrias de alto volume de bens padronizados, caracterizadas pela produção em massa. Em geral, são constituídas por uma série de estações de trabalho, manuais ou automatizadas, ligadas por uma correia transportadora (ou mecanismo similar), através das quais um ou vários produtos são montados, sendo que pelo menos uma tarefa é executada em cada estação.

Tecnicamente, o *balanceamento de linhas de montagem* consiste em alocar as tarefas de montagem a estações de trabalho, atendendo algumas restrições tecnológicas. Em grande parte das abordagens disponíveis se considera uma demanda estática a partir da qual o tempo de ciclo da linha é calculado. Por outro lado, sabe-se que uma boa parte das empresas opera sob incerteza quanto às demandas que enfrentarão ao longo do tempo. Logo, se a linha for projetada para um dado padrão de demanda pode facilmente se tornar ociosa ou sobrecarregada no futuro. Por isso, talvez seja preciso reconfigurá-la mais de uma vez ao longo do seu ciclo de vida. Entende-se por reconfiguração da linha a redistribuição das tarefas entre as estações, acompanhada, ou não, de variações da quantidade de estações e trabalhadores empregados. A mudança de alocação de uma tarefa pode gerar custos de adaptação dos equipamentos às novas estações, enquanto a variação do número de estações pode trazer custos de compra de novas estações e contratação de mão-de-obra.

Sob a ação destes custos, a reconfiguração deve ser devidamente planejada para evitar mudanças desnecessárias no sistema. Para exemplificar, considere uma situação em que o horizonte de planejamento contém um vale de demanda, tal que seja possível operar com número de estações menor que dos períodos anteriores e posteriores a ele. Pode ser que os custos de retrair a estrutura e depois ampliá-la novamente, mais os custos de abertura de novas estações, sejam maiores que o custo de manter a linha ociosa durante este vale. Outro inibidor da contração é a depreciação das estações que fazem com que o retorno financeiro com a liberação de uma estação seja inferior ao custo de sua aquisição. Por sua vez, a ampliação da linha só deve ser feita se for estritamente necessária para o atendimento da demanda. Sob ação de todos estes custos, torna-se óbvio que a melhor solução para todo horizonte de planejamento da empresa não será necessariamente composta pela melhor solução em cada período, como sugerem os modelos do tipo SALBP (Problema Simples de Balanceamento de Linha).

Pela complexidade deste cenário, propõe-se um conjunto de formulações de programação inteira mista para minimizar os custos totais de reconfiguração de linhas de montagem mono-produto e seriais. Em todos estes modelos, há um *trade-off* entre a possibilidade de retrair a estrutura para economizar recursos e os custos incorridos com a realocação das tarefas. Incluem-se ainda restrições que limitam o carregamento das estações, pois esta questão não poderia ser resolvida *a posteriori* devido aos custos de deslocamento de tarefas entre estações. Ou seja, depois de construir as soluções para cada período do horizonte, não se pode aplicar um modelo para suavizar a carga de trabalho, pois a otimalidade global não seria garantida.

Para avaliar as formulações, testes computacionais foram feitos com o pacote computacional XPRESS-MP em dois grupos de instâncias (problemas-exemplo): um adaptado da literatura sobre o SALBP, outro de exemplos gerados aleatoriamente. Nestes testes, analisou-se o desempenho computacional das formulações e seu emprego sob um horizonte de planejamento rolante. Mostra-se experimentalmente que os novos modelos oferecem soluções de menor custo total que a reconfiguração período a período da linha.

O trabalho está organizado da seguinte maneira: na seção 2, traça-se uma breve revisão bibliográfica sobre os problemas de balanceamento e projeto de sistemas de montagem; na seção 3, define-se o problema de reconfiguração de uma linha de montagem em uma única ocasião; a seção 4 aborda as formulações para o problema de reconfiguração dinâmica; na seção 5, são apresentados limites e inferiores e regras de redução para os problemas definidos; a seção 6 traz os resultados de alguns experimentos para avaliar o desempenho computacional e comparações com outras formas de tratar a reconfiguração; a última seção traz as conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

## 2. O Problema de Balanceamento de Linhas de Montagem

O balanceamento de linhas de montagem é um dos problemas de engenharia industrial mais abordados pela pesquisa operacional, com trabalhos publicados há quase cinquenta anos. Dois parâmetros são particulares à grande maioria das variantes deste problema: (1) a existência de precedência entre as tarefas de montagem e (2) o tempo de ciclo da linha. O primeiro, faz com que o início da execução de certas tarefas esteja condicionado ao término de outras. Por isso, estas tarefas deverão ser alocadas nas mesmas estações de trabalho que suas precedentes, ou em estações posteriores, dado o sentido do fluxo de produção. O outro parâmetro é o tempo ciclo de operação da linha que representa o intervalo de tempo entra a saída de dois produtos consecutivos em uma linha cadenciada (Askin & Standridge, 1993).

Becker & Scholl (2006) apresentam a revisão mais extensa encontrada na literatura sobre o tema. Eles caracterizam o problema generalizado de balanceamento de linhas de montagem (GALBP) em contraposição ao SALBP. Este último é a versão mais simples do problema e trata do balanceamento de uma linha serial mono-produto. Ele possui duas variantes: o SALBP-1, cujo objetivo é minimizar o número de estações de trabalho necessárias para alocação de todas as tarefas, respeitando as relações de precedência entre elas e o tempo de ciclo de operação da linha; e o SALBP-2, que tenta minimizar o tempo de ciclo, sujeito a restrições de precedência e um número máximo de estações disponíveis (Bayards, 1986). Scholl & Becker (2006) fazem uma revisão das principais abordagens exatas e heurísticas aplicadas ao SALBP. Formulações de programação inteira para as duas versões deste problema estão disponíveis em Askin & Standridge (1993), Pinnoi & Wilhelm (1998) e Uğurdağ *et al.* (1997).

Becker & Scholl (2006) definem o GALBP como um problema em que um ou mais dos pressupostos básicos do SALBP não estão presentes. São considerados aqui os problemas que envolvem linhas produtoras de múltiplos modelos e linhas de modelos mistos, por exemplo. As primeiras fabricam vários produtos em lotes separados por operações intermediárias de *setup* enquanto as demais produzem ao mesmo tempo mais de um modelo (Bukchin & Rabinowitch, 2006; Simaria & Vilarinho, 2004; MacMullen & Frazier, 1997; Van Hope, 2006; Gökçen & Erel, 1998). Outro problema de bastante interesse é o balanceamento de linhas em forma de “U”, como se vê nos trabalhos de Urban (1998), Nakade & Ohno (1999) e Gökçen & Ağpak (2006). Aase *et al.* (2004) discutem as condições sob as quais valeria a pena migrar uma linha serial para o formato em “U” e apresentam uma formulação de programação inteira apropriada que é similar às utilizadas no SALBP. Outras questões como a suavização da carga de trabalho e a possibilidade de paralelismo (duplicação da capacidade) em algumas estações são descritas no trabalho de Pinnoi & Wilhelm (1995).

O projeto de sistemas de montagem aparece em algumas publicações como Gadidov & Wilhelm (1999), Pinnoi & Wilhelm (2000) e Bukchin & Tzur (2000). A principal diferença

deste problema em relação ao SALBP é que a função-objetivo representa o custo real inerente às decisões de abertura de estações e atribuição de facilidades (como máquinas e ferramentas) a elas. Sawik (1995) também apresentou modelos de programação inteira para um problema que ele definiu como projeto de sistemas de montagem flexíveis. Suas formulações consideram a produção simultânea de mais de um produto e têm como objetivo a atribuição de tarefas às estações, minimizando a carga de trabalho e as movimentações de material entre as estações. Também se explora a decisão integrada de seleção de equipamentos e definição do número de equipamentos “paralelos” em cada estação. Recentemente, algumas publicações atentaram para o rebalanceamento, mas sem explorar o aspecto dinâmico do problema e sua dependência em relação aos custos e economias inerentes à variação da estrutura (Fernandes & Delalio, 2000).

Há um bom número de técnicas de solução para aos problemas de balanceamento e projeto de linhas de montagem. Muitos métodos de otimização exatos foram testados, com grande destaque para programação dinâmica e métodos do tipo *branch-and-bound* (Scholl & Becker, 2006). O mais simples dos limites inferiores para o SALBP-1 é obtido por relaxação das restrições de integralidade das tarefas. Além dele, pelo menos três tipos de limites inferiores podem ser gerados se o SALBP for relaxado como problema de empacotamento (*Bin Packing Problem*). Há ainda os limites de sequenciamento estabelecidos por Jonhson (1988), que representam o SALBP-1 através de um problema de sequenciamento em máquina única com o objetivo de minimização do *makespan*. Uma classe de limites que é muito empregada se baseia na ideia de melhorias destrutivas, que consistem em aumentar um dado limite inicial sempre que for possível contradizer seu valor (Scholl & Klein, 1999; Fleszar & Hindi, 2003; Scholl & Becker, 2006). Outras alternativas para reduzir o esforço computacional dos métodos de solução são as regras de dominância. Elas analisam soluções parciais e seus respectivos problemas residuais para eliminar conjuntos de soluções comprovadamente piores. Já as regras de redução atuam através de alterações dos tempos de processamento das tarefas e das relações de precedência (Bayards, 1986; Hackmann *et al.* 1989; Klein & Scholl, 1996; Scholl & Klein, 1999; Peeters & Degraeve, 2006; Fleszar & Hindi, 2003; Miltenburg, 2006). Desigualdades válidas para alguns problemas de balanceamento e projeto foram apresentadas por Pinnoi & Wilhelm (2000).

Heurísticas especializadas e meta-heurísticas também foram desenvolvidas para as diversas variantes dos problemas de balanceamento. Particularmente para o SALBP foram desenvolvidas muitas heurísticas construtivas baseadas em regras de prioridade entre as tarefas. Estas regras são aplicadas a uma lista não-crescente de índices, calculados a partir dos tempos das tarefas e das relações de precedência. Há duas formas de orientar a construção destas soluções. Os procedimentos orientados por tarefa alocam a tarefa selecionada por prioridade a uma das estações às quais ela pode ser atribuída, enquanto os procedimentos orientados por estação abrem as estações uma a uma, sucessivamente, atribuindo as tarefas disponíveis de maior prioridade e que sejam condizentes com a capacidade da estação aberta. Alguns procedimentos de melhora utilizam uma busca bidirecional em que cada tarefa possui um conjunto de estações em que pode ser alocada, e que é definido pelas estações de menor e maior índice lexicográfico onde isso é possível (Talbot *et al.*, 1986; Hackman *et al.*, 1989). Recentemente, muita atenção tem sido dedicada a procedimentos de melhora, com especial destaque para o uso de meta-heurísticas como busca tabu, *simulated annealing*, colônias de formigas e, principalmente, algoritmos genéticos. Nestes procedimentos é usual gerar soluções iniciais através de uma heurística construtiva como as referidas acima (Rubinovitz & Levitin, 1995; Kim *et al.*, 1996; Gonçalves & Almeida, 2002; Lapierre *et al.*, 2006; Levitin *et al.*, 2006; Bautista & Pereira, 2007).

Revisões que se completam e cobrem apropriadamente as variações do problema de balanceamento e os métodos de solução aqui referidos podem ser encontrados em Talbot *et al.* (1986), Bayards (1986), Rekiek *et al.* (2002), Scholl & Becker (2006) e Becker & Scholl (2006).

### 3. Reconfiguração de Linhas de Montagem

A reconfiguração de uma linha de montagem implica em custos e economias derivados da variação da estrutura da linha, assim como os custos de adaptação aos novos padrões operacionais. No primeiro caso, representa-se, por exemplo, o custo ou a economia obtidos com a abertura e o fechamento de estações de trabalho (compreende-se que o fechamento de uma estação poderá representar economia sempre que o ativo desmobilizado tiver algum valor residual, podendo ser vendido ou utilizado para outra finalidade, ou ainda quando houver redução da quantidade de mão-de-obra empregada). Já a parcela de custos de adaptação se deve à mudança na alocação de tarefas, que poderá acarretar a necessidade de retreinamento do operador ou mesmo adaptações de natureza física e/ou tecnológica para que a nova estação seja capaz de realizar as novas operações alocadas. Há sem dúvida efeitos relativos à curva de aprendizado da nova distribuição de atividades que causam impacto à produtividade da linha. Entretanto, por se tratar de tarefas de baixa complexidade, típicas de linhas de montagem manuais, estes efeitos foram incorporados ao custo de alocação da tarefa  $j$  à estação  $k$ ,  $cr_{kj}$ .

Conjuntos de Índices	Parâmetros
$J$ – Conjunto das tarefas de montagem.	$t_j$ – Tempo de processamento da tarefa $j$ .
$K$ – Conjunto de estações disponíveis.	$tc$ – Tempo de ciclo da linha.
<b>Variáveis</b>	$IP$ – Conjunto de pares de tarefas $(i, j)$ , tal que $i$ precede $j$ .
$y_k = 1$ , se a estação $k$ está aberta na nova solução, e 0, caso contrário.	$y_k^o = 1$ , se a estação $k$ está aberta na solução inicial e 0, caso contrário.
$x_{kj} = 1$ , se a tarefa $j$ foi atribuída à estação $k$ na nova solução, e 0, caso contrário.	$x_{kj}^o = 1$ , se a tarefa $j$ estava alocada à estação $k$ na solução inicial e 0, caso contrário.
$e_k$ = excesso de ocupação na estação $k$ .	$ca_k$ – Custo com a abertura da estação $k$ .
$f_k$ = folga de ocupação na estação $k$ .	$cf_k$ – Custo com o fechamento da estação $k$ .
$A_k = 1$ , se $k$ estações foram abertas na nova solução, e 0, caso contrário.	$cr_{kj}$ – Custo de realocação a tarefa $j$ à estação $k$ .
$F_k = 1$ , se $k$ estações foram fechadas na nova solução, e 0, caso contrário.	$M$ – Meta de ocupação das estações abertas, tal que $0 \leq M \leq 1$ .
	$F_{\max}$ – Folga máxima de ocupação das estações abertas, tal que $M - F_{\max} \geq 0$ .
	$E_{\max}$ – Excesso máximo de ocupação das estações abertas, tal que $M + E_{\max} \leq 1$ .

Figura 3.1 – Dados para o problema de reconfiguração de linha.

Assim, o rearranjo do sistema deverá minimizar a soma dos custos de variação e adaptação da estrutura da linha. Uma formulação simples é capaz de representar estes dois aspectos. Ela considera uma solução inicial para uma linha mono-produto serial e um novo valor para o tempo que ciclo correspondente à nova demanda esperada. Não há alterações na sequência tecnológica. A tabela 3.1 traz as notações para leitura deste modelo, aqui chamado problema de reconfiguração de linhas de montagem (ALRP-F1) e apresentado em (F1-1) a (F1-9).

$$\min \sum_{k \in K} ca_k \cdot (y_k - y_k^0) + \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} cr_{kj} \cdot (1 - x_{kj}^0) \cdot x_{kj} \quad (F1-1)$$

s.a.

$$\sum_{k \in K} x_{kj} = 1, \quad \forall j \in J \quad (F1-2)$$

$$\sum_{j \in J} t_j \cdot x_{kj} = M \cdot tc \cdot y_k + e_k - f_k, \quad \forall k \in K \quad (F1-3)$$

$$x_{kj} \leq \sum_{h \in K / h \leq k} x_{hi}, \quad \forall (i, j) \in IP, \forall k \in K \quad (F1-4)$$

$$y_{k-1} \geq y_k, \quad \forall k \in K \quad (F1-5)$$

$$e_k \leq E_{\max} \cdot tc \cdot y_k, \quad \forall k \in K \quad (F1-6)$$

$$f_k \leq F_{\max} \cdot tc \cdot y_k, \quad \forall k \in K \quad (F1-7)$$

$$x_{kj}, y_k \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K, \forall j \in J \quad (F1-8)$$

$$e_k, f_k \geq 0, \quad \forall k \in K \quad (F1-9)$$

A função-objetivo (F1-1) representa o custo total com a alteração do sistema de montagem atual. Observe que este custo pode assumir valores negativos, indicando que a economia obtida com a redução do número de postos superou os custos de realocação das tarefas. Em (F1-2), (F1-3) e (F1-4) são escritas, respectivamente, as restrições de obrigatoriedade de atribuição de cada tarefa a exatamente uma estação, respeito ao tempo de ciclo e respeito às relações de precedência. A restrição (F1-5) visa remover soluções ótimas alternativas, forçando a abertura sequencial das estações, o que tende a melhorar os tempos de solução. Nas restrições (F1-6) e (F1-7) são impostos limites sobre estas variáveis. O domínio das variáveis do modelo é definido por (F1-8) e (F1-9).

É interessante notar algumas diferenças entre a formulação do ALRP-F1 e aquela que Askin & Standridge (1993) e Pinnoi & Wilhelm (1999) usaram para o SALBP. Aqui, emprega-se uma variável de abertura estações,  $y_k$ , e uma restrição do tipo “use apenas se aberto” para ligar a atribuição de tarefas à abertura das estações, conforme sugerido no trabalho de Bayards (1986) e usado por Gadidov & Wilhelm (1999) e Pinnoi & Wilhelm (1995; 1998; 1999). Outra diferença em relação aos modelos anteriores aparece na restrição (F1-3). Ao invés de escrever esta restrição como uma desigualdade para limitar a carga em uma estação, como no SALBP-1, ela foi posta como uma igualdade para incorporar o cálculo das folgas e excessos de carregamento em cada estação. Neste sentido, a meta de ocupação,  $M$ , é um parâmetro adimensional que representa o quanto se deseja carregar a estação em relação ao tempo de ciclo,  $tc$ . Como, no caso geral, não se pode garantir a igualdade, soma-se uma variável contínua e se subtrai outra para computar, respectivamente, o excesso e a folga em relação à meta.

Esta formulação considera que ao fechar uma estação  $k$ , recupera-se um valor igual ao custo de sua abertura,  $ca_k$ . São ignorados os custos de depreciação da infraestrutura de suporte da

estação (energia, ar-comprimado, pontos de rede, computadores, e demais utilidades, instrumentos e ferramentas). Este pressuposto só é adequado em sistemas fortemente intensivos em mão-de-obra. Pode-se fazer uma pequena alteração nesta formulação para que ela aplique custos de abertura e fechamento diferentes. Para isso, substitui-se a função objetivo (F1-1) por (F1-10) e se insere o conjunto de restrições (F1-11)-(F1-14), que contabilizam a quantidade de estações fechadas ou abertas.

$$\sum_{k \in K} ca_k \cdot A_k - \sum_{k \in K} cf_k \cdot F_k + \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} cr_{kj} \cdot (1 - x_{kj}^0) \cdot x_{kj} \quad (\text{F1-10})$$

$$\sum_{k \in K} (y_k - y_k^0) - \sum_{k \in K} A_k + \sum_{k \in K} F_k = 0, \quad (\text{F1-11})$$

$$A_{k-1} \geq A_k, \quad \forall k \in K \quad (\text{F1-12})$$

$$F_{k-1} \leq F_k, \quad \forall k \in K \quad (\text{F1-13})$$

$$A_k, F_k \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K \quad (\text{F1-14})$$

As variáveis binárias  $A_k$  e  $F_k$  são usadas para contabilizar o número de estações abertas ou fechadas, o que é feito através das restrições (F1-11)-(F1-13). Considera-se que  $ca_k > cf_k$ , ou seja, que os efeitos de depreciação fazem com que a economia observada com o fechamento das estações (homens-hora + dispositivos reaproveitáveis) seja menor que o custo de abertura (homens-hora + custo total da infraestrutura da estação + treinamento) das mesmas. Em função disto, não é preciso garantir que apenas uma das variáveis assumirá valor maior que zero. Todavia, se esta formulação for utilizada em um caso simétrico, ou seja, com  $ca_k = cf_k$ , deve-se incorporar (F1-15).

$$A_k + F_k \leq 1, \quad \forall k \in K \quad (\text{F1-15})$$

Esta restrição evita a geração de soluções ótimas alternativas, equivalentes em custo à solução ótima do sistema, mas que podem conduzir a erro de interpretação na análise dos resultados.

#### 4. Problema de Reconfiguração Dinâmica de Linhas de Montagem (DALRP)

Variações frequentes nos níveis de demanda, se superiores a certo patamar, podem acumular custos significativos ao longo do tempo. Estes custos poderiam ser geridos se houvessem mecanismos de ajustar a estrutura da linha de montagem ao longo de um horizonte de planejamento. Uma outra alternativa seria tratar o tempo de ciclo como uma variável estocástica e então projetar a linha segundo a probabilidade de desvio do tempo de ciclo. A abordagem de programação estocástica, entretanto, além de fortemente dependente de dados históricos, seria incapaz de absorver eventuais choques de demanda, advindos de circunstâncias externas à organização. A ideia seria então trabalhar com um horizonte rolante para reconfiguração dinâmica do sistema, de modo a suavizar desvios do tempo de ciclo de maior magnitude.

Para tanto, é preciso utilizar uma ferramenta que permita dizer em quais momentos vale a pena – ou mesmo é obrigatório – alterar a estrutura. Considere, então, uma previsão de demanda para um horizonte de planejamento finito, discretizado em períodos, com uma demanda determinística em cada um deles. Deseja-se definir o número de estações que estarão abertas em cada período e quais tarefas serão atribuídas a elas, na formulação DALRP-F2.

Conjuntos de Índices	Parâmetros
<p><math>J</math> – Conjunto das tarefas de montagem.</p> <p><math>K</math> – Conjunto de estações disponíveis.</p> <p><math>T</math> – Conjunto de períodos do horizonte de planejamento.</p>	<p><math>t_j</math> – Tempo de processamento da tarefa <math>j</math>.</p> <p><math>tc_t</math> – Tempo de ciclo da linha no período <math>t</math>.</p> <p><math>IP</math> – Conjunto de pares de tarefas, <math>i</math> e <math>j</math>, tal que <math>i</math> precede <math>j</math>.</p>
Variáveis	
<p><math>y_{kt} = 1</math>, se a estação <math>k</math> está aberta no período <math>t</math>, e 0, caso contrário.</p> <p><math>x_{kjt} = 1</math>, se a tarefa <math>j</math> foi atribuída a estação <math>k</math> no período <math>t</math>, e 0, caso contrário.</p> <p><math>e_{kt}</math> = excesso de ocupação na estação <math>k</math> no período <math>t</math>.</p> <p><math>f_{kt}</math> = folga de ocupação na estação <math>k</math> no período <math>t</math>.</p> <p><math>A_{kt} = 1</math>, se <math>k</math> estações foram abertas no período <math>t</math>, e 0, caso contrário.</p> <p><math>F_{kt} = 1</math>, se <math>k</math> estações foram fechadas no período <math>t</math>, e 0, caso contrário.</p> <p><math>a_t</math> = número de estações ativas no período <math>t</math>.</p> <p><math>d_t</math> = número de estações desativadas no período <math>t</math>.</p> <p><math>\delta_{kt} = 1</math>, se há <math>k</math> estações adicionais no período <math>t</math>, e 0, caso contrário.</p>	<p><math>y_k^0 = 1</math>, se a estação <math>k</math> está aberta na solução inicial e 0, caso contrário.</p> <p><math>x_{kj}^0 = 1</math>, se a tarefa <math>j</math> estava alocada estação <math>k</math> na solução inicial.</p> <p><math>ca_k</math> – Custo com a abertura da estação <math>k</math>.</p> <p><math>cf_k</math> – Custo com o fechamento da estação <math>k</math>.</p> <p><math>cr_{kj}</math> – Custo de realocação da tarefa <math>j</math> à estação <math>k</math>.</p> <p><math>ci_k</math> – Custo marginal de instalação da estação <math>k</math>.</p> <p><math>s_k</math> – Custo da mão-de-obra na estação <math>k</math>.</p>

Figura 4.1 – Dados para os problemas de reconfiguração dinâmico de linha de montagem.

A partir destas definições, tem-se a formulação multiperíodo mostrada em (F2-1)–(F2-9).

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} ca_k \cdot (y_{kt} - y_{kt-1}) + \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} cr_{kj} \cdot (1 - x_{kjt-1}) \cdot x_{kjt} \quad (F2-1)$$

s.a.

$$\sum_{k \in K} x_{kjt} = 1, \quad \forall j \in J, \forall t \in T \quad (F2-2)$$

$$\sum_{j \in J} t_j \cdot x_{kjt} = M \cdot tc_t \cdot y_{kt} + e_{kt} - f_{kt}, \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (F2-3)$$

$$x_{kjt} \leq \sum_{h \in K / h \leq k} x_{hit}, \quad \forall (i, j) \in IP, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (F2-4)$$

$$y_{k-1t} \geq y_{kt}, \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (F2-5)$$

$$e_{kt} \leq E_{\max} \cdot tc_t \cdot y_{kt}, \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (F2-6)$$

$$f_{kt} \leq F_{\max} \cdot tc_t \cdot y_{kt}, \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (F2-7)$$

$$x_{kjt}, y_{kt} \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (F2-8)$$

$$e_{kt}, f_{kt} \geq 0, \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (F2-9)$$



A função objetivo (F2-1) contabiliza o custo total de reprojeção do sistema somando em cada período os custos (economias) de abertura (fechamento) de estações, mais os custos de realocação de tarefas. De (F2-2) a (F2-9) estão escritas, período a período, restrições correspondentes àquelas em (F1-2)–(F1-9). É fácil observar que a função-objetivo desta formulação é não-linear em relação às variáveis de atribuição. Entretanto, pode-se torná-la linear inserindo uma nova variável,  $m_{kjt}$ , tal que  $m_{kjt} = x_{kjt} - x_{kjt-1}$ ,  $\forall k \in K, \forall j \in J, \forall t \in T$ . A função objetivo fica então reescrita como se vê em (F2-10) e o conjunto de restrições deve conter (F2-11) – (F2-14).

$$\sum_{k \in K} \sum_{t \in T} ca_k \cdot (y_{kt} - y_{kt-1}) + \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} cr_{kj} \cdot (x_{kjt} - m_{kjt}) \quad (F2-10)$$

$$m_{kjt} \leq x_{kjt}, \quad \forall k \in K, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (F2-11)$$

$$m_{kjt} \leq x_{kjt-1}, \quad \forall k \in K, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (F2-12)$$

$$m_{kjt} \geq x_{kjt} + x_{kjt-1} - 1, \quad \forall k \in K, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (F2-13)$$

$$m_{kjt} \geq 0, \quad \forall k \in K, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (F2-14)$$

Na presença de efeitos de depreciação consideráveis, a retração da linha (devido à redução da demanda), seguida de uma nova ampliação (ocasionada por elevação da demanda), pode resultar em um custo maior que o de manter a estrutura ociosa por um determinado número de períodos. Obviamente, isto também dependerá da quantidade de períodos em que a linha irá operar com ociosidade. Uma forma de tratar este problema é mostrada na formulação (F3-1)-(F3-15) que difere da anterior apenas pela presença de  $2.T$  novas variáveis e três novas famílias de restrições. A formulação DALRP-F-3 é dada por:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} (ca_k \cdot A_{kt} - cf_k \cdot F_{kt}) + \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} cr_{kj} \cdot (x_{kjt} - m_{kjt}) \quad (F3-1)$$

s.a.

(F2-2)-(F2-7), (F2-11)-(F2-14), e,

$$\sum_{k \in K} (y_{kt} - y_{kt-1}) - \sum_{k \in K} A_{kt} + \sum_{k \in K} F_{kt} = 0, \quad \forall t \in T \quad (F3-2)$$

$$A_{k-t} \geq A_{kt}, \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (F3-3)$$

$$F_{k-t} \leq F_{kt}, \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (F3-4)$$

$$x_{kjt}, y_{kt}, A_{kt}, F_{kt} \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (F3-5)$$

$$m_{kjt}, e_{kt}, f_{kt} \geq 0, \quad \forall k \in K, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (F3-6)$$

Em (F3-1), a única parcela da função-objetivo que a torna diferente de (F2-10) é a que diz respeito à variação da estrutura. O total de estações abertas ou fechadas em cada período é calculado com a restrição (F3-2). Nela, as variáveis  $A_{kt}$  e  $F_{kt}$  são ativadas, respectivamente, em ordem crescente e decrescente de  $k$ ,  $k \in K$ , até que se atinja a quantidade de estações variada. Este efeito é garantido pelas restrições (F3-3)–(F3-4). As demais restrições são as mesmas que foram definidas para a formulação anterior, inclusive no que se refere à linearização da segunda parcela da função objetivo.

É interessante observar que o formato do custo marginal de aumento do número de estações pode especializar ainda mais o modelo. Duas formas alternativas são: considerar que ele é

constante para qualquer variação da quantidade de estações, ou que decresça com o aumento da variação. Isto pode representar, por exemplo, o comportamento de custos como os de contratação e treinamento e de compra de equipamentos e ferramentas, que em maiores quantidades propiciam redução do custo unitário. Também é possível considerar este efeito de escala durante a contração da estrutura, visto que as operações de venda de ativos também são afetadas por ele.

A última formulação dinâmica proposta neste trabalho para o problema de reconfiguração considera que as estações desativadas em alguns períodos permanecem disponíveis para serem reativadas em períodos futuros. Os custos de abertura incidem, então, apenas sobre as unidades adicionais em relação ao número máximo de estações já instaladas em algum período, podendo ser constantes ou decrescentes como na formulação anterior. Sobre a quantidade total que é aberta em cada período incide um custo marginal de instalação em cada estação  $k$ ,  $ci_k$  (relativo, por exemplo, a homens-hora para ativação/reactivação do posto). Esta variante do problema foi idealizada a partir de nossa experiência com uma empresa de manufatura contratada do setor eletroeletrônico, mais especificamente, nos processos de montagem manual de produtos finais. As expressões de (F4-1)–(F4-7) definem o modelo que foi chamado DALRP-F4. Aqui, é preciso separar as parcelas de custos relativas a componentes da infraestrutura de cada estação da parcela que calcula homens-hora, denominada  $s_k$ .

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} (ca_k \cdot \delta_{kt} + ci_k \cdot A_{kt}) + \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} cr_{kj} \cdot (x_{kjt} - m_{kjt}) + \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} s_k \cdot (y_{kt} - y_{kt-1}) \quad (\text{F4-1})$$

s.a.

(F2-2)-(F2-7), (F2-11)-(F2-13), (F3-2)-(F3-4), e

$$d_t = d_{t-1} - a_t + \sum_{k \in K} F_{kt}, \quad \forall t \in T \quad (\text{F4-2})$$

$$a_t \leq d_{t-1}, \quad \forall t \in T \quad (\text{F4-3})$$

$$\sum_{k \in K} \delta_{kt} = \sum_{k \in K} A_{kt} - a_t, \quad \forall t \in T \quad (\text{F4-4})$$

$$\delta_{kt} \leq \delta_{k-t}, \quad \forall k \in K \setminus \{k=1\}, \forall t \in T \quad (\text{F4-5})$$

$$x_{kjt}, y_{kt}, A_{kt}, F_{kt}, \delta_{kt} \in \{0, 1\}, \forall k \in K, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (\text{F4-6})$$

$$m_{kjt}, e_{kt}, f_{kt}, a_t, d_t \geq 0, \quad \forall k \in K, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (\text{F4-7})$$

Esta formulação divide o total de estações em consideração em cada período em dois grupos de estações, ativas e desativadas. Para calcular e aplicar custos apenas à quantidade de estações adicionais, utilizou-se três novas variáveis,  $d_t$ ,  $a_t$  e  $\delta_{kt}$ , sendo os dois primeiros grupos compostos por variáveis contínuas que retornam o número de estações ativas e desativadas e o último por binárias. As variáveis  $d_t$  armazenam, em cada período, a quantidade de estações desativadas (ou, em “stand-by”), que é regulada pela equação de balanço (F4-2). Nela,  $a_t$  aparece no lugar de  $\sum_{k \in K} A_{kt}$  para evitar que  $d_t$  se torne negativo quando a quantidade de estações necessárias superar as disponíveis (soma das ativas e inativas). Por isso mesmo,  $a_t$  foi limitada pela quantidade de estações disponíveis no período anterior na expressão (F4-3). Em (F4-4), as variáveis  $\delta_{kt}$  têm a função de contabilizar o número de estações adicionais, por período, para que sobre elas incidam os

custos marginais na primeira parcela na função objetivo (F4-1). As restrições (F4-5) garantem a ativação das variáveis na ordem crescente do índice das estações. As demais restrições especificam o domínio das variáveis.

A funcionalidade desta abordagem depende de fatores como a possibilidade de ajustar a infraestrutura em tempo razoável frente à velocidade de variação da demanda prevista. Se estas condições não puderem ser sustentadas, o modelo pode fornecer uma descrição inadequada dos custos reais.

## 5. Limites Inferiores e Regras de Redução

Em todas as formulações de reconfiguração são válidas algumas das restrições do SALBP, como, por exemplo, integralidade das variáveis de atribuição, precedência das tarefas e atendimento ao tempo de ciclo em cada estação. Portanto, os limites inferiores que se baseiam nestas restrições também são válidos para o ALRP e para o DALRP, sendo que no último eles podem ser calculados para cada período, a partir do respectivo tempo de ciclo. Na sequência, alguns destes limites são descritos utilizando a nomenclatura de Scholl & Becker (2006). Também são comentadas as modificações necessárias para que sejam válidos para o ALRP e o DALRP.

O limite mais simples, LM1, é obtido por relaxação da restrição de indivisibilidade das tarefas e pode ser calculado como  $LM1 = \left\lceil \sum_{j \in J} t_j / tc \right\rceil$ . O limite LM2 consiste em contar o número de tarefas  $j$  com  $t_j > tc/2$ , pois tais tarefas têm que ser atribuídas a estações diferentes. Este limite ainda pode ser fortalecido, somando-se metade do número de tarefas  $j$  com  $t_j = tc/2$ , dado que duas destas tarefas podem compartilhar uma estação. LM3 é uma generalização de LM2. Ele consiste em contar todas as tarefas  $j$  em que  $t_j > 2 \cdot tc/3$  e lhes atribuir peso 1. Às tarefas  $j$  com  $tc/3 < t_j < 2 \cdot tc/3$  se atribui peso 1/2 e aquelas com  $t_j = tc/3$  e  $t_j = 2 \cdot tc/3$  recebem pesos iguais a 1/3 e 2/3, respectivamente. Klein & Scholl (1999) classificaram estes limites como construtivos porque são obtidos por construção de uma solução ótima para relaxações do SALBP-1. Já LM6 e LM7 pertencem a uma classe de limitantes que estes autores chamaram de limites de melhorias destrutivas, pois se baseiam em melhorar um limite inferior conhecido para SALBP-1,  $LI$ , mostrando sua inviabilidade.

LM6 se baseia na relação entre o SALBP-1 e o SALBP-2. Dado um limite  $LI$  para o SALBP-1, calcula-se um limite inferior  $c(LI)$  para o SALBP-2 e, caso  $c(LI) > tc$ , faz-se  $LI \leftarrow LI + 1$ . Do contrário, faz-se  $LI \leftarrow LI - 1$ . O valor final de  $LI$  é um limite inferior para o SALBP-1. Scholl & Becker (2006) descrevem uma série de procedimentos para calcular um limitante para o SALBP-2. Por medida de simplicidade apenas um deles será descrito aqui. Ele foi proposto por Klein & Scholl (1996) e consiste em limitar o tempo ciclo em função do número de tarefas que devem compartilhar uma estação, caso haja uma solução com  $LI$  estações. Ordenam-se as tarefas em ordem não-crescente dos tempos de execução e a seguir se verifica a possibilidade de alocá-las juntas. Considerando as  $LI + 1$  primeiras tarefas, é necessário que  $c(LI) \geq t_{LI} + t_{LI+1}$  para que pelo menos duas compartilhem uma estação. Analogamente, para as  $2 \cdot LI + 1$  primeiras tarefas é preciso que  $c(LI) \geq t_{2 \cdot LI - 1} + t_{2 \cdot LI} + t_{2 \cdot LI + 1}$  para que três delas possam ser alocadas juntamente.

Generalizando para as  $k.LI + 1$  primeiras tarefas, deve-se ter  $c(LI) \geq \sum_{i=0}^k t_{k.m+1-i}$ . Portanto,  $c(LI) = \max \left\{ \sum_{i=0}^k t_{k.m+1-i} \mid k = 1, \dots, \lfloor (n-1)/m \rfloor \right\}$  é um limite para o SALBP-2.

O limite LM7 considera subconjuntos de estações para tentar refutar um limite  $LI$  conhecido para o SALBP-1. Tenta-se mostrar que as estações de índice maior ou igual a  $LI_1$  e menor ou igual  $LI_2$ ,  $1 \leq LI_1 \leq LI_2 \leq LI$ , não comportam as tarefas que devem ser alocadas a elas, caso haja uma solução com  $LI$  estações. Se esta condição for verificada, faz-se  $LI \leftarrow LI + 1$  e repete-se o processo. Do contrário, faz-se  $LI \leftarrow LI - 1$ . Ao final,  $LI$  é o limite obtido por LM7. Este procedimento requer a determinação das estações às quais cada tarefa  $j$ ,  $j = 1, \dots, n$ , pode ser alocada.  $E_j$  é a estação de menor índice na qual esta alocação pode ocorrer, e  $L_j(LI)$  a de maior índice. Seus valores são dados por  $E_j = \lceil a_j + (t_j / tc) \rceil$  e  $L_j(LI) = LI + 1 - \lceil (t_j / tc) + n_j \rceil$ , para  $j = 1, \dots, n$ , onde  $a_j$  e  $n_j$  são limites inferiores do número de estações necessárias para alocar, respectivamente, as tarefas precedentes e as sucessoras de  $j$ . Para calcular  $a_j$  e  $n_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ , são adicionados dois vértices artificiais no grafo de precedência: um vértice fonte  $j = 0$  e um sumidouro  $j = n + 1$ . Também são inseridas arestas artificiais ligando a fonte artificial às fontes verdadeiras e o sumidouro artificial aos sumidouros verdadeiros. Feito isso, cada  $n_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ , é calculado recursivamente, percorrendo-se o grafo de precedência na ordem topológica reversa. Sempre que  $n_j < \lceil n_j \rceil$  e  $(t_j / tc) + n_j > \lceil n_j \rceil$ , a tarefa  $j$  não poderá compartilhar as primeiras  $\lceil n_j \rceil$  estações com seus sucessores, o que permite arredondar  $n_j$  para  $\lceil n_j \rceil$ . Através de um processo análogo, percorre-se o diagrama de precedência na ordem direta para calcular  $a_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ .

Para que os limitantes aqui descritos sejam aplicáveis ao ALRP e às três versões do DALRP, é preciso considerar que a capacidade de cada estação é  $(M.tc + E_{\max})$  ao invés de  $tc$ . Do contrário, estes limites estariam superestimando o número mínimo de estações.

Outros recursos utilizados para amenizar o esforço computacional são as regras de redução. Elas são procedimentos cuja finalidade é simplificar uma dada instância do SALBP-1, o que normalmente é feito através de aumento do tempo de processamento das tarefas, inserção de novas restrições ou junção de tarefas. O trabalho de Fleszar & Hindi (2003) apresenta sete regras de redução para o SALBP-1, entretanto grande parte delas não é aplicável aos problemas propostos neste trabalho. Por exemplo, as regras baseadas em aumento do tempo de processamento das tarefas não podem ser usadas porque haveria interferência inadequada nas restrições de suavização da carga. Já as regras de aumento das relações de precedência são baseadas na estrutura de custo do SALBP-1, que é diferente dos problemas aqui definidos e, portanto, inadequadas neste caso.

Propõem-se aqui duas regras de redução para os problemas de reconfiguração definidos. Seu objetivo é limitar o número máximo de estações na nova configuração. Uma delas foi desenvolvida para caso de reprojeto em única ocasião e se baseia na viabilidade da solução inicial para o novo tempo de ciclo. A outra é aplicável a esta versão, como também às três formulações dinâmicas e se baseia nas restrições de ocupação mínima de cada estação. A seguir elas são apresentadas.

**Procedimento-1:** Considere uma dada solução viável,  $X'$ , para a formulação ALRP-F1, e ainda as restrições de abertura sequencial,  $y_{k-1} \geq y_k, \forall k \in K \setminus \{k=1\}$  e de carga mínima,  $\sum_{j \in J} t_j \cdot x_{kj} = M \cdot tc \cdot y_k - f_k + e_k, \forall k \in K$  e  $f_k \leq F_{\max} \cdot tc \cdot y_k, \forall k \in K$ . Sejam ainda  $M, F_{\max}$  e  $p_\tau$ , que representam, respectivamente, a meta de ocupação das estações, a folga máxima em cada uma e a fração que o tempo de processamento de uma dada tarefa  $\tau$  representa do tempo de ciclo,  $tc$ . Então,  $\exists Q \subseteq J \mid \forall q \in Q, p_q < M - F_{\max}$ . Logo,  $\exists k \mid [(y_k = 1) \wedge (x_{kq} = 1) \wedge (x_{ks} = 0, \forall s \in J, s \neq q)]$ . E, por conseguinte,  $y_k = 0, \mid K \mid - \lceil \mid Q \mid / 2 \rceil + 1 \leq k \leq \mid K \mid$ .

No caso das formulações dinâmicas, cabe notar que, em cada período  $t, t \in T$ , a quantidade de tarefas cujo tempo de processamento é maior que  $(M - F_{\max}) \cdot tc_t$  depende do respectivo valor do tempo de ciclo,  $tc_t$ . Logo, o Procedimento-1 pode ser aplicado para determinar o número de tarefas,  $\mid Q_t \mid$ , com esta característica em cada período  $t$  e logo a quantidade de estações fechadas nesta solução. Tanto quanto os autores sabem, a regra de redução descrita supera computacionalmente o limite LM1. Opta-se aqui por mantê-lo apenas como primeira aproximação para o número estações mínimo necessário, como em Scholl & Becker (2006).

**Procedimento-2:** Considere uma solução inicial,  $X_0$ , com  $n_0$  estações. Se esta solução também for viável para as restrições (F1-2)-(F1-9) calculadas no novo tempo de ciclo,  $tc$ ,  $n_0$  representará um limite superior para o número de estações,  $n$ , nesta solução.

## 6. Experimentos Computacionais

Nesta seção são reportados os resultados de quatro experimentos diferentes, todos executados em um PC DELL, 2.4 GHz, 2GB de RAM, com sistema operacional Microsoft Windows XP. Os modelos foram implementados na linguagem Xpress Mosel 2.0.0 e resolvidos através do pacote Xpress Optimizer 18.00.01 empregando funções auxiliares para gerar cortes, heurísticas para obtenção de solução inicial e técnicas de pré-processamento. Maiores detalhes sobre estas funções podem ser encontrados no tutorial do software.

Para realizar os testes aqui descritos algumas instâncias foram adaptadas de um conjunto de casos da literatura e outras geradas aleatoriamente. Os casos da literatura foram obtidos no endereço [www.assembly-line-balancing.de](http://www.assembly-line-balancing.de) e se referem a instâncias do SALBP-1, nas quais há apenas informações sobre os tempos de processamento das tarefas e relações de precedência. Para usá-las neste estudo foi preciso gerar os parâmetros de custos e tempo de ciclo, o que foi feito através de distribuições de probabilidade contínuas uniformes. Nas instâncias geradas para este trabalho, todos os parâmetros foram sorteados através de distribuições de probabilidade contínuas uniformes.

Para obter as relações de precedência, gerou-se um grafo de precedência conexo e direcionado, com arcos  $(i, j)$ , sendo  $i < j$ . Para definir quais arcos seriam incluídos no grafo, usou-se uma distribuição contínua uniforme no intervalo  $[0,1]$ , arredondando-se o valor sorteado para o inteiro mais próximo. Uma aresta foi incluída quando o resultado obtido foi 1. Em todas as instâncias – ou seja, naquelas adaptadas da literatura e nas geradas aleatoriamente – os limites das distribuições usadas para gerar os custos são similares aos dados reais fornecidos pelo departamento de engenharia industrial da empresa de manufatura

contratada que inspirou este estudo. Já os limites das distribuições usadas para os tempos de ciclo foram baseados nos tempos de processamento das tarefas. Nas instâncias da literatura tomou-se o cuidado de escolher limites maiores que  $t_{\max}$ , onde  $t_{\max} = \max\{t_j \mid j \in J\}$ . Nas instâncias produzidas para este trabalho, os limites são da mesma ordem de grandeza dos tempos de ciclo obtidos junto à empresa. Em cada uma destas instâncias, os limites usados para o sorteio dos tempos de processamento foram menores que o tempo de ciclo gerado.

Durante os experimentos foram utilizados os limites LM1, LM2, LM3, LM6 e LM7, conforme estão descritos na seção 5. Eles foram implementados na linguagem Mosel 2.0.0 e calculados antes de iniciar o processo de otimização. O melhor limite,  $LI$ , foi passado como parâmetro para o software otimizador, sendo então usado para pré-fixar em 1 as variáveis correspondentes a abertura das  $LI$  estações de menor índice lexicográfico. Para determinar  $LI$ , calculou-se LM1, LM2 e LM3, posteriormente tomando o máximo entre os três. Sobre este valor aplicou-se sequencialmente os limites LM6 e LM7, na tentativa de melhorar o limitante inferior  $LI$ . No cálculo de LM6, usou-se o procedimento descrito na seção 5 para calcular um limite inferior para o SALBP-2.

Nos experimentos também foram empregadas as regras de redução definidas pelos procedimentos 1 e 2 da seção 5. A implementação destes procedimentos também foi feita na linguagem Mosel 2.0.0 e, da mesma forma que no cálculo dos limites inferiores, eles foram executados antes de iniciar a otimização. Com base nos resultados gerados, pré-fixou-se em 0 as variáveis “ $y$ ” correspondentes às estações que não poderiam estar abertas na solução ótima, assim como as variáveis de alocação “ $x$ ” associadas a estas estações.

Nas subseções que seguem os experimentos tiveram como objetivo avaliar o desempenho computacional das formulações propostas e a eficiência dos limites inferiores e regras de redução usadas (seção 6.1); e comparar as formulações de natureza dinâmica propostas com as abordagens clássicas, caso estas fossem usadas para reconfigurar uma linha de montagem a cada alteração significativa no tempo de ciclo (seção 6.2).

### 6.1 Desempenho computacional das formulações

A tabela 6.1 apresenta os resultados obtidos pelo ALRP-F1 quando a regra de redução baseada na ocupação mínima é usada. As instâncias adaptadas da literatura são referenciadas da mesma forma que na fonte. Para cada instância, registrou-se o “*gap*” de programação linear, calculado como a distância relativa entre a solução ótima da relaxação de programação linear do problema e a melhor solução inteira factível encontrada, o tempo de processamento e a quantidade de variáveis restantes após a aplicação das regras de redução. Da quarta à sexta coluna da tabela 6.1 são reportados os resultados referentes à aplicação da regra de ocupação mínima. E da sétima à nona coluna são mostrados os resultados obtidos quando esta regra não foi usada. Nos dois casos os limites inferiores foram aplicados para prefixar algumas das variáveis  $y$ . Como se pode ver, há uma leve tendência de aumento nos “*gaps*” de integralidade supracitados, uma vez que a regra de redução opera suprimindo variáveis e restrições da formulação em estudo. Por outro lado a redução massiva do número de variáveis parece compensar esta desvantagem, reduzindo o tempo de solução da maioria das instâncias. Este ganho se deve ao impacto mínimo da regra de redução sobre os limites inferiores implementados, se comparado à redução do número de variáveis observada nos problemas em teste.

O impacto da segunda regra de redução – baseada na redução do tempo de ciclo – foi analisado em um subconjunto das instâncias de trabalho como mostrado na tabela 6.2. A quarta e a quinta coluna se referem aos resultados quando a segunda regra de redução é usada, e as duas últimas àqueles obtidos sem esta regra. Aqui o tempo de ciclo foi definido abaixo do valor disponível para a solução inicial, forçando assim a aplicação da regra. Como se vê na tabela 6.2, houve uma redução substancial da quantidade de variáveis e, por conseguinte do tempo de processamento. Como desvantagem, pode-se citar o escopo de aplicação mais limitado deste procedimento se comparado à regra de redução baseada em ocupação mínima.

**Tabela 6.1** – Desempenho computacional do ALRP-F1 nas instâncias adaptadas da literatura.

Instância	Tarefas	No. Var.	Gap de PL (%)	Tempo (h / ' / ")	No. Var. Final	Gap de PL (%)	Tempo (h / ' / ")	No. Var. Final
Mertens	7	84	2,7	0,1''	23	2,7	0,1''	50
Bowman8	8	104	33,4	0,1''	14	33,4	0,1''	48
Jaeschke	9	126	7,3	0,0''	27	0,00	0,0''	64
Mansoor	11	176	4,7	0,1''	66	4,7	0,1''	118
Jackson	11	176	0,0	0,1''	56	0,00	0,1''	145
Mitchell	21	546	0,0	0,2''	165	1,1	0,1''	456
Roszieg	25	750	20,0	0,7''	259	20,1	1,3''	732
Heskia	28	924	9,5	0,5''	623	9,5	1,0''	902
Buxey	29	986	13,6	5,7''	572	13,6	7,1''	924
Sawyer30	30	1.050	65,9	1,1''	400	65,9	5,0''	1.026
Lutz1	32	1.184	7,6	34,7''	613	7,6	16,0''	1.138
Gunther	35	1.400	43,9	23,8''	730	43,8	80,1''	1.376
Kilbrid	45	2.250	30,5	20,9''	1.170	30,4	33,7''	2.226
Hahn	53	3.074	47,6	14,8''	1.653	47,6	50,9''	3.053
Tonge70	70	5.250	≤ 21,0+	8' 30''	2.778	≤ 20,6+	27' 25,8''	5.041
Wee-Mag	75	6.000	21,5	4' 4,4''	2.991	21,5	12' 48''	5955

<sup>+</sup>Gap entre os melhores limites inferior e superior para as instâncias que não convergiram.

**Tabela 6.2** – Impacto da segunda regra de redução no desempenho.

Instância	Tarefas	No. Var.	Tempo (h / ' / ")	No. Var. final	Tempo (h / ' / ")	No. Var. final
Roszieg	25	750	0,1''	73	0,2''	257
Heskia	28	924	0,3''	130	0,9''	571
Buxey	29	986	0,5''	192	1,2''	514
Sawyer30	30	1050	2,0''	226	3,0''	471
Lutz1	32	1184	0,2''	88	0,3''	615
Gunther	35	1400	0,5''	188	1,1''	701
Kilbrid	45	2250	0,1''	289	0,3''	1131
Hahn	53	3074	0,1''	226	0,3''	1553
Warnecke	58	3654	1' 2,1''	1123	2' 11,2''	1855
Tonge70	70	5250	8,3''	632	1' 15,4''	2683
Wee-Mag	75	6000	44,4''	1734	1' 9,1''	3000
Lutz2	89	8366	6' 43,1''	1709	46' 4,6''	4199
Lutz3	89	8366	1' 35,0''	1703	10' 52,2''	4279

A tabela 6.3 mostra o desempenho computacional da formulação DALRP-F3 em instâncias adaptadas da literatura e em outras geradas aleatoriamente. Novamente os resultados obtidos com o uso das regras de redução e os limites – descritos na primeira coluna – são superiores àqueles obtidos apenas com aplicação dos limites inferiores – observáveis na segunda coluna. Neste caso, os “gaps” de integralidade são ligeiramente maiores quando a primeira regra de redução não é usada. O mesmo conjunto de instâncias foi testado com a formulação DALRP-F4 e os resultados são mostrados na tabela 6.4. Quanto à dimensão das instâncias, esta formulação mostrou comportamento muito similar ao de DALRP-F3, mesmo contendo mais variáveis e restrições. A fração do total de variáveis eliminadas com a aplicação da regra de redução foi igual ou superior àquela obtida para DALRP-F3.

Em última análise, observa-se que as regras de redução propostas foram capazes de viabilizar a solução de instâncias de tamanho razoável, permitindo manter contato com o ambiente de aplicação destes modelos. Mesmo para as instâncias de maior porte, o tempo de solução foi da ordem de horas, o que torna as contribuições do trabalho plenamente utilizáveis do ponto de vista prático.

**Tabela 6.3** – Desempenho computacional do DALRP-F3 em instâncias aleatórias.

Instância	Tarefas	Períodos	No. Variáveis	Gap de PL (%)	Tempo (: / ' / '')	No. Var. final	Gap de PL (%)	Tempo (h / ' / '')	No. Var. final
Mertens	7	12	1.596	2,7	1,3''	378	1,4	1,2''	1.596
Bowman8	8	10	1.680	7,6	0,5''	588	7,5	0,5''	1.680
Jaeschke	9	10	2.070	5,1	0,2''	368	3,9	0,7''	2.070
Mitchell	21	4	3.948	7,2	15,0''	1022	7,9	50,1''	3.948
Mansoor	11	7	2.079	11,4	5,3''	795	11,4	13,1''	2.079
Jackson	11	10	2.970	11,7	12,5''	851	10,6	41,3''	2.970
Roszieg	25	3	4.125	11,9	23,4''	1209	11,9	89,0''	4.125
Heskia	28	4	6.832	10,1	6' 51,6''	3569	10,1	11' 12,4''	6.832
Gunther	35	3	7.875	20,2	32' 1,9''	2997	18,2	3: 50' 26,7''	6464
Aleatória	15	3	1.575	70,9	4,3''	434	71,2	43,0''	778
Aleatória	10	8	2.000	0,0	0,2''	114	0,0	0,2''	1.682
Aleatória	15	4	2.100	24,8	0,7''	505	24,9	5,1''	1.101
Aleatória	15	5	2.625	30,9	0,4''	639	16,8	11,6''	1.526
Aleatória	15	5	2.625	16,7	1,1''	692	16,7	2,4''	1.576
Aleatória	20	3	2.700	15,9	1' 5,6''	795	17,5	1' 43,9''	2.145
Aleatória	13	7	2.821	19,3	1,4''	486	26,6	4,9''	1.406
Aleatória	17	5	3.315	33,8	7,0''	877	33,8	4' 41,5''	2.729
Aleatória	20	4	3.600	30,8	16,8''	1648	18,5	13,6''	2.785
Aleatória	20	4	3.600	26,5	4,0''	1081	57,6	10,6''	2.794
Aleatória	20	4	3.600	50,7	9' 10,0''	2948	50,1	12' 38,7''	2.948
Aleatória	20	4	3.600	17,1	1' 5,5''	940	17,5	13' 16,2''	2.802
Aleatória	20	4	3.600	26,2	19,5''	994	26,5	1' 12,3''	2.920
Aleatória	18	6	4.428	18,9	7,2''	1131	19,4	32,5''	3.575
Aleatória	25	3	4125	54,1	1' 5,8''	1027	56,6	5' 39,1	2916
Aleatória	27	3	4779	50,5	8' 29,8''	2071	50,5	26' 52,4''	3443
Aleatória	35	3	7875	≤ 73,9	5: 14' 33,1''	2983	≤ 61,9 <sup>+</sup>	25: 0' 0''	5553

<sup>+</sup>Gap entre os melhores limites inferior e superior para as instâncias que não convergiram.



**Tabela 6.4** – Desempenho computacional do DALRP-F4 em instâncias adaptadas da literatura.

Instância	Tarefas	Períodos	No. Variável	Gap de PL (%)	Tempo (: / ' / ")	No. Var. final	Gap de PL (%)	Tempo (: / ' / ")	No. Var. final
Mertens	7	12	1.704	2,7	1,4"	397	1,5	2,3"	941
Bowman8	8	10	1.780	5,9	0,5"	627	5,9	0,7"	840
Mansoor	11	7	2.170	12,0	13,7"	739	10,4	36,3"	1.557
Jaeschke	9	10	2.180	3,8	0,2"	391	3,9	0,6"	983
Jackson	11	10	3.100	14,4	11,4"	883	13,4	23,6"	2.154
Mitchell	21	4	4.040	7,2	15,8"	1.046	7,9	1' 11,7"	2.589
Roszieg	25	3	4.206	11,9	10,1"	1.268	11,9	1' 10,9"	3.477
Heskia	28	4	6.952	6,5	13' 15,6"	3.621	6,5	24' 6,8"	6001
Gunther	35	3	7.986	17,3	59' 32,3"	3.034	18,2	3: 59' 9,2"	6464
Aleatória	15	3	1.626	36,1	4,6"	445	36,2	14,7"	803
Aleatória	10	8	2.096	0,0	0,1"	114	0,0	0,1"	333
Aleatória	15	4	2.168	2,9	0,2"	516	2,9	0,4"	1.131
Aleatória	15	5	2.710	30,9	2,2"	650	16,9	5,8"	1.603
Aleatória	15	5	2.710	5,0	1,1"	709	5,0	2,6"	1.623
Aleatória	13	7	2.926	19,2	3,0"	510	19,2	5,2"	1.474
Aleatória	17	5	3.410	19,0	8,0"	898	19,0	4' 49,8"	2.822
Aleatória	20	3	2.766	11,6	43,0"	1756	13,0	1' 17,9"	2209
Aleatória	20	4	3.688	16,1	24,8"	1.154	8,3	10,4"	2880
Aleatória	20	4	3.688	9,8	6' 29"	3.034	9,8	7' 2,9"	3034
Aleatória	20	4	3.688	18,3	7' 56,6"	959	18,9	1: 38" 15,6"	2871
Aleatória	20	4	3.688	12,3	14,4"	1.012	12,5	2' 16,8"	3006
Aleatória	18	6	4.548	13,2	1,8"	1163	13,6	9,9"	3693
Aleatória	25	3	4.206	12,3	14,4"	1.088	12,5	2' 16,8"	2.995
Aleatória	27	3	4.866	20,0	1' 10,4"	2.156	20,0	4' 51,8"	3528
Aleatória	35	3	7986	38,5	2: 12' 24"	3092	< 41,2 <sup>+</sup>	> 9: 36' 20"	5662

<sup>+</sup>Gap entre os melhores limites inferior e superior para as instâncias que não convergiram.

## 6.2 DALRP versus abordagens clássicas

No ambiente de aplicação, em geral, quando o projeto de uma dada linha é considerado insatisfatório, a transformação da estrutura da mesma não é acompanhada de considerações acerca da composição dos custos de reestruturação. Da mesma forma, o momento para introduzir tais modificações é decidido mais em termos de “*feeling*” do que de um acompanhamento célere da curva de previsão de demanda e dos “*trade-offs*” associados a eventuais expansões ou contrações do sistema produtivo ou sequer das incertezas inerentes ao processo decisório. Tampouco, tanto quanto sabem os autores, a literatura oferece alternativa para apoiar as decisões de reestruturação considerando métricas mais aderentes, que ponderem adequadamente custos fixos e variáveis e principalmente efeitos de natureza transiente. Pode-se entender os modelos desenvolvidos como técnicas capazes de reagir à mudança de comportamento das previsões de demanda sem perder de vista os custos ou economias associadas a todas as modificações do sistema. Assim como em modelos de dimensionamento de lote de produção, pode-se utilizar as formulações desenvolvidas com o auxílio de janelas de planejamento rolantes, em que a amplitude de tal janela de planejamento seria dada pelo horizonte em que as previsões de demanda são consideradas confiáveis. Para estabelecer a superioridade da abordagem proposta sobre o reuso contumaz

das técnicas tradicionais que reaplicam o SALBP-1 para minimizar o número de estações e posteriormente o WSP para suavizar a carga de trabalho, foi empregada uma versão adaptada do SALBP-1 proposta por Bayards (1986). As restrições de atendimento do tempo de ciclo foram substituídas por (F1-3), (F1-6) e (F1-7), para incorporar o cálculo de folgas e excessos de carga ao modelo. No experimento, empregou-se uma instância aleatória, cujos tempos de processamento e as relações de precedência podem ser vistos na figura 6.1, sendo os demais dados dispostos na tabela 6.6.

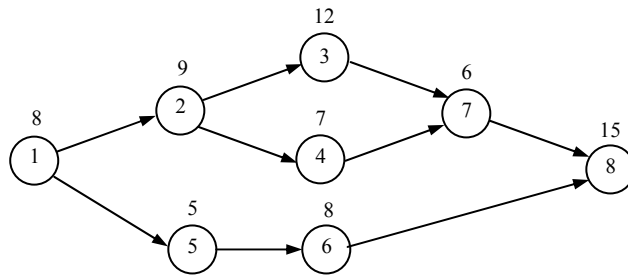


Figura 6.1 – Diagrama de precedência e tempos de processamento para um produto hipotético.

Tabela 6.6 – Parâmetros para instância ilustrada na figura 6.1.

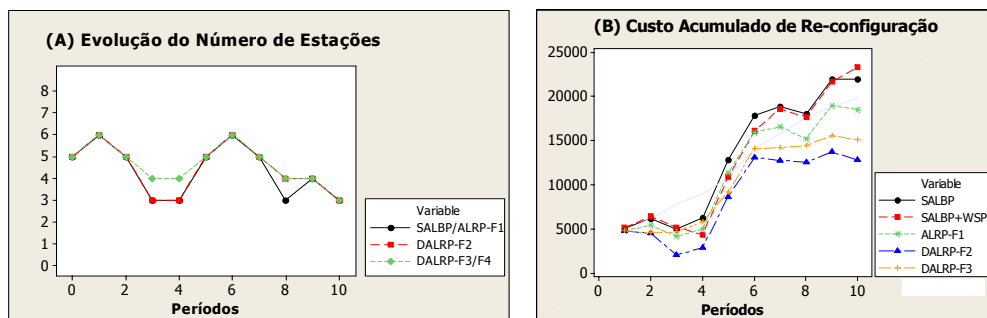
Períodos	Tempo de Ciclo	Tarefas	Custo de Deslocamento	Estações	Solução Inicial (tc = 11)	Custo Marginal de Abertura	Lucro Marginal Fechamento	Custo Unitário de Manutenção
1	15	1	190,7	1	{1,2}	2.029,0	1.591,3	279,89
2	18	2	210,9	2	{3}	2.029,0	1.591,3	279,89
3	26	3	115,6	3	{4,5}	2.029,0	1.591,3	279,89
4	27	4	297,6	4	{6,7}	2.029,0	1.591,3	279,89
5	18	5	101,1	5	{8}	2.029,0	1.591,3	279,89
6	15	6	277,1	6	{}	2.029,0	1.591,3	279,89
7	16	7	258,6	7	{}	2.029,0	1.591,3	279,89
8	27	8	188,7	8	{}	2.029,0	1.591,3	279,89
9	19	-	-	-	-	-	-	-
10	31	-	-	-	-	-	-	-

Na figura 6.2-(a) as soluções propostas por cada uma das formulações do DALRP são comparadas àquelas obtidas com o reuso da formulação SALBP-1 para os diversos períodos de planejamento considerados. Para isso, os custos de marginais de abertura e de ativação presentes no DALRP-F4 foram definidos de modo que sua soma fosse igual ao custo de marginal de abertura do DALRP-F3. O custo marginal de abertura foi calculado como a diferença entre este custo e a economia marginal de fechamento da estação. Para aproximar os resultados do ALRP-F1 dos demais, incorporou-se uma parcela de custo referente à massa de salários na função objetivo (F1-1). Desta forma, a diferença entre o ALRP e DALRP ficou limitada a efeitos dinâmicos (transientes) inerentes às flutuações da previsão de demanda.

A única solução de reprojeto que apresentou a mesma evolução do número de estações que o SALBP-1 foi a gerada pelo ALRP-F1. Entretanto, as duas soluções são diferentes quanto à alocação das tarefas, sendo que a solução do ALRP-F1 proporcionou um custo total

reconfiguração e operação ligeiramente inferior. Tal fato sinaliza que mesmo ao desconsiderar efeitos transientes de demanda na janela de planejamento, a primeira formulação de reconfiguração supera o SALBP-1 ao pressupor a existência de custos de realocação das tarefas e de variação da quantidade de estações de trabalho. É importante notar como o uso das formulações propostas evita que mudanças desnecessárias sejam feitas na estrutura do sistema produtivo, se comparadas às técnicas de projeto tradicionais. Naturalmente, quanto maior for a janela de planejamento, pode-se supor que mais se deve mitigar custos relativos a mudanças desnecessárias do sistema de produção, uma vez que mais efeitos de natureza transiente poderão ser capturados.

A figura 6.2-(b) compara os custos acumulados de reconfiguração segundo cinco possíveis abordagens: (1) aplicar ALRP-F1 e ignorar a previsão de demanda futura; (2) usar DALRP-F2 para incorporar visibilidade, mas sem considerar a depreciação; (3) usar o DALRP-F3 para tratar a depreciação; (4) aplicar o SALBP-1 com restrições de suavização; (5) empregar uma solução hierárquica com SALBP-1 e WSP. Conforme mostrado, as abordagens (4) e (5) implicaram nos maiores custos acumulados, sendo que a solução hierarquizada (a mais cara) superou os custos obtidos com o DALRP-F3 em 54,9%.



**Figura 6.2** – Reconfiguração com diferentes abordagens: (a) evolução do número de estações; (b) custo acumulado.

A importância da consideração de efeitos dinâmicos/transientes na evolução do sistema de montagem é evidenciada pela comparação dos resultados obtidos com as formulações ALRP-F1 e DALRP-F3. Vê-se, na figura 6.2-(a), que eles diferem apenas nos períodos três, quatro e oito, onde a primeira levou a uma contração maior da linha de montagem, por não considerar a mudança do tempo de ciclo nos períodos à frente. Logo, ela apenas pondera entre as economias obtidas com a redução da linha e os respectivos custos de realocação de atividades, não capturando a necessidade de aumentar a estrutura nos períodos cinco e seis. O mesmo efeito ocorre no período oito. É possível concluir que as formulações dinâmicas atuam amortecendo efeitos transientes rápidos no perfil da demanda e acomodando efeitos de longo prazo, como esperado. Há uma variação mais suave do número de estações e um custo total acumulado menor. Tais efeitos de amortecimento das flutuações de demanda são naturalmente aumentados ao se incluir efeitos de depreciação, como se pode inferir pela comparação das curvas geradas por DALRP-F2 e as variantes F3 e F4. Cabe ao gestor da linha definir qual das variantes propostas é mais adequada para ser utilizada em seu ambiente de aplicação, conforme os efeitos de depreciação sejam mais ou menos onerosos. De fato, o afastamento entre as curvas é naturalmente função do peso relativo dos custos adicionais considerados nas abordagens dinâmicas, o que é fortemente dependente do caso em estudo.

## 7. Conclusões

Neste trabalho novas formulações para reprojeto – estático ou dinâmico – de linhas de montagem foram propostas, implementadas e analisadas. Acredita-se ter validado a superioridade do ALRP e do DALRP na reconfiguração de linhas de montagem mono-produto seriais que operam sob demanda variável. Sua principal vantagem é conciliar os benefícios de uma linha dedicada com a possibilidade de ajustar a sua capacidade, controlando simultaneamente o carregamento das estações.

O problema se diferencia dos demais problemas de balanceamento e projeto descritos na literatura, pois considera a existência de custos de realocação de tarefas e de variação do número de estações. Além disso, incorporam-se limites de ocupação mínima e máxima sobre as estações ao invés de tratar a suavização da carga posteriormente. Os resultados computacionais sinalizaram que as diferenças de custo em relação ao SALBP-1 são maiores à medida que os custos de reprojeto são mais significativos.

As formulações se mostraram adequadas para instâncias de tamanho moderado, com aproximadamente trinta tarefas de montagem e três períodos de planejamento. Trabalhos futuros devem endereçar a solução de instâncias maiores e o desenvolvimento de algoritmos específicos para essas novas formulações. Observa-se que há outros limites para a eficácia dos modelos, como por exemplo, a dependência da confiabilidade das previsões de demanda.

Finalmente, deve-se evidenciar que as abordagens aqui propostas constituem uma filosofia de projeto alternativa ao uso de modelos de programação estocástica, estes também capazes de tratar flutuações de demanda, mas fortemente dependentes da qualidade dos dados de entrada. Ao lidar com quadros de choque de demanda – crise econômica ou eventual absorção de carteira de concorrente insolvente – é possível obter soluções superiores através da abordagem dinâmica, uma vez que a mesma é de natureza reativa e permite aumentar a resolução com que se descreve a curva de previsão de demanda e a frequência de transformação do sistema de produção.

## Agradecimentos

Aos revisores deste trabalho que apresentaram sugestões e críticas relevantes à sua melhoria.

## Referências Bibliográficas

- (1) Aase, G.R.; Olson, J.R. & Schniederjans, M.J. (2004). U-shaped assembly line layouts and their impact on labor productivity: An experimental study. *European Journal of Operational Research*, **156**, 698-711.
- (2) Amen, M. (2006). Cost-oriented assembly line balancing: model formulations, solution difficulty, upper and lower bounds. *European Journal of Operational Research*, **168**, 747-770.
- (3) Askin, R.G. & Standridge, C.R. (1993). *Modeling and analysis of manufacturing systems*. Wiley, New York.
- (4) Bautista, J. & Pereira, J. (2007). Ant algorithms for a time and space constrained assembly line balancing problem. *European Journal of Operational Research*, **177**(3), 2016-2032.

- (5) Bayards, I. (1986). A survey on exact algorithms for the simple assembly line balancing problem. *Management Science*, **32**, 909-932.
- (6) Becker, C. & Scholl, A. (2006). A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing. *European Journal of Operational Research*, **168**, 694-715.
- (7) Bukchin, J. & Tzur, M. (2000). Design of flexible assembly line to minimize equipment cost. *IIE Transactions*, **32**, 585-593.
- (8) Bukchin, Y. & Rabinowitch, I. (2006). A branch-and-bound based solution approach for the mixed-model assembly line-balancing problem for minimizing stations and task duplication costs. *European Journal of Operational Research*, **174**(1), 492-508.
- (9) Coelho, O.S. Jr. (2007). O problema dinâmico de re-configuração de linhas de montagem. Dissertação de mestrado. Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG).
- (10) Fernandes, F.C.F. & Dalalio, A.G. (2000). Balanceamento e Rebalanceamento de linhas montagem operadas por grupos de trabalho autogeridos. *Gestão e Produção*, **7**, 378-398.
- (11) Fleszar, K. & Hindi, K.S. (2003). An enumerative heuristic and reduction methods for the assembly line balancing problem. *European Journal of Operational Research*, **145**, 606-620.
- (12) Gadidov, R. & Wilhelm, W.E. (1999). A cutting plane approach for the single-product assembly system design problem. Working paper, A&M University, Department of Industrial Engineering.
- (13) Gökçen, H. & Ağpak, K. (2006). A goal programming approach to simple U-line balancing problem. *European Journal of Operational Research*, **171**, 577-585.
- (14) Gökçen, H. & Erel, E. (1998). Binary integer formulation for mixed-model assembly line balancing problem. *Computers and Industrial Engineering*, **34**, 451-461.
- (15) Gonçalves, J.F. & Almeida, J.R. (2002). A hybrid genetic algorithm for assembly line balancing. *Journal of Heuristics*, **8**, 629-642.
- (16) Hackman, S.T.; Magazine, M.J. & Wee, T.S. (1989). Fast, Effective Algorithms for Simple Assembly Line Balancing Problems. *Operations Research*, **37**, 916-924.
- (17) Johnson, R.V. (1988). Optimally balancing large assembly lines with FABLE. *Management Science*, **34**, 240-253.
- (18) Kim, Y.K.; Kim, Y.J. & Kim, Y. (1996). Genetic algorithms for assembly line balancing with various objectives. *Computers and Industrial Engineering*, **30**, 397-409.
- (19) Klein, R. & Scholl, A. (1996). Maximizing the production rate in simple assembly line balancing – a branch-and-bound procedure. *European Journal of Operational Research*, **91**, 367-385.
- (20) Klein, R. & Scholl, A. (1999). Computing lower bounds by destructive improvement – an application to resource constrained project scheduling. *European Journal of Operational Research*, **112**, 322-346.
- (21) Lapierre, S.D.; Ruiz, A. & Soriano, P. (2006). Balancing assembly lines with tabu search. *European Journal of Operational Research*, **168**, 826-837.
- (22) Levitin, G.; Rubinovitz, J. & Shnits, B. (2006). A genetic algorithm for robotic assembly line balancing. *European Journal of Operational Research*, **168**, 811-825.

- (23) Miltenburg, J. (2006). Optimally balancing Large Assembly Lines: Updating Johnson's 1988 Fable algorithm. *INFOR*, **44**, 23-42.
- (24) McMullen, P.R. & Frazier, G.V. (1997). A heuristic for solving mixed-model line balancing problems with stochastic task durations and parallel stations. *International Journal of Production Economics*, **51**, 177-190.
- (25) Nakade, K. & Ohno, K. (1999). An optimal worker allocation problem for a U-shaped production line. *International Journal of Production Economics*, **60**, 353-358.
- (26) Pinnoi, A. & Wilhelm, W.E. (1995). A branch and cut approach for workload smoothing on assembly lines. Working paper, A&M University, Department of Industrial Engineering.
- (27) Pinnoi, A. & Wilhelm, W.E. (1998). Assembly System Design: A branch-and-cut approach. *Management Science*, **44**(1), 103-118.
- (28) Pinnoi, A. & Wilhelm, W.E. (2000). Valid Inequalities for a class of assembly system problems. *European Journal of Operational Research*, **126**, 31-50.
- (29) Rekiek, B.; Doigui, A.; Delchambre, A. & Bratcu, A. (2002). State of art of optimization methods for assembly line design. *Annual Reviews In Control*, **26**, 163-174.
- (30) Rubinovitz, J. & Levitin, G. (1995). Genetic algorithm for assembly line balancing. *International Journal of Production Economics*, **41**, 343-354.
- (31) Sawik, T. (1995). Integer Programming Models for the Design a Balancing of Flexible Assembly Systems. *Mathematical Computer Modeling*, **12**, 1-12.
- (32) Scholl, A. & Becker, C. (2006). State-of-the-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing. *European Journal of Operational Research*, **168**, 666-693.
- (33) Scholl, A. & Klein, R. (1999). Balancing assembly lines effectively – a computational comparison. *European Journal of Operational Research*, **114**, 50-58.
- (34) Simaria, A.S. & Vilarinho, P.M. (2004). A genetic algorithm based approach to the mixed-model assembly line balancing problem of type II. *Computers & Industrial Engineering*, **47**, 391-407.
- (35) Talbot, F.B.; Patterson, J.H. & Gerhlein, W.V. (1986). A comparative evaluation heuristic for line balancing techniques. *Management Science*, **32**, 430-454.
- (36) Uğurdağ, H.F.; Rachamadugu, R. & Papachristou, C.A. (1997). Designing paced assembly lines with fixed number of stations. *European Journal of Operational Research*, **114**, 50-58.
- (37) Urban, T.L. (1998). Note. Optimal balancing of U-shaped assembly lines. *Management Science*, **44**, 738-711.
- (38) Van Hop, N. (2006). A heuristic solution for fuzzy mixed-model line balancing problem. *European Journal of Operational Research*, **168**, 798-810.